

# Анализ инженерных моделей главной стадии молнии

КАРЯКИН Р.Н., ЛОСЕВ В.Г.

Показано, что известные инженерные модели дают нереалистичную картину распространения волны тока обратного разряда по каналу молнии, которая может приводить как к существенно заниженным, так и завышенным оценкам электромагнитного поля, создаваемого молнией. Предложено использовать математическую модель неоднородной длинной линии с источником заряда в качестве инженерной модели обратного разряда молнии для расчета электромагнитного поля, индуцированного ударом молнии.

Ключевые слова: неоднородная длинная линия, обратный разряд, канал молнии, инженерная модель

Удар молнии на главной стадии разряда (обратный разряд) создает мощное возмущение электромагнитного поля земли в радиусе нескольких десятков километров от точки удара. В результате распространения волны тока  $i\left(y, t - \frac{y}{v}\right)$  по каналу молнии электрическая напряженность  $E(r, t)$  и магнитная индукция  $B_\varphi(r, t)$  индуцированного им в произвольной точке  $M(r, t)$  поверхности земли электромагнитного поля (рис. 1) определяются известными уравнениями [1]:

$$E_y(r, t) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[ \int_0^{Y(t)} \frac{2y^2 - r^2}{R^5(y)} \int_{\frac{y}{v} + \frac{R(y)}{c}}^t i(y, t - \frac{R(y)}{c}) d\tau dy + \int_0^{Y(t)} \frac{2y^2 - r^2}{cR^4(y)} i(y, t - \frac{R(y)}{c}) dy - \int_0^{Y(t)} \frac{r^2}{c^2 R^3(y)} \times \frac{\partial i(y, t - \frac{R(y)}{c})}{\partial t} dy - \frac{r^2}{c^2 R^3[Y(t)]} i(Y(t), v) \frac{dY(t)}{dt} \right]; \quad (1)$$

$$B_\varphi(r, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \int_0^{Y(t)} \left[ \frac{r}{R^3(y)} i(y, t - \frac{R(y)}{c}) + \frac{r}{cR^2(y)} \times \frac{\partial i\left(y, t - \frac{R(y)}{c}\right)}{\partial t} \right] dy + \frac{r}{cR^2[Y(t)]} i\left(Y(t), \frac{Y(t)}{v}\right) \frac{dY(t)}{dt} \right\}; \quad (2)$$

It is shown that the well-known engineering models unrealistically represent propagation of the back discharge current surge along the lightning channel, which can lead to obtaining either essentially underestimated or overestimated assessments of the electromagnetic field created by lightning. It is proposed to use the mathematical model of a long heterogeneous line with a source of charge as an engineering model of back lightning discharge for calculating the electromagnetic field induced by a lightning stroke.

Key words: long heterogeneous line, back discharge, lightning channel, engineering model

где  $i(y, t)$  – ток обратного разряда молнии на высоте канала  $y$  в момент  $t$ ;  $Y(t)$  – высота фронта волны, регистрируемая наблюдателем в момент времени  $t$ , может быть найдена из уравнения

$$t = \frac{Y(t)}{v} + \frac{R(Y(t))}{c}, \quad (3)$$

где  $v$  – фазовая скорость волны;  $c$  – скорость света.

Таким образом, задача расчета электромагнитного поля, создаваемого ударом молнии, сводится к определению волны тока, распространяющейся с фазовой скоростью  $v$  вдоль канала молнии  $i\left(y, t - \frac{y}{v}\right)$ .

Решение этой задачи находится с помощью инженерных моделей обратного разряда, которые позволяют определить волну тока в произвольной

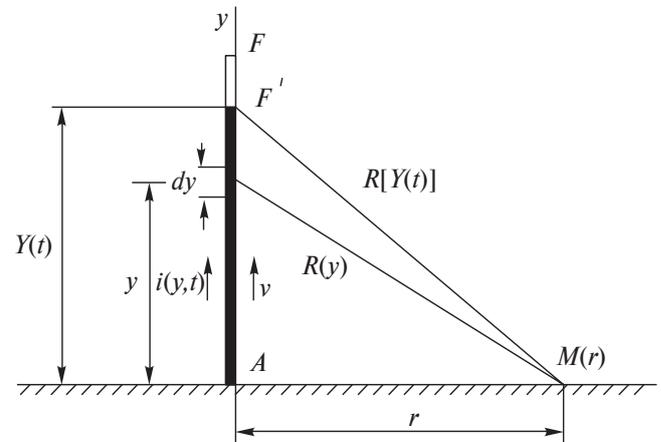


Рис. 1. Расчетная схема, соответствующая уравнениям (1)–(3):  $F'$  – положение фронта волны тока обратного разряда, видимое наблюдателем в точке  $M(r)$  на поверхности земли в момент времени  $t$ ;  $F$  – действительное положение фронта волны тока обратного разряда в момент времени  $t$ ;  $A$  – точка атаки

точке канала молнии  $i\left(y, t - \frac{y}{v}\right)$  по заданному току в основании канала  $i(y=0, t)$ .

