

Инварианты параметров источников неизменной мощности

ПЕНИН А.А.

Используется интерпретация характерных для электрических цепей дробно-линейных и квадратичных выражений как преобразований проективной геометрии. Проективные преобразования сохраняют инвариант – сложное отношение (двойная пропорция) четырех выборок (значений) изменяемых параметров режима (токи, сопротивления) на одном или на разных участках цепи. Привлекательным свойством сложного отношения является взаимное сокращение погрешностей измерения параметров режима. Получаемые прямые формулы перерасчета токов обладают групповыми свойствами. Изменения значений сопротивлений и токов вводятся иным образом в отличие от изменений в виде приращений. Для источника неизменной мощности с двухзначной нагрузочной характеристикой определены соответствующие инварианты в ограниченной однозначной рабочей области характеристики. Обоснованы изменения параметров режима и выведены прямые формулы перерасчета. Полученные результаты представляют практический интерес для перерасчета напряжения емкостного накопителя по измененным выборкам тока источника неизменной мощности.

К л ю ч е в ы е с л о в а: электрические цепи, источник неизменной мощности, изменяемые параметры цепи, двухзначная характеристика, проективные преобразования, сложное отношение

В теории электрических цепей уделяется внимание цепям с изменяемыми сопротивлениями или режимами работы. Известны теорема об эквивалентном генераторе, линейные соотношения между токами и напряжениями, дробно-линейные соотношения между токами и сопротивлениями [1–5]. Отдельного внимания заслуживает теорема вариации параметров, которая дает прямые формулы перерасчета токов на каких-либо участках цепи при изменении сопротивлений или нагрузок [6–9]. Эти методы позволяют упростить расчет режимов цепи, например системы электропитания постоянного тока, содержащей источник и накопителя энергии, распределительную резистивную сеть, соответствующие согласующие преобразователи напряжения [10]. Конечная мощность источников и накопителей энергии, потери в резистивной сети и преобразователях напряжения приводят к взаимовлиянию и ограничению мощности изменяемых нагрузок [11]. Также проявляется двужначность регулировочных и входных вольт-амперных характеристик различных преобразователей напряжения [12]. Однако сложившиеся методы не полностью раскрывают особенности и полезные в практике свойства цепей с изменяемыми режимами работы. В частности, в теореме вариации параметров изменения сопротивлений и токов задаются в виде приращений. Поэтому при перерасчете цепи в случае ряда или группы изменений этих сопротивлений приходится приращения отсчитывать относительно исходной цепи. Это указывает на невыполнение

групповых свойств и ограничивает возможности теоремы.

В ряде работ автора развивается подход на основе интерпретации характерных для теории электрических цепей дробно-линейных выражений как проективных преобразований (перемещений точек, линий и т.д.) в смысле проективной геометрии [13–15]. Проективные преобразования сохраняют инвариант – сложное отношение (двойная пропорция) четырех выборок (значений) изменяемого сопротивления и соответствующих значений токов в разных участках цепи [16–19]. В качестве трех выборок удобно использовать характерные значения нагрузок (короткое замыкание, холостой ход и т.д.), которые задаются на качественном уровне, а четвертой выборкой является текущее значение параметра изменяемой нагрузки. Поэтому сложное отношение принимается за показатель режима, инвариантный к виду фактических параметров режима и участкам цепи. Отсюда следуют прямые формулы перерасчета токов, которые обладают групповыми свойствами. Это позволяет выразить конечные значения токов через их промежуточные значения и значения сопротивлений. Изменения фактических значений сопротивлений и токов вводятся иным образом в отличие от как бы очевидных, но формальных изменений в виде приращений. Обратная задача: можно рассчитать сопротивление нагрузок по измеренным выборкам токов в удобном участке цепи. В прикладном плане получаем дистанционное измерение сигналов резистивных

датчиков через многопроводные линии связи с потерями. В этом случае привлекает внимание структура выражения сложного отношения — ошибки измерения токов взаимно сокращаются. Кроме того, безразмерный вид сложного отношения обосновывает нормированные выражения для фактических параметров относительно характерных значений, что повышает информативность текущего режима и позволяет сравнивать параметры режима разных цепей.

Как известные результаты в теории цепей, так и подход автора представляют также методологический интерес — показывают физический смысл и понимание «механизма» взаимовлияния элементов цепи, что дополняет современные компьютерные системы моделирования и расчета.

Проективные преобразования (в широком смысле преобразования в неевклидовых геометриях) находят применение в различных областях электроники и электротехники [20–24]. В частности, метод сложного отношения позволяет повысить точность средств измерения с дробно-линейной шкалой [25, 26]. На вход измерительного прибора последовательно подаются значения трех тестовых (опорных) и измеряемой величин. Погрешности измерений этих четырех выборок взаимно сокращаются при вычислении сложного отношения. Тогда измеряемая величина рассчитывается через сложное отношение и известные опорные значения.

Естественно найти и применить инварианты для преобразователей напряжения (ПН) разных типов или режимов работы. Так, получены инварианты на основе сложного отношения для регулятора напряжения заданной нагрузки, стабилизатора напряжения изменяемой нагрузки с нелинейными регулировочными характеристиками в ограниченной однозначной рабочей области [27, 28].

Частные случаи режимов работы подобных ПН приводят к понятиям источника и потребителя неизменной мощности как нового элемента в теории электрических цепей [29, 30]. Примером потребителя мощности является идеализированный стабилизатор напряжения, работающий в широком диапазоне входного напряжения. Аналогично источником мощности является, в частности, инвертирующий преобразователь напряжения. Источники мощности применяются, например, при заряде емкостных накопителей энергии [31–32]. Представленные новые элементы в теории цепей характеризуются нелинейными вольт-амперными характеристиками (ВАХ) и двузначным режимом работы. В свою очередь, учет потерь для источника и потребителя мощности в виде выделенных четырехполюсников выявляет также двузначность ВАХ этих

устройств [33]. Также проявляются инварианты на основе сложного отношения для потребителя мощности при изменении того или иного элемента цепи. В этом случае использовались проективные преобразования ВАХ как кривых второго порядка [18, 19].

Полученные сложные отношения как определения показателей режима для ПН разных типов инвариантны к виду фактических параметров и участкам цепи, позволяют выделить ограниченную однозначную рабочую область двухзначных рабочих характеристик, вывести прямые формулы перерасчета. Специально отмечается, что вид режима работы ПН обосновывает выражения для изменений фактических параметров режима и было бы некорректно заранее вводить эти изменения в виде приращений, отношений и т.д.

Далее появляется проблема — найти аналогичные инварианты для источника неизменной мощности. В практическом плане, например при заряде емкостного накопителя, возникает задача перерасчета значений напряжения накопителя по измеренным выборкам тока источника мощности. Оказывается, что выполняются сложные отношения для квадратичных значений токов и напряжений в ограниченной однозначной рабочей области двухзначных ВАХ и нагрузочных характеристик. На этой основе удается получить выражения для изменений фактических параметров режима, вывести прямые формулы перерасчета, что составляет содержание настоящей работы.

Обоснование однозначной рабочей области. Пусть источник мощности P_0 подключен к изменяемой нагрузке через резистивный четырехполюсник с Y -параметрами на рис. 1,а. Предлагаемую цепь можно рассматривать как обобщение инвертирующего преобразователя напряжения постоянного тока, в котором накопленная (и отдаваемая) энергия в индуктивности определяет значение мощности P_0 , а потери в элементах схемы задают параметры четырехполюсника.

Уравнение ВАХ непосредственно источника мощности (на входе четырехполюсника)

$$I_0(U_0) = \frac{P_0}{U_0} \quad (1)$$

представляет гиперболу на рис. 1,б; асимптотами являются оси координат.

