

Топологический метод формирования узловых уравнений в обращенной форме для электроэнергетических систем

АХМЕТБАЕВ Д.С., АХМЕТБАЕВ А.Д., БЕРДЫГОЖИН А.С.

Изложены теоретические основы топологического метода формирования обращенной формы уравнений узловых напряжений. Преобразованием известных уравнений электрического состояния получено точное решение нулевой итерации уравнений узловых напряжений с применением матрицы коэффициентов распределения задающих токов. На основе аналитического исследования установлена топологическая природа коэффициентов распределения узловых токов. Предлагается топологический метод расчета коэффициентов распределения узловых токов на основе всевозможных деревьев направленного графа сложной электрической сети. Разработана программа выделения специфических деревьев среди возможных графов сложной электрической сети. Разработана комплексная программа расчета коэффициентов токораспределения и формирования параметров установившегося режима в среде MATLAB. Предложенная методика существенно сокращает объем выполняемых работ, повышает оперативность получения реальных решений нелинейных уравнений установившегося режима.

К л ю ч е в ы е с л о в а: энергосистемы, топология, узловые уравнения, теория графов, матрица коэффициентов токораспределения

Первые работы в области анализа и расчета установившихся режимов электроэнергетических систем большой размерности базировались на использовании матрицы узловых проводимостей, так как она непосредственно формировалась из топологии схемы. Однако они оказались малопригодными при расчетах режимов сложных электрических систем [1, 2].

Проведенные исследования [3–5] доказали, что трудности получения реальных решений при расчете установившихся режимов могут быть преодолены, если исходить из обращенной формы узловых уравнений. Сложности формирования обращенной формы узловых уравнений в определенной степени были преодолены при использовании гибридных матриц, позволяющих совместить их преимущества представлением в виде произведений слабополных матриц с использованием различных методов факторизации матриц и итерационных методов [6]. Топологические методы получения решений узловых уравнений с известными трудностями расчета обобщенных параметров разработаны в [7]. Эти трудности были связаны с поиском и определением значений всех возможных деревьев графа сложной электрической сети. В статье рассмотрены вопросы совершенствования топологического метода расчета установившихся режимов электроэнергетических систем.

Преобразование обращенной формы узлового уравнения. Обращенная форма узловых уравнений имеет вид [8]:

$$\dot{U}_{\Delta} = \underline{Z}\underline{J}, \tag{1}$$

где $\underline{Z} = \underline{Y}^{-1}$ – матрица узловых сопротивлений; \underline{Y}^{-1} – квадратная матрица узловых проводимостей; $\underline{J} = -\frac{\hat{S}}{\sqrt{3}\hat{U}}$ – столбцевая матрица задающих токов.

Аналитическая зависимость между задающими токами и распределением токов в пассивной схеме определяются выражениями:

$$\underline{M}\dot{\underline{I}} = \dot{\underline{J}}; \tag{2}$$

$$\dot{\underline{I}} = \underline{C}\dot{\underline{J}}, \tag{3}$$

где \underline{C} – прямоугольная матрица коэффициентов токораспределения; \underline{M} – первая матрица инцидентности.

Значения токов в ветвях схемы останутся неизменными, если умножить и разделить слева правую часть уравнения (3) на матрицу сопротивлений ветвей и записать в виде

$$\dot{\underline{I}} = \underline{Z}_B^{-1} \underline{Z}_B \underline{C}\dot{\underline{J}}. \tag{4}$$

Выражение (1) с учетом (2)–(4) может быть записано в виде

$$\dot{U}_{\Delta} = \underline{C}^T \underline{Z}_B \underline{C}\dot{\underline{J}}, \tag{5}$$

где $\underline{C}^T = \underline{Z}\underline{M}\underline{Z}_B^{-1}$ – транспонированная матрица коэффициентов токораспределения.

Полученное уравнение (5) позволяет записать тождество в виде

$$\underline{Z} = \underline{C}^T \underline{Z}_B \underline{C} = \underline{Y}^{-1}. \quad (6)$$

Таким образом, расчет матрицы узловых сопротивлений сводится к определению матрицы коэффициентов распределения задающих токов, что существенно сокращает объем вычислительных работ.

Коэффициенты токораспределения и топология электрической сети. Коэффициентом распределения задающего тока j -го узла в i -й ветви называется отношение, определяемое комплексным числом [8]:

$$C_{ij} = \frac{I_i}{J_j}. \quad (7)$$

При $J_j = 1$ выражение (7) запишется в виде

$$C_{ij} = I_i. \quad (8)$$

Для моделирования схем электрических сетей широко применяется теория графов. Графы являются топологическими моделями схем электрических сетей. Для разомкнутых сетей между матрицами токораспределения и топологией сети существует однозначная зависимость:

$$\underline{C} = \underline{M}^{-1}. \quad (9)$$

В общем случае выражение (9) не позволяет установить аналитическую зависимость между коэффициентами токораспределения и структурой линейного графа сети.

При наличии замкнутых контуров матрица \underline{C} не может быть найдена непосредственно по схеме или по формуле (9). Матрица \underline{C} может быть определена при распределении единичного тока в схеме любыми известными методами, например, методом контурных токов.

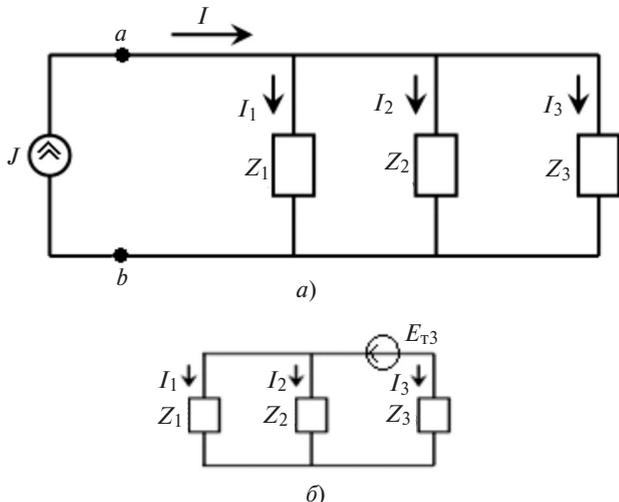


Рис. 1. Схема параллельной цепи: a – исходная; b – расчетная

Для схемы, изображенной на рис. 1,а, столбцевая матрица коэффициентов распределения задающего тока имеет вид:

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \\ \underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_2^2 \\ \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 - \underline{Z}_3 \underline{Z}_{22} \\ \underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_2^2 \\ 1 - \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_2^2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Элементы этой матрицы определяются решением системы контурных уравнений, соответствующей схеме рис.1,б:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{11} \dot{I}_{k1} - \underline{Z}_2 \dot{I}_{k2} &= 0; \\ -\underline{Z}_2 \dot{I}_{k1} + \underline{Z}_{22} \dot{I}_{k2} &= -\underline{Z}_3, \end{aligned} \right\}$$

где $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$; $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$ – контурные сопротивления.

