

Прямое апериодическое управление и его применение в полупроводниковых преобразователях

ИСХАКОВ А.С., ПОСПЕЛОВ В.Я., СКОВПЕНЬ С.М.

Предложен альтернативный вариант апериодического управления полупроводниковыми преобразователями, обеспечивающий высокую статическую точность и практически предельные динамические свойства в любой точке диапазона регулирования. Результат достигается путем применения прямого апериодического управления, которое формирует желаемый спектр матрицы системы без преобразования переменных. Математическим моделированием широтно-импульсного преобразователя напряжения с апериодическим регулятором подтверждается эффективность применения прямого апериодического управления, позволяющего улучшить динамические характеристики преобразователя и обеспечить его устойчивую работу. Достоинством метода прямого апериодического управления является простота реализуемости в технических приложениях, в том числе в обширном классе систем с ключевыми элементами, составляющими базу полупроводниковых преобразователей электроэнергии.

Ключевые слова: широтно-импульсный преобразователь, разностные уравнения, система стабилизации тока, апериодическое управление, управление спектром, переходные процессы

В последнее время возрос интерес к регуляторам с нетрадиционной структурой, к которым, в частности, относятся апериодические регуляторы [1]. Они позволяют получить переходные процессы с конечным временем без перерегулирования, что недостижимо с регуляторами классической структуры. Несмотря на это достоинство, апериодические регуляторы практического применения не нашли ни в устройствах общего назначения, ни в разработках управляющих алгоритмов для той категории преобразователей, к динамическим свойствам которых предъявляются высокие требования.

На первый взгляд, такое положение можно объяснить недостаточной распространённостью метода апериодического управления в практике инженерных решений. И с этим можно было бы согласиться, однако отсутствие интереса конструкторов-разработчиков к его применению следует объяснять другой причиной, связанной с недостатком, который по сути служит препятствием достижению предельных динамических показателей и тем самым противоречит цели выбора метода.

В статье обосновывается альтернативный вариант апериодического управления, в котором устранён отмеченный недостаток, и дается пример его применения для полупроводникового преобразователя.

Метод апериодического управления известен специалистам по теории управления, но в среде инженеров-разработчиков технических систем различного назначения он распространён недостаточно. По этой причине в приложении к статье подробно рассматривается его известная форма с пояснением недостатка, препятствующего применению в инженерной практике, излагается способ

устранения недостатка и приводится конкретный пример применения метода.

Прямое изменение спектра матрицы. В основе апериодического управления — воздействие на спектр матрицы. Задачи целевого изменения спектра составляют предмет теории управления [2], где они встречаются под такими названиями, как метод задания характеристического уравнения, размещение собственных чисел, управление спектром, модальное управление. Изменение спектра строится на соотношениях между коэффициентами характеристического полинома матрицы и его корнями (формулы Виета). Задание спектра делает эти коэффициенты известными величинами, и чтобы коэффициенты характеристического полинома сделать равными им, изменяются элементы матрицы.

Но эта процедура совершается не в исходной матрице, а в её преобразованной форме, именуемой фробениусовой, содержащей строку из коэффициентов характеристического полинома с точностью до знака. Они изменяются дополнением элементами, называемыми коэффициентами обратной связи, что позволяет в итоге сформировать заданный спектр, в данном случае нулевой.

Метод получения желаемого спектра, для которого авторы сочли возможным использовать вынесенное в заголовок определение, не опирается на фробениусову матрицу. Он позволяет определить коэффициенты обратной связи с целью получения желаемого спектра без преобразования переменных. Это даёт возможность при поиске приемлемого варианта на этапе проектирования моделировать поведение системы с разными спектрами, далее выбранный вариант может быть реализован в виде алгоритма прямого цифрового управления. В рас-

сматриваемом случае он реализуется для получения апериодического процесса.

Альтернатива известному варианту апериодического управления обусловлена возможностью формирования желаемого спектра матрицы воздействием непосредственно на её элементы. Это следует из прямых соотношений между собственными числами матрицы и её элементами, известными как формулы Виета.

Действительно, для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

формулы Виета

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{22} &= \sigma_1 + \sigma_2; \\ a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} &= \sigma_1\sigma_2 \end{aligned} \quad (2)$$

показывают возможность замены спектра из собственных чисел σ_1 и σ_2 на желаемые числа λ_1, λ_2 изменением двух элементов в левой части. Вообще говоря, выбор двух элементов из четырёх обладает произволом, для определённости будем рассматривать в качестве выбранных элементы первой строки. При обозначении их неизвестными x_1, x_2 в матрице (1)

$$A_x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (3)$$

формулы Виета (2) становятся системой линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + a_{22} &= \lambda_1 + \lambda_2; \\ x_1 a_{22} - x_2 a_{21} &= \lambda_1 \lambda_2. \end{aligned}$$

Её решение

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_1 + \lambda_2 - a_{22}; \\ x_2 &= [\lambda_1 + \lambda_2 - a_{22}] a_{22} - \lambda_1 \lambda_2 / a_{21} \end{aligned} \quad (4)$$

в матрице (3)

$$A_x = \begin{pmatrix} \lambda_1 + \lambda_2 - a_{22} & [\lambda_1 + \lambda_2 - a_{22}] a_{22} - \lambda_1 \lambda_2 / a_{21} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

даёт спектр, равный заданному набору λ_1, λ_2 .