Аналогично ВАХ источника мощности на выходе четырехполюсника $I_1(U_1)$ представляет собой, как будет показано ниже, также гиперболу, но ветви которой пересекают оси координат. В этом случае имеет место неоднозначность режима, когда одному значению напряжения (тока) соответствуют два значения тока (напряжения). Но проводимость

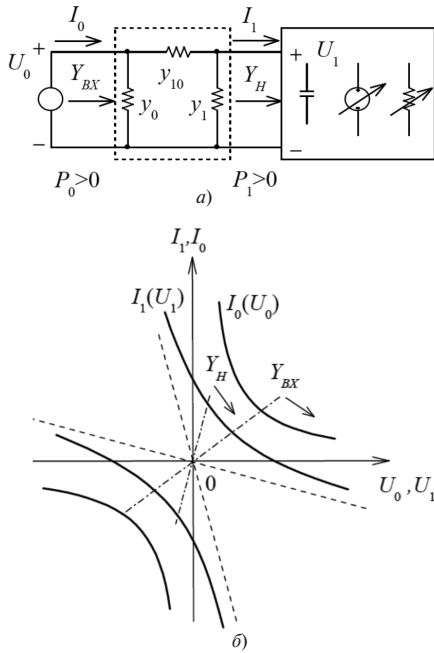


Рис. 1. Источник неизменной мощности с четырехполосником потерь и изменяемой нагрузкой: *a* – схема цепи; *б* – вольт-амперные характеристики источника на входе $I_0(U_0)$ и выходе $I_1(U_1)$ четырехполосника

нагрузки $Y_H = I_1/U_1$ как поворот радиуса-вектора (показано стрелкой) однозначно определяет режим. Этой проводимости соответствует проводимость $Y_{BX} = I_0/U_0$ на входе четырехполосника.

С учетом указанного направления токов получаем уравнение цепи через параметры передачи (*a*-параметры):

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{11}}{Y_{10}} & \frac{1}{Y_{10}} \\ \frac{\Delta_Y}{Y_{10}} & \frac{Y_{00}}{Y_{10}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $\Delta_Y = Y_{00}Y_{11} - (Y_{10})^2$ – определитель матрицы *Y*-параметров; $Y_{00} = y_0 + y_{10}$; $Y_{11} = y_{10} + y_1$; $Y_{10} = y_{10}$.

Известно свойство определителя *a*-параметров:

$$\Delta_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1,$$

поэтому вводятся удобные гиперболические функции:

$$\Delta_a = \text{ch}^2 \gamma - \text{sh}^2 \gamma = 1; \quad \text{ch}^2 \gamma = \frac{Y_{00}Y_{11}}{Y_{10}^2}; \quad \text{sh}^2 \gamma = \frac{\Delta_Y}{Y_{10}^2}, \quad (3)$$

тогда (2) примет вид:

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \\ \rho_{BX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch} \gamma & \text{sh} \gamma \\ \text{sh} \gamma & \text{ch} \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \frac{\rho_H}{\sqrt{\Delta_Y}} \\ I_1 \sqrt{\Delta_Y} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где характеристическая (волновая) проводимость четырехполосника со стороны входа и нагрузки

$$\rho_{BX} = \sqrt{\frac{Y_{00}\Delta_Y}{Y_{11}}}; \quad \rho_H = \sqrt{\frac{Y_{11}\Delta_Y}{Y_{00}}}. \quad (5)$$

Получим выражение гиперболы $I_1(U_1)$. Из (4) следует выражение для мощности на входе четырехполосника (принимая мощность источника мощности $P_0 > 0$):

$$U_0 \frac{I_0}{\rho_{BX}} = \frac{P_0}{\rho_{BX}} = U_1^2 \frac{\rho_H^2}{\Delta_Y} \text{sh} \gamma \text{ch} \gamma + U_1 I_1 \frac{\rho_H}{\Delta_Y} (\text{ch}^2 \gamma + \text{sh}^2 \gamma) + \frac{I_1^2}{\Delta_Y} \text{sh} \gamma \text{ch} \gamma. \quad (6)$$

График ВАХ представляет вышеуказанную гиперболу на рис. 1,б. Уравнения асимптот:

$$U_1 = -\frac{I_1}{\rho_H \text{th} \gamma}; \quad U_1 = -\frac{I_1 \text{th} \gamma}{\rho_H}.$$

Помимо вышеуказанной неоднозначности проявляется также неоднозначность в том смысле, что значения тока и напряжения совместно стремятся к бесконечности. Поэтому не получается составить сложное отношение, инвариантное к виду заданных параметров. Но переход к квадратичным значениям напряжения нагрузки и входного тока (как зависимости от проводимости нагрузки) устраняет эту неоднозначность. Для этого с учетом проводимости нагрузки разделим все составляющие выражения (6) на первое слагаемое

$$\frac{U_1^{-2} P_0 \Delta_Y}{\rho_{BX} \rho_H^2 \text{sh} \gamma \text{ch} \gamma} = 1 + \frac{Y_H}{\rho_H} \frac{1 + \text{th}^2 \gamma}{\text{th} \gamma} + \frac{Y_H^2}{\rho_H^2}. \quad (7)$$

В (7) размерность величины $U_1^{-2} P_0$ соответствует проводимости. Но непосредственно измеряемым параметром является напряжение нагрузки (или его квадратичное значение). Вводим нормированные значения обратного квадратичного значения напряжения и проводимости нагрузки:

$$\bar{U}_1^{-2} = \frac{U_1^{-2} P_0 \Delta_Y}{\rho_{BX} \rho_H^2 \text{sh} \gamma \text{ch} \gamma} = \frac{U_1^{-2} P_0 Y_{10}^2}{Y_{11} \Delta_Y}; \quad \bar{Y}_H = \frac{Y_H}{\rho_H}. \quad (8)$$

В конечном итоге из (7) следует уравнение параболы

$$\bar{U}_1^{-2} = 1 + \bar{Y}_H \frac{1 + \text{th}^2 \gamma}{\text{th} \gamma} + \bar{Y}_H^2. \quad (9)$$

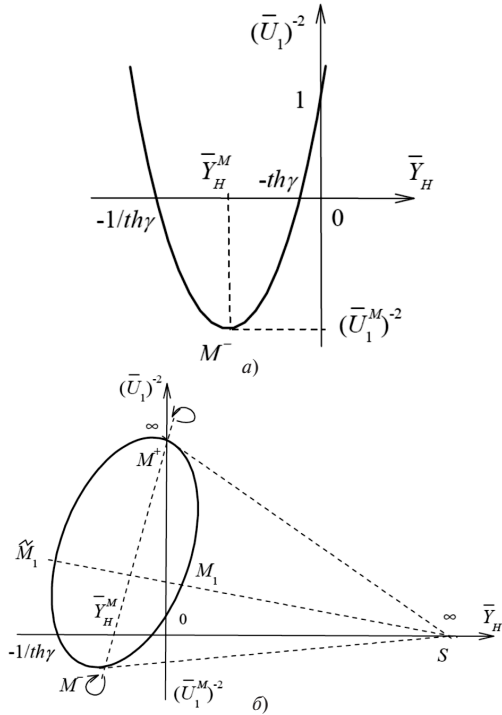


Рис. 2. Обратная квадратичная нагрузочная характеристика в декартовой (а) и проективной (б) системах координат

График этой зависимости (назовем ее обратная квадратичная нагрузочная характеристика) с характерными значениями переменных представлен на рисунке 2,а. В частности, первая точка экстремума (вершина кривой) M^- соответствует

$$\bar{Y}_H^M = -\frac{1 + \operatorname{th}^2 \gamma}{2\operatorname{th} \gamma}; (\bar{U}_1^M)^{-2} = -\left(\frac{1 + \operatorname{th}^2 \gamma}{2\operatorname{th} \gamma}\right)^2. \quad (10)$$

Вторая точка экстремума соответствует бесконечно удаленной точке. Отрицательные значения величин в (10) соответствуют режиму потребления энергии источником мощности и условию $P_0 < 0$, в этом случае нагрузка отдаёт энергию ($P_1 < 0$).