Полученные выражения для матрицы коэффициентов токораспределения не характеризуются функциями топологии сети. Поэтому проводятся дальнейшие преобразования матрицы (10) путем замены сопротивлений ветвей соответствующими проводимостями и после несложных преобразований получим:

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \end{pmatrix} = \frac{1}{\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \begin{pmatrix} \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_2 \\ \underline{Y}_3 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}$, $\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}$, $\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}$ – проводимости ветвей; C_{11}, C_{21}, C_{31} – доли единичного тока в соответствующей ветви.

Числители и знаменатели элементов столбцевой матрицы (11), выраженные через проводимости ветвей, характеризуют топологию сети, состоящей из трех деревьев графа. Знаменатели для всех коэффициентов одни и те же и определяются в виде суммы значений деревьев, а числители – значениями специфических направленных деревьев, включающих в себя рассматриваемую ветвь. Нетрудно доказать, что изложенные топологические свойства коэффициентов токораспределения справедливы и для схемы более сложной структуры. В качестве примера рассмотрим расчетную схему, изображенную рис. 2,а [9]. Коэффициенты токораспределения в указанном источнике найдены при преобразовании схемы сети при заданных параметрах: $\underline{Z}_1 = 6,6 + j19,9$; $\underline{Z}_2 = 6,8 + j16,24$; $\underline{Z}_3 = 13,5 + j21$;

$Z_4 = 16,2 + j25,2$; $Z_5 = 24,3 + j37,8$. Аналитические выражения для коэффициентов токораспределения, полученные на основе контурных токов для схемы на рис. 2,а, записаны в виде матрицы:

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_3^2} \begin{pmatrix} -(\underline{Z}_2\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_3(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)) \\ -\underline{Z}_1\underline{Z}_{22} \\ -\underline{Z}_1(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \\ -\underline{Z}_1\underline{Z}_3 \\ -\underline{Z}_1\underline{Z}_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\underline{Z}_2\underline{Z}_{22} & -\underline{Z}_2\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_3\underline{Z}_5 \\ -\underline{Z}_1\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_3(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) & -\underline{Z}_1\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_3\underline{Z}_4 \\ -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) & -\underline{Z}_2\underline{Z}_4 + \underline{Z}_1\underline{Z}_5 \\ -\underline{Z}_2\underline{Z}_3 & -\underline{Z}_5\underline{Z}_{11} - \underline{Z}_2\underline{Z}_3 \\ \underline{Z}_2\underline{Z}_3 & \underline{Z}_4\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_1\underline{Z}_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

где $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5$; $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5$ – контурные сопротивления.

Топологические свойства коэффициентов токораспределения могут быть установлены преобразованием элементов матрицы (12) после замены сопротивлений на соответствующие проводимости ветвей, например для первого элемента матрицы, в виде

$$C_{11} = \frac{-(Z_2 Z_{22} + Z_1(Z_4 + Z_5))}{Z_{11} Z_{22} - Z_3^2} =$$

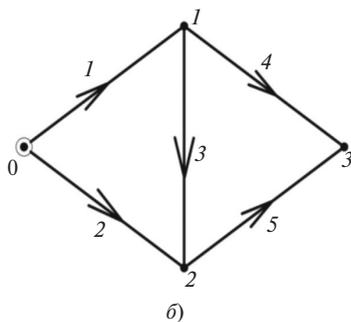
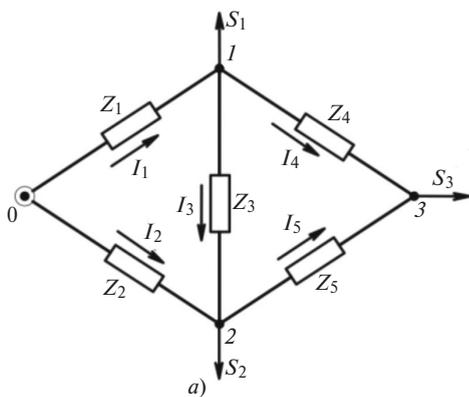


Рис. 2. Расчетная схема сети (а) и направленный граф схемы (б)

$$= -\frac{\underline{Y}_1\underline{Y}_5\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_5\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1\underline{Y}_3\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_4}{\underline{Y}_1\underline{Y}_5\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_5\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1\underline{Y}_3\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_4} \rightarrow \frac{+\underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_5 + \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_4}{+\underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_5 + \underline{Y}_2\underline{Y}_4\underline{Y}_5 + \underline{Y}_2\underline{Y}_3\underline{Y}_5 + \underline{Y}_2\underline{Y}_3\underline{Y}_4} \quad (13)$$

Нетрудно убедиться, что знаменатель (13) представляет собой сумму значений всех возможных деревьев, а числитель – специфических деревьев графа.