Коэффициенты обратных связей h_1 и h_2 , рассматриваемые как дополнения к элементам первой строки и определяемые очевидным образом:

$$\begin{aligned} h_1 &= x_1 - a_{11} = \lambda_1 + \lambda_2 - a_{22} - a_{11}; \\ h_2 &= x_2 - a_{12} = [(\lambda_1 + \lambda_2 - a_{22}) a_{22} - \lambda_1 \lambda_2] / \\ & / a_{21} - a_{12}, \end{aligned} \quad (5)$$

представляют функции элементов набора λ_1, λ_2 и второй строки матрицы (3).

Более подробно процедура прямого преобразования спектра матрицы изложена в [3].

Прямое апериодическое управление. На базе прямого изменения спектра матрицы строится апериодическое управление без преобразования переменных, также именуемое прямым. Для его достижения задаётся нулевой спектр, т.е. собственные числа матрицы λ_1, λ_2 принимаются равными нулю, поэтому из (4) следует:

$$\begin{aligned} x_1 &= -a_{22}; \\ x_2 &= -a_{22}^2 / a_{21}, \end{aligned}$$

тогда матрица (3) системы

$$A_x = \begin{pmatrix} -a_{22} & -a_{22}^2 / a_{21} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},$$

отличаясь внешне от матрицы (П-24), тоже становится нильпотентной.

Коэффициенты обратной связи вычисляются по (5):

$$\begin{aligned} h_1 &= x_1 - a_{11} = -a_{22} - a_{11}; \\ h_2 &= x_2 - a_{12} = -a_{22}^2 / a_{21} - a_{12}. \end{aligned}$$

Апериодические процессы реализуются с помощью дополнительных обратных связей по отклонениям $x_{1,n} - x_1$ и $x_{2,n} - x_2$, где x_1, x_2 — значения $x_{1,n}, x_{2,n}$ в установившемся режиме. Но этот путь требует расчёта значений x_1 и x_2 , избежать который можно выбором разностей $\Delta x_{1,n} = x_{1,n+1} - x_{1,n}$ и $\Delta x_{2,n} = x_{2,n+1} - x_{2,n}$ вместо отклонений. В этом случае изменяется расчёт коэффициентов дополнительных обратных связей. Обозначив их p_1 и p_2 , запишем систему уравнений

$$\begin{aligned} x_{1,n+1} &= a_{11} x_{1,n} + a_{12} x_{2,n} + p_1 (x_{1,n+1} - x_{1,n}) + \\ & + p_2 (x_{2,n+1} - x_{2,n}); \\ x_{2,n+1} &= a_{21} x_{1,n} + a_{22} x_{2,n} \end{aligned} \quad (6)$$

и приведём её к нормальной форме:

$$\begin{aligned} x_{1,n+1} &= c_{11} x_{1,n} + c_{12} x_{2,n}; \\ x_{2,n+1} &= a_{21} x_{1,n} + a_{22} x_{2,n}, \end{aligned}$$

где $c_{11} = (a_{11} - p_1 + a_{21} p_2) / (1 - p_1)$,

$$c_{12} = (a_{12} - p_2 + a_{22} p_2) / (1 - p_1).$$

Для апериодического процесса собственные числа матрицы должны быть равны нулю, что позволяет записать для её элементов равенства:

$$c_{11} + a_{22} = 0; \quad c_{11} a_{22} - c_{12} a_{21} = 0,$$

из которых следует система

$$\begin{aligned} (1 + a_{22}) p_1 - a_{21} p_2 &= a_{11} + a_{22}; \\ a_{22} p_1 - a_{21} p_2 &= a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение (7) приводит к искомым коэффициентам:

$$\begin{aligned} p_1 &= a_{11} + a_{22} - a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}; \\ p_2 &= [a_{22}^2(1 - a_{11}) + a_{12}a_{21}(1 + a_{22})] / a_{21}. \end{aligned} \quad (8)$$

Новизна изложенного варианта аperiodического управления дискретной системой подтверждена формально [4]. Применение его рассматривается на примере конкретного преобразователя постоянного напряжения.

Прямое аperiodическое управление понижающим широтно-импульсным преобразователем. На рис. 1, а и б показаны схема широтно-импульсного преобразователя с RL -нагрузкой и временные диаграммы работы. Элементы схемы считаются идеальными.

