

10. Казовский Е.Я., Данилевич Я.Б., Кашарский Э.Г., Руби-  
сов Г.В. Аномальные режимы работы крупных синхронных  
машин. — Л.: Наука, 1969.

11. Важнов А.Н. Основы теории переходных процессов син-  
хронной машины. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960.

12. Веников В.А. Переходные электромеханические процес-  
сы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1981.

13. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной  
математики. — М.: Наука, 1966.

14. Гусейнов А.М. Оценка степени влияния различных фак-  
торов на синхронную динамическую устойчивость электро-  
энергетической системы. — Проблемы энергетики, 2007, №3  
(часть 1), №4 (часть 2).

15. Rafian M., Laughton M.A. Determination of  
synchronous-machine phase-co-ordinate parameters. — Proc. IEE,  
August 1976, vol.123, № 8.

[05.12.2011]

*Авторы: Гусейнов Акиф Магеррам оглы окон-  
чил энергетический факультет Азербайджанского  
института нефти и химии в 1972 г. В 1993 г. в Аз-  
НИИЭ защитил докторскую диссертацию «Методы  
расчета режимов работы сложных электроэнерге-  
тических систем при оперативном управлении». За-  
ведующий кафедрой «Электрические станции» Азер-  
байджанской государственной нефтяной академии  
(АГНА).*

*Ибрагимов Фамиль Шамиль оглы окончил энерге-  
тический факультет АГНА в 2000 г. Аспирант ка-  
федры «Электрические станции» АГНА.*

\* \* \*

## Математическое моделирование и анализ процессов в автоколебательном усилителе мощности класса D с безгистерезисным релейным элементом

БЕЛОВ Г.А., МАТВЕЕВ Д.В.

*Обоснованы математические соотношения, по-  
зволяющие организовать быстрый и точный расчет  
процессов в автоколебательном усилителе класса D с  
безгистерезисным релейным элементом с использо-  
ванием линейной комбинации задержанных переходных  
характеристик линейной части (методом Я.З. Цып-  
кина и решений векторно-матричного уравнения со-  
стояния линейной части, которые, кроме того, по-  
зволяют получить соотношения для расчета перио-  
дического режима и параметров линеаризованной им-  
пульсной модели. Результаты расчета процессов про-  
верены моделированием в среде Matlab/Simulink.*

**Ключевые слова:** автоколебательный  
усилитель класса D, процессы, устойчивость, рас-  
чет, моделирование

*Mathematical relations are presented using which fast  
and accurate calculation of processes in a Class D  
self-oscillating amplifier containing a hysteresis-free  
element can be organized using a linear combination of  
delayed transient characteristics of the linear part (using  
Ya.Z. Tsyypkin's method) and solutions of a vector-matrix  
state equation of the linear part, which apart from this  
make it possible to obtain relations for calculating a  
periodic operating mode and the parameters of a  
linearized impulse model. The process calculation results  
are checked by simulation carried out in the  
Matlab/Simulink environment.*

**Key words:** self-oscillating amplifier, processes,  
stability, calculation, simulation

Усилители мощности класса D разрабатываются, в основном, для применения в аудиотехнике. Однако они могут применяться и в качестве реверсивных импульсных преобразователей и автономных инверторов с регулированием в широких пределах выходного напряжения и частоты [1–3]. Усилители мощности класса D могут быть выполнены по схеме с внешней синхронизацией и автоколебательного типа [4]. В свою очередь, схемы автоколебательных усилителей могут быть с безгистерезисным и гистерезисным релейными элементами (РЭ) (мультивибраторного типа) [5]. К настоящему времени предложен ряд структур автоколебательных

усилителей с безгистерезисным РЭ [1–3, 6]: а) одноконтурные, у которых имеется один контур обратной связи по выходному напряжению усилителя, положительной на частоте автоколебаний и отрицательной на низких частотах; б) двухконтурные с обратными связями по выходному напряжению усилителя и входному напряжению выходного LC-фильтра или с обратными связями по выходному напряжению усилителя и току дросселя фильтра [3]. Каждая из этих структур может включать несколько разновидностей в зависимости от числа и мест включения линейных непрерывных звеньев и наличия дополнительных связей [1, 3].

С ростом частоты переключений импульсных преобразователей все больший интерес проявляется к усилителям класса D автоколебательного типа с безгистерезисным РЭ [1–4, 6], которые имеют ряд преимуществ перед схемами с внешней синхронизацией:

1) всегда имеющаяся задержка переключений силовых полупроводниковых приборов в ключевом выходном каскаде в схемах автоколебательного типа позволяет просто ограничить частоту автоколебаний и не оказывает такого отрицательного воздействия на динамику, как в преобразователях с внешней синхронизацией;

2) существенно ослабляется отрицательное влияние на характеристики усилителя неустойчивости и пульсаций напряжения выходного каскада, которое, как известно, входит в линеаризованную модель понижающего импульсного преобразователя с внешней синхронизацией как коэффициент передачи последовательно включенного в прямую цепь пропорционального звена [8];

3) схема упрощается за счет отсутствия задающего генератора;

4) отсутствуют помехи, генерируемые задающим генератором наряду с тактовыми импульсами и пилообразным напряжением;

5) имеет более высокую помехозащищенность, отмечаемую в ряде публикаций, например в [3].