Известные инженерные модели могут быть выражены следующим уравнением:

$$i(y, t) = H\left(t - \frac{y}{v}\right) P(y, t) i(y=0, t), \quad (4)$$

где  $H\left(t - \frac{y}{v}\right)$  – единичная функция, равная единице при  $t \geq \frac{y}{v}$  и нулю при  $t < \frac{y}{v}$ ;  $P(y, t)$  – коэффициент, учитывающий затухание и искажение восходящей волны тока по мере её распространения вдоль канала молнии.

Для пяти наиболее употребительных инженерных моделей [1] и модели неоднородной длинной линии с генератором заряда и изменяющейся (нарастающей) емкостью по высоте канала (QCV) [2] в таблице представлены выражения и значения  $P(y, t)$  и фазовой скорости  $v$ . В числе этих моделей – модель длинной линии (TL), модифицированная модель длинной линии с линейным затуханием тока по высоте канала молнии (MTLL), модифицированная модель длинной линии с экспоненциальным затуханием тока по высоте канала молнии (MTLE), модифицированная модель длинной линии с линейным затуханием тока и размыванием его волны с высотой (MTLD), модель с источником блуждающего тока (TCS).

Модель Диендорфера и Юмана (DU, 1990) [1] может быть выражена уравнением

$$i_{DU}(y, t) = H\left(t - \frac{y}{v}\right) \left[ i\left(0, t + \frac{y}{c}\right) - i\left(0, \frac{y}{v} + \frac{y}{c}\right) \exp\left(-\frac{t - y/v}{\tau_D}\right) \right], \quad (5)$$

где  $\tau_D$  – постоянная времени разряда.

Заметим, что в модели DU используется расчетная волна тока, представленная в виде суммы двух токов, каждый из которых определяется уравнением (5), но имеет свою постоянную разряда  $\tau_D$  для того, чтобы гармонизировать расчетное электромагнитное поле модели с измеренным. Обычно эти постоянные для первой и второй составляющих тока принимаются равными 0,6 и 5 мкс соответственно.

Баба и др. (2004 г.) [1] предложили модификацию модели DU с дополнительным затуханием, которая называется моделью MDUD:

$$i_{MDUD}(y, t) = i_{DU}(y, t) \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\lambda_d}{y}\right)^n\right] \right\}, \quad (6)$$

где  $i_{DU}(y, t)$  – восходящая волна тока канала молнии, определяемая уравнением (5).

Рекомендуется принимать  $\lambda_d = 5000$  м и  $n = 2$ . При использовании этих констант амплитуда волны тока модели снижается на высоте 4 и 6 км до 80 и 50% соответственно, в то же время при высоте ниже 2 км значения амплитуд тока остаются теми же, что и при использовании модели DU.

Выполненные в 1990–2004 гг. [1] экспериментальные исследования показали, что из всех рассмотренных инженерных моделей обратного разряда наилучшей способностью воспроизводить все пять характерных свойств формы волны электрических и магнитных полей в диапазоне расстояний от 15 м до 100 км от канала молнии обладает модель MDUD. Формы волны токов на различной высоте вертикального канала молнии, рассчитанные для модели MDUD, даны на рис. 2. Ток в основании канала  $i(0, t)$  характеризуется амплитудой 11 кА и длительностью фронта  $t_0 = 0,15$  мкс. Скорость фронта обратного разряда  $v = 1,3 \cdot 10^8$  м/с. Расчеты показали, что амплитуды тока модели MDUD на высоте 4 и 6 км снижаются по сравнению с амплитудами тока модели DU на 20 и 50% соответственно.

Модель	Коэффициент $P(y, t)$	Скорость распространения волны
TL (Юман и Маклайн, 1969) [1]	1	$v = \text{const}$
TCS (Хайдлер, 1985) [1]	1	то же
MTLL (Раков и Дульзон, 1987) [1]	$1 - y/h$	-“-
MTLE (Нуцци и др., 1988) [1]	$\exp(-y/h)$	-“-
MTLD (Баба и Ишии, 2002) [1]	$\left[ 1 - \exp\left(-\frac{1 - y/v \lambda_p}{\tau}\right) \right] (1 - y/h)$	$v = c$
QCV (Карякин и Лосев, 2008) [2]	$e^{ky} \exp\left[-\frac{1}{k^2} r_a C (e^{ky} - 1) \left(t - \frac{y}{v}\right)^{-1}\right]$	$v = 2 \frac{k^2}{r_a C} y e^{-ky}$

Примечание:  $h$  – полная высота канала молнии;  $\lambda_p$  – постоянная затухания тока ( $\lambda_p = 1000$  м);  $\tau = 0,3$  мкс;  $c$  – скорость света.