Дифференциальное уравнение относительно тока нагрузки i на n -м интервале времени

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \begin{cases} U, & t \in [t_n, t'_n]; \\ 0, & t \in [t'_n, t_{n+1}] \end{cases}$$

имеет решение

$$i = \begin{cases} I + C_{1n} e^{st}, & t \in [t_n, t'_n]; \\ C_{2n} e^{st}, & t \in [t'_n, t_{n+1}], \end{cases} \quad (9)$$

где U – напряжение источника; $I = U/R$; $t_n = nT$, $n=0,1,2,\dots$; $T=1/f$ – интервал дискретности; f – частота преобразования; $t'_n = t_n + \tau_n$, τ_n – длительность импульса управления; C_{1n} и C_{2n} – постоянные, $s = -R/L$.

Обозначение $i_n = i(t_n)$ и условие непрерывности тока в моменты переключений t_n и t'_n , позволяющие выразить C_{1n} и C_{2n} через i_n , приводят к разностному уравнению тока

$$i_{n+1} = bi_n - I(b - c_n), \quad (10)$$

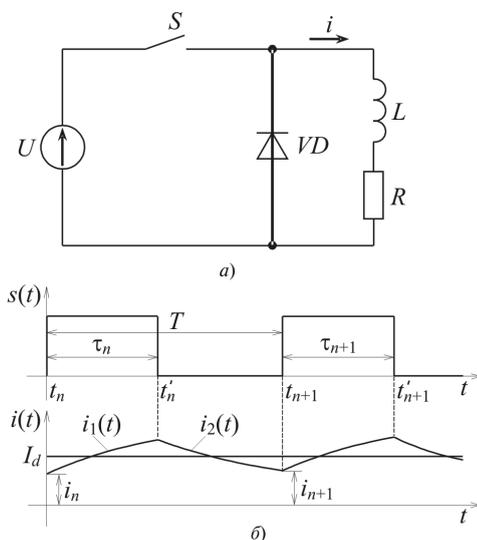


Рис. 1. Упрощённая схема преобразователя (а) и временные диаграммы его работы (б)

где $b = e^{sT}$, $c_n = e^{s(T - \tau_n)}$.

Для пропорциональности между сигналом задания по току Z и средним значением тока I_d применяются разные алгоритмы управления ключом с интегрированием тока. Здесь используется усреднение тока за интервал дискретности

$$k\tau_{n+1} = Z - \frac{1}{T_c} \int_{t_n}^{t_{n+1}} i(t) dt + k\tau_n, \quad (11)$$

где k , T_c – постоянные. Подстановка в (11) тока i из (9) даёт разностное уравнение управления

$$\tau_{n+1} = \frac{Z}{k} - \frac{I\tau_n}{kT_c} + \frac{i_n(1-b) + I(b-c_n)}{skT_c} + \tau_n. \quad (12)$$

Уравнения (10) и (12) представляют нелинейную дискретную модель преобразователя, переменными которой являются длительность импульса управления τ_n и ток i_n , запишем её в виде системы нелинейных разностных уравнений:

$$\begin{aligned} \tau_{n+1} &= F_1 = \frac{Z}{k} - \frac{I\tau_n}{kT_c} + \frac{i_n(1-b) + I(b-c_n)}{skT_c} + \tau_n; \\ i_{n+1} &= F_2 = bi_n - I(b-c_n). \end{aligned} \quad (13)$$

Для получения аperiodического процесса, который, строго говоря, достигим в линейной системе, уравнения (13) линеаризуются в окрестности неподвижной точки с координатами $\tau_{n+1} = \tau_n = \tau$ и $i_{n+1} = i_n = i$ и представляются в виде уравнения относительно отклонений

$$x_{n+1} = Ax_n, \quad (14)$$

где x_n – вектор с элементами $x_{1,n} = \tau_n - \tau$, $x_{2,n} = i_n - i$; A – матрица с элементами

$$a_{11} = \frac{\partial F_1}{\partial \tau_n} = \frac{I(c-1)}{kT_c} + 1, \quad a_{12} = \frac{\partial F_1}{\partial i_n} = \frac{1-b}{skT_c},$$

$$a_{21} = \frac{\partial F_2}{\partial \tau_n} = -csI, \quad a_{22} = \frac{\partial F_2}{\partial i_n} = b; \quad c = e^{s(T-\tau)}.$$

Достоинством метода прямого аperiodического управления является простота реализуемости в технических приложениях, в частности, в обширном классе систем с ключевыми элементами, составляющими базу полупроводниковых преобразователей электроэнергии. Ключами управляет устройство, содержащее сумматор с несколькими входами для управляющих сигналов и обратных связей. При перемене знака суммы входных сигналов компаратор на его выходе вызывает переключение.

Закон (11) обеспечивается обратной связью по току. Получение аperiodических процессов осуществляется с помощью дополнительных обратных связей по переменным уравнений (13) i_n и τ_n , в ка-

честве которых можно использовать отклонения $i_n - i$ и $\tau_n - \tau$ уравнения (14). Но этот путь, как отмечено, требует расчёта значений i и τ , избежать его можно выбором разностей $\Delta i_n = i_{n+1} - i_n$ и $\Delta \tau_n = \tau_{n+1} - \tau_n$ вместо отклонений.