Для выявления значимости этих достоинств требуются более глубокие исследования автоколебательных импульсных преобразователей, чем рассмотренные в известной литературе и полученные методом гармонического баланса (частотным методом).

При исследовании динамики различными методами усилители класса D представляются как релейные системы автоматического управления с управляющим внешним воздействием, изменяющимся с частотой, ко крайней мере на порядок меньшей частоты переключений [7]. В новых зарубежных разработках автоколебательных усилителей с безгистерезисным релейным элементом [1, 3] часть схемы, осуществляющая модуляцию длительности выходных импульсов, называется управляемым автоколебательным модулятором (Controlled self-oscillation modulator (СОМ)). Однако, поскольку принципиально модуляция в автоколебательном усилителе происходит так же, как и в релейных системах, мы не будем использовать этот термин.

В литературе по автоколебательным усилителям класса D для их исследования в основном ограничиваются методом гармонического баланса, который позволяет при условии, что линейная часть эффективно подавляет высшие гармоники сигнала

на входе РЭ, приближенно определять частоту и амплитуду автоколебаний [4], но неудобен для анализа процессов и может лишь использоваться для приближенного анализа медленных процессов [9]. Вместе с тем в публикациях имеются указания общего характера на точные методы расчета процессов в релейных системах, базирующемся на методе приспособывания [7, 10–12]. Известно, что исследование релейных систем с внешним воздействием (неавтономные системы) представляет значительно большие трудности, чем исследование автономных систем [13].

В статье рассмотрено развитие точных методов исследования процессов в релейных системах применительно к автоколебательным усилителям класса D с безгистерезисным релейным элементом. В состав РЭ включаются компаратор, драйвер и выходной каскад усилителя, работающий в ключевом режиме [4]. Поскольку работа рассматриваемого усилителя существенно зависит от малого чистого запаздывания в разомкнутом контуре, то учитываются задержки переключения, имеющиеся в реальных компараторах, драйверах и выходном ключевом каскаде. Для упрощения предполагаем, что запаздывание при срабатывании РЭ такое же, как при отпуске.

**Описание исследуемого усилителя.** В [4] подробно описан одноконтурный автоколебательный усилитель мощности класса D. Структурная схема усилителя (рис. 1,а) отличается от широко описанных релейных систем наличием звена чистого запаздывания, усложняющего исследование.

Передаточные функции выходного LC-фильтра  $W_{\Phi}(p)$  и звена обратной связи  $W_{o.c}(p)$  определяются выражениями [4]:

$$W_{\Phi}(p) = \frac{K_{\Phi}}{T_{\Phi}^2 p^2 + 2z_{\Phi} T_{\Phi} p + 1} = \frac{K_{\Phi}}{T_{\Phi}^2} \frac{1}{(p + a_{\Phi})^2 + w_{\Phi}^2}; \quad (1)$$

$$W_{o.c}(p) = \frac{1}{K_1} \frac{1 + t_1 p}{1 + T_1 p}, \quad (2)$$

где  $T_{\Phi}$  и  $z_{\Phi}$  – постоянная времени и коэффициент демпфирования фильтра;  $a_{\Phi} = z_{\Phi} / T_{\Phi}$ ;  $w_{\Phi} = \sqrt{1 / T_{\Phi}^2 - a_{\Phi}^2}$ ;  $t_1, T_1$  – постоянные времени цепи обратной связи.

Показано, что для повышения стабильности частоты автоколебаний  $w = 2\pi f$  необходимо выполнение условий:  $t_1 - T_1 \gg t_3, t_1 \gg T_1$  [4]. Кроме того, отношение  $t_3 / T_{\Phi}$  должно превышать значения 0,03, 0,05, поскольку при слишком малом запаздывании частота автоколебаний начинает быстро возрастать с уменьшением  $t_3 / T_{\Phi}$ . При этих