Возможные деревья графа рис. 2,б выделены на основе метода структурных чисел [10], изображены на рис. 3 и могут быть представлены в виде матрицы:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 4 & 5 & 5 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix},$$

что соответствует аналитически найденным деревьям (13), суммарное значение которых

$$\sum F = \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_3\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_3\underline{Y}_5 + \underline{Y}_1\underline{Y}_4\underline{Y}_5 + \underline{Y}_2\underline{Y}_3\underline{Y}_4 + \underline{Y}_2\underline{Y}_3\underline{Y}_5 + \underline{Y}_2\underline{Y}_4\underline{Y}_5.$$

Топологическая формула для числителя C_{11} , первого элемента матрицы коэффициентов токораспределения, определяется в виде суммы величин пяти направленных деревьев (рис. 4):

$$F_{11} = -(\underline{Y}_1\underline{Y}_4\underline{Y}_5 + \underline{Y}_1\underline{Y}_3\underline{Y}_5 + \underline{Y}_1\underline{Y}_3\underline{Y}_4 + \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Y}_4).$$

Следовательно, значение первого элемента матрицы \underline{C} :

$$\underline{C}_{11} = \frac{F_{11}}{\sum F}.$$

Таким образом, для коэффициента токораспределения в ветви i от узла j нетрудно записать топологическое выражение [11, 14]:

$$\underline{C}_{ij} = \frac{F_{ij}}{\sum F}, \quad (14)$$

где $\sum F$ – суммарное значение всевозможных деревьев графа; F_{ij} – алгебраическая сумма значений специфических деревьев графа i -й ветви.

Расчеты, выполненные на основе (12) и топологическим методом (14), показали абсолютные совпадения с результатами, выполненными в [9], которые представлены в табл. 1.

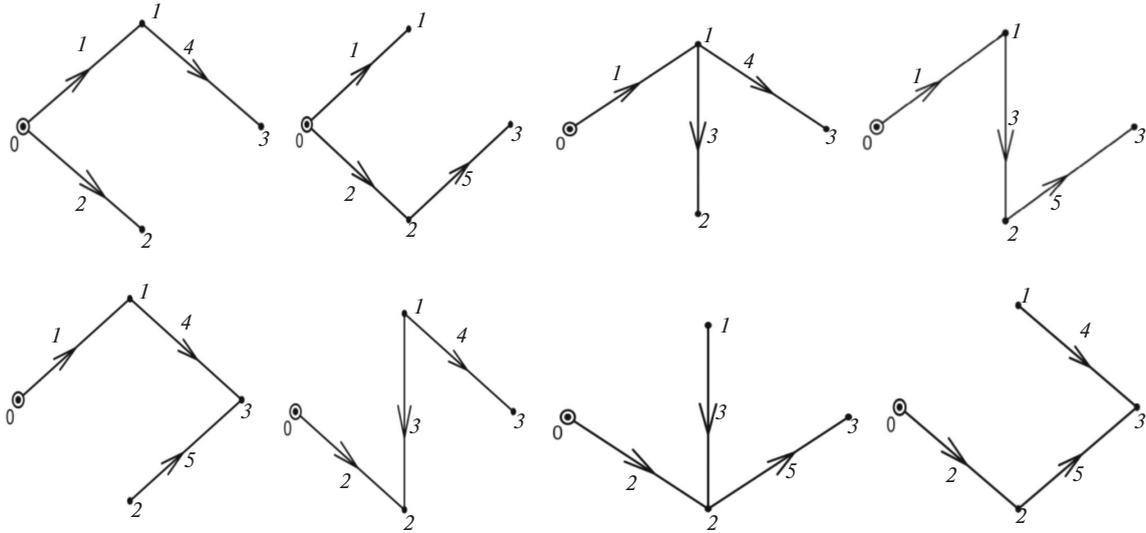


Рис. 3. Возможные деревья графа

Таблица 1

Номер ветви	Коэффициенты распределения узловых токов C_{ji} схемы рис. 2,а		
	Номер узла		
	1	2	3
1	$-0,6340 + 0,0387i$	$-0,3089 - 0,0090i$	$-0,5040 + 0,0196i$
2	$-0,3660 - 0,0387i$	$-0,6911 + 0,0090i$	$-0,4960 - 0,0196i$
3	$-0,2745 - 0,0290i$	$-0,2317 - 0,0067i$	$0,0720 + 0,0147i$
4	$-0,0915 - 0,0097i$	$-0,0772 - 0,0022i$	$-0,5760 + 0,0049i$
5	$-0,0915 - 0,0097i$	$0,0772 + 0,0022i$	$0,4240 + 0,0049i$

Алгоритм расчета коэффициентов токораспределения в электрических сетях разработан и реализован в среде Matlab.

Анализ коэффициентов токораспределения. У всех коэффициентов распределения узловых токов, входящих в состав анализируемой матрицы, знаменатель один и тот же, поэтому основным является формирование числителей топологических выражений. Для участия специфического дерева со своим значением в коэффициентах токораспределения необходимо, чтобы дерево содержало ветвь i , которая должна быть направлена от узла j к базисному узлу. Эта ветвь должна быть представлена направленным графом. Если направленный граф совпадает с направлением пути от узла j к базисному, то значение дерева учитывается с положительным

знаком, в противном случае – отрицательным [11, 12]. Из анализа значений и знаков деревьев, формирующих числители коэффициентов распределения узловых токов, следует, что коэффициент будет иметь максимальное значение в том случае, если в числитель входит максимальное число значений деревьев одного знака.

Программа и расчет коэффициентов токораспределения. Элементы матрицы коэффициентов токораспределения вычисляются на основе топологического выражения (14). Блок-схема разработанной программы расчета коэффициентов токораспределения в среде Matlab представлена на рис. 5.

Численные эксперименты реализации алгоритмов расчета коэффициентов токораспределения проводились для многих сложных схем и в том

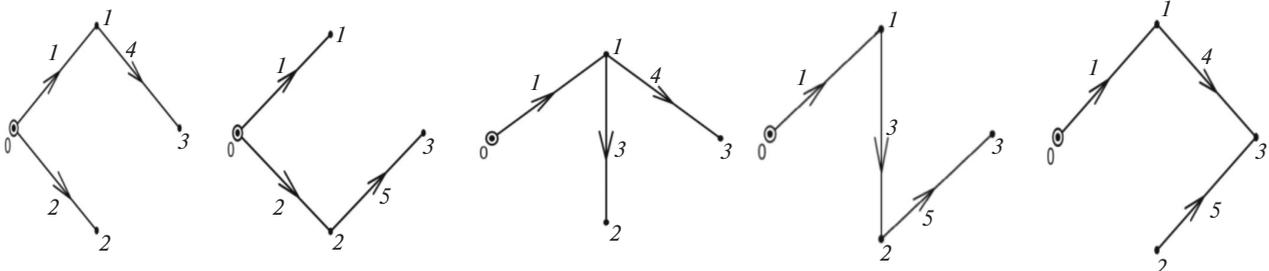


Рис. 4. Деревья графа числителя



Рис. 5. Блок-схема расчета коэффициентов распределения

числе для выделенной части сети напряжением 220 кВ реальной энергосистемы Республики Казахстан, изображенной на рис. 6. Результаты проведенных расчетов для определения коэффициентов токораспределения схемы рис. 6 представлены в табл. 2. Эти же данные были использованы при формировании установившегося режима исследуемой части сети.

