

Идентификация математической модели режима энергосистемы с помощью синхронизированных векторных измерителей

ГАДЖИЕВ М.Г., ГУЛЕВИЧ Е.А., РЯБЧЕНКО В.Н., ШАРОВ Ю.В.

Представлено решение задачи расстановки синхронизированных векторных измерителей для идентификации математической модели энергосистемы в пространстве состояний. За основу принят критерий полной наблюдаемости динамической системы по Калману. В качестве метода решения взят канонический генетический алгоритм. Полная наблюдаемость энергосистемы при расстановке синхронизированных векторных измерителей обеспечивается за счет применения так называемого правила (критерия) наблюдаемости в виде рекурсивного теста наблюдаемости. Предложенный подход продемонстрирован на примере расстановки синхронизированных векторных измерителей в энергосистеме Калининградской области.

К л ю ч е в ы е с л о в а: энергосистема, параметры режима, система мониторинга, математическая модель, наблюдаемость динамической системы, генетический алгоритм

Современные системы управления технологическими процессами базируются на наблюдении за динамическими процессами и идентификации их математических моделей.

Из-за отсутствия распределенных в пространстве и синхронизированных по времени динамических наблюдений идентификация энергосистем долгое время представляла собой трудноразрешимую задачу. Появление синхронизированных векторных измерителей (СВИ) вывело эту проблему на практический уровень.

Современные СВИ позволяют измерять фазные токи по линиям электропередачи, фазные напряжения на шинах электростанций и подстанций, частоту тока, а также (косвенным образом) перетоки активной и реактивной мощности. Это позволяет сформировать систему мониторинга переходных режимов (СМПР), устранить недостаток информации о переходных процессах и осуществить идентификацию энергосистемы [1–3].

Под идентификацией понимается задача определения параметров математической модели энергосистемы, наилучшим образом описывающая данные измерений. Решение задачи идентификации основано на свойстве инвариантности сдвига матрицы наблюдаемости Калмана [3]. Это обеспечивает идентификацию полной и эквивалентной (редуцированной) математической модели энергосистемы и позволяет, например, сформировать соответствующие воздействия для управления колебаниями в энергосистеме и обеспечения заданного запаса статической устойчивости.

В статье рассмотрена задача расстановки СВИ в узлах электрической сети для идентификации в режиме реального времени математической модели энергосистемы и решения сопутствующих задач

анализа и синтеза законов управления. В качестве метода решения применяется канонический генетический алгоритм, правило (критерий) наблюдаемости которого сформулировано на основе рекурсивного теста анализа наблюдаемости многомерной динамической системы, представленной в пространстве состояний [4].

Рассмотренным практическим примером является расстановка СВИ в сетях 110–330 кВ энергосистемы Калининградской области.

Энергосистема как объект идентификации. В рассматриваемой постановке задачи идентификация энергосистемы сводится к определению элементов числовых матриц: A – матрицы состояния (матрицы Якоби); B – матрицы эффективности управления; C – матрицы наблюдения и D – матрицы шунтирующих связей, в векторных линейных дискретных уравнениях [3], описывающих колебания в энергосистеме:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) + Du(t). \quad (1)$$

Здесь $x(t)$ – n -мерный вектор состояния энергосистемы; $u(t)$ – l -мерный вектор управляющих воздействий (вектор входа); $y(t)$ – m -мерный вектор измерений переменных состояния (вектор выхода); t – дискретное время.

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) системы (1) с учетом того, что входные сигналы являются близкими к периодическим и наблюдается целое число периодов колебаний энергосистемы, дает систему линейных матричных уравнений с комплексными числами [3]:

$$\xi_k X(k) = AY(k) + BU(k); \quad (2)$$

$$Y(k) = CX(k) + DU(k). \quad (2a)$$

Здесь ξ_k – оператор сдвига; $X(k)$ – ДПФ вектора состояния $x(t)$; $Y(k)$ – ДПФ выходного сигнала $y(t)$; $U(k)$ – ДПФ входного сигнала $u(t)$.