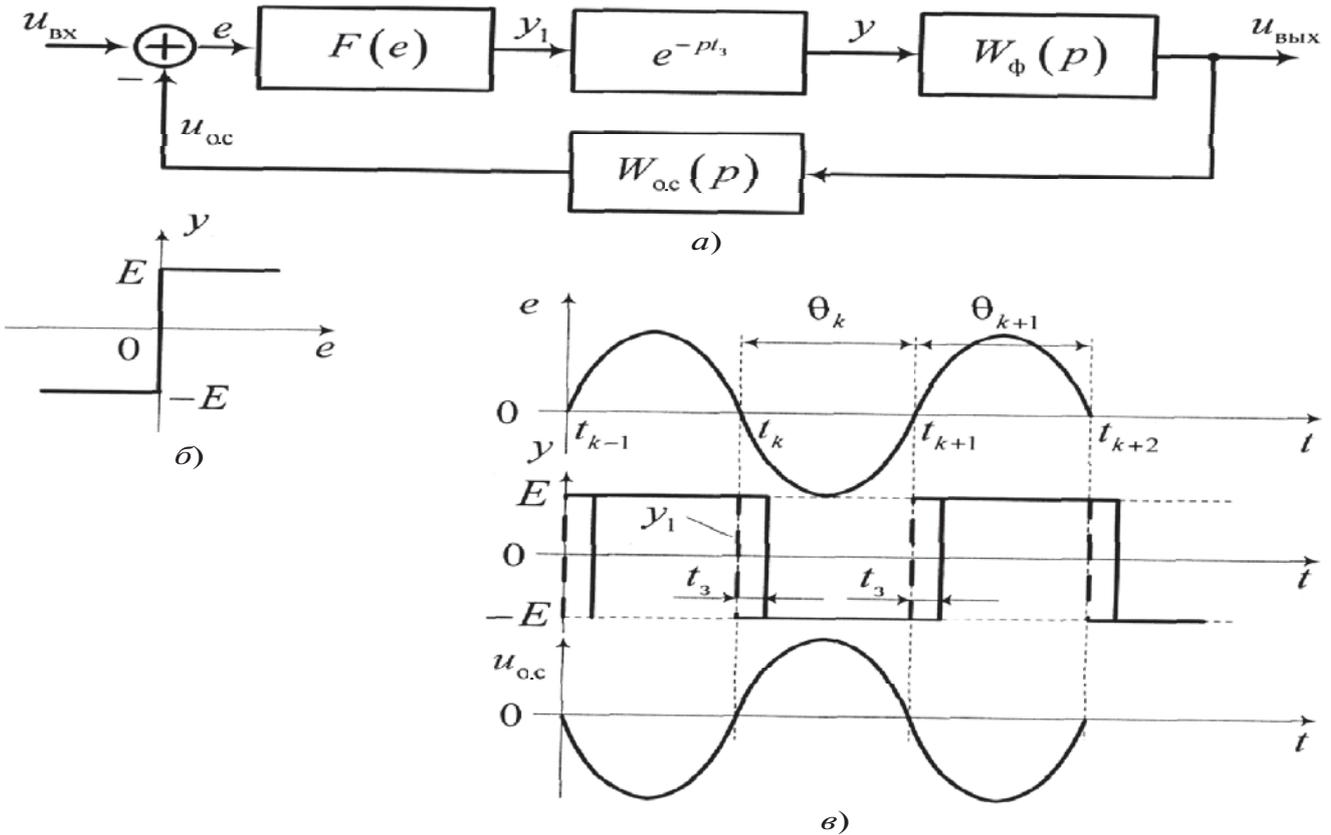


Рис. 1. Структурная схема автоколебательного усилителя класса D (а), статическая характеристика релейного элемента без учета запаздывания (б), временные диаграммы (в)

условиях допустимо приближенное соотношение для частоты автоколебаний

$$\omega^2 = \frac{1}{t_1 T_1} \frac{a_1 - T_1}{\xi} - \frac{\ddot{\theta}}{\theta}$$

полезное для предварительной (грубой) ее оценки [4].

**Математические модели.** Передаточная функция линейной части без учета звена чистого запаздывания  $W(p) = W_\phi(p)W_{ос}(p)$  разлагается на простые дроби:

$$W(p) = A_w \frac{\dot{e}}{e} \frac{B_1 p + B_2}{(p + a_\phi)^2 + \omega_\phi^2} - \frac{B_1}{p - p_3} \frac{\dot{u}}{u} \quad (3)$$

где  $p_3 = -1/T_1$  и коэффициенты разложения:

$$B_1 = \frac{t_1}{T_1} - 1; \quad B_2 = \frac{1}{T_1} \frac{a_1}{\xi} - 2a_\phi T_1 + \frac{t_1 T_1}{T_\phi^2} \frac{\ddot{\theta}}{\theta}$$

$$A_w = \frac{K_\phi T_1}{K_1 T_\phi^2 [1 - 2a_\phi T_1 + (T_1/T_\phi)^2]} \quad (4)$$

Передаточная функция  $W(p)$  имеет два комплексно-сопряженных полюса  $p_{1,2} = -a_\phi \pm j\omega_\phi$  и один вещественный полюс  $p_3 = -1/T_1$ .

Как видно из равенства (3), линейная часть системы сводится к схеме с параллельно соединенными звеньями второго и первого порядков (рис. 2). Вещественное уравнение состояния звена второго порядка, соответствующего комплексно сопряженным полюсам  $p_{1,2}$ , как известно из [14], имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} -a_\phi & \omega_\phi \\ \omega_\phi & -a_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + A_w \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} y, \quad (5)$$

где  $x_1, x_2$  – переменные состояния звена;  $b_1, b_2$  – неизвестные коэффициенты, определяемые из условий равенства выходной переменной звена  $u_1 = c_1 x_1 + c_2 x_2$ , величине, получаемой в схеме на рис. 2.