Обращенная форма уравнений узловых напряжений. При практических расчетах установившихся режимов сложной системы возникает необходимость ввода генераторных узлов активными и реактивными мощностями или активной мощностью и напряжением. Предположим, что генераторные узлы заданы мощностями. Тогда, после замены задающих токов \underline{J} в (5) соответствующими мощно-

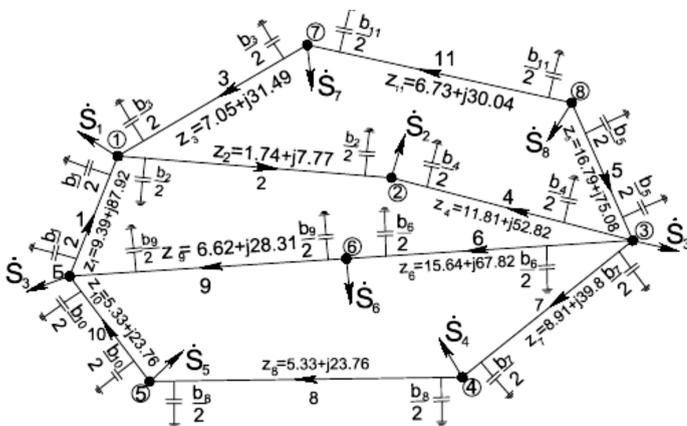


Рис. 6. Расчетная схема электрической сети

стями можно записать матричное выражение для напряжения относительно базисного следующим образом [11, 13, 15]:

$$\dot{U} = U_0 + C^T Z_{\text{д}} C \hat{U}_{\text{д}}^{-1} \hat{S}, \quad (15)$$

где C – прямоугольная комплексная матрица коэффициентов токораспределения; $Z_{\text{д}}$ – диагональная матрица сопротивлений ветвей; $\hat{U}_{\text{д}}$ – диагональная матрица узловых сопряженных напряжений; \hat{S} – матрица-столбец сопряженных мощностей узловых нагрузок, генераторов и поперечных ветвей.

Значения полной мощности у начальной и конечной вершин каждой ветви схемы определяются по формуле [8]:

$$\dot{S}_{\text{в}} = \dot{U}_{\text{д}\Sigma} \hat{I}_{\Sigma} = \dot{U}_{\text{д}\Sigma} M_{\Sigma} \hat{I}_{\text{д}} = \dot{U}_{\text{д}\Sigma} M_{\Sigma} (\hat{C} \hat{I})_{\text{д}}, \quad (16)$$

где $\dot{U}_{\text{д}\Sigma}$ – диагональная матрица узловых напряжений, включая напряжения базисного узла; $\hat{I}_{\text{д}}$ – диагональная матрица сопряженных токов в ветвях.

При этом мощность, передаваемая узлу, получается положительной, а от узла – отрицательной. Сумма значений, расположенных в каждом столбце матрицы $\dot{S}_{\text{в}}$, дает полную мощность потерь в соответствующей ветви.

Расчеты установившегося режима. Узловое уравнение (15) после представления комплексных величин в виде $\underline{S} = P + jQ$; $C^T Z_{\text{в}} C = \underline{Z}$ может быть записано для k -го узла в виде [11, 15]:

$$\underline{U}_k = U_0 + \sum_{j=1}^n \underline{Z}_{kj} \hat{U}_j^{-1} (P_j - jQ_j), \quad (17)$$

где $\hat{U}_k = U'_k + jU''_k$.

После разделения на действительные и мнимые части уравнение (1) имеет вид:

$$U'_k = U_0 + \sum_{j=1}^n Z_{kj} U_j^{-1} (P_j \cos(\delta_k + \psi_{kj}) + Q_k (\delta_k + \psi_{kj})), \quad (18)$$

$$U''_k = \sum_{j=1}^n Z_{kj} U_j^{-1} (P_j \sin(\delta_k + \psi_{kj}) - Q_k (\delta_k + \psi_{kj})), \quad (19)$$

где $U_k = \sqrt{(U'_k)^2 + (U''_k)^2}$ – модуль напряжения k -го узла; $\delta_k = \arctg \frac{U''_k}{U'_k}$ – фаза напряжения k -го узла;

$$\underline{Z}_{kj} = \sqrt{\left(\operatorname{Re} \sum_{j=1}^m C_{kj}^T \underline{Z}_j C_{jk} \right)^2 + \left(\operatorname{Im} \sum_{j=1}^m C_{kj}^T \underline{Z}_j C_{jk} \right)^2} -$$

модуль взаимного узлового сопротивления;

$$\psi_{kj} = \arctg \frac{\operatorname{Im} \sum_{j=1}^m C_{kj}^T Z_j C_{jk}}{\operatorname{Re} \sum_{j=1}^m C_{kj}^T Z_j C_{jk}} - \text{фаза комплексного}$$

взаимного узлового сопротивления.

Вещественные и мнимые части узловых напряжений определяются итерационными методами. Задание какого-либо генераторного узла напряжением и активной мощностью приводит к частичному изменению алгоритмов расчета искомых переменных. Предположим, параметры n -го генераторного узла заданы активной мощностью и напряжением. Тогда искомыми параметрами режима рассматриваемого узла являются фаза узлового напряжения δ_n и реактивная мощность Q_n . Значение реактивной мощности n -го узла определяется на основе (18), и для k -й итерации справедливо выражение:

$$Q_n^k \frac{U_n^2 \cos \delta_n^{k-1} - U_0 U_n - Z_{nn} P_n \cos(\delta_n^{k-1} + \psi_{nn}) -}{- \sum_{j=1}^{n-1} Z_{nj} U_n U_j^{-1(k-1)} (P_j \cos(\delta_j^{k-1} + \psi_{nj}) + Q_j \sin(\delta_j^{k-1} + \psi_{nj}))} \rightarrow \frac{Z_{nn} \sin(\delta_n^{k-1} + \psi_{nn})}{Z_{nn} \sin(\delta_n^{k-1} + \psi_{nn})} \rightarrow \quad (20)$$