Сигнал от дополнительных обратных связей в виде линейной комбинации разностей переменных

$$R(\Delta \tau_n, \Delta i_n) = h_1 \Delta \tau_n + h_2 \Delta i_n$$

подаётся на один из входов сумматора, что эквивалентно суммированию с сигналом задания по току Z .

В результате первое уравнение (13) дополнится соответствующим слагаемым и приобретёт неявный вид:

$$\tau_{n+1} = F_1 = \frac{Z}{k} - \frac{I \tau_n}{k T_c} + \frac{i_n(1-b) + I(b-c_n)}{sk T_c} + \tau_n + \frac{h_1}{k} \Delta \tau_n + \frac{h_2}{k} \Delta i_n, \quad (15)$$

а линеаризованное уравнение (15)

$$x_{1,n+1} = a_{11} x_{1,n} + a_{12} x_{2,n} + \frac{h_1}{k} \Delta x_{1,n} + \frac{h_2}{k} \Delta x_{2,n}$$

отличается от первого уравнения (6) только множителем $1/k$ при коэффициентах h_1 и h_2 . Поэтому для их расчёта можно использовать выражения (8), что в итоге позволяет получить окончательные зависимости коэффициентов дополнительных обратных связей от элементов матрицы:

$$\begin{aligned} h_1 &= kp_1 = k(a_{11} + a_{22} - a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}); \\ h_2 &= kp_2 = k[a_{22}^2(1 - a_{11}) + a_{12}a_{21}(1 + a_{22})] / a_{21}. \end{aligned} \quad (16)$$

Подстановка в (16) коэффициентов из (20) даёт выражения:

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{I(b-1)}{T_c} + k; \\ h_2 &= \frac{1-d}{s T_c}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $d = e^{s(T+\tau)}$.

Часть физических параметров системы в процессе работы может изменяться, например, длительность τ в соответствии с (11) для установившегося режима определяется равенством

$$I\tau = Z T_c. \quad (18)$$

Если считать, что в системе может изменяться только сигнал задания Z , то зависимости (17) с учётом (18) можно представить как функции

$$\begin{aligned} h_1 &= \text{const}; \\ h_2(Z) &= \frac{1 - e^{s(T+Z T_c/I)}}{s T_c}. \end{aligned} \quad (19)$$

Запишем функциональную зависимость для второго коэффициента (19) в относительных единицах:

$$h_2(Z^*) = \frac{1 - e^{s^*(1+Z^*)}}{s^* T_c^*}, \quad (20)$$

где $s^* = sT$; $T_c^* = T_c / T$; $Z^* = Z T_c^* / I$. Графики зависимости (20) для различных значений s^* при $T_c^* = 10$ показаны на рис. 2.

Реализация зависимостей (19) на программном уровне или выполненная аппаратно в запоминающем устройстве означает, что регулирование тока I_d изменением сигнала управления Z одновременно изменяет и коэффициент h_2 . Тем самым выполняется функция автоматической настройки системы на достижение сходимости переходного процесса в окрестности неподвижной точки за два шага.

Моделирование процессов. Эффективность метода при больших отклонениях оценивалась сопоставлением решений в относительных единицах:

$$\begin{aligned} x_{1,n+1} &= \frac{Z}{kT} + (1-I)x_{1,n} + \frac{I}{sT} [(1-b)x_{2,n} + b - \\ &- b^{1-x_{1,n}}] + \frac{h_1}{k} \Delta x_{1,n} + \frac{h_2}{k} \Delta x_{2,n}; \\ x_{2,n+1} &= bx_{2,n} - b + b^{1-x_{1,n}}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $x_{1,n} = \tau_n / T$; $x_{2,n} = i_n / I$; $T_c k = 1$ — с настройкой на получение аperiodического процесса и без неё.

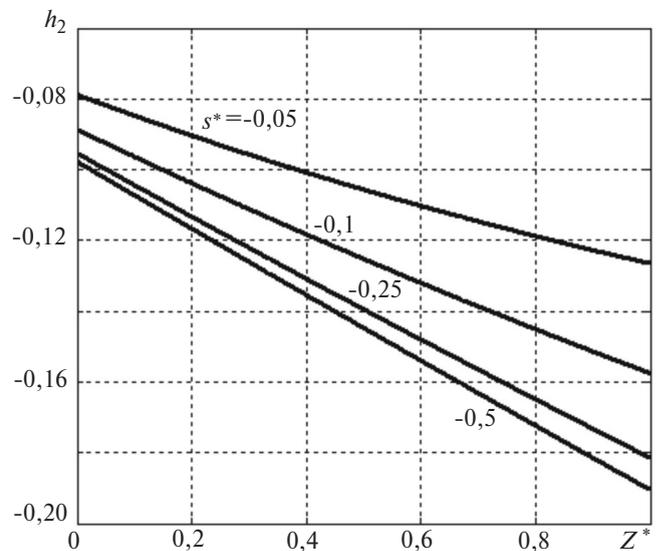


Рис. 2. Зависимость $h_2(Z^*)$ при $T_c^* = 10$

Моделировались режимы больших отклонений, вызванные пуском и изменением нагрузки с учётом принудительного ограничения длительности управляющего импульса τ в соответствии с выражением $\tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max}$, где значения τ_{\min} и τ_{\max} в относительных единицах принимались равными 0,05 и 0,95 соответственно.