Прежде чем перейти к рассмотрению особенностей инженерных моделей (см. таблицу), напомним электрические свойства канала молнии при обратном разряде. Значения параметров канала молнии для рассматриваемой главной стадии разряда по данным экспериментальных исследований [3–8] при  $L=2,3 \cdot 10^{-6}$  Гн/м;  $C=7 \cdot 10^{-12}$  Ф/м были следующими: температура плазмы  $\geq 30\,000$  К; проводимость плазмы  $\sim 10^4$  См/м; радиус плазменного шнура  $\sim 0,03$  м; активное сопротивление плазменного шнура  $r_a \approx 0,035$  Ом/м.

Поскольку для канала молнии во время рассматриваемого обратного разряда  $r_{a \min} \geq 0,035$  Ом/м;  $C_{\min} > 2,5 \cdot 10^{-12}$  Ф/м;  $L_{\max} < 2,5 \cdot 10^{-6}$  Гн/м;  $r_{\Pi \min} > 2,5 \cdot 10^{14}$  Ом·м, неравенство  $(r_a C)_{\min} \gg (L/r_{\Pi})_{\max}$  выполняется и, следовательно, для канала молнии должна быть принята модель  $(C, r_a)$  [2].

Так как  $r_a \neq 0$  и  $r_{\Pi} \neq \infty$ , то волна импульса тока не может распространяться по каналу молнии с постоянной скоростью  $v=1/\sqrt{LC}$  ( $v=c$ ) без затухания. Более того, поскольку  $r_a C \neq L/r_{\Pi}$ , волна импульса тока, распространяясь по каналу молнии, не только затухает, но и существенно искажается.

Учитывая приведенное, можно перейти к оценке инженерных моделей (см. таблицу). В моделях TL и TCS рассматривается распространение волны тока молнии по каналу без искажения и затухания, с постоянной скоростью  $v$ , что соответствует идеальной бесконечно длинной однородной линии LC без потерь ( $r_a=0$ ) и без утечки ( $r_{\Pi}=\infty$ ). В моделях TL, MTLL и MTLE волну тока генерирует неподвижный источник тока, подключенный к началу линии (основание канала молнии). В модели TCS подвижный источник тока, перемещающийся вверх вместе с фронтом волны тока обратного разряда со скоростью  $v$ , генерирует волну тока, распространяющуюся вниз со скоростью света  $c$ .

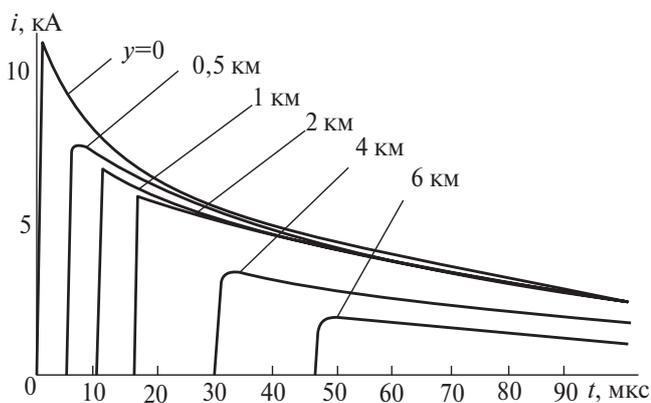


Рис. 2. Формы восходящей волны тока обратного разряда на разной высоте канала молнии, рассчитанные по инженерной модели MDUD для заданного тока в основании канала  $I=11$  кА,  $t_0=0,15$  мкс

В моделях MTLL и MTLE рассматривается распространение волны тока по каналу молнии конечной длины  $h$  без отражения и без искажения, но с затуханием. В первом случае коэффициент затухания изменяется по линейному закону, во втором — по экспоненциальному.

В модели MTL D рассматривается распространение восходящей волны тока по каналу молнии конечной длины  $h$  без отражения, но с учетом экспоненциального затухания во времени и линейного затухания по высоте канала.

Наконец, модель MDUD, являющаяся дальнейшим развитием класса моделей с подвижным источником тока, перемещающимся вверх вместе с фронтом волны тока обратного разряда с постоянной фазовой скоростью  $v$  (TCS, DU), генерирует волну тока, которая распространяется по бесконечно длинному однородному каналу с экспоненциальным затуханием во времени ( $\tau_D$  — постоянная времени разряда) и с более сложным дополнительным затуханием по высоте канала (6).