Зависимость уравнения (2а) от уравнения (2) дает следующую рекурсию:

$$W_r(k)Y(k) = O_r X(k) + S_r W_r(k)U(k), \quad (3)$$

где

$$W_r(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ \xi_k \\ \vdots \\ \xi_k^{r-1} \end{bmatrix}; \quad O_r = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix};$$

$$S_r = \left[\begin{array}{c|ccc|c} D & & \dots & & 0 \\ \hline CB & D & & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \hline CA^{r-2} B & CA^{r-3} B & CB & D & \end{array} \right]. \quad (4)$$

Здесь O_r – матрица наблюдаемости Калмана; S_r – матрица стабилизируемости [5].

Для матрицы наблюдаемости O_r (4) справедливо следующее свойство инвариантности сдвига [5]:

$$O_{r[1:r-1, :]} A = O_{r[2:r, :]} \quad (5).$$

Матрица $O_{r[1:r-1, :]}$ получена из матрицы наблюдаемости O_r путем выбора строк от 1-й до $(r-1)$ -й; $O_{r[2:r, :]}$ – матрица получена из O_r путем выбора строк от 2-й до r -й (на это указывают нижние индексы матриц, расположенные в квадратных скобках; отдельный символ «:» означает, что выбираются все столбцы матрицы).

Свойство (5) является ключевым и положено в основу алгоритмов идентификации. Для идентификации модели энергосистемы (1) необходимо, чтобы она была полностью наблюдаема в смысле условия полной наблюдаемости Калмана [5]:

$$\text{rank} O_r = n \quad \text{при} \quad r \geq n. \quad (6)$$

Подход к решению задачи расстановки СВИ. Как видно, свойство инвариантности сдвига матрицы наблюдаемости (5) является фундаментальным основанием используемого алгоритма идентификации, а условие полной наблюдаемости Калмана (6) – необходимым условием идентифицируемости энергосистемы. Данный критерий должен учитываться при формировании СМПР, в том числе при расстановке СВИ.

Для поиска рациональных вариантов расстановки СВИ предлагается использовать канонический генетический алгоритм [6]. Генетические алгоритмы основаны на идеях популяционной генетики и представляют методы глобального поиска экстремума целевой функции g . В данном случае эта задача формулируется следующим образом:

$$\Sigma = \sum_{i=1}^M z_i \rightarrow \min; \quad g(Z) = 0,$$

где z_i – признак установки РМУ в i -м узле ($z_i = 1$ – СВИ установлен, $z_i = 0$ – СВИ отсутствует); M – общее число узлов в энергосистеме; $\Sigma = \sum_{i=1}^M z_i$ – общее число установленных в энергосистеме СВИ; $g(Z)$ – целевая функция, определяющая условие полной наблюдаемости энергосистемы по Калману.

Задача решается на основе повторяющихся циклов генерации вариантов расстановки СВИ, дальнейшее продвижение и исключение которых осуществляется на основе критерия полной наблюдаемости энергосистемы по Калману (6) при минимально возможном числе установленных СВИ.

Полная наблюдаемость энергосистемы при решении этой задачи обеспечивается за счет применения правила (критерия) наблюдаемости в виде рекурсивного теста (алгоритма) [4].

Основание для использования рекурсивного теста заключается в том, что применение рангового критерия (6) даже при невысоких размерностях вектора состояния (более 10) может приводить к ложным выводам о неуправляемости энергосистемы из-за ухудшения численной обусловленности анализируемой матрицы O_r . В этом случае возможен ложный вывод о потере ранга и, соответственно, об отсутствии свойства полной наблюдаемости [5].

Алгоритм работы рекурсивного теста. Шаг 0. На основании заданного генетическим алгоритмом варианта расстановки СВИ формируется оценка матрицы наблюдения \hat{C} . Определяется максимальное решение \hat{C}^\perp матричного уравнения $\hat{C} \cdot \hat{C}^\perp = 0$. Если $\hat{C}^\perp = 0$, то тест заканчивается. Делается вывод о полной наблюдаемости системы. Если $\hat{C}^\perp \neq 0$, то осуществляется переход к следующему шагу.

Шаг 1. Определяется максимальное (максимального ранга) решение матричного уравнения:

$$[\hat{A} \hat{C}^\perp | \hat{C}^\perp] \begin{bmatrix} Z_1^{(1)} \\ Z_2^{(1)} \end{bmatrix} = 0.$$

Здесь \hat{A} – матрица состояния, полученная на основе моделирования энергосистемы в Matlab.