Выделим такую ограниченную область изменения \bar{Y}_H и $(\bar{U}_1)^{-2}$, для которой выполняется взаимная однозначность. Очевидно, эта область содержит по четыре характерные точки:

$$\bar{Y}_H \in (\bar{Y}_H^M, -\operatorname{th} \gamma, 0, \infty); (\bar{U}_1)^{-2} \in ((\bar{U}_1^M)^{-2}, 0, 1, \infty). \quad (11)$$

Для пояснения и обоснования указанной однозначной области рассмотрим параболу (9) в проективной системе координат на рис. 2,б. В такой системе координат бесконечно удаленные точки расположены в конечной области рисунка, а сами прямые линии являются замкнутыми. Поэтому оси координат замыкаются, а точки $-\infty, +\infty$ совпадают. Тогда парабола выглядит замкнутой кривой (эл-

липсом). Касательные прямые к точкам экстремума M^-, M^+ пересекаются в бесконечно удаленной точке S , которая является полюсом, а прямая, проходящая через точки экстремума, называется полярой. Получается своего рода симметрия или отображение «правой» части нашей кривой на «левую» часть. Поэтому точке M_1 текущего режима соответствует точка \tilde{M}_1 . В этом смысле точки M^-, M^+ остаются неподвижными, как показано замкнутыми стрелками.

Учитывая (8) и (9), будем использовать выражение с более привычным квадратичным значением напряжения (мощность единичной проводимости):

$$\bar{U}_1^2 = \frac{1}{1 + \bar{Y}_H \frac{1 + \operatorname{th}^2 \gamma}{\operatorname{th} \gamma} + \bar{Y}_H^2}. \quad (12)$$

График такой сложной кривой третьего порядка (12) представлен на рис. 3. Очевидно, однозначная область по напряжению (заштрихована) соответствует обратным значениям (11):

$$\bar{U}_1^2 \in ((\bar{U}_1^M)^2, \infty, 1, 0). \quad (13)$$

Рассмотрим зависимость входного тока от проводимости нагрузки. Из (4) следует

$$\frac{I_0}{\rho_{\text{вх}} U_0} = \frac{Y_{\text{вх}}}{\rho_{\text{вх}}} = \frac{\operatorname{th} \gamma + \frac{Y_H}{\rho_H}}{1 + \frac{Y_H}{\rho_H} \operatorname{th} \gamma}. \quad (14)$$

С учетом (1) получаем зависимость нормированного квадратичного значения входного тока от нормированной проводимости нагрузки:

$$\bar{I}_0^2 = \frac{I_0^2}{\rho_{\text{вх}} P_0} = \frac{\operatorname{th} \gamma + \bar{Y}_H}{1 + \bar{Y}_H \operatorname{th} \gamma}. \quad (15)$$

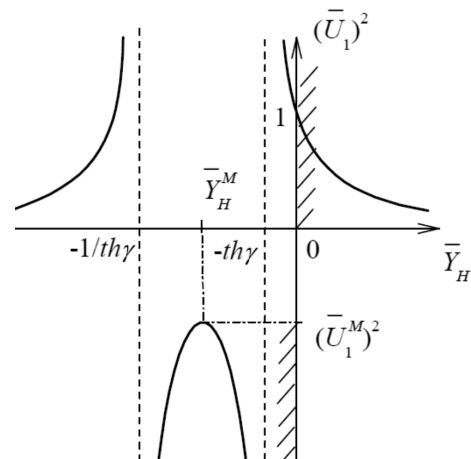


Рис. 3. Прямая квадратичная нагрузочная характеристика

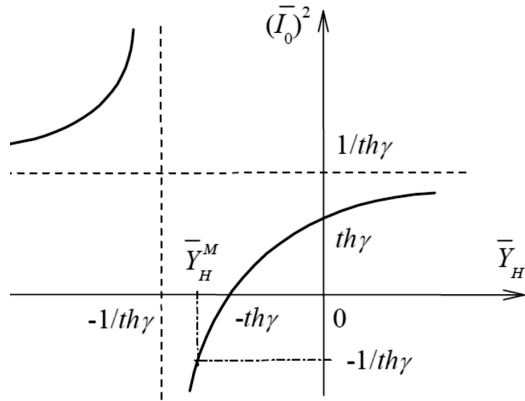


Рис. 4. Квадратичная входная нагрузочная характеристика

График гиперболы (15) с характерными значениями переменных представлен на рис. 4. С учетом значений координат экстремальной точки (10) соответствующее характерное нормированное значение тока

$$(\bar{I}_0^M)^2 = -\frac{1}{th\gamma}. \quad (16)$$

Для наглядности соответствие параметров режима в однозначной рабочей области точкам ха-

рактерных режимов, исходного U_1^1, I_1^1, I_0^1 и последующего U_1^2, I_1^2, I_0^2 , представлено на рис. 5. Рассмотрим смысл характерных точек на примере выражения (15).

В режимах холостого хода

$$\bar{Y}_H = 0; \quad \bar{I}_0^2 = th\gamma; \quad (17)$$

короткого замыкания

$$\bar{Y}_H = \infty; \quad \bar{I}_0^2 = \frac{1}{th\gamma}. \quad (18)$$

Поэтому значение тока (16) как отрицательное значение тока короткого замыкания физически означает противоположное направление фактического тока (15):

$$(\bar{I}_0^M)^2 = \frac{(-P_0)\rho_{ВХ}}{th\gamma} = P_0 Y_{00}. \quad (19)$$

∞	0	$1,7622$	$2,4$	$3,5778$	I_1
$2,2361$	$0,7906$	$0,3894$	$0,25$	0	U_1
-8	1	$0,2426$	$0,1$	0	$(\bar{U}_1)^2$
$(\bar{U}_1^M)^2$					
$-1,0607$	$-0,7071$	1	$2,1213$	∞	\bar{Y}_H
\bar{Y}_H^M	$-th\gamma$				
$-4,4721$	0	$3,1623$	$3,7605$	4	I_0
$-1,4142$	0	$0,7071$	1	$1,1314$	$1,4142$
$-1/th\gamma$	$th\gamma$			$1/th\gamma$	$(\bar{I}_0)^2$
0	1	9	$33,974$	$0,4194$	81
			m_{U1}^2	m_{U1}^{21}	m_{U1}^1
0	1	3	$5,8286$	$0,6476$	9
			m_{I0}^2	m_{I0}^{21}	m_{I0}^1
-1	∞	$0,125$	$0,03033$	$-0,4091$	$0,0125$
			$(\hat{U}_1^2)^2$	$(U_1^{21})^2$	$(\hat{U}_1^1)^2$
-1	0	$0,5$	$0,7071$	$-0,2139$	$0,8$
			$(\hat{I}_0^2)^2$	$(I_0^{21})^2$	$(\hat{I}_0^1)^2$

Рис. 5. Соответствие значений параметров режима в однозначной рабочей области

Тогда источник мощности потребляет «свое» значение мощности $P_0 < 0$. Соответствующее напряжение источника питания

$$(U_0^M)^2 = \frac{P_0^2}{(I_0^M)^2} = \frac{P_0^2}{P_0 Y_{00}} = \frac{P_0}{Y_{00}}. \quad (20)$$

В свою очередь, непосредственно напряжение нагрузки с учетом (8) и (10)

$$(U_1^M)^2 = \frac{4P_0 Y_{00}}{Y_{10}^2}. \quad (21)$$

Отсюда следует, что напряжение отрицательно-го значения нагрузки превышает напряжение источника питания, поэтому ток источника мощности меняет направление.