Характерной особенностью всех рассмотренных моделей является использование источника тока (неподвижного в основании канала или подвижного, перемещающегося вместе с фронтом волны), генерирующего волну тока, форма которой задается независимо от параметров канала. В действительности, как показано в [2], форма волны тока обратного разряда  $i(y,t)$  однозначно определяется параметрами канала и, в первую очередь,  $r_a, Ce^{ky}$ .

Поясним приведенное, анализируя форму волны тока в основании канала молнии, использованную для расчета модели MDUD [1]. Этот анализ проведем на основе оценки адекватности формы волны тока модели MDUD электромагнитным процессам в канале молнии при обратном разряде, описываемом математической моделью [2].

В [2] показано, что математическая модель канала молнии (естественной и триггерной) при коротком нисходящем отрицательном обратном разряде (первом и последующем) может быть представлена в виде подверженной разряду индуцированного отрицательно заряженным грозовым облаком положительного заряда земли  $Q$  неоднородной длинной линии, образованной вертикально натянутым от нижней границы отрицательно заряженного грозового облака до точки атаки проводящим плазменным шнуром с постоянным продольным активным сопротивлением  $r_a$ , окруженным непроводящим чехлом в форме коаксиальной воронки, обращенной вершиной конуса к земле, имеющим поперечную емкость, нарастающую по высоте воронки по закону  $C(y)=Ce^{ky}$ .

Исследованная математическая модель наравне с общепринятыми критериями адекватности  $i(t, Q)$ ;  $i_{\max}(t_0, Q)$ ;  $di/dt(t_0, Q)$  удовлетворяет зависимости фазовой скорости восходящей волны тока от координаты рассматриваемой точки канала  $\psi(y)$ . Специфическая особенность этого идентификационного признака состоит в том, что в основании канала по мере увеличения высоты рассматриваемого участка канала до некоторого критического значения фазовая скорость восходящей волны тока резко возрастает, достигая максимального значения ( $v_{\max} \leq c$ ), и далее плавно затухает по всей высоте канала.

Характерной особенностью канала при первом обратном разряде является относительно низкое активное сопротивление плазменного шнура ( $r_a \leq 0,25$  Ом/м), медленное нарастание емкости чехла (от основания канала к его вершине), низкое входное сопротивление канала ( $Z_{\text{вх}} \leq 300$  Ом). Из-за таких параметров канала первый обратный разряд характеризуется, как правило, наличием отраженных от нижней границы грозового облака волн тока, о чем свидетельствует четко выраженный второй «горб» на осциллограмме волны тока в основании канала.

Канал молнии при последующих обратных разрядах естественных молний, а также при триггерных молниях характеризуется на порядок более высоким активным сопротивлением плазменного шнура ( $r_a \geq 2$  Ом/м), быстрым нарастанием емкости чехла от основания канала к его вершине, высоким входным сопротивлением канала ( $Z_{\text{вх}} \geq 10^3$  Ом).

Последующий обратный разряд можно рассматривать как разряд на бесконечно длинную неоднородную линию индуцированного отрицательно заряженным грозовым облаком положительного заряда земли  $Q$ . При этом восходящие волны тока из-за высокого продольного активного сопротивления канала успевают практически полностью затухнуть, не достигнув нижней границы грозового облака. Высота распространения восходящих волн тока при последующих обратных разрядах  $3y_0$  ограничена пределами  $300 \leq 3y_0 \leq 2700$  м.

В результате анализа математической модели ( $r_a, C e^{ky}$ ) установлено, что длительность фронта волны тока в основании канала молнии  $t_0(y=0)$  связана простым соотношением с двумя основными параметрами обратного разряда ( $k, v_{\max}$ ):

$$t_0(y=0) = \frac{1}{e} \frac{y_0}{v_{\max}(y=y_0)}, \quad (7)$$

где  $y_0 = 1/k$ .

Амплитуды восходящей волны тока молнии убывают с высотой по экспоненциальному закону

$$I(y) = I(0)e^{-ky}, \quad (8)$$

а длительность фронта этой же волны с высотой возрастает по экспоненциальному закону

$$t_0(y) = t_0(y=0)e^{ky}. \quad (9)$$

Таким образом, согласно [2] длительность фронта волны тока молнии в основании канала  $t_0(y=0)$  жестко связана с затуханием амплитуды восходящей волны тока по высоте канала.