Для решения системы (21) была разработана программа в среде MATLAB. Пересчёт коэффициентов h_1 и h_2 выполнялся на каждом шаге вычислительного процесса. Один шаг соответствует одному периоду (такту) работы преобразователя.

Результаты моделирования представлены графически в виде кривых решения системы (21), соответствующих переходным процессам при пуске с номинальной нагрузкой (рис. 3) и при набросе нагрузки (рис. 4). Кривые для системы с настройкой на аperiodический процесс изображены штриховой линией.

Анализ результатов показывает, что при больших отклонениях от положения равновесия переходные процессы в системе с настройкой заверша-

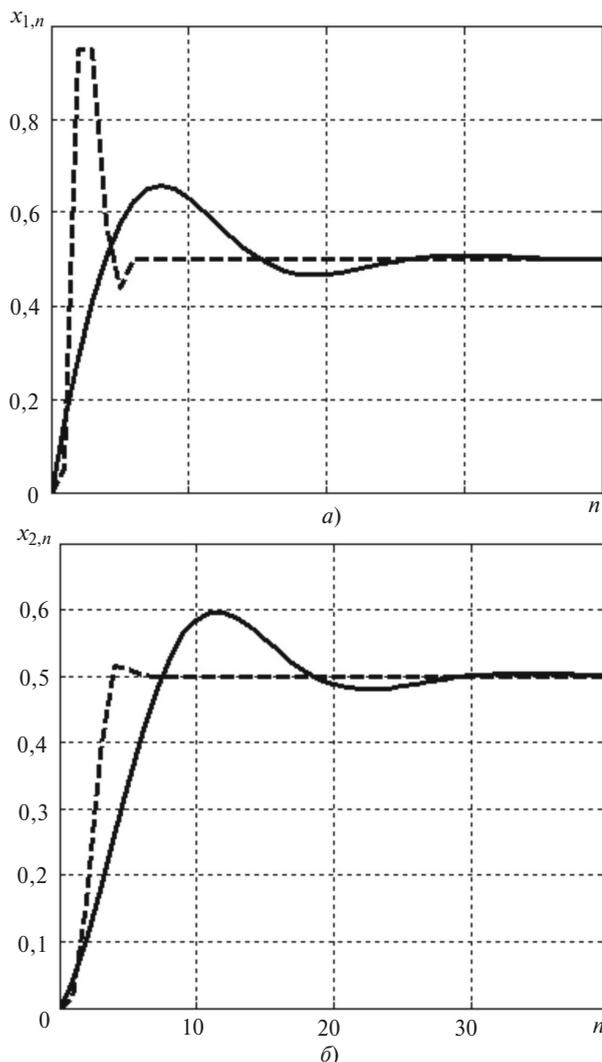


Рис. 3. Графики для пускового режима: а — координата управления $x_{1,n}$; б — выходная координата $x_{2,n}$

ются за несколько тактов работы преобразователя, т.е. со скоростью, близкой к максимальной. В системе без настройки переходные процессы затягиваются и принимают колебательный характер, что в большинстве реальных применений недопустимо.

Степень отклонения от положения равновесия влияет на скорость сходимости решения, а следовательно, и на время переходного процесса. При малых отклонениях решение сходится с максимальной скоростью, т.е. за два шага.

Сравнение динамических характеристик показывает следующее. В обоих режимах (пуск и наброс нагрузки) перерегулирование в системе без настройки в несколько раз больше, чем в настроенной системе. Переходный процесс при пуске в настроенной системе завершается за 18 тактов, а при набросе нагрузки — примерно за 80 тактов. В настроенной системе аналогичные процессы завершаются за 6 и 2 такта соответственно.

Несмотря на линейный характер дополнительной обратной связи, её введение позволяет не только приблизить динамические показатели сис-