Таким образом, в однозначной рабочей области проявляются три зоны режимов:

зона 1 – источник мощности отдает энергию ($P_0 > 0$), нагрузка потребляет энергию ($P_1 > 0$); этот случай соответствует рис. 1,а;

зона 2 – источник мощности и нагрузка совместно отдают энергию ($P_0 > 0, P_1 < 0$);

зона 3 – источник мощности потребляет энергию ($P_0 < 0$), нагрузка отдает энергию ($P_1 > 0$).

Зонам 2 и 3 соответствуют две цепи с соответствующими направлениями токов, полярностью напряжений для источника мощности и нагрузки на рис. 6.

В свою очередь, траектория движения рабочей точки на совмещенных ВАХ в режиме потребления и отдачи мощности нагрузкой представлена на рис. 7. Для построения ВАХ в режиме потребления мощности источником питания используется выражение (6), но знак мощности P_0 меняется.

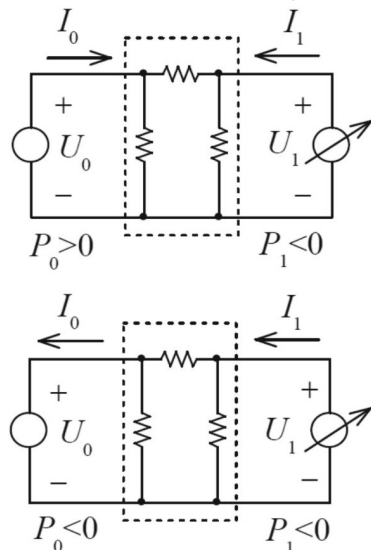


Рис. 6. Схема цепи в случаях: а – источник мощности и нагрузка совместно отдают энергию; б – источник мощности потребляет, а нагрузка отдает энергию

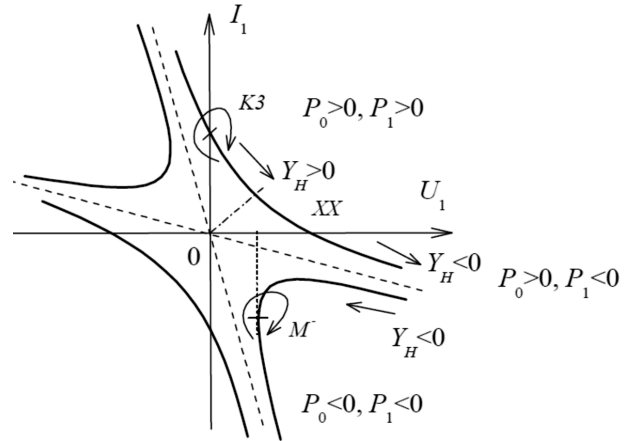


Рис. 7. Траектория движения рабочей точки на совмещенных характеристиках в режиме потребления и отдачи мощности нагрузкой в однозначной рабочей области

Пусть процесс изменения режима начинается с точки $K3$. Значение напряжения нагрузки постепенно увеличивается (например, идет заряд емкостного накопителя), а ток уменьшается вплоть до точки XX , что соответствует параметрам зоны 1. В зоне 2 значение напряжения нагрузки увеличиваем, поэтому ток нагрузки меняет направление и также увеличивается. Рабочая точка стремится к асимптоте гиперболы. Далее источник мощности переводим в режим потребления энергии – зона 3. Напряжение нагрузки уменьшаем, а рабочая точка начинает возвращаться уже по другой гиперболе ($P_0 < 0$) вплоть до точки M^- , когда минимальное значение напряжения нагрузки ещё обеспечивает потребление мощности P_0 ее источником.

Инвариантные характеристики параметров режима. Составим сложное отношение для исходного режима, используя три характерные точки: две крайние (базовые) и единичную (масштабную). В качестве единичной точки для \bar{U}_1^2 согласно (13) можно использовать одну из промежуточных точек (это точки $\infty, 1$) или какое-либо технически удобное значение. Для упрощения формулы полагаем точку ∞ , тогда

$$m_{U_1}^1 = \left[- \left(\frac{2\text{th}\gamma}{1-\text{th}^2\gamma} \right)^2 (\bar{U}_1^1)^2 \infty 0 \right] = \frac{(\bar{U}_1^1)^2 + \left(\frac{2\text{th}\gamma}{1-\text{th}^2\gamma} \right)^2}{(\bar{U}_1^1)^2}. \quad (22.1)$$

Соответствующие значения сложного отношения для других параметров режима:

$$m_{I_0}^1 = \left(-\frac{1}{\operatorname{th}\gamma} (\bar{I}_0^1)^2 \quad 0 \quad \frac{1}{\operatorname{th}\gamma} \right) =$$

$$= \frac{(\bar{I}_0^1)^2 + \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}}{(\bar{I}_0^1)^2 - \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}} + \frac{0 + \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}}{0 - \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}} = \frac{(\bar{I}_0^1)^2 + \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}}{\frac{1}{\operatorname{th}\gamma} - (\bar{I}_0^1)^2}; \quad (22.2)$$

$$m_{Y_H}^1 = \left(-\frac{1 + \operatorname{th}^2 \gamma}{2 \operatorname{th}\gamma} \bar{Y}_H^{-1} \quad -\operatorname{th}\gamma \quad \infty \right) =$$

$$= \frac{\bar{Y}_H^{-1} + \frac{1 + \operatorname{th}^2 \gamma}{2 \operatorname{th}\gamma}}{-\operatorname{th}\gamma + \frac{1 + \operatorname{th}^2 \gamma}{2 \operatorname{th}\gamma}}. \quad (22.3)$$

Расчеты показывают, что выполняется инвариантное свойство

$$m_{U_1}^1 = (m_{I_0}^1)^2 = (m_{Y_H}^1)^2. \quad (23)$$

Использование конкретного выражения из (22) связано с видом нагрузки. Если, например, идет заряд емкостного накопителя, то интересует значение напряжения на нем. Его можно рассчитать по измеренному значению тока источника постоянной мощности, т.е. по (22.1), (22.2). С учетом (23) напряжение нагрузки

$$(\bar{U}_1^{-1})^2 = \left(\frac{2 \operatorname{th}\gamma}{1 - \operatorname{th}^2 \gamma} \right)^2 \frac{1}{(m_{I_0}^1)^2 - 1}. \quad (24)$$

Приведем алгоритм вычисления напряжения нагрузки (емкостного накопителя). Сначала (этап тестирования) измеряются характерные (квадратичные) значения тока на входе. Используя значения этих трех величин и текущее значение тока, вычисляется сложное отношение тока (22.2). Далее находим напряжение нагрузки согласно (24).

Полученные формулы расчета параметров режима сохраняют групповые свойства. Поэтому пересчитывать параметры последующего режима можно относительно параметров предыдущего. Для этого составляем сложное отношение (22.2), соответствующее изменению режима $(\bar{I}_0^1)^2 \rightarrow (\bar{I}_0^2)^2$:

$$m_{I_0}^{21} = \left(-\frac{1}{\operatorname{th}\gamma} (\bar{I}_0^2)^2 \quad (\bar{I}_0^1)^2 \quad \frac{1}{\operatorname{th}\gamma} \right) =$$

$$= \frac{(\bar{I}_0^2)^2 + \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}}{(\bar{I}_0^2)^2 - \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}} \div \frac{(\bar{I}_0^1)^2 + \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}}{(\bar{I}_0^1)^2 - \frac{1}{\operatorname{th}\gamma}} = m_{I_0}^2 \div m_{I_0}^1. \quad (25)$$