Преобразуя уравнение (5) по Лапласу и решая относительно изображений  $x_1(p)$  и  $x_2(p)$ , получаем:

$$x_1(p) = \frac{(p + a_\phi)b_1 + \omega_\phi b_2}{(p + a_\phi)^2 + \omega_\phi^2} A_w y;$$

$$x_2(p) = \frac{(p + a_\phi)b_2 + \omega_\phi b_1}{(p + a_\phi)^2 + \omega_\phi^2} A_w y.$$

Тогда с учетом равенства (5) при  $c_1 = c_2 = 1$  находим

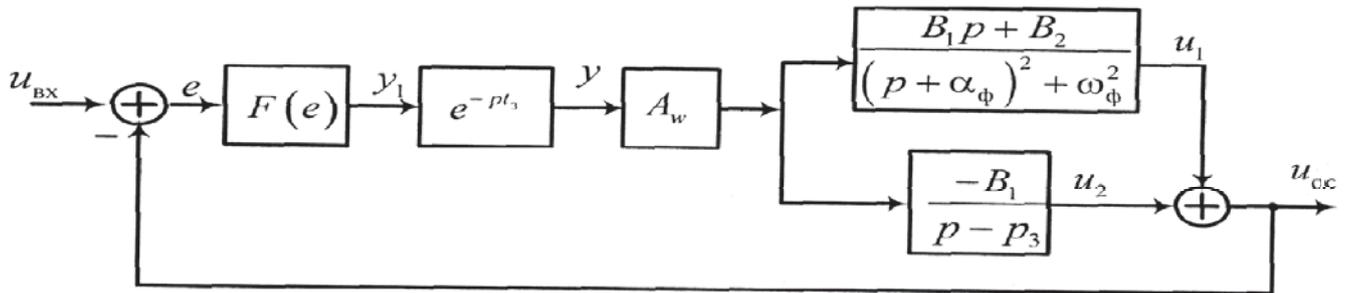


Рис. 2. Преобразованная структурная схема усилителя мощности

$$u_1(p) = \frac{(b_1 + b_2)p + (b_1 + b_2)a_\phi + (b_2 - b_1)\omega_\phi}{(p + a_\phi)^2 + \omega_\phi^2} A_w y.$$

Из рис. 2 видно, что

$$u_1(p) = \frac{B_1 p + B_2}{(p + a_\phi)^2 + \omega_\phi^2} A_w y.$$

Сравнивая последние два выражения, приходим к уравнениям относительно  $b_1$  и  $b_2$ :

$$b_1 + b_2 = B_1; (a_\phi - \omega_\phi)b_1 + (a_\phi + \omega_\phi)b_2 = B_2,$$

откуда следуют соотношения:

$$b_1 = \frac{(a_\phi + \omega_\phi)B_1 - B_2}{2\omega_\phi}; b_2 = \frac{B_2 - (a_\phi + \omega_\phi)B_1}{2\omega_\phi}. \quad (6)$$

Объединяя уравнение (5) с уравнением для звена первого порядка на рис. 2

$$\dot{x}_3 = p_3 x_3 - B_1 A_w y,$$

где  $x_3 = u_3$ , получаем уравнение состояния линейной части системы

$$\frac{dx}{dt} = Ax + BA_w y, \quad (7)$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -a_\phi & \omega_\phi & 0 \\ \omega_\phi & -a_\phi & 0 \\ 0 & 0 & p_3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ -B_1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Уравнение для выходной линейной части имеет вид

$$u_{о.с} = Cx, \quad (9)$$

где  $C = \|1 \ 1 \ 1\|$ .

Поскольку матрица  $A$  клеточно-диагональная [14, 15] (или блочно-диагональная [16], квазидиагональная [17]):

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}; A_1 = \begin{bmatrix} -a_\phi & \omega_\phi \\ \omega_\phi & -a_\phi \end{bmatrix}; A_2 = p_3,$$

то клеточно-диагональными будут также матрицы:

$$(pI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} (pI - A_1)^{-1} & 0 \\ 0 & (pI - A_2)^{-1} \end{bmatrix};$$

$$e^{At} = L^{-1} [(pI - A)^{-1}],$$

где оператор  $L^{-1}$  – обратное преобразование Лапласа.

Эта особенность матрицы  $A$  существенно облегчает определение фундаментальной матрицы системы (7)  $e^{At}$ .

Определяя матрицу

$$(pI - A_1)^{-1} = \frac{1}{\det(pI - A_1)} \begin{bmatrix} p + a_\phi & \omega_\phi \\ -\omega_\phi & p + a_\phi \end{bmatrix},$$

где  $\det(pI - A_1) = (p + a_\phi)^2 + \omega_\phi^2$ , и матрицу

$e^{A_1 t} = L^{-1} [(pI - A_1)^{-1}]$ , получаем

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{A_1 t} & 0 \\ 0 & e^{A_2 t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-a_\phi t} \cos \omega_\phi t & e^{-a_\phi t} \sin \omega_\phi t & 0 \\ e^{-a_\phi t} \sin \omega_\phi t & e^{-a_\phi t} \cos \omega_\phi t & 0 \\ 0 & 0 & e^{p_3 t} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Решение уравнения (7) при  $y = \text{const}$  можно представить в виде

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} [x(t_0) - x(\infty)] + x(\infty), \quad (11)$$

где  $x(\infty)$  – установившееся значение вектора  $x(t)$ , определяемое непосредственно из (7) при  $\frac{dx}{dt} \Big|_{t \rightarrow \infty} = 0$ , т.е.