Мнимая часть напряжения рассматриваемого узла соответственно равна:

$$U_n \sin \delta_n^k = \sum_{j=1}^{n-1} Z_{nj} U_j^{-1(k-1)} (P_j \cos(\delta_j^k + \psi_{nj}) - Q_j \sin(\delta_j^k + \psi_{nj})) + Z_{nn} U_n^{-1} (P_n \sin(\delta_n^k + \psi_{nn}) - Q_n^k \cos(\delta_n^k + \psi_{nn})), \quad (21)$$

откуда значение фазы узлового напряжения для k -й итерации

$$\delta_n^k = \arcsin \frac{U_n^{n(k)}}{U_n}. \quad (22)$$

Таблица 2

Номер ветви	Значения коэффициентов распределения узловых токов C_{ij} для узлов			
	1	2	3	4
1	-0,5043 + 0,0289i	-0,4733 + 0,0272i	-0,2631 + 0,0156i	-0,1432 + 0,0085i
2	0,3434 + 0,0200i	-0,5958 + 0,0188i	-0,1823 + 0,0108i	-0,0992 + 0,0059i
3	0,1523 + 0,0089i	0,1224 + 0,0084i	-0,0808 + 0,0048i	-0,0440 + 0,0026i
4	0,3434 + 0,0200i	0,4042 + 0,0188i	-0,1823 + 0,0108i	-0,0992 + 0,0059i
5	0,1523 + 0,0089i	0,1224 + 0,0084i	-0,0808 + 0,0048i	-0,0440 + 0,0026i
6	0,2357 + 0,0146i	0,2504 + 0,0139i	0,3504 + 0,0087i	0,1907 + 0,0047i
7	0,2600 + 0,0143i	0,2762 + 0,0133i	0,3865 + 0,0069i	-0,3339 + 0,0038i
8	0,2600 + 0,0143i	0,2762 + 0,0133i	0,3865 + 0,0069i	0,6661 + 0,0038i
9	0,2357 + 0,0146i	0,2504 + 0,0139i	0,3504 + 0,0087i	0,1907 + 0,0047i
10	0,2600 + 0,0143i	0,2762 + 0,0133i	0,3865 + 0,0069i	0,6661 + 0,0038i
11	0,1523 + 0,0089i	0,1224 + 0,0084i	-0,0808 + 0,0048i	-0,0440 + 0,0026i

	5	6	7	8
1	-0,0716 + 0,0043i	-0,0775 + 0,0048i	-0,4487 + 0,0259i	-0,3956 + 0,0229i
2	-0,0496 + 0,0029i	-0,0537 + 0,0033i	0,2222 + 0,0179i	0,1066 + 0,0159i
3	-0,0220 + 0,0013i	-0,0238 + 0,0015i	-0,6709 + 0,0079i	-0,5023 + 0,0070i
4	-0,0496 + 0,0029i	-0,0537 + 0,0033i	0,2222 + 0,0179i	0,1066 + 0,0159i
5	-0,0220 + 0,0013i	-0,0238 + 0,0015i	0,3291 + 0,0079i	0,4977 + 0,0070i
6	0,0954 + 0,0024i	-0,1914 + 0,0030i	0,2622 + 0,0133i	0,2874 + 0,0120i
7	-0,1669 + 0,0019i	0,1139 + 0,0018i	0,2892 + 0,0126i	0,3170 + 0,0109i
8	-0,1669 + 0,0019i	0,1139 + 0,0018i	0,2892 + 0,0126i	0,3170 + 0,0109i
9	0,0954 + 0,0024i	0,8086 + 0,0030i	0,2622 + 0,0133i	0,2874 + 0,0120i
10	0,8331 + 0,0019i	0,1139 + 0,0018i	0,2892 + 0,0126i	0,3170 + 0,0109i
11	-0,0220 + 0,0013i	-0,0238 + 0,0015i	0,3291 + 0,0079i	-0,5023 + 0,0070i

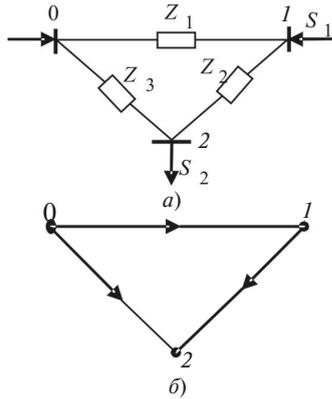


Рис. 7. Расчетная схема сети (а) и направленный граф сети (б)

Суть итерации состоит в корректировке узловых токов. Зарядные мощности линии, потери на корону, а также потери холостого хода силовых трансформаторов учитываются соответствующими токами, зависящими от приложенного к ним напряжения, которые в процессе итерации уточняются. С целью обеспечения наглядности изложенного материала рассмотрим типовой пример сети 110 кВ (рис. 7), исследованный в [17], где два генераторных узла «0» и «1» работают на общую нагрузку по кольцевой схеме с параметрами: $Z_1 = 10 + j20$ Ом; $Z_2 = 10 + j25$ Ом; $Z_3 = 15 + j30$ Ом при напряжении базисного узла $U_0 = 115$ кВ и значениях мощности $S_1 = 28,8675 + j17,3205$ МВА; $S_2 = -46,1880 - j23,0940$ МВА.