Значение сложного отношения (25) не меняется, если все входящие величины разделить на значение одной и той же величины. Поэтому с учетом (15) вводим другое нормированное значение тока:

$$(\tilde{I}_0^2)^2 = (\bar{I}_0^2)^2 \operatorname{th}\gamma = \frac{(I_0^2)^2 \operatorname{th}\gamma}{\rho_{\text{вх}} P_0} = \frac{(I_0^2)^2}{Y_{00} P_0}; \quad (26)$$

$$(\tilde{I}_0^1)^2 = (\bar{I}_0^1)^2 \operatorname{th}\gamma = \frac{(I_0^1)^2 \operatorname{th}\gamma}{\rho_{\text{вх}} P_0} = \frac{(I_0^1)^2}{Y_{00} P_0},$$

тогда

$$m_{I_0}^{21} = (-1 \quad (\tilde{I}_0^2)^2 \quad (\tilde{I}_0^1)^2 \quad 1) = \frac{(\tilde{I}_0^2)^2 + 1}{(\tilde{I}_0^2)^2 - 1} \div \frac{(\tilde{I}_0^1)^2 + 1}{(\tilde{I}_0^1)^2 - 1}. \quad (27)$$

Запишем это выражение в виде

$$m_{I_0}^{21} = \frac{(\tilde{I}_0^2)^2 + 1}{(\tilde{I}_0^2)^2 - 1} \cdot \frac{(\tilde{I}_0^1)^2 - 1}{(\tilde{I}_0^1)^2 + 1} = \frac{1 + \frac{(\tilde{I}_0^2)^2 - (\tilde{I}_0^1)^2}{1 - (\tilde{I}_0^2)^2 (\tilde{I}_0^1)^2}}{1 - \frac{(\tilde{I}_0^2)^2 - (\tilde{I}_0^1)^2}{1 - (\tilde{I}_0^2)^2 (\tilde{I}_0^1)^2}}$$

и имеем основание ввести изменение значения тока как

$$(I_0^{21})^2 = \frac{(\tilde{I}_0^2)^2 - (\tilde{I}_0^1)^2}{1 - (\tilde{I}_0^2)^2 (\tilde{I}_0^1)^2} =$$

$$= Y_{00} P_0 \frac{(I_0^2)^2 - (I_0^1)^2}{(Y_{00} P_0)^2 - (I_0^2)^2 (I_0^1)^2}. \quad (28)$$

В этом случае получаем характерное в практике выражение для изменения (отклонения) режима:

$$m_{I_0}^{21} = \frac{1 + (I_0^{21})^2}{1 - (I_0^{21})^2}. \quad (29)$$

Из (28) следует также последующее значение тока

$$(\tilde{I}_0^2)^2 = \frac{(I_0^{21})^2 + (\tilde{I}_0^1)^2}{1 + (I_0^{21})^2 (\tilde{I}_0^1)^2}. \quad (30)$$

Получили групповое преобразование с неподвижными базовыми точками. Если, например, $(\tilde{I}_0^1)^2 = 1$, то $(\tilde{I}_0^2)^2 = 1$ независимо от значения $(I_0^{21})^2$. Аналогично, если $(\tilde{I}_0^1)^2 = -1$, то $(\tilde{I}_0^2)^2 = -1$. Отсюда следует, что некорректно заранее вводить изменения параметров режима в виде формальных приращений, отношений и т.д.

Аналогично составляем сложное отношение (22.1), соответствующее изменению режима $(\bar{U}_1^{-1})^{-2} \rightarrow (\bar{U}_1^{-2})^{-2}$:

$$m_{U_1}^{21} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{2\text{th}\gamma}{1-\text{th}^2\gamma}\right)^2 & (\bar{U}_1^{-2})^2 & (\bar{U}_1^{-1})^2 & 0 \end{pmatrix} = \frac{(\bar{U}_1^{-2})^2 + \left(\frac{2\text{th}\gamma}{1-\text{th}^2\gamma}\right)^2 (\bar{U}_1^{-1})^2 + \left(\frac{2\text{th}\gamma}{1-\text{th}^2\gamma}\right)^2}{(\bar{U}_1^{-2})^2} \div \frac{(\bar{U}_1^{-1})^2}{(\bar{U}_1^{-1})^2}. \quad (31)$$

Аналогично (26) с учетом (8) вводим величину

$$\begin{aligned} (\tilde{U}_1^{-2})^2 &= (\bar{U}_1^{-2})^2 \left(\frac{1-\text{th}^2\gamma}{2\text{th}\gamma}\right) = \frac{(U_1^{-2})^2 Y_{10}^2}{4Y_{00}P_0}, \\ (\tilde{U}_1^{-1})^2 &= (\bar{U}_1^{-1})^2 \left(\frac{1-\text{th}^2\gamma}{2\text{th}\gamma}\right) = \frac{(U_1^{-1})^2 Y_{10}^2}{4Y_{00}P_0}, \end{aligned} \quad (32)$$

тогда

$$m_{U_1}^{21} = \begin{pmatrix} -1 & (\tilde{U}_1^{-2})^2 & (\tilde{U}_1^{-1})^2 & 0 \end{pmatrix} = \frac{(\tilde{U}_1^{-2})^2 + 1}{(\tilde{U}_1^{-2})^2} + \frac{(\tilde{U}_1^{-1})^2 + 1}{(\tilde{U}_1^{-1})^2}. \quad (33)$$

Вводим значение изменения напряжения $(U_1^{21})^2$ так, чтобы получилось характерное выражение для отклонения вида (29):

$$m_{U_1}^{21} = \frac{1 + (U_1^{21})^2}{1 - (U_1^{21})^2}. \quad (34)$$

С учетом (33)

$$(U_1^{21})^2 = \frac{(\tilde{U}_1^{-1})^2 - (\tilde{U}_1^{-2})^2}{(\tilde{U}_1^{-1})^2 + (\tilde{U}_1^{-2})^2 + 2(\tilde{U}_1^{-1})^2(\tilde{U}_1^{-2})^2}, \quad (35)$$

отсюда последующее значение напряжения

$$(\tilde{U}_1^{-2})^2 = \frac{(\tilde{U}_1^{-1})^2 [1 - (U_1^{21})^2]}{1 + (U_1^{21})^2 [1 + 2(\tilde{U}_1^{-1})^2]}. \quad (36)$$

Также получили групповое преобразование с неподвижными базовыми точками. Если, например, $(\tilde{U}_1^{-1})^2 = -1$, то $(\tilde{U}_1^{-2})^2 = -1$ независимо от значения $(U_1^{21})^2$. Также выполняется равенство, аналогичное (23):

$$m_{U_1}^{21} = (m_{I_0}^{21})^2,$$

тогда с учетом (34)

$$\frac{1 + (U_1^{21})^2}{1 - (U_1^{21})^2} = (m_{I_0}^{21})^2.$$

Отсюда изменение напряжения нагрузки

$$(U_1^{21})^2 = \frac{(m_{I_0}^{21})^2 - 1}{(m_{I_0}^{21})^2 + 1}. \quad (37)$$

Получено удобное выражение прямого перерасчета изменения напряжения нагрузки (емкостного накопителя) по изменению тока источника неизменной мощности.