Рассмотрим, в какой мере соотношения (7)–(9) соответствуют экспериментальным данным. Дело осложняется тем, что современная измерительная техника не позволяет непосредственно измерить изменение амплитуды восходящей волны тока по высоте канала. Однако Ванг и др. (2005) [1] нашли из сравнительного анализа тока в основании канала и яркости фронта волны разряда триггерной молнии, что амплитуда тока и хорошо измеряемая яркость светового сигнала фронта восходящей волны тока имеют линейное соотношение, которое исчезает после пиковых значений тока. С другой стороны, многочисленные профили яркости фронта восходящей волны тока вдоль канала последующего обратного разряда, полученные Жорданом и др. (1997) [1], показали, что в большинстве случаев пик яркости обратного разряда на высоте 480 и 1400 м снижается до 70–75% и до 25–30% соответственно по сравнению с пиком яркости в основании канала.

Кроме того, эти же исследования Жордана и др. [1] выявили увеличение длительности фронта восходящей волны тока от 1,5 до 4 мкс при распространении обратного разряда от земли до высоты 1400 м.

Расчеты, выполненные по формулам (7)–(9), показали, что в условиях рассматриваемого эксперимента [1] амплитуды восходящих волн тока  $I(y)$  убывают по экспоненциальному закону  $e^{-k_1 y}$ , при этом  $7,3 \cdot 10^{-4} \leq k_1 \leq 8,7 \cdot 10^{-4}$  м<sup>-1</sup>; длительность фронтов волн тока обратного разряда возрастает по экспоненциальному закону  $e^{k_2 y}$ , при этом коэффициент  $k_2 = 7 \cdot 10^{-4}$  м<sup>-1</sup>; наконец, при  $t_0(y=0) = 1,5$  мкс, как это следует из (7), для  $v_{\max}(y_0 = 1224 \text{ м}) = 3 \cdot 10^8$  м/с  $k_3 = 8,17 \cdot 10^{-4}$  м<sup>-1</sup>.

Учитывая, что наибольшая погрешность измерений в этом эксперименте была 20% [1, 7], полученная устойчивость диапазона изменения значений коэффициента  $k = 7,7 \cdot 10^{-4}$  м<sup>-1</sup> ( $\pm 13\%$ ) может быть признана вполне удовлетворительной для доказательства адекватности математической модели

и, следовательно, её можно использовать для оценки решений, получаемых с помощью инженерных моделей обратного разряда.

Как уже было отмечено, наиболее совершенной из всех известных инженерных моделей обратного разряда для расчета электромагнитных полей признана модель MDUD, для которой рассчитаны формы восходящих волн токов обратного разряда на различной высоте канала молнии (рис. 2) [1]. Рассмотрим реалистичность картины обратного разряда по модели MDUD.

Исходя из изложенного, доказательством реалистичности картины распространения восходящей волны тока по каналу молнии может быть достаточная близость численных значений коэффициентов  $k_1, k_2, k_3$  к их среднему значению  $k$ :

$$\frac{|k_i - k|_{\max}}{k} \leq 0,2. \quad (10)$$

При этом все коэффициенты должны быть определены независимо один от другого: по затуханию амплитуды волны тока (8) –  $k_1$ , по возрастанию длительности фронта (9) –  $k_2$  и по основному соотношению для канала молнии (7) –  $k_3$ . После вычислений получим  $k_1 = 2,84 \cdot 10^{-4}$ ;  $k_2 = 0$ ;  $k_3 = 8,175 \cdot 10^{-3}$ .

Нетрудно показать, что найденные значения коэффициентов  $k_1, k_2, k_3$  не удовлетворяют условию (10), и потому картина распространения восходящей волны тока по каналу молнии не может быть признана реалистичной и, следовательно, не может быть рекомендована для использования при расчетах электромагнитного поля, создаваемого молнией во время обратного разряда. Поясним: форма восходящей волны тока обратного разряда молнии  $i(y, t)$  на всех этапах её распространения от земли до грозового облака однозначно определяется основными параметрами канала молнии ( $y_0, v_{\max}(y_0) \leq c$ ) [2]. В частности, длительность фронта этой волны в основании канала  $t_0(y=0)$  определяется вертикальной координатой канала  $y_0$ , в которой скорость волны достигает максимального значения  $v_{\max}(y_0) \leq c$  – формула (7). Это утверждение равносильно следующему: длительность фронта волны  $t_0(y=0)$  однозначно определяется коэффициентом  $k$  ( $k=1/y_0$ ), который характеризует скорость нарастания емкости по высоте канала молнии ( $Ce^{ky}$ ), скорость затухания амплитуды волны тока  $\frac{I(y)}{I(0)} = e^{-ky}$  и скорость нарастания длительности фронта волны  $\frac{t_0(y)}{t_0(y=0)} = e^{ky}$ . Таким образом, задав длительность фронта волны тока в основании