$$x(\infty) = -A^{-1} BA_w y. \quad (12)$$

Переходную характеристику линейной части  $h(t)$  найдем, подставляя в выражение (9)  $x(t)$  из (11) при  $t_0 = 0, x(t_0) = 0, y = 1$ . Тогда получим

$$h(t) = -A_w C (1 - e^{At}) A^{-1} B,$$

где

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_1^{-1} & 0 \\ 0 & A_2^{-1} \end{pmatrix}; A_1^{-1} = \frac{1}{w_\phi^2 + a_\phi^2} \begin{pmatrix} a_\phi & -w_\phi \\ w_\phi & -a_\phi \end{pmatrix};$$

$$A_2^{-1} = 1/p_3.$$

С учетом клеточного строения входящих в выражение для  $h(t)$  матриц будем иметь

$$h(t) = -A_w \hat{e} \left\| \left\| A_1^{-1} (1 - e^{At}) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \right\| \right\| - B_1 \frac{1}{p_3} (1 - e^{p_3 t}) \dot{u}$$

где согласно (10)

$$e^{At} = \begin{pmatrix} e^{-a_\phi t} \cos w_\phi t & e^{-a_\phi t} \sin w_\phi t \\ -e^{-a_\phi t} \sin w_\phi t & e^{-a_\phi t} \cos w_\phi t \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

После преобразований с учетом выражений (6) получим

$$h(t) = A_w T_\phi^2 \hat{e} B_2 (1 - e^{-a_\phi t} \cos w_\phi t) +$$

$$\frac{1}{w_\phi T_\phi^2} B_1 - \frac{a_\phi}{w_\phi} B_2 \frac{\dot{e}}{\dot{\phi}} e^{-a_\phi t} \sin w_\phi t \dot{u} + \frac{A_w}{p_3} B_1 (1 - e^{p_3 t}).$$

(13)

Это выражение совпадает с выражением, полученным по формуле  $h(t) = L^{-1}[W(p)/p]$ .

На рис. 3 представлены рассчитанные по формуле (13) графики переходных характеристик линейной части при  $T_\phi = 4,5$  мкс;  $z_\phi = 0,5$ ;  $K_1 = 20$ ;  $t_3 / T_\phi = 0,2$ .

Из формулы (13) с учетом соотношений (4) получим предельное значение переходной характеристики (при  $t \rightarrow \infty$ ):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = K_\phi / K_1 = 0,05$$

что и подтверждается рис. 3.

**Расчет переходных процессов.** Я.З. Цыпкиным предложен метод расчета процессов в релейных системах, основанный на представлении сигнала  $y(t)$  на выходе РЭ линейной комбинацией единичных скачков [7]. Пусть  $t_0$  – момент запуска системы (рис. 1,а), в который кривая  $e(t)$  первый раз пересекает ось времени в сторону возрастания  $t$ . Тогда в момент времени  $t_0 + t_3$  происходит первое срабатывание реле, на его выходе скачком устанавливается сигнал  $y = E$ , а сигнал на выходе линейной части начинает изменяться по закону

$$u_{o.c}(t) = Eh(t - t_0 - t_3), \quad t_0 + t_3 < t < t_1 + t_3,$$

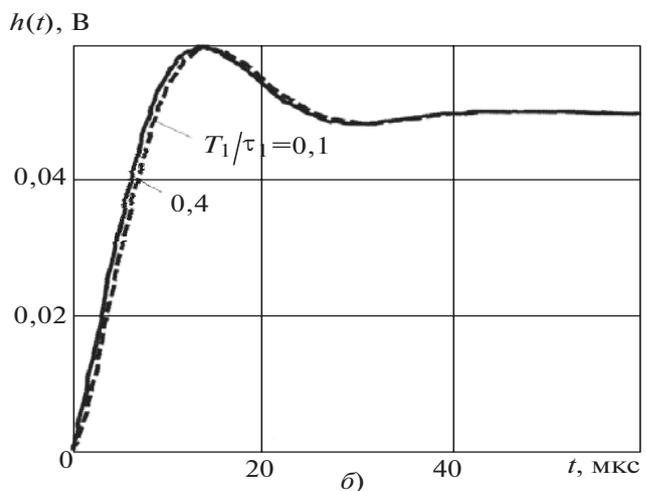
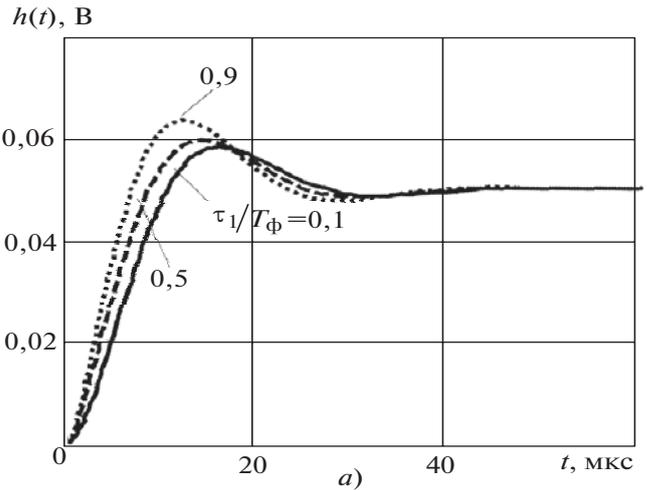


Рис. 3. Переходная характеристика линейной части при  $T_1/t_1 = 0,2$  (а);  $t_1/T_\phi = 0,5$  (б)

где  $t_1$  – момент очередного пересечения оси времени кривой  $e(t)$  (см. рис. 1,б).