Суммарные значения возможных деревьев графа (рис. 7,б) и специфических деревьев для первого элемента матрицы коэффициентов токораспределения:

$$\sum F = Y_{-1}Y_{-2} + Y_{-1}Y_{-3} + Y_{-2}Y_{-3}; F_{11} = -(Y_1Y_2 + Y_{13}).$$

Матрица значений коэффициентов токораспределения, построенная по изложенной методике, имеет вид:

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} -0,7299 - 0,0073i & -0,4051 + 0,0109i \\ 0,2701 - 0,0073i & -0,4051 + 0,0109i \\ -0,2701 + 0,0073i & -0,5949 - 0,0109i \end{pmatrix},$$

по которой определены необходимые для расчетов следующие обобщенные параметры сети:

$$Z_{11} = \sum_{j=1}^3 C_{1j}^T Z_j C_{j1} = C_{11}^T Z_1 C_{11} + C_{12}^T Z_2 C_{21} +$$

$$+ C_{13}^T Z_3 C_{31} = 16,3223; \varphi_{11} = 64,0079;$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \sum_{j=1}^3 C_{1j}^T Z_j C_{j2} = C_{11}^T Z_1 C_{12} + C_{12}^T Z_2 C_{22} +$$

$$+ C_{13}^T Z_3 C_{32} = 9,0618; \varphi_{12} = 61,9;$$

$$Z_{22} = \sum_{j=1}^3 C_{2j}^T Z_j C_{j2} = C_{21}^T Z_1 C_{12} + C_{22}^T Z_2 C_{22} +$$

$$+ C_{23}^T Z_3 C_{32} = 20,0292; \varphi_{22} = 64,49.$$

На основе уравнений (18)–(21) проведены расчеты для данной сети:

при задании первого узла активной и реактивной мощностями (табл. 3);

при задании этого же узла напряжением и активной мощностью (табл. 4).

Расчеты выполнены методом простой итерации с точностью $\varepsilon = \pm 10^{-5} U_H = 0,00001$.

По результатам расчетов видно, что разработанный алгоритм расчета при задании узла напряжением и активной мощностью обеспечивает сходимость установившегося режима на пятом шаге итерационного процесса при точности $10^{-5} U_i$. Из [17] известно, что метод Ньютона обеспечивает сходимость установившегося режима при точности $10^{-3} U_i$, на пятом шаге итерации, тогда как по предлагаемому алгоритму установившийся режим той же электрической сети обеспечивает сходимость также на пятой итерации, но при расчете с точностью $10^{-5} U_i$. Это – преимущество предлагаемого метода. Для оценки точности приводятся результаты пятой итерации установившегося режима из [17]:

$$U_1 = 115,4150 \text{ кВ}, \delta_1 = 0,1352 \text{ град.};$$

$$U_2 = 109,7210 \text{ кВ}, \delta_2 = -2,1553 \text{ град.}$$

Таблица 3

Номер итерации	Параметр							
	Напряжение, кВ						Угол, град.	
	U'_1	U''_1	U_1	U'_2	U''_2	U_2	δ_1	δ_2
0	–	–	110,0	–	–	110,0	0	0
1	115,7126	0,2703	115,7129	109,8411	-4,4186	109,9300	0,1338	-2,3036
2	115,4016	0,2847	115,4020	109,6159	-4,1153	109,6931	0,1414	-2,1500
3	115,4105	0,2777	115,4108	109,6140	-4,1479	109,6924	0,1379	-2,16071
4	115,4096	0,2783	115,4100	109,6123	-4,1456	109,6907	0,1382	-2,1660
5	115,4096	0,2782	115,4100	109,6123	-4,1459	109,6907	0,1381	-2,1661

Таблица 4

Номер итерации	Параметр						
	Мощность Q_1 , Мвар	Напряжение, кВ				Угол, град.	
		U'_1	U'_2	U''_2	U_2	δ_1	δ_2
0	—	—	—	—	110,0	0	0
1	16,4542	0,1903	109,8151	-4,3641	109,9018	0,0945	-2,2758
2	17,2586	0,2848	109,6101	-4,0988	109,7167	0,1414	-2,1410
3	17,2480	0,2745	109,6416	-4,1269	109,7192	0,1363	-2,1556
4	17,2804	0,2749	109,6405	-4,1249	109,7181	0,1365	-2,1546
5	17,2805	0,2749	109,6406	-4,1251	109,7181	0,1365	-2,1547

Таблица 5

Номера узлов	Расчет с применением матрицы C		Проверочный расчет по программе RASTR		Отклонения	
	U , кВ	δ , град.	U , кВ	δ , град.	ΔU , кВ/%	$\Delta \delta$, град.
1	241,43	-4,8315	240,65	-4,79	0,78/0,32	-0,04
2	241,53	-4,8433	240,78	-4,81	0,75/0,31	-0,03
3	240,89	-4,3086	240,36	-4,28	0,53/0,22	-0,03
4	237,38	-3,0902	237,1	-3,08	0,28/0,12	-0,01
5	235,60	-1,8466	235,45	-1,84	0,15/0,06	-0,01
6	236,27	-1,9230	236,12	-1,92	0,15/0,06	0,00
7	239,60	-6,2297	238,33	-6,17	1,27/0,53	-0,06
8	239,12	-6,5359	238,03	-6,49	1,09/0,46	-0,05

Таблица 6

Номер узла	Результаты расчета потокораспределения в сети (рис. 6)										
	Номер ветви										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	5,1632 - 2,5469i	-0,8397 + 3,1358i	-4,5793 - 0,4322i	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0,8393 - 3,1372i	0	9,1607 - 5,0032i	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	-9,1827 + 4,9045i	-2,9732 + 0,0377i	2,9416 - 2,3917i	2,4499 - 2,7033i	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	-2,4703 + 2,6120i	4,4703 - 2,8448i	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	-4,4969 + 2,7264i	0	6,9969 - 2,2815i	0
6	0	0	0	0	0	-2,9803 + 2,2237i	0	0	5,9803 - 2,5704i	0	0
7	0	0	4,5537 + 0,3179i	0	0	0	0	0	0	0	-1,0537 - 0,1540i
8	0	0	0	0	2,9476 - 0,1521i	0	0	0	0	0	1,0524 + 0,1481i
Базисный	-5,2166 + 2,0469i	0	0	0	0	0	0	0	-6,0306 + 2,3555i	-7,0489 + 2,0497i	0

Численные эксперименты были проведены для множества типовых схем, в том числе для расчетной схемы выделенной части сети реальной энергосистемы Республики Казахстан (рис. 6). Для подготовки исходных данных были проведены расчеты коэффициентов токораспределения, приведенные в табл. 2. В процессе подготовки исходных данных формализуется установившийся режим нулевой итерации с последующим уточнением узловых то-

ков до заданной точности определения режимных параметров.