Если решение $Z_1^{(1)}, Z_2^{(1)}$ равно нулю, то тест заканчивается (система полностью наблюдаема). В противном случае осуществляется переход к следующему шагу.

Шаг 2. Определяется максимальное решение матричного уравнения

$$[Z_2^{(1)} | Z_1^{(1)}] \begin{bmatrix} Z_1^{(2)} \\ Z_2^{(2)} \end{bmatrix} = 0.$$

Если решение $Z_1^{(2)}$, $Z_2^{(2)}$ равно нулю, то тест заканчивается (система полностью наблюдаема). В противном случае осуществляется переход к следующему шагу.

Шаг k. Определяется максимальное решение матричного уравнения:

$$[Z_2^{(k-1)} | Z_1^{(k-1)}] \begin{bmatrix} Z_1^{(k)} \\ Z_2^{(k)} \end{bmatrix} = 0.$$

Если решение $Z_1^{(k)}$, $Z_2^{(k)}$ равно нулю, то тест заканчивается (система полностью наблюдаема). В противном случае осуществляется переход к следующему шагу.

Критерием останова теста на наблюдаемость служит неубывающий ранг последовательности матриц $[Z_2^{(k-1)} | Z_1^{(k-1)}]$, $[Z_2^{(k)} | Z_1^{(k)}]$.

Для увеличения точности вычислений при использовании данного рекурсивного теста решения соответствующих матричных уравнений на каждом шаге определяются только в классе ортогональных матриц [7].

Энергосистема Калининградской области. Калининградская область отделена от остальной территории страны сухопутными границами иностранных государств и международными морскими водами.

В условиях возможного и достаточно скорого выхода из межгосударственного энергообъединения прибалтийских государств задачи анализа и обеспечения статической устойчивости, оценки и управления доминирующими модами колебаний, запасами режимных параметров, демпферными свойствами энергосистемы приобретают высокую степень актуальности.

Исходные данные для разработки модели энергосистемы Калининградской области были взяты из режимной модели прогноза зимнего максимума нагрузок 2018 г. Суммарная активная нагрузка энергосистемы составляет 985 МВт.

В настоящее время энергосистема Калининградской области имеет: число электростанций – 5; число линий электропередачи 330 кВ – 7; число подстанций 330/110 кВ – 3; число подстанций с высшим напряжением 110 кВ – 86; установленная мощность генераторов электростанций 923 МВт.

Создание разветвленной Simulink-модели энергосистемы в Matlab позволило определить структуру матрицы состояния (матрицы Якоби) в непре-

рывном или дискретном виде. В рассматриваемом режиме в зависимости от эквивалентирования прилегающей сети 110 кВ матрица Якоби имеет размеры 12×12, 22×22, 42×42, 120×120, 273×273, 385×385, 450×450, 510×510.

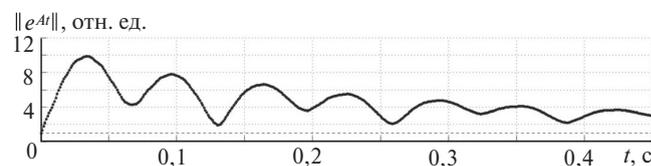


Рис. 1. Обобщенная переходная характеристика энергосистемы Калининградской области

Обобщенная переходная характеристика в виде нормы экспоненциала матрицы Якоби размером 42×42 $\|e^{At}\|$ [9] в линейном и логарифмических масштабах, приведенная на рис. 1, характеризует энергосистему Калининградской области как статически устойчивую. Высокочастотные составляющие электромеханических процессов затухают в течение первых секунд. Дальнейшие колебания являются низкочастотными с периодами от единиц до десятков секунд. Нормы $\|e^{At}\|$ для матриц Якоби других размеров качественно эквивалентны характеристике, приведенной на рис. 1.

Результаты исследований. Последовательность решения задачи расстановки СВИ в энергосистеме приведена на рис. 2.