канала  $t_0(y=0) = 0,15$  мкс, авторы модели MDUD уже предопределили значение коэффициента  $k$ . В самом деле, поскольку максимальная фазовая скорость волны тока  $v_{\max}(y_0)$  изменяется в сравнительно узких пределах:  $1,3 \cdot 10^8 \div 3 \cdot 10^8$  м<sup>-1</sup> [7], то, следовательно,  $k = 1,89 \cdot 10^{-2} \div 0,818 \cdot 10^{-2}$  м<sup>-1</sup> при  $t_0(y=0) = 0,15$  мкс. Если из двух предельных значений принять более «благоприятное» для модели MDUD  $k = 0,818 \cdot 10^{-2}$  ( $v_{\max} = 3 \cdot 10^8$  м/с), то при  $y = 500$  м амплитуда волны тока должна составить 0,18 кА (относительное значение 0,017), т.е. примерно в 40 раз меньше, чем получено при расчете по модели MDUD.

Если же принять, что на высоте 6 км амплитуда волны тока молнии снижается до 2 кА (0,18 значения амплитуды в основании канала), то это означает, что  $k = 2,84 \cdot 10^{-4}$  м<sup>-1</sup> и, следовательно,  $t_0(y=0)$  должно быть равным 4,3 мкс. При этом по мере распространения восходящей волны тока обратного разряда длительность фронта волны будет непрерывно возрастать и на уровне 6 км достигнет 23,6 мкс. Это обстоятельство модель MDUD также не учитывает.

Приведенные замечания позволяют считать, что вопрос о дальнейшем совершенствовании и развитии инженерных моделей обратного разряда молнии не потерял своей актуальности. В связи с этим представляется возможным в качестве одного из вариантов решения этой задачи (разработка адекватной инженерной модели) рассмотреть использование математической модели неоднородной длинной линии с генератором заряда [2], дающей выражение для восходящей волны тока обратного разряда молнии в виде

$$i(y, t) = 2QH \left( t - \frac{y}{v} \right) \left( t - \frac{y}{v} \right)^{-2} e^{-2t_0 \left( t - \frac{y}{v} \right)^{-1}}, \quad (11)$$

где  $t_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{k^2} r_a C e^{-ky}$ ;  $v = 2 \frac{k^2}{r_a C} y e^{-ky}$ ;  $Q$  – разряжаемый заряд, Кл.

Формулу (11) можно представить в виде привычной для инженерных моделей записи уравнения (4), в которой

$$P(y, t) = e^{ky} \exp \left[ -\frac{1}{k^2} r_a C (e^{ky} - 1) \left( t - \frac{y}{v} \right)^{-1} \right]. \quad (12)$$

В отличие от последующих разрядов (и триггерных молний) для первого обратного разряда граничные условия  $\lim_{y \rightarrow h} i(y) = 0$  не выполняются, и потому выражение (11), не учитывающее конечную длину канала молнии, не вполне корректно для

этого разряда. В этом случае для получения результирующей волны тока в точке атаки необходимо к основной волне тока (11) добавить отраженные волны, поэтому общее решение для результирующей волны тока следует искать в виде

$$i(y=0,t) = \sum_{m=0}^{\infty} i_m(t), \quad (13)$$

где

$$i_m(t) = 2Qt_0 H_m(t - m\Delta t) \times (t - m\Delta t)^{-2} e^{-2t_{0m}(t - m\Delta t)^{-1}} e^{-2mkh}. \quad (14)$$

Здесь  $H_m(t - m\Delta t)$  – единичная функция (при  $m=0$  равна нулю, если  $t < 0$ ; равна единице, если  $t > 0$ ; при  $m \geq 1$  эта функция равна нулю, если  $(t - m\Delta t) \leq 0$ , и равна единице, если  $(t - m\Delta t) \geq 0$ );  $t_{0m} = t_0(y=0)e^{2mkh}$ ;  $\Delta t = 2h / v_{cp}$  ( $v_{cp}$  – средняя фазовая скорость волны тока вдоль канала, м/с).

Таким образом, выражение результирующего тока в основании канала при первом обратном разряде запишется в виде:

$$i(y=0,t) = 2Qt_0 \sum_{m=0}^{\infty} H_m(t - m\Delta t) \times (t - m\Delta t)^{-2} e^{-2t_{0m}(t - m\Delta t)^{-1}} e^{-2mkh}. \quad (14a)$$

Для инженерных расчетов волны тока в основании канала при  $h \geq 3 \cdot 10^3$  можно ограничиться двучленным выражением:

$$i(y=0,t) = 2Qt_0(y=0) [H_0(t) t^{-2} e^{-2t_0 t^{-1}} + H_1(t - \Delta t) (t - \Delta t)^{-2} e^{-2t_{01}(t - \Delta t)^{-1}} e^{-2kh}];$$

в произвольной точке канала на высоте  $y$

$$i(y,t) = 2Qt_0(y=0) [H_0\left(t - \frac{y}{v}\right) \left(t - \frac{y}{v}\right)^{-2} e^{-2t_0(y=0)\left(t - \frac{y}{v}\right)^{-1}} + H_1(t - \Delta t) (t - \Delta t)^{-2} e^{-2t_{01}(t - \Delta t)^{-1}} e^{-k(2h-y)}],$$

где  $t_{01} = t_0(y=0)e^{k(2h-y)}$ ;  $\Delta t = (2h - y) / v$ .