Тогда в момент  $t_1 + t_3$  происходит отпускание реле и начинает выполняться равенство

$$u_{o.c}(t) = Eh(t - t_0 - t_3) - 2Eh(t - t_1 - t_3),$$

$$t_1 + t_3 < t < t_2 + t_3,$$

а далее

$$u_{o.c}(t) = Eh(t - t_0 - t_3) - 2Eh(t - t_1 - t_3) + 2Eh(t - t_2 - t_3),$$

$$t_2 + t_3 < t < t_3 + t_3$$

и т.д.

Для произвольного момента времени

$$u_{o.c}(t) = E \hat{e} \frac{\dot{e}}{\dot{\phi}} h(t - t_0 - t_3) + 2 \sum_{k=1}^n \hat{a} (-1)^k h(t - t_k - t_3) \dot{u}$$

$$t_n + t_3 < t < t_{n+1} + t_3, \quad (14)$$

где  $n = 1, 2, \dots$

Эта формула дополняется уравнением для определения моментов времени  $t$

$$u_{\text{вх}}(t_k) - u_{\text{о.с}}(t_k) = 0, \quad (15)$$

называемым условием надлежащих моментов переключения [7].

Кроме того, как видно на рис. 1,б, момент  $t_k$  должен удовлетворять условию надлежащих направлений переключений [7]:

$$\dot{u}_{\text{вх}}(t_k)(-1)^k > \dot{u}_{\text{о.с}}(t_k)(-1)^k. \quad (16)$$

Недостатком рассмотренного метода является то, что с ростом числа  $n$  увеличивается число слагаемых в правой части (14), и, следовательно, растет погрешность расчета. Аналогичное определение установившегося процесса затруднено тем, что требуется переход к пределу при  $n \rightarrow \infty$ .

Отмеченные недостатки отсутствуют в методе расчета процессов, основанном на использовании уравнений состояния линейной части (7) и его решения (11) [11]. Полагая в выражении (11)  $t_0 = t_k + t_3$ , где  $t_k$  – момент перехода уменьшающегося сигнала  $e(t)$  через нуль, при  $t_k + t_3 < t < t_k + t_3 + q_k$  получаем

$$x(t) = e^{A(t-t_k-t_3)} [x(t_k+t_3) - x^1(\infty)] + x^1(\infty), \quad (17)$$

где согласно (12) установившееся значение вектора состояния для интервалов  $q_k$ , следующих после перехода  $e(t)$  через нуль в сторону уменьшения  $t$ ,

$$x^1(\infty) = A^{-1} B A_w E, \quad (18)$$

поскольку на интервале  $q_k$   $y = -E$ . Аналогично на интервале  $t_{k+1} + t_3 < t < t_{k+1} + t_3 + q_{k+1}$

$$x(t) = e^{A(t-t_{k+1}-t_3)} [x(t_{k+1}+t_3) - x^2(\infty)] + x^2(\infty), \quad (19)$$

где  $x^2(\infty) = -A^{-1} B A_w E = -x^1(\infty)$  – установившееся значение вектора состояния для интервалов  $q_{k+1}$ , следующих после перехода сигнала  $e(t)$  через нуль, а значение  $x(t_{k+1}+t_3)$  определяется подстановкой  $t = t_{k+1} + t_3 = t_k + t_3 + q_{k+1}$  в выражение (17):

$$x(t_{k+1}+t_3) = e^{A q_k} [x(t_k+t_3) - x^1(\infty)] + x^1(\infty). \quad (20)$$

Длительность интервала времени  $q_k = t_{k+1} - t_k$ , на котором сигнал  $e(t)$  отрицателен, находится из уравнения

$$u_{\text{вх}}(t_k + q_k) - u_{\text{о.с}}(t_k + q_k) = 0, \quad (21)$$

где с учетом (17) и (19)

$$u_{\text{о.с}}(t_k + q_k) = \begin{cases} C \{ e^{A(q_k - t_3)} [x(t_k + t_3) - x^1(\infty)] + x^1(\infty) \} \\ \text{при } t_k > t_3; \\ C \{ e^{A(q_{k-1} + q_k - t_3)} [x(t_{k+1} + t_3) - x^2(\infty)] + x^2(\infty) \} \\ \text{при } t_k < t_3. \end{cases} \quad (22)$$

Подставляя в выражение (19)  $t = t_{k+2} + t_3$ , с учетом равенств  $t_{k+2} - t_{k+1} = q_{k+1}$  и (20) найдем

$$x(t_{k+2} + t_3) = e^{A T_k} [x(t_k + t_3) - x^1(\infty)] + (2e^{A q_{k+1}} - 1)x^1(\infty), \quad (23)$$

где  $T_k = q_k + q_{k+1}$  – длительность  $k$ -го цикла (периода) процесса, а время  $q_{k+1}$  определяется из уравнения

$$u_{\text{вх}}(t_{k+1} + q_{k+1}) - u_{\text{о.с}}(t_{k+1} + q_{k+1}) = 0, \quad (24)$$

аналогично (21);