Дуальная однозначная рабочая область. Перейдем к расчету тока нагрузки (индуктивный накопитель) по измеренному напряжению источника питания. Принимая во внимание сопротивление нагрузки, разделим все составляющие (6) на третье слагаемое:

$$\frac{(I_1)^{-2} P_0 \Delta Y}{\rho_{\text{вх}} \text{sh}\gamma \text{ch}\gamma} = R_{\text{н}}^2 \rho_{\text{н}}^2 + R_{\text{н}} \rho_{\text{н}} \frac{\text{ch}^2\gamma + \text{sh}^2\gamma}{\text{sh}\gamma \text{ch}\gamma} + 1.$$

Вводим нормированное значение обратного квадратичного тока и нормированного сопротивления нагрузки:

$$(\bar{I}_1)^{-2} = \frac{(I_1)^{-2} P_0 \Delta Y}{\rho_{\text{вх}} \text{sh}\gamma \text{ch}\gamma}; \quad \bar{R}_{\text{н}} = R_{\text{н}} \rho_{\text{н}}, \quad (38)$$

в итоге получаем уравнение параболы (обратная квадратичная нагрузочная характеристика), аналогичное (9):

$$(\bar{I}_1)^{-2} = 1 + \bar{R}_{\text{н}} \frac{1 + \text{th}^2\gamma}{\text{th}\gamma} + (\bar{R}_{\text{н}})^2.$$

Очевидно, однозначная рабочая область содержит по четыре характерные точки (11):

$$\bar{R}_{\text{н}} \in (\bar{R}_{\text{н}}^{\text{М}}, -\text{th}\gamma, 0, \infty); \quad (\bar{I}_1)^{-2} \in ((\bar{I}_1^{\text{М}})^{-2}, 0, 1, \infty);$$

$$\bar{R}_{\text{н}}^{\text{М}} = -\frac{1 + \text{th}^2\gamma}{2\text{th}\gamma}; \quad (\bar{I}_1^{\text{М}})^{-2} = -\left(\frac{1 - \text{th}^2\gamma}{2\text{th}\gamma}\right)^2. \quad (39)$$

Рассмотрим зависимость входного напряжения от сопротивления нагрузки. Из (14) следует

$$\frac{\rho_{\text{вх}} U_0}{I_0} = \frac{\rho_{\text{вх}} U_0^2}{P_0} = \frac{\text{th}\gamma + R_{\text{н}} \rho_{\text{н}}}{1 + R_{\text{н}} \rho_{\text{н}} \text{th}\gamma}.$$

Вводим нормированное значение квадратичного значения напряжения

$$(\bar{U}_0)^2 = \frac{\rho_{\text{вх}} U_0^2}{P_0}.$$

С учетом нормированного сопротивления нагрузки получаем уравнение параболы, аналогичное (15):

$$(\bar{U}_0)^2 = \frac{\text{th}\gamma + \bar{R}_H}{1 + \bar{R}_H \text{th}\gamma}.$$

Экстремальному значению нормированного сопротивления нагрузки (33) аналогично соответствует

$$(\bar{U}_0^M)^2 = -\frac{1}{\text{th}\gamma}.$$

В однозначной рабочей области также проявляются три вышеуказанные зоны режимов. Соответствующая траектория движения рабочей точки на совмещенных ВАХ в режиме потребления и отдачи мощности нагрузкой представлена на рис. 8.

Пусть процесс изменения режима начинается с точки холостого хода (ХХ). Значение напряжения нагрузки постепенно уменьшается, а ток увеличивается вплоть до точки короткого замыкания (КЗ), что соответствует параметрам зоны 1. В зоне 2 значение тока нагрузки увеличиваем, поэтому напряжение нагрузки меняет направление и также увеличивается. Рабочая точка стремится к асимптоте гиперболы. Далее источник мощности переводим в режим потребления энергии – зона 3. Ток нагрузки уменьшается, а рабочая точка начинает возвращаться уже по другой гиперболе ($P_0 < 0$) вплоть до точки M^- , когда минимальное значение тока нагрузки ещё обеспечивает значение потребления мощности P_0 ее источником.

Инвариантные характеристики вводятся аналогично вышеизложенному случаю.

Пример. Параметры цепи на рис. 1,а:

$$Y_{00} = y_0 + y_{10} = 1 + 4 = 5; \quad Y_{11} = y_{10} + y_1 = 4 + 2,4 = 6,4;$$

$$Y_{10} = y_{10} = 4; \quad \Delta_Y = 16.$$

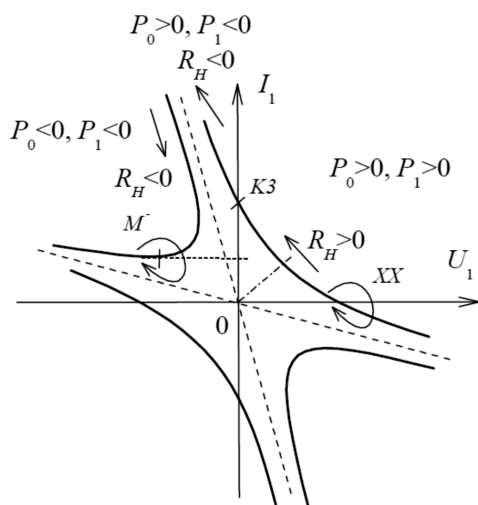


Рис. 8. Траектория движения рабочей точки в дуальной однозначной рабочей области

Уравнение (2):

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,6 & 0,25 \\ 4 & 1,35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,25 & -0,25 \\ -4 & 1,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix}.$$

Гиперболические функции (3):

$$\text{ch}^2 \gamma = 2; \quad \text{sh}^2 \gamma = 1; \quad \text{th}\gamma = 0,7071.$$

Характеристические проводимости (5):

$$\rho_{\text{вх}} = \sqrt{12,5} = 3,5355; \quad \rho_H = \sqrt{20,48} = 4,5255.$$

Нормированное значение напряжения (8):

$$(\bar{U}_1)^2 = 1,6(U_1)^2.$$

Максимальные значения (10):

$$(\bar{U}_1^M)^2 = -8; \quad (U_1^M)^2 = 5; \quad \bar{Y}_H^M = -1,0607.$$

Нормированное значение тока (15):

$$(\bar{I}_0)^2 = \frac{(I_0)^2}{14,1421}.$$

Характерное значение тока (16):

$$(\bar{I}_0^M)^2 = -1,4142; \quad (I_0^M)^2 = 20.$$

Инвариантные характеристики параметров режима. Задаем фактические параметры исходного и последующего режимов:

$$U_1^1 = 0,25; \quad I_1^1 = 2,4; \quad I_0^1 = 4; \quad U_1^2 = 0,3894; \quad I_1^2 = 1,7622;$$

$$I_0^2 = 3,7605.$$

Нормированные параметры исходного и последующего режимов:

$$(\bar{U}_1^1)^2 = 0,1; \quad \bar{Y}_H^1 = 2,1313; \quad (\bar{I}_0^1)^2 = 1,1314;$$

$$(\bar{U}_1^2)^2 = 0,2426; \quad \bar{Y}_H^2 = 1; \quad (\bar{I}_0^2)^2 = 1.$$

Сложное отношение для исходного режима (22):

$$m_{U_1}^1 = (-8 \quad 0,1 \quad \infty \quad 0) = \frac{0,1+8}{0,1-0} = 81;$$

$$m_{I_0}^1 = (-1,4142 \quad 1,1314 \quad 0 \quad 1,4142) = \frac{1,1314+1,4142}{1,4142-1,1314} = 9;$$

$$m_{Y_H}^1 = (-1,0607 \quad 2,1213 \quad -0,7071 \quad \infty) =$$

$$= \frac{2,1213+1,0607}{-0,7071+1,0607} = \frac{3,1820}{0,3536} = 9.$$

Равенство

$$m_{U_1}^1 = (m_{I_0}^1)^2 = (m_{Y_H}^1)^2 = 9^2 = 81.$$

Проверим напряжение нагрузки (24):

$$(\bar{U}_1^1)^2 = \frac{8}{81-1} = 0,1.$$

Соотношения для входного тока. Сложное отношение для последующего режима

$$m_{I_0}^2 = (-1,4142 \ 1 \ 0 \ 1,4142) = \frac{1+1,4142}{1,4142-1} = 5,8286.$$

Изменение режима (25):

$$m_{I_0}^{21} = (-1,4142 \ 1 \ 1,1314 \ 1,4142) = \frac{1+1,4142}{1-1,4142} \div \frac{1,1314+1,4142}{1,1314-1,4142} = 5,8286 \div 9 = 0,6476.$$