Полученные результаты могут быть полезными для оценки параметров первого обратного разряда.

На рис. 3 представлена соответствующая предлагаемой модели QCV картина распространения восходящей волны тока первого обратного разряда молнии от земли по каналу до высоты 6 км. Канал характеризуется значением коэффициента  $k = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$  ( $y_0 = 2000 \text{ м}$ ,  $v_{max}(y_0) = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ). Сле-

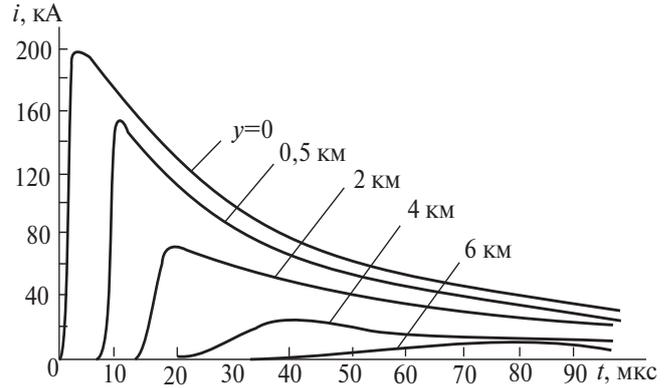


Рис. 3. Формы восходящей волны тока первого обратного разряда на разной высоте канала молнии при токе в основании канала  $I(y=0) = 200 \text{ кА}$ ,  $t_0(y=0) = 2,5 \text{ мкс}$

дует обратить внимание на экспоненциальное затухание амплитуды волны тока и экспоненциальный рост длительности её фронта.

На рис. 4 представлена аналогичная картина распространения восходящей волны тока последующего обратного разряда молнии от земли по каналу до высоты 300 м. Канал характеризуется значением коэффициента  $k = 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  ( $y_0 = 100 \text{ м}$ ,  $v_{max}(y_0) = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ). Здесь экспоненциальное затухание амплитуды волны тока и экспоненциальный рост длительности её фронта выражены еще сильнее.

Полагаем, что предлагаемая методика определения восходящей волны тока при первом и последующих обратных разрядах может оказаться полезной для уточнения расчетов электромагнитных полей, создаваемых ударами молнии.

Анализ известных инженерных моделей обратного разряда молнии позволил установить, что используемые во всех моделях источники тока генерируют волну тока, параметры которой выбраны без учета свойств канала молнии, хотя последние, в действительности, определяют форму волны тока во всех точках канала, в том числе и в основании канала молнии [9, 10]. Вследствие этого картина

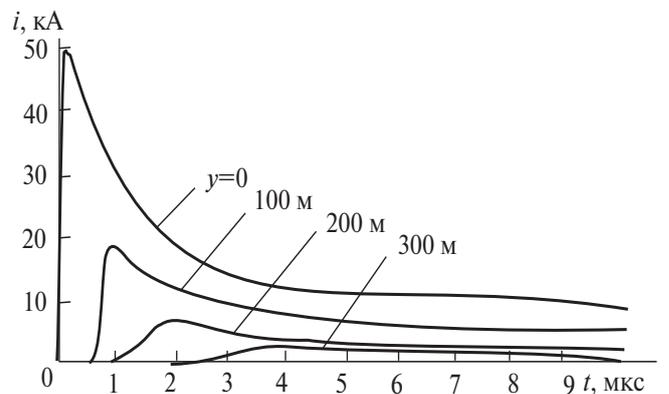


Рис. 4. Формы восходящей волны тока последующего обратного разряда на разной высоте канала молнии при токе в основании канала  $I(y=0) = 50 \text{ кА}$ ,  $t_0(y=0) = 0,125 \text{ мкс}$

распространения восходящей волны тока при обратном разряде молнии оказывается нереалистичной: заниженная скорость затухания пиков волн тока по высоте канала не согласуется со значениями крутизны фронта волны в основании канала, а увеличение длительности фронта волны по высоте канала практически отсутствует. Кроме того, все известные модели не учитывают отраженных волн тока от нижней границы грозового облака [11], что приводит к существенному занижению электромагнитного поля, особенно для первого обратного разряда молнии [12].