Первым этапом является процедура линеаризации модели энергосистемы. На начальном этапе работы генетического алгоритма случайным образом с помощью оператора (датчика) случайных чисел *randomize* генерируются возможные решения по расстановке СВИ на шинах электростанций и подстанций энергосистемы. Затем, с учетом результатов рекурсивного теста наблюдаемости, выбранного, как отмечено ранее, в качестве правила наблюдаемости, вычисляется «уровень выживаемости» решений. Эти решения продуцируют потомство (популяцию). Те решения, что оказываются «сильнее», т.е. используют меньшее число СВИ при условии обеспечения наблюдаемости энергосистемы, отбираются для дальнейшей обработки, а «слабые», применявшие большее число СВИ, исключаются. Процесс повторяется до тех пор, пока не определяется решение в виде минимально возможного числа СВИ, обеспечивающего наблюдаемость энергосистемы.

На начальных этапах поиска, когда число выбранных и установленных СВИ не меньше половины размерности пространства состояний идентифицируемой энергосистемы, следующим за нулевым шагом рекурсивного теста шаг является конечным с точки зрения «выживаемости» реше-

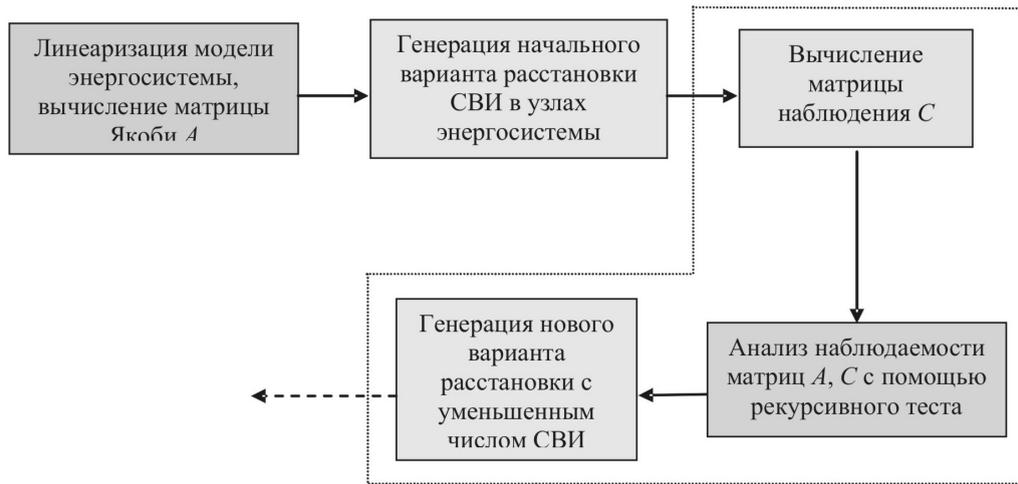


Рис. 2. Последовательность работы генетического алгоритма при расстановке СВИ

ния. Он заключается в проверке положительной определенности симметричной матрицы $\hat{C}^{\perp T} \hat{A}^T (E - \hat{C}^{\perp} \hat{C}^{\perp T}) \hat{A} \hat{C}^{\perp} > 0$. Это соответствует упрощенному критерию наблюдаемости, введенному [8]. Если данное условие не выполняется, то получаемое решение также считается неприемлемым.

В результате проведенных испытаний генетического алгоритма совместно с рекурсивным тестом были определены необходимое число СВИ (рис. 3) и места их расстановки в энергосистеме Калининградской области.

Приведенное на диаграмме рис. 3 относительно малое число СВИ для высоких значений размерности пространства состояния математической модели объясняется имеющейся многосвязностью энергосистемы. При этом рост числа установленных СВИ в зависимости от размерности пространства состояний математической модели имеет неполиномиальный характер, что затрудняет прогнозирование решений в такого рода задачах.

Во всех рассчитанных вариантах мест расстановки СВИ указанные устройства размещались в

генераторных узлах и наиболее загруженных нагрузочных узлах.

Отметим, что в расчетных послеаварийных режимах следует предусмотреть соответствующее резервирование СВИ, что может привести к двукратному увеличению числа данных измерителей.

Для идентификации в режиме реального времени наиболее простой модели энергосистемы, имеющей 12-й порядок и учитывающей основные моды электромеханических колебаний, оказывается достаточным только 3 СВИ, один из которых размещается на Калининградской ТЭЦ-2, а другие – на подстанциях 330 кВ «Советск» и «Центральная».

Общая связь между практическими задачами, решаемыми в интересах энергосистем, и условиями расстановки СВИ, отражает таблица.