Значения величин (26):

$$(\tilde{I}_0^2)^2 = 0,7071; (\tilde{I}_0^1)^2 = 0,8.$$

Изменение тока (28):

$$(I_0^{21})^2 = -0,2139.$$

Проверка изменения режима (29):

$$m_{I_0}^{21} = \frac{1-0,21389}{1+0,21389} = 0,6475.$$

Проверка последующего значения тока (30):

$$(\tilde{I}_0^2)^2 = \frac{-0,21389+0,8}{1-0,21389 \cdot 0,8} = 0,7071.$$

Соотношения для напряжения нагрузки. Сложное отношение для последующего режима

$$m_{U_1}^2 = (-8 \ 0,2426 \ \infty \ 0) = \frac{0,2426+8}{0,2426-0} = 33,974.$$

Изменение режима (31):

$$m_{U_1}^{21} = (-0,8 \ 0,2426 \ 0,1 \ 0) = 33,974 \div 81 = 0,4194.$$

Значения величины (32):

$$(\tilde{U}_1^2)^2 = \frac{(\bar{U}_1^2)^2}{8} = 0,03033; (\tilde{U}_1^1)^2 = 0,0125.$$

Изменение напряжения (35):

$$(U_1^{21})^2 = \frac{0,0125-0,03033}{0,0125+0,03033+2 \cdot 0,0125 \cdot 0,03033} = \frac{-0,01783}{0,04358} = -0,4091.$$

Последующее значение напряжения (36):

$$(\tilde{U}_1^2)^2 = \frac{0,0125[1+0,4091]}{1-0,4091[1+2 \cdot 0,0125]} = 0,03033.$$

Выполняется равенство

$$m_{U_1}^{21} = (m_{I_0}^{21})^2 = 0,4194 = 0,6476^2.$$

Проверка изменения напряжения нагрузки (37):

$$(U_1^{21})^2 = \frac{0,4194-1}{0,4194+1} = -0,4091.$$

Вывод. Представленный в статье геометрический подход составляет содержание нового научного направления: групповые характеристики (свойства) изменяемых режимов работы цепей, инвариантные к виду параметров режима и участкам цепи. Перспективное направление дальнейших исследований – развитие данного подхода применительно к анализу цепей переменного тока. Свойства электрических цепей с изменяемыми параметрами элементов представляют интерес при анализе «поточковых» процессов разной физической природы ввиду известной аналогии (механические цепи, тепловые, транспортные сети и т.д.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Высшая школа, 1996, 640 с.
2. Alexander C., Sadiku M. Fundamentals of Electric Circuits, 5th ed. McGraw-Hill, New York, 2013, 996 p.
3. Simpson-Porco J., Durfler F., Bullo F. On Resistive Networks of Constant-Power Devices. – IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2015, vol. 62, No. 8, pp. 811–815.
4. Chang Y. et al. A study of the electrical properties of complex resistor network based on NW model. – Journal of Physics: Conference Series, 2015, vol. 604, No. 1, p. 012003.
5. Bhattacharyya S.P., Keel L.H., Mohsenizadeh D.N. Linear Systems: A measurement based approach. Springer India, 2014, 89 p.
6. Поливанов К.М. Теорема вариации для n -параметров электрической цепи. – Электричество, 1947, № 7, с. 41–46.
7. Богатырев О.М. Общий метод решения задач линейной цепи при переменных сопротивлениях в ветвях. – Электричество, 1955, № 9, с. 67–69.
8. Жуков Л.А., Стратан И.П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. М.: Энергия, 1979, 415 с.
9. Мелешкин В.Н. Чувствительность линейных цепей к вариации структуры и параметров элементов. – Электричество, 1987, № 2, с. 20–23.
10. Лукин А.В. Распределенные системы электропитания. – Электронные компоненты, 1997, № 7, с. 28–32.
11. Yehia D. et al. Deliverable-power dependence on distribution-line resistance and number of loads in low-voltage DC distribution system. – IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering, 2012, vol. 7, No. 1, pp. 23–30.
12. Иванов-Цыганов А.И. Электропреобразовательные устройства РЭС. М.: Высшая школа, 1991, 270 с.
13. Ефимов Н.В. Высшая геометрия, 7-е изд. М.: Физматлит, 2004, 584 с.
14. Глаголев Н.А. Проективная геометрия. М.: Высшая школа, Москва, 1963, 343 с.
15. Каган В.Ф. Основания геометрии. Ч. 2. Интерпретация геометрии Лобачевского и развитие её идей. М.: Гостехиздат, 1956, 335 с.
16. Пенин А.А. Дробно-линейные соотношения в задачах анализа резистивных цепей с переменными параметрами. – Электричество, 1999, № 11, с. 32–44.
17. Пенин А.А. Перерасчет токов нагрузок активного многополюсника с изменяемыми параметрами на основе проективной геометрии. – Электричество, 2012, № 10, с. 66–73.
18. Penin A. Analysis of electrical circuits with variable load regime parameters: projective geometry method, 2nd ed. Springer International Publishing Switzerland, 2016, 417 p.

19. **Пенин А.А.** Проективная геометрия в теории электрических цепей с переменными и нелинейными нагрузками. Научный реф. дисс. д-ра хабилитат техн. наук, Кишинев, 2017, 81 с. [Электрон. ресурс]: <http://www.cnaa.acad.md/ru/thesis/51055/>
20. **Stakhov A.P.** The mathematics of harmony: From Euclid to contemporary mathematics and computer science. Series on knots and everything, vol. 22. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2009, 680 p.
21. **Семенюта Н.Ф.** О «золотых» режимах работы электрических моделей числовых последовательностей типа Фибоначчи. М.: Академия Тринитаризма, [Электрон. ресурс]: <http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/1115-00.htm> (Дата обращения 05.11.2014)
22. **Мазин В.Д.** Представление физической величины в псевдоевклидовой плоскости. – Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика, телекоммуникации, управление, 2012, № 3, с. 59–66.
23. **Лебедев В.В., Морозов Е.В.** Оценки информационной защищенности и помехоустойчивость инвариантной системы связи. – Доклады ТУСУР, ч. 1, 2010, № 1 (21), с. 153–155.
24. **Bryant R., Tugar J., Huang L.** Geometric characterization of series-parallel variable resistor networks. Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – IEEE Transactions on, 1994, vol. 41, No. 11, pp. 686–698.
25. **Мазин В.Д.** Способ повышения точности измерительных приборов и преобразователей. – Измерительная техника, 1980, № 6, с. 14–15.
26. **Цыбульский О.А.** Проективные свойства широкодиапазонных измерений. – Измерительная техника, 2013, № 1, с. 27–30.
27. **Penin A.** Non-Euclidean geometry and regulated characteristics of limited capacity power supply. – Journal of Electrical Engineering, 2014, vol. 2, No. 4, pp. 175–186.
28. **Penin A.** Non-Euclidean geometrical transformation groups in the electric circuit theory with stabilization and regulation of load voltages. – International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, 2014, No.8, pp. 182–194.
29. **Singer S., Erickson R.** Power-source element and its properties. – IEE Proceedings – Circuits, Devices and Systems, 1994, vol.141, No. 3, pp. 220–226.
30. **Сергеев Б.С., Ромаш Э.М., Наговицын В.В., Курченкова Н.Б.** Анализ работы электрической цепи с потребителем неизменной мощности. – Электричество, 2002, № 6, с. 17–22.
31. **Таназлы Г.И., Мунасыпов Р.А.** Проектирование сложных систем заряда ёмкостных накопителей энергии. – Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета, 2012, т.16, № 1(46), с. 133–142.
32. **Mellincovsky M. et al.** Performance and Limitations of a Constant Power Fed Supercapacitor. – IEEE Transactions on Energy Conversion, 2014, vol. 29, No. 2, pp. 445–452.
33. **Пенин А.А.** Источники мощности и их свойства. – Электричество, 2010, № 4, с. 60–65.