Во всех инженерных моделях не учтено общее свойство фронта волны тока молнии при обратном разряде для  $t - \frac{y}{v} = 0$  [9, 10]: производная  $\frac{\partial i}{\partial t} \left( y, t - \frac{y}{v} \right)$  равна нулю.

Вследствие неадекватной картины распространения восходящей волны тока обратного разряда по каналу молнии расчеты электромагнитного поля, создаваемого ударом молнии, будут давать заметное снижение точности и степени достоверности конечных расчетных результатов.

**Выводы.** 1. Все инженерные модели исходят из предположения об однородности канала молнии при обратном разряде, в частности об однородности поперечной емкости чехла канала по его высоте. В действительности, поперечная емкость чехла канала, имеющего форму воронки, обращенной вершиной конуса к земле, нарастает по высоте канала по закону:  $C_y = Ce^{ky}$ , при этом коэффициент  $k$  определяет характер протекания всех электромагнитных процессов в канале.

2. Во всех инженерных моделях скорость распространения фронта волны тока обратного разряда молнии принимается постоянной. В действительности, скорость фронта восходящей волны обратного разряда изменяется по сложному закону — относительно быстро нарастает до максимального значения и далее плавно снижается. Влияние этого обстоятельства на точность расчета электромагнитного поля, создаваемого молнией, заслуживает специального рассмотрения.

3. При заданном разряжаемом заряде форма волны тока молнии при обратном разряде во всех точках канала однозначно определяется параметрами канала. В частности, длительность фронта волны тока в основании канала, возрастание длительности фронта по высоте канала и убывание амплитуды волны тока молнии по высоте канала определяются скоростью экспоненциального нарастания емкости чехла канала, вариации которой определяют изменение этих параметров.

4. Для повышения точности и достоверности расчетов электромагнитного поля, создаваемого ударом молнии, предлагается в качестве одной из инженерных моделей использовать разработанную математическую модель неоднородной длинной линии с источником заряда — модель QCV. Использование этой модели позволит избежать выявленных недостатков известных моделей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baba Y., Rakov V.A. Lightning: Principles, Instruments and Application. Ch.1. Present Understanding of the Lightning Return Stroke/Eds. H.D. Betz, U. Schumann and P. Laroche. — Springer, 2009.
2. Карякин Р.Н., Лосев В.Г. Математическая модель канала молнии. — Электричество, 2009, № 10.
3. Горин Б.Н. Математическое моделирование главной стадии молнии. — Электричество, 1985, № 4.
4. Rakov V.A. Some inferences on the propagation mechanisms of dart leaders and return strokes. — Journal of Geophysical Research, 27 January, 1998, vol. 103, No. D2.
5. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Физика молнии и молниезащиты. — М.: Физматлит, 2001.
6. Rakov V.A. and Uman M.A. Lightning Physics and Effects. — Cambridge University Press, 2006.
7. Rakov V.A. Lightning Return Stroke Speed: A Review of Experimental Data. — 27th International Conference on Lightning Protection (ICLP), Avignon (France), 2004.
8. Александров Г.Н. Молния и молниезащита. — СПб: Изд-во СПбГПУ, 2007.
9. Кадомская К.П., Рейхердт А.А. Моделирование волны тока молнии при расчетах грозоупорности электрических сетей. — Электричество, 2006, № 11.
10. Карякин Р.Н., Лосев В.Г. Форма волны тока молнии в контактной сети. — Электричество, 2008, №11.
11. Rakov V.A., Rachidi F. Overview of Recent Progress in Lightning Research and Protection. — IEEE Tr. on Electromagnetic Compatibility, Aug. 2009, vol. 51, №3.
12. Карякин Р.Н., Лосев В.Г. Удар молнии в высокую башню. — Электричество, 1911, №7.

[04.08.11]

*Авторы: Карякин Рудольф Николаевич окончил факультет электрификации железных дорог Московского электромеханического института инженеров железнодорожного транспорта в 1952 г. В 1976 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование электромагнитных процессов в тяговых сетях переменного тока (в связи с проблемами электробезопасности)» во Всесоюзном научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта. Главный научный сотрудник отдела комплексной защиты электроустановок Научно-исследовательского института электромонтажной технологии.*

*Лосев Виктор Григорьевич окончил факультет электрификации железных дорог Московского института инженеров железнодорожного транспорта в 1983 г. В 2007 г. защитил кандидатскую диссертацию «Повышение эффективности молниезащиты тяговых сетей переменного тока» в Московском государственном университете путей сообщения (МИИТ). Начальник Управления электрификации и электроснабжения ОАО «РЖД».*