Для анализа статической устойчивости энергосистемы Калининградской области (задача № 1 в таблице) авторами использовались модели с матрицами Якоби двух размеров 42×42 и 450×450. При этом матрица Якоби меньшего размера была получена путем редукции матрицы A размером 450×450 на основе подпространств Крылова и содержала относительно «медленные» моды колебаний, расположенные вблизи мнимой оси на комплексной плоскости.

При оценке доминирующих мод колебаний (задача № 2 в таблице) применялась редуцированная модель с матрицей Якоби размером 42×42, содержащая, как отмечено ранее, «медленные» моды колебаний. Именно эти моды определяют электромеханические переходные процессы и вносят основной вклад в колебания энергосистемы Калининградской области, полученные по результатам математического моделирования.

Для оценки запасов режимных параметров (задача № 3 в таблице) использовались матрицы Якоби A всей линейки полученных размеров, т.е.

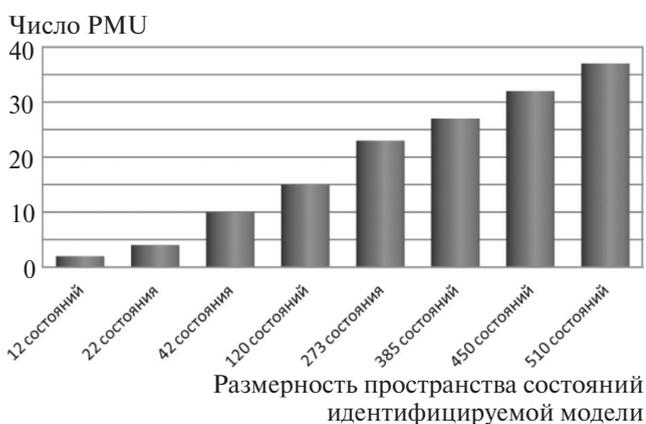


Рис. 3. Распределение числа необходимых СВИ в энергосистеме Калининградской области

12×12, 22×22, 42×42, 120×120, 273×273, 385×385, 450×450, 510×510, с целью определения достаточных условий по требуемой размерности модели энергосистемы. Было выявлено, что, начиная с размера 42×42 и выше, запасы режимных параметров существенно не изменяются. Модели меньших размерностей дают завышенные (слишком оптимистические) значения запасов режимных параметров.

Для оценки демпферных свойств (задача № 4 в таблице) применялись модели с матрицами Якоби A 12×12 и 22×22. Данные модели представляли моды колебаний с собственными значениями, расположенными в непосредственной близости к мнимой оси комплексной плоскости. Степень затухания именно этих мод колебаний оценивалась как определяющая в демпферных свойствах.

Модель размерности 510 (матрица Якоби размером 510×510) использовалась для синтеза законов централизованного противоаварийного управления (задача № 5 в таблице). Данная модель позволяет в максимальной степени учесть динамические свойства энергосистемы и синтезировать законы централизованного противоаварийного управления, обеспечивающие как заданные запасы статической устойчивости, так и другие важные свойства: качество переходных процессов, робастность (грубость, инвариантность) по отношению к действующим возмущениям и располагаемой информации и др.

При решении задач управления системными стабилизаторами и статическими устройствами компенсации реактивной мощности (задача № 6 в таблице) использовались как модели высокой размерности (матрицы Якоби A размеров 273×273, 385×385, 450×450, 510×510), так и редуцированные модели (матрицы Якоби размеров 12×12, 22×22, 42×42). Такое разнообразие моделей позволяет вос-

пользоваться различными подходами и методами синтеза (централизованный и децентрализованный синтез управления, локальное управление и др.) и провести сравнительный анализ результатов с выбором предпочтительного варианта.

Заключение. Создание СМПР вывело проблему идентификации энергосистемы на уровень, когда успешность ее решения зависит от используемых методов и алгоритмов.

Применение дискретных алгоритмов идентификации линейной математической модели энергосистемы с реализацией в пространстве состояний основано на свойстве инвариантности сдвига матрицы наблюдаемости. Обеспечение полной наблюдаемости по Калману энергосистемы возможно за счет установки СВИ в определенные узлы. Число таких узлов существенно меньше размерности пространства состояний идентифицируемой математической модели.