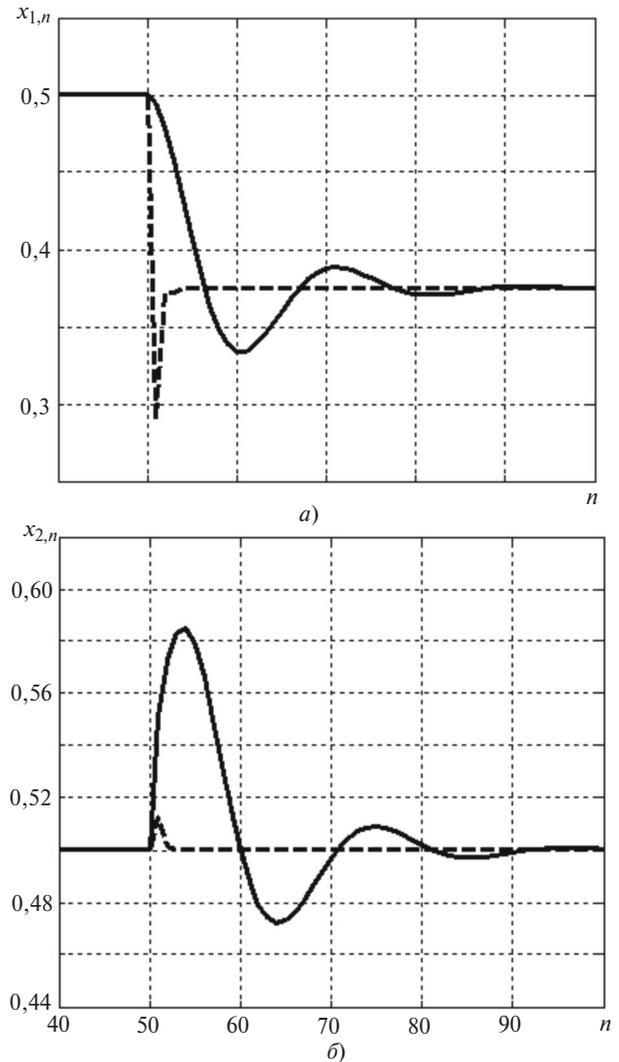


Рис. 4. Графики для режима наброса нагрузки: а — координата управления $x_{1,n}$; б — выходная координата $x_{2,n}$

темы к экстремальным значениям, но и обеспечить устойчивую работу преобразователя при больших отклонениях.

Подводя итоги вышеизложенного, можно отметить следующее:

управление линейной системой второго порядка с формированием комбинации разностей переменных позволяет достичь сходимости переходного процесса в неподвижную точку за два шага, для чего матрица уравнения должна быть нильпотентной;

управление системой, характеризуемой нелинейным разностным уравнением, на основе выбора коэффициентов связей для линеаризованной модели даёт тот же эффект – процесс сходимости к неподвижной точке в её окрестности происходит практически за минимальное число шагов;

метод управления системой с ключевыми элементами с приведением матрицы к нильпотентной форме может служить основой для создания регуляторов, формирующих переходные процессы, протекающие с практически максимальным быстрым действием, которое сохраняется при регулировании и возмущениях параметров;

в описанной системе сочетаются высокая статическая точность и практически предельные динамические свойства в любой точке диапазона регулирования. Системы прямого аperiodического управления преобразователями можно рекомендовать для быстрого и точного управления током;

в статье описан метод аperiodического управления и выполнено математическое моделирование преобразователя напряжения с аperiodическим регулятором. Способы практической реализации предложенного метода управления и аperiodического регулятора требуют отдельного рассмотрения.

Приложение. Аperiodическое управление системой 1-го порядка. Идея аperiodического управления поясняется на примере самой простой дискретной системы, описываемой разностным уравнением 1-го порядка

$$x_{n+1} + ax_n + u_n = 0, \tag{П-1}$$

где x_n – дискретная переменная; $n=0,1,2,\dots$, a – коэффициент; u_n – управляющее воздействие.

Решение уравнения (П-1) для неуправляемой системы

$$x_n = C\lambda^n, \tag{П-2}$$

где C – произвольная постоянная; λ – корень характеристического уравнения

$$\lambda - a = 0 \tag{П-3}$$

имеет наглядное графическое оформление на рис. 5, где прямые ax построены для двух значений коэффициента a . Задавая начальное значение

$x_n (n=0) = x_0$, получаем следующее x_1 , как показано на рисунке стрелками.

Уменьшение коэффициента a за счёт управления u_n приводит к уменьшению угла наклона прямой ax и сокращению числа ступенек, т.е. числа шагов, ведущих в начало координат, что означает уменьшение времени перехода из x_0 в нулевое состояние. Нетрудно видеть, что при $a=0$ прямая ax совпадёт с осью x , тогда при любом x_0 следующее значение x_1 будет равным нулю, т.е. переход произойдёт за один шаг.

Это и есть аperiodический процесс в системе 1-го порядка, его условием являются эквивалентные равенства

$$a=0 \text{ или } \lambda=0. \tag{П-4}$$

Они достигаются с помощью обратной связи

$$u_n = hx_n, \tag{П-5}$$

с которой уравнение системы приобретает вид

$$x_{n+1} + (a+h)x_n = 0. \tag{П-6}$$

Нетрудно видеть, как нужно выбрать коэффициент обратной связи h для аperiodического процесса; он должен удовлетворять условию

$$h = -a. \tag{П-7}$$

Выражение (П-7) является решением задачи синтеза аperiodического управления в самой простой системе. В общем виде она формулируется как определение коэффициентов обратной связи в функции коэффициентов уравнений, с которыми система переходит из одного установившегося состояния в другое за конечное число шагов, не превышающее порядка уравнения.