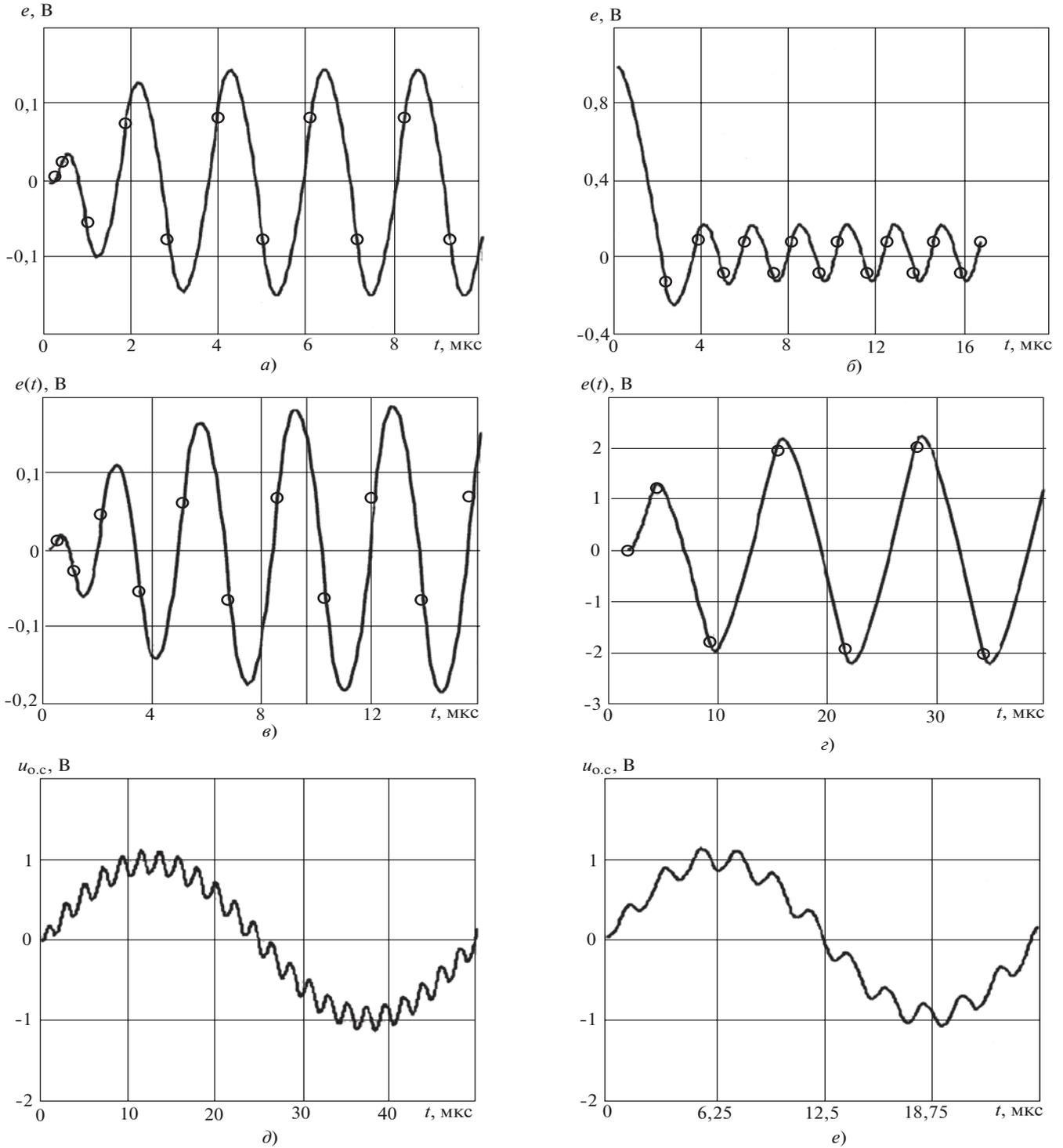
$$u_{\text{о.с}}(t_{k+1} + q_{k+1}) = \begin{cases} C \{ e^{A(q_{k+1} - t_3)} [x(t_{k+1} + t_3) - x^1(\infty)] - x^1(\infty) \} \\ \text{при } t_{k+1} > t_3; \\ C \{ e^{A(q_k + q_{k+1} - t_3)} [x(t_k + t_3) - x^2(\infty)] + x^2(\infty) \} \\ \text{при } t_{k+1} < t_3. \end{cases} \quad (25)$$

Соотношение (20) может рассматриваться как разностное уравнение автономной релейной системы, к которой рассматриваемый усилитель сводится при  $u_{\text{вх}} = 0$ , [11]. При  $u_{\text{вх}} \neq 0$  в качестве разностного уравнения необходимо использовать соотношение (23), связывающее значение вектора состояний  $x(t_{k+2} + t_3)$  в конце периода  $T_k = q_k + q_{k+1}$  с его значением  $x(t_k + t_3)$  в начале этого периода.

Соотношения (17)–(25) позволяют организовать точный расчет переходных процессов методом припасовывания при произвольных начальных условиях.

Результаты расчета изменения напряжения на входе РЭ при запуске усилителя с параметрами:  $E = 100$  В,  $K_1 = 20$ ,  $T_\phi = 4,5$  мкс,  $z_\phi = 0,5$ ,  $K_\phi = 1$ ,  $t_1 / T_\phi = 0,5$ , и при нулевых начальных условиях  $x(0) = \mathbf{0}$  представлены на рис. 4. Кружками отмечены значения сигнала в моменты переключения РЭ.