Определить места установки СВИ и их число позволяет генетический алгоритм, работающий совместно с рекурсивным тестом анализа наблюдаемости динамической системы. Последний рассматривается в качестве выбранного правила (критерия) наблюдаемости.

Во всех рассчитанных вариантах мест расстановки СВИ указанные устройства необходимо размещать на шинах электростанций и подстанций. При этом с ростом размерности вектора состояний по неполиномиальному закону увеличивается и необходимое число СВИ.

Внедрение системы управления энергосистемами в реальном масштабе времени неизбежно приводит к высокоразмерным динамическим моделям и усложнению задачи по расстановке СВИ. Неполиномиальный характер роста числа установленных СВИ в зависимости от размерности простран-

Номер задачи	Класс решаемых задач	Математическая задача	Режим энергосистемы	Вид модели и размерность
1	Анализ статической устойчивости	Полная проблема собственных значений матрицы A	Установившийся режим	Полная модель высокой размерности
2	Оценка доминирующих мод колебаний	Частичная проблема собственных значений матрицы A	Электромеханические переходные процессы	Редуцированная модель малой размерности
3	Оценка запасов режимных параметров	Анализ псевдоспектра матрицы A [9, 10],	Установившийся режим, электромеханические переходные процессы	Полная или редуцированная модель
4	Оценка демпферных свойств	Вычисление декрементов затухания мод колебаний на основе собственных значений матрицы A	Электромеханические переходные процессы	Редуцированная модель
5	Централизованное, в том числе противоаварийное, управление	Синтез наблюдателей состояния и законов централизованного управления на основе матриц A, B, C, D [11]	Установившийся режим, электрические и электромеханические переходные процессы	Полная модель
6	Управление системными стабилизаторами и устройствами FACTS	Синтез законов децентрализованного управления на основе матриц A, B, C, D [12]	Установившийся режим, электрические и электромеханические переходные процессы	Полная и редуцированная модель

ства состояний математической модели затрудняет прогнозирование решений в такого рода задачах. Однако темпы развития математических методов и методов искусственного интеллекта предоставляют хорошие шансы для преодоления этой проблемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуков А.В., Дубинин Д.М., Уткин Д.Н., Гайдамакин Ф.Н., Данилин А.В., Топорков Д.Н. Разработка и внедрение автоматической системы сбора информации с регистраторов системы мониторинга переходных режимов в ЭЭС России. — Рейлишк, 2013, № 3, с. 18–23.
2. Terzija V., Valverde G., Deyu C., Regulski P., Madani V., Fitch J., Skok S., Begovic M. M., Phadke A. Wide-area monitoring, protection, and control of future electric power networks. — Proc. IEEE, 2011, vol. 99, No. 1, pp. 80–93.
3. Гаджиев М.Г., Гулевич Е.А., Шаров Ю.В. Идентификация линейной модели электроэнергетической системы в пространстве состояний. — Электричество, 2017, № 7, с. 30–38.
4. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Рекурсивные тесты на управляемость и наблюдаемость больших динамических систем. — Автоматика и Телемеханика, 2006, № 5, с. 119–132.
5. Kailath T. Linear Systems. Prentice Hall. Englewood Cliffs, NJ, 1980, 682 p.
6. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006, 320 с.
7. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Матричные методы в теории и практике систем автоматического управления летательных аппаратов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016, 666 с.
8. Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Размещение полюсов в больших динамических системах с многими входами и выходами. — Доклады Академии наук, 2011, т. 434, № 4, с. 1–3.
9. Шаров Ю.В. О развитии методов анализа статической устойчивости электроэнергетических систем. — Электричество, 2017, № 1, с. 12 – 18.
10. Гаджиев М.Г., Шаров Ю.В. Псевдомодальное оценивание запасов статической устойчивости электроэнергетических систем. — Электричество, 2017, № 8, с. 12–17.

11. Гаджиев М.Г., Мисриханов М.Ш., Шаров Ю.В. Модальный синтез законов управления в электроэнергетических системах на основе многошаговой декомпозиции. — Электричество, 2017, № 11, с. 4–11.

12. Шаров Ю.В. Применение модального подхода для решения проблемы обеспечения статической устойчивости электроэнергетических систем. — Известия РАН. Энергетика, 2017, № 2, с. 13–29.