Приведённый пример при всей его очевидности не позволяет выявить недостаток, с которым придётся столкнуться при реализации аperiodического управления системами более высокого порядка.

Аperiodическое управление системой 2-го порядка. Системы описываются соотношением «вход–выход»

$$x_{n+2} = a_1 x_{n+1} + a_2 x_n + u_n = 0 \tag{П-8}$$

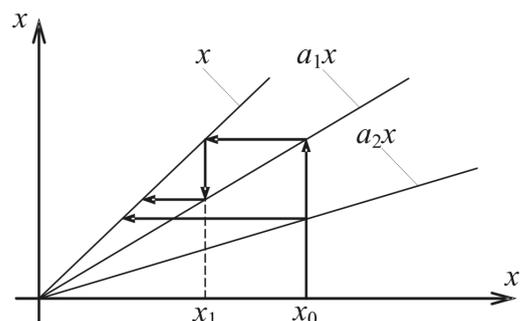


Рис. 5. Графическая иллюстрация решения уравнения П-1

или в пространстве состояний двумя уравнениями 1-го порядка:

$$\begin{aligned}x_{1,n+1} &= a_{11}x_{1,n} + a_{12}x_{2,n} + u_{1,n}; \\x_{2,n+1} &= a_{21}x_{1,n} + a_{22}x_{2,n} + u_{2,n},\end{aligned}\quad (\text{П-9})$$

которые обычно записываются в векторно-матричной форме:

$$x_{n+1} = Ax_n + u_n, \quad (\text{П-10})$$

где $x_n = (x_{1,n}, x_{2,n})^T$, $u_n = (u_{1,n}, u_{2,n})^T$ – векторы состояния и управления соответственно;

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов.

Аperiodическое управление системой при описании через соотношение «вход–выход». Решение (П-8) для неуправляемой системы, т.е. при $u_n = 0$:

$$x_n = C_1 \lambda_1^n + C_2 \lambda_2^n, \quad (\text{П-11})$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные; λ_1, λ_2 – корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_2 = 0. \quad (\text{П-12})$$

Переменная x_n достигает нуля с произвольными начальными значениями x_0 и x_1 за минимальное число шагов, в данном случае двух, при выполнении таких же, как и для системы 1-го порядка, условий

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 0 \quad \text{или} \quad \lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = 0. \quad (\text{П-13})$$

Условия (П-13) реализуются обратными связями по переменным x_n и x_{n+1}

$$u_n = h_1 x_n + h_2 x_{n+1}, \quad (\text{П-14})$$

которые приводят уравнение (П-8) к виду:

$$x_{n+2} + (a_1 + h_1)x_{n+1} + (a_2 + h_2)x_n = 0. \quad (\text{П-15})$$

Здесь также очевиден выбор коэффициентов обратных связей h_1, h_2 для достижения аperiodического процесса:

$$h_1 = -a_1, \quad h_2 = -a_2, \quad (\text{П-16})$$

при этом характеристическое уравнение (П-12)

$$\lambda^2 = 0$$

получает нулевые корни.

Аperiodическое управление в пространстве состояний. Математически техническая система описывается с помощью фундаментальных законов в форме дифференциальных уравнений. Используются переменные с физическим смыслом, характеризующие накопители энергии – скорость движущейся массы, ток соленоида, напряжение конден-

сатора и подобные, получаемые с помощью датчиков.

Далее на основе решения уравнений и выражений, описывающих функционирование конкретных устройств, в частности систем с вентилями, получают математическую модель системы в форме нелинейных разностных уравнений. Линеаризация уравнений в малой окрестности положения равновесия приводит к уравнениям в форме (П-10).

Коэффициенты полинома (П-12) в описании (П-9) отсутствуют, но они связаны с элементами матрицы (П-10) соотношениями:

$$\begin{aligned}a_1 &= -(a_{11} + a_{22}); \\a_2 &= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.\end{aligned}\quad (\text{П-17})$$

Их присутствие в матрице можно получить с помощью неособой матрицы Q преобразованием переменных

$$y_n = (y_{1,n}, y_{2,n})^T = Qx_n \quad (\text{П-18})$$

так, чтобы уравнение относительно нового вектора y_n

$$y_{n+1} = Qx_{n+1} = QAx_n = QAQ^{-1}y_n = Fy_n \quad (\text{П-19})$$

получило матрицу F специальной формы, называемую фробениусовой. Её особенностью является наличие строки с коэффициентами a_1, a_2 с точностью до знака:

$$F = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П-20})$$

Обратная связь по переменным вектора y_n

$$u_n = u_{1,n} = h_1 y_{1,n} + h_2 y_{2,n} \quad (\text{П-21})$$

при воздействии на вход 1 приводит уравнение (П-19) к виду:

$$y_{n+1} = \begin{pmatrix} a_1 + h_1 & a_2 + h_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} Fy_n. \quad (\text{П-22})$$

Теперь расчёт коэффициентов обратной связи h_1, h_2 повторяет их выбор по условиям (П-16). Полученное в итоге уравнение

$$y_{n+1} = Ny_n \quad (\text{П-23})$$

имеет матрицу

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{П-24})$$

с нулевыми собственными числами, называемую нильпотентной.