[29.01.2018]

А в т о р: Пенин Александр Анатольевич окончил радиотехнический факультет Одесского политехнического института в 1974 г. Защитил диссертацию доктора технических наук «Проективная геометрия в теории электрических цепей с переменными и нелинейными нагрузками» в 2017 г. Старший научный сотрудник Института электронной инженерии и нанотехнологий им. Д. Гицу Академии наук Молдовы.

Elektrichestvo, 2018, No.12, pp. 52–62

DOI:10.24160/0013-5380-2018-12-52-63

Invariants of the Parameters of Invariable Power Sources

PENIN Alexandr A. (Institute of the Electronic Engineering and Nanotechnologies D. Ghitu of the Academy of Sciences of Moldova, Kishinev) – Senior researcher, Dr. Sci. (Eng.)

An interpretation of fractional-linear and quadratic expressions characteristic for electric circuits as projective geometry transformations is used. The projective transformations retain an invariant – a complex correlation (double proportion) of four samplings (values) of variable operating parameters (currents and impedances) in one or in different parts of the circuit. An attractive property of the complex correlation is that the operating parameters measurement errors are mutually reduced. The obtained current recalculation formulas have group properties. Changes in the values of impedances and currents are introduced in another way in contrast to variations in the form of increments. For an invariable power source with a double-sign load characteristic, the corresponding invariants in a limited single-sign characteristic working zone are determined. Variations of operating parameters are substantiated, and direct recalculation formulas are derived. The obtained results are of practical interest for recalculating the capacitive storage voltage from the changed current samplings of the invariable power source.

Key words: electric circuits, constant power source, variable circuit parameters, double-sign characteristic, projective transformations, complex correlation

REFERENCES

- Bessonov L.A.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki. Elektricheskiye tsepi* (Theoretical foundations of electrical engineering. Electric circuits). Moscow, Vysshaya shkola, 1996, 640 с.
- Alexander C., Sadiku M.** Fundamentals of Electric Circuits, 5th ed. McGraw-Hill, New York, 2013, 996 p.
- Simpson-Porco J., Durfler F., Bullo F.** On Resistive Networks of Constant-Power Devices. – IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2015, vol. 62, No. 8, pp. 811–815.
- Chang Y. et al.** A study of the electrical properties of complex resistor network based on NW model. – Journal of Physics: Conference Series, 2015, vol. 604, No. 1, p. 012003.
- Bhattacharyya S.P., Keel L.H., Mohsenizadeh D.N.** Linear Systems: A measurement based approach. Springer India, 2014, 89 p.
- Polivanov K.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1947, No. 7, pp. 41–46.
- Bogatyrev O.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1955, No. 9, pp. 67–69.

8. **Zhukov L.A., Stratan I.P.** *Ustanovivshiyesya rezhimy slozhnykh elektricheskikh setei i sistem* (Steady-state modes of complex electrical networks and systems). Moscow, Energiya, 1979, 415 c.
9. **Meleshkin V.N.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1987, No. 2, pp. 20–23.
10. **Lukin A.V.** *Elektronnyye komponenty – in Russ. (Electronic components)*, 1997, No. 7, pp. 28–32.
11. **Yehia D. et al.** Deliverable-power dependence on distribution-line resistance and number of loads in low-voltage DC distribution system. – IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering, 2012, vol.7, No.1, pp.23–30.
12. **Ivanov-Tsiganov A.I.** *Elektropeobrazovatel'nye ustroystva RES* (Electrical Converters RES). Moscow, Vysshaya shkola, 1991, 270 p.
13. **Yefimov N.V.** *Vysshaya geometriya, 7-ye izd.* (Higher geometry, 7th publ.). Moscow, Fizmatlit, 2004, 584 p.
14. **Glagolev N.A.** *Proektivnaya geometriya* (Projective geometry). Moscow, Vysshaya shkola, 1963, 343 p.
15. **Kagan V.F.** *Osnovaniya geometrii. Ch. 2. Interpretatsiya geometrii Lobachevskogo i razvitiye nye idei* (Geometry Fundamentals. Part 2. Interpretation of Lobachevsky's Geometry and Further Development of Its Ideas). Moscow, Gostekhizdat, 1956, 335 p.
16. **Penin A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1999, No. 11, pp. 32–44.
17. **Penin A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2012, No. 10, pp. 66–73.
18. **Penin A.** Analysis of electrical circuits with variable load regime parameters: projective geometry method, 2nd ed. Springer International Publishing Switzerland, 2016, 417 p.
19. **Penin A.A.** *Proektivnaya geometriya v teorii elektricheskikh tsepei s peremennymi i nelineinymi nagruzkami. Nauchnyi ref. diss. d-ra khabilitat tekhn. nauk, Kishinev* (Projective Geometry in the Theory of Electric Circuits with Variable and Nonlinear Loads. Scientific Abstract of Dissertation of Doct. Habilitat Techn. Sci, Chisinau), 2017, 81 p. [Electron. Resurs] <http://www.cnaa.acad.md/ru/thesis/51055/>
20. **Stakhov A.P.** The mathematics of harmony: From Euclid to contemporary mathematics and computer science. Series on knots and everything, vol. 22. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2009, 680 p.
21. **Semenyuta N.F.** *O «zolotikh-rezhimakh raboty elektricheskikh modelei chislovykh posledovatel'nostei tipa Fibonachchi* (About the «Gold Operating Modes of Electrical Models of Fibonacci Numerical Sequences. Academy of Trinitarism, Moscow, [Electron. Resurs] <http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/1115-00.htm> (Data Obrashcheniya 05.11.2014)
22. **Mazin V.D.** *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti Sankt-Petersburgskogo gosudarstvennogo universiteta. Informatika, telekommunikatsii, upravleniye – in Russ. (Scientific and technical statements of St. Petersburg State University. Computer science, telecommunications, management)*, 2012, No. 3, pp. 59–66.
23. **Lebedyantsev V.V., Morozov Ye.V.** *Doklady TUSUR, ch. 1 (Proc. of USUR, part 1)*, 2010, No. 1 (21), pp. 153–155.
24. **Bryant R., Tygar J. Huang L.** Geometric characterization of series- parallel variable resistor networks. Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – IEEE Transactions on, 1994, vol. 41, No.11, pp. 686–698.
25. **Mazin V.D.** *Izmeritel'naya tekhnika – in Russ. (Measuring Technology)*, 1980, No. 6, pp. 14–15.
26. **Tsybul'skiy O.A.** *Izmeritel'naya tekhnika – in Russ. (Measuring Technology)*, 2013, No. 1, pp. 27–30.
27. **Penin A.** Non-Euclidean geometry and regulated characteristics of limited capacity power supply. – Journal of Electrical Engineering, 2014, vol.2, No. 4, pp. 175–186.
28. **Penin A.** Non-Euclidean geometrical transformation groups in the electric circuit theory with stabilization and regulation of load voltages. – International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, 2014, No.8, pp. 182–194.
29. **Singer S., Erickson R.** Power–source element and its properties. – IEE Proceedings – Circuits, Devices and Systems, 1994, vol.141, No. 3, pp. 220–226.
30. **Sergeyev B.S., Romash E.M., Nagovitsyn V.V., Kurchenkova N.B.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2002, No. 6, pp. 17–22.
31. **Tanazly G.I., Munasyrov R.A.** *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta – in Russ. (Bulletin of Ufa State Aviation Technical University)*, 2012, vol.16, No. 1(46), pp. 133–142.
32. **Mellincovsky M. et al.** Performance and Limitations of a Constant Power Fed Supercapacitor. – IEEE Transactions on Energy Conversion, 2014, vol. 29, No. 2, pp. 445–452.
33. **Penin A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 4, pp. 60–65.

[29.01.2018]