В процессе исследования разработанных алгоритмов наблюдается определенная закономерность значительного улучшения и повышения надежности сходимости итерационного процесса, подтверждающая справедливость ранее достигнутых целей с применением Z_y формы уравнений узловых напряжений (3) и (5). Итерационный процесс обладает

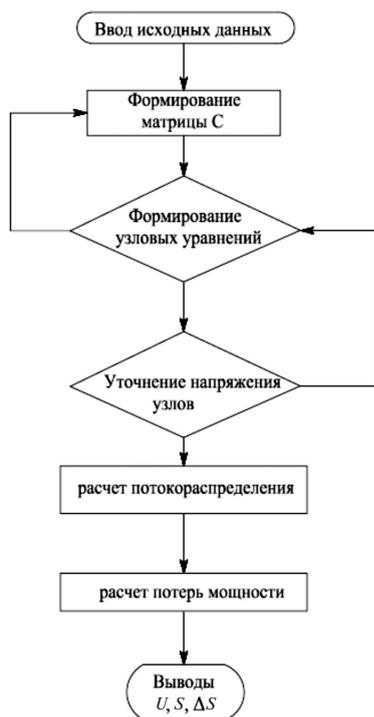


Рис 8. Блок-схема расчета установившегося режима

более надежной и быстрой сходимостью, чем метод Гауса–Зейделя с использованием матрицы узловых проводимостей. Предлагаемый метод в отличие от известного не требует определения и хранения матрицы узловых сопротивлений.

Алгоритмы формирования установившегося режима реализованы в среде MATLAB. Блок-схема реализации алгоритмов показана на рис. 8.

Результаты сравнительных расчетов напряжений узлов схемы сети (рис. 6) представлены в табл. 5, а результаты потокораспределения – в табл. 6.

Выделенный участок реальной электрической сети фактически является мало загруженным, что и подтверждается расчетами. Как видно из табл. 5, результаты, полученные различными методами, дают хорошее совпадение. Модули напряжения, полученные топологическим методом, оцениваются изменениями в большую сторону, по сравнению с результатами программы RASTR. Необходимо отметить, что результаты, полученные с применением матрицы C , близки к реальным. Это объясняется тем, что в программе RASTR реактивные мощности, генерируемые линией в процессе расчета, учитываются постоянными величинами и корректируются по напряжению установившегося режима, тогда как в предлагаемом методе реактивные мощности линии уточняются на каждом шаге итерации. Распределение реактивной мощности по линии существенно влияет на значения узловых напряжений. Распределение активной мощности по линиям совпадает, так как значения фаз узловых напряжений, полученные предложенными методами,

одни и те же. Поэтому предлагаемый метод может быть использован как в научных, так и в практических целях.

Коммутационные изменения конфигурации сети не приводят к усложнению расчетов независимо от числа переключений в схеме в одно и то же время, так как возможные деревья графа легко пересчитываются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В.А. Моделирование больших систем электроэнергетики. – Электричество, 1978, № 5, с. 64–67.
2. Строев В.А., Рокотян И.С. Методы математической оптимизации в задачах электроснабжения. – М.: МЭИ, 1993, 72 с.
3. Идельчик В.И. Ускорения сходимости решения при расчете стационарного режима энергосистем. – Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1965, № 3, с. 17–25.
4. Морозкин Ю.В., Поздняков А.Ю., Соколов С.Г. О сходимости методов расчета установившихся режимов при некоторых способах линеаризации уравнений узловых напряжений. – Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 4, с. 14–22.
5. Манусов Б.З., Лыкин А.В., Сидоркин Ю.М. Алгоритмы метода Ньютона-Рафсона для решения узловых уравнений в обращенной форме. – Известия вузов СССР. Энергетика, 1974, № 9, с. 3–7.
6. Фазылов Х.Ф., Насыров Т.Х. Установившиеся режимы электроэнергетических систем и их оптимизация. – Ташкент: Изд-во «Молния», 1999, 370 с.
7. Гераскин О.Т. Методы определения 2 деревьев графа в топологии электрических сетей. – Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1967, № 5, с. 106–112.
8. Мельников Н.А. Матричный метод анализа электрических цепей. – М.: Энергия, 1972, 232 с.
9. Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей. – М.: Высшая школа, 1975, 280 с.
10. Беллерт С., Возняцкий Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. – М.: Мир, 1972, 327 с.
11. Ахметбаев Д.С. Метод расчета установившихся режимов электрических сетей на основе коэффициентов токораспределения. – Электричество, 2010, № 11, с. 23–27.
12. Ахметбаев Д.С. Метод прямого расчета установившихся режимов электрических сетей. – Электрооборудование: эксплуатация и ремонт, 2010, № 8, с. 15–23.
13. Ахметбаев Д.С. Использование топологического метода к анализу стационарных режимов сложных электрических сетей. – Электрооборудование: эксплуатация и ремонт, 2010, № 9, с. 19–26.
14. Akhmetbayev D.S., Aubakir D.A., Sarsikeyev Ye.Zh., Bainiyazov B.A., Surkov M.A., Rozhkov V.I., Ansabekova G.N., Yerbolova A.S., Suleimenov A.T., Tokasheva M.S. Development of Topological Method for Calculating Current Distribution Coefficients in Complex Power Networks. – Results in Physics, 2017, No. 7, pp. 1644–1649.
15. Akhmetbayev D., Akhmetbayev A., Suleymenov A., Kolcun M. Modeling the Set Mode of Complex Power Grid, Based on Infeed Coefficients. – Proc. of the 9th Intern. Scientific Symposium ELEKTROENERGETIKA, 12–14 september, 2017, Starb Lesnb (Slovak Republic).
16. Ахметбаев Д.С., Ахметбаев А.Д., Айдарова А.Р. Определение рациональных коэффициентов трансформации трансформаторов распределительных сетей. – Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Вып. 68. Исследование и обеспечение надежности систем энергетики/Отв. ред. Н.И. Воропай. – ИСЭМ СО РАН, 2017, с. 596–604.
17. Электроэнергетические системы в примерах и иллюстрациях/Под редакцией В.А. Веникова. – М.: Энергоатомиздат, 1983, 504 с.

А в т о р ы: **Ахметбаев Даурен Садыкович** окончил энергетический факультет Казахского политехнического института в 1969 г. В 2010 г. защитил докторскую диссертацию «Моделирование стационарных режимов системы передачи и распределения электроэнергии» в Алматинском университете энергетики и связи. Доцент кафедры электроснабжения Казахского агротехнического университета им. С. Сейфуллина (г. Астана).