Недостатком метода является необходимость преобразования переменных в соответствии с

(П-19). Кроме того, необходимо совершить и обратное преобразование, так как на вход должна поступать комбинация физических переменных. Их схемное выполнение влечёт дополнительные аппаратные затраты, а программный путь требует затрат времени на расчёты. Если они превышают период повторяемости процессов, составляющий для современных преобразователей с рабочими частотами в сотни килогерц микросекундные значения, возникает транспортное запаздывание, снижающее динамические показатели системы, что в итоге противоречит самой цели применения метода аperiodического управления.

В общем виде этот недостаток присущ методу изменения спектра матрицы с приведением к форме Фробениуса. Но сформировать в матрице заданный спектр, как это следует из формул Виета, можно без преобразования. Изменение непосредственно элементов матрицы также позволяет получить заданный спектр, в том числе и нулевой. Это положение легло в основу предложенного варианта аperiodического управления.

А в т о р ы: **Исхаков Альберт Саитович** окончил Севастопольский приборостроительный институт в 1969 г. Докторскую диссертацию по динамике полу-

проводниковых преобразователей защитил в 1993 г. Директор по инновационному развитию специальных программ АО «Корпорация «ВНИИЭМ».

Поспелов Владимир Яковлевич окончил Северодвинский филиал Ленинградского кораблестроительного института в 1981 г. Член коллегии Военно-промышленной комиссии Российской Федерации.

Сковпень Сергей Михайлович окончил Северодвинский филиал Санкт-Петербургского государственного морского технического университета в 1995 г. Защитил кандидатскую диссертацию по совершенствованию систем управления полупроводниковых преобразователей в 2005 г. Доцент кафедры «Судовое электрооборудование и автоматика» филиала Северного (Арктического) федерального университета (Севмашивуз), г. Северодвинск.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Изерман Р.** Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984, 541 с.
2. **Справочник** по теории автоматического управления/Под ред. А.А. Красовского.— М.: Наука, 1987, 712 с.
3. **Iskhakov A., Pospelov V., Skovpen S.** Non-Frobenius Spectrum-Transformation Method. — Applied Mathematics, 2012, vol. 3, No. 1, pp. 1471—1479.
4. **Патент № 109883 (РФ) на полезную модель.** Система аperiodического управления преобразованием электроэнергии/А.С. Исхаков, В.Я. Поспелов. — БИ, 2011, № 30.

[07.11.2017]

Elektrichestvo, 2018, No. 4, pp. 42—49

DOI:10.24160/0013-5380-2018-4-42-49

Direct Aperiodic Control and Its Application in Semiconductor Converters

ISKHAKOV Al'bert S. (JC «VNIIEМ Corporation», Moscow, Russia) — Director of the innovative development department, Dr. Sci. (Eng.)

POSPELOV Vladimir Ya. — Member of the board of Military-Industrial Commission of the Russian Federation

SKOVPEN' Sergei M. (Branch of the North (Arctic) Federal University, Severodvinsk, Russia) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

The article proposes an alternative version for aperiodic control of semiconductor converters that ensures high static accuracy and almost the ultimately possible dynamic properties at any point of the adjustment range. The above-mentioned result is achieved by using direct aperiodic control, which shapes the desired spectrum of the system matrix without transforming the variables. A pulse-width voltage converter fitted with an aperiodic controller was numerically simulated, the results of which have confirmed a positive effect from using direct aperiodic control, which allows better dynamic characteristics of the converter to be obtained and its stable operation to be secured. The advantage of the direct aperiodic control method lies in the simplicity of implementing it in technical applications, including a wide class of systems involving switch elements, which constitute the basis of semiconductor electric power converters.

Key words: pulse-width converter, difference equations, current stabilization system, aperiodic control, spectrum control, transients

REFERENCES

1. **Izerman R.** Tsifrovye sistemy upravleniya (Digital control systems). Moscow, Publ. «Mir», 1984, 541 p.
2. **Spravochnik** po teorii avtomaticheskogo upravleniya/Под ред. А.А. Красовского (A Handbook on theory of automatic control/Edit. by A. A. Krasovsky), Moscow, Publ. «Nauka», 1987, 712 p.

3. **Iskhakov A., Pospelov V., Skovpen S.** Non-Frobenius Spectrum-Transformation Method. — Applied Mathematics, 2012, vol. 3, No. 1, pp. 1471—1479.

4. **Patent na poleznuyu model' No. 109883 (RF).** Sistema aperiodicheskogo upravleniya preobrazovaniem elektroenergii (The patent for useful model No. 109883 (RF). The system is aperiodic control power conversion)/A.S. Iskhakov, V.Ya. Pospelov. Bulletin of inventions, 2011, No. 30.

[07.11.2017]