[22.01.2018]

А в т о р ы: Гаджиев Магомед Гаджиевич окончил электроэнергетический факультет (ЭЭФ) Московского энергетического института (МЭИ) в 2006 г. В 2012 г. защитил кандидатскую диссертацию «Повышение точности учета потерь мощности на корону при оперативной оптимизации режима ЭЭС» в МЭИ. Заведующий научно-исследовательской лабораторией кафедры электроэнергетических систем МЭИ (ныне Национальный исследовательский университет «НИУ «МЭИ»).

Гулевич Евгения Александровна окончила Кузбасский государственный технический университет в 2010 г. Инженер кафедры электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Рябченко Владимир Николаевич окончил Иркутское высшее военное авиационное инженерное училище в 1983 г. В 2002 г. защитил докторскую диссертацию в Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского. Ведущий научный сотрудник кафедры электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Шаров Юрий Владимирович окончил ЭЭФ МЭИ в 1986 г. В 1994 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка методов и средств оценки эффективности управления электроэнергетическими системами при больших возмущениях режима» в МЭИ. Заведующий кафедрой электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Elektrichestvo, 2018, No. 5, pp. 4–10

DOI:10.24160/0013-5380-2018-5-4-10

About PMU placement for the identification of the mathematical model of the power system mode

GADZHIYEV Magomed G. (National Research University Moscow Power Engineering Institute («NRU «MPEI»), Moscow, Russia) — Head of the Research Laboratory «Automation of Electrical Distribution Networks», Cand. Sci. (Eng.)

GULEVICH Yevgenia A. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Competitor of a scientific degree

RYABCHENKO Vladimir N. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Leading researcher of the Department of electric power systems, Dr. Sci. (Eng.)

SHAROV Jury V. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Head of the Department of electric power systems, Cand. Sci. (Eng.)

The article presents a solution to the problem of placement phasor measurement units (PMUs) for the identification of the mathematical model of the energy system in the state space. The basis is the criterion for the complete observability of the dynamic system according to Kalman. As a method of optimization, the

canonical genetic algorithm is taken. The complete observability of the power system during the PMUs placement is provided by applying the «observability rule» in the form of an original recursive observability test. As a practical example, the problem of PMUs placement in the power system of the Kaliningrad region was solved.

Key words: power system, mathematical model, observability of dynamical system, Wide Area Measurement System (WAMS), genetic algorithm

REFERENCES

1. Zhukov A.V., Dubinin D.M., Utkin D.N., Gaidamakin F.N., Danilin A.V., Toporkov D.N. *Releishchik – in Russ. (Specialist for relay protection)*, 2013, No. 3, pp. 18–23.
2. Terzija V., Valverde G., Deyu C., Regulski P., Madani V., Fitch J., Skok S., Begovic M.M., Phadke A. Wide-area monitoring, protection, and control of future electric power networks. — *Proc. IEEE*, 2011, vol. 99, No. 1, pp. 80–93.
3. Gadzhiyev M.G., Gulebich Ye.A., Sharov Yu.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 7, pp. 30–38.
4. Zybin Ye.Yu., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. *Avtomatika i Telemekhanika – in Russ. (Automatics and Telemechanics)*, 2006, No. 5, pp. 119 – 132.
5. Kailath T. *Linear Systems*. Prentice Hall. Englewood Cliffs. NJ, 1980, 682 p.
6. Gladkov L.A., Kureichik V.V., Kureichik V.M. *Geneticheskiye algoritmy (Genetic algorithms)*. Moscow, FIZMATLIT, 2006, 320 p.
7. Zubov N.Ye., Mikrin Ye.A., Ryabchenko V.N. *Matrichnye metody v teorii i praktike sistem avtomaticheskogo upravleniya letatel'nykh apparatov (Matrix methods in theory and practice of automatic control systems of aircraft)*. Moscow, Publ. of Moscow State Technical University named N.E. Bauman, 2016, 666 p.
8. Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. *Doklady Akademii nauk RF – in Russ. (Proc. of Russian Academy of Sciences)*, 2011, vol. 434, No. 4, pp. 1–3.
9. Sharov Yu.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 1, pp. 12–18.
10. Gadzhiyev M.G., Sharov Yu.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 8, pp. 12–17.
11. Gadzhiyev M.G., Misrikhanov M.Sh., Sharov Yu.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 11, pp. 4–11.