Elektrichestvo, 2018, No. 5, pp. 18–27

Ахметбаев Арман Дауренович окончил в 1992 г. энергетический факультет Павлодарского индустриального института. Начальник отдела энергетики и климатехники АО Казахтелеком (г. Алматы).

Бердыгожин Ансар Серикович окончил в 2008 г. Казахскую академию транспорта и коммуникаций. Преподаватель кафедры электротехники и электроники, Назарбаев университет (г. Астана).

DOI:10.24160/0013-5380-2018-5-18-27

The Topological Method for Producing the Inverse Form Nodal Equations Electric Power System

AKHMETBAYEV Dauren S. (Kazakh agrotechnical university named S. Seifullin, Astana, Republic Kazakhstan) – Professor, Dr Sci. (Eng.)

AKHMETBAYEV Arman D. (Joint-stock company «Kazakhtelekom», Almaty, Republic Kazakhstan) – Chief of department

BERDYGZHIN Ansar S. (Nazarbayev University, Astana, Republic Kazakhstan) – Teacher

The theoretical principles of the topological method for producing the inverse form of nodal voltage equations are described. By transforming the well-known electrical state equations, the exact solution for zero iteration of nodal voltage equations is obtained using the matrix of driving currents distribution coefficients. An analytical investigation was carried out, based on which the topological nature of the nodal current distribution coefficients has been revealed. A topological method for calculating the nodal currents distribution coefficients proceeding from various trees of a complex electric network directed graph is proposed. A program for separating specific trees among the possible graphs of a complex electric network has been developed. A comprehensive program for calculating the current distribution coefficients and setting up the parameters of a steady state operation mode in the MATLAB environment has been elaborated. The proposed procedure makes it possible to significantly reduce the scope of performed activities and allows the nonlinear equations of steady-state operating conditions to be positively solved within a shorter period of time.

Key words: power systems, topology, nodal equations, theory of graphs, matrix of current distribution coefficients

REFERENCES

1. Venikov V.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1978, No. 5, pp. 64–67.
2. Stroyev V.A., Rokotyay I.S. *Metody matematicheskoi optimizatsii v zadachakh elektrosnabzheniya* (Methods of mathematical optimization are in the tasks of power supply). Moscow, Publ. Moscow Power Engineering Institute, 1993, 72 p.
3. Idel'chik V.I. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Energetika i Transport – in Russ. (News of USSR Academy of Sciences. Energetics and Transport)*, 1965, No. 3, pp. 17–25.
4. Moroshkin Yu.V., Pozdnyakov A.Yu., Sokolov S.G. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Energetika i Transport – in Russ. (News of USSR Academy of sciences. Energetics and Transport)*, 1978, No. 4, pp.14–22.
5. Manusov B.Z., Lykin A.V., Sidorkin Yu.M. *Izvestiya vuzov SSSR. Energetika – in Russ. (News of Institutions of higher learning of the USSR. Energetics)*, 1974, No. 9, pp. 3–7.
6. Fazylov Kh.F., Nasyrov T.Kh. *Ustanovivshiesya rezhimy elektroenergeticheskikh sistem i ikh optimizatsiya – in Russ. (Steady-state conditions of electroenergy systems and their optimization)*. – Tashkent (Uzbekistan), Publ. «Molniya», 1999, 370 p.
7. Geraskin O.T. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Energetika i transport – in Russ. (News of USSR Academy of sciences. Energetics and Transport)*, 1967, No. 5, pp. 106–112.
8. Mel'nikov N.A. *Matrichnyi metod analiza elektricheskikh tsepei* (Matrix method of analysis of electric chains). Moscow, Publ. «Energiya», 1972, 232 p.
9. Kholm'skii V.G. *Raschet i optimizatsiya rezhimov elektricheskikh setei – in Russ. (Calculation and optimization of the modes of electric networks)*, Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1975, 280 p.
10. Bellert S., Vosnyatskii G. *Analiz i sintez elektricheskikh tsepei metodom strukturnykh chisel – in Russ. (Analysis and synthesis of*

electric chains with the use of method of structural numbers), Moscow, Publ. «Mir», 1972, 327 p.

11. Akhmetbayev D.S. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 11, pp. 23–27.

12. Akhmetbayev D.S. *Elektrooborudovaniye: ekspluatatsiya i remont – in Russ. (Electrical equipment: exploitation and repair)*, 2010, No. 8, pp. 15–23.

13. Akhmetbayev D.S. *Elektrooborudovaniye: ekspluatatsiya i remont – in Russ. (Electrical equipment: exploitation and repair)*, 2010, No. 9, pp.19–26.

14. Akhmetbayev D.S., Aubakir D.A., Sarsikeyev Ye.Zh., Bainiyazov B.A., Surkov M.A., Rozhkov V.I., Ansabekova G.N., Yerbolova A.S., Suleimanov A.Z., Tokasheva M.S. Development of Topological Method for Calculating Current Distribution Coefficients in Complex Power Networks. – Results in Physics, 2017, No. 7, pp. 1644–1649.

15. Akhmetbayev D., Akhmetbayev A., Suleymenov A., Kolcun M. Modeling the Set Mode of Complex Power Grid, Based on Infeed Coefficients. – Proc. of the 9th Intern. Scientific Symposium ELEKTROENERGETIKA, 12–14 september, 2017, Starý Lesný (Slovak Republic).

16. Akhmetbayev D.C., Akhmetbayev A.D., Aidarova A.R. *Metodicheskiye voprosy issledovaniya nadezhnosti bol'shikh sistem energetiki. Vyp. 68. Issledovaniye i obespecheniye nadezhnosti sistem energetiki/Orv. red. N.I.Voropai* (Methodical questions of research of reliability of the large systems of energy. Iss. 68. Research and providing of reliability of the system of energy. (Managing Edit. N.I. Voropai). – Institute of Energy System (Siberian Division), Russian Academy of Sciences. – Irkutsk, 2017, pp. 596–604.

17. *Elektroenergeticheskiye sistemy v primerakh i illyustratsiyakh* (The electroenergy systems are in examples and illustrations). Edit. by V.A. Venikov. Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1983, 504 p.