Рис. 4,а и б иллюстрируют влияние входного напряжения  $u_{\text{вх}} = \text{const}$  на входное напряжение релейного элемента  $e(t)$ : появление на входе РЭ постоянной составляющей напряжения того же знака, что и у  $u_{\text{вх}}$ , а также искажения формы сигнала  $e(t)$  в установившемся режиме под действием  $u_{\text{вх}}$ . Рис. 4,в характеризует замедление процесса установления колебаний при увеличении постоянной времени цепи обратной связи  $T_1$ , а рис. 4,г – рост амплитуды колебаний и искажения их формы при



**Рис. 4.** Кривые изменения напряжений на входе РЭ и выходе цепи обратной связи в процессе запуска: при  $T_1/t_1=0,2$ ,  $t_3/T_\Phi=0,04$ ,  $u_{вх}=0$  (а);  $u_{вх}=1$  (б);  $T_1/t_1=0,5$ ,  $t_3/T_\Phi=0,04$ ,  $u_{вх}=0$  (в);  $T_1/t_1=0,2$ ,  $t_3/T_\Phi=0,5$  (г);  $f_{вх}=20$  кГц (д);  $f_{вх}=40$  кГц (е)

увеличении запаздывания. Как видно из этих рисунков, возбуждение колебаний происходит «мягко».

Вычисляя частоту установившихся автоколебаний по приближенной формуле [4], при значениях параметров, соответствующих рис. 4,а получаем

$$\omega = \frac{1}{T_\Phi} \sqrt{\frac{1}{(t_1/T_\Phi)(T_1/t_1)} - \frac{1}{t_3/T_\Phi} - \frac{1}{(t_1/T_\Phi)^2}}$$

$$= 2,981 \times 10^6 \text{ рад/с} \approx 475 \text{ Гц.}$$

Из рис. 4,а имеем  $f \approx 467$  кГц, т.е. погрешность расчета по приближенной формуле не превышает 2%. Также мала погрешность расчета по приближенной формуле и при других значениях параметров цепи обратной связи (рис. 4,б и в), однако при большом значении  $t_3/T_\Phi$  (рис. 4,г) приближенная

формула [4] непригодна, поскольку не выполняется условие  $t_1 - T_1 > t_3$ .

На рис. 4, д и е представлены расчетные кривые напряжения обратной связи при гармоническом входном сигнале  $u_{вх}(t) = U_{вхм} \sin(\omega_{вх} t + j_{вх})$ , время  $t$  отсчитывается от момента пуска, совпадающего с моментом срабатывания (или отпускания) РЭ,  $U_{вхм} = 1$  В,  $j_{вх} = 0$ . Основные параметры усилителя:  $E = 100$  В,  $K_1 = 20$ ,  $T_{\Phi} = 4,5 \times 10^{-6}$  с,  $t_1 / T_{\Phi} = 0,5$ ,  $T_1 / t_1 = 0,2$ ,  $t_3 / T_{\Phi} = 0,04$ ,  $u_{вх} = 0$ . Обратим внимание на практически полное отсутствие фазового сдвига в усилителе на частоте входного напряжения  $u_{вх}(t)$ ; амплитуда входного напряжения на входе РЭ  $E_m = U_{вхм} - U_{о.см} = 0,05$  В. Как видно, гладкая составляющая напряжения обратной связи с амплитудой  $U_{о.см} = 0,95$  В почти полностью компенсирует входной сигнал  $u_{вх}(t)$  на входе РЭ, где амплитуда гладкой составляющей  $E_m = 0,05$  В =  $U_{вхм}$ . Учитывая, что в цепи обратной связи медленно изменяющееся выходное напряжение усилителя ослабляется в  $K_1$  раз, находим амплитуду гладкой составляющей выходного напряжений  $U_{выхм} = K_1 U_{о.см} = 19,5$  В.

**Расчет периодических режимов.** При  $u_{вх} = 0$  установившиеся колебания симметричны, поэтому справедливо равенство  $x(t_{k+1} + t_3) = -x(t_k + t_3)$ . При  $u_{вх} = 0$  для простого периодического режима справедливо равенство  $x(t_{k+2} + t_3) = x(t_k + t_3)$ , используя которое, из равенства (23) найдем

$$x_{уст}(t_k + t_3) = x^1(\infty) - 2(e^{AT_{уст}} - 1)(e^{Aq_{k+1}} - 1)x^1(\infty). \quad (26)$$

Рассматривая наиболее важный для практики случай, когда длительности интервалов  $q_k > t_3$  и  $q_{k+1} > t_3$ , с учетом равенств (17), (19), (20) и (26) получаем соотношения для расчета значений вектора состояний в моменты перехода сигнала  $e(t)$  через нуль (см. рис. 1, в):

$$x(t_k + q_k) = e^{A(q_k + t_3)} [x(t_k + t_3) - x^1(\infty)] + x^1(\infty);$$

$$x(t_{k+1} + q_{k+1}) = e^{A(T_{уст} - t_3)} [x(t_k + t_3) - x^1(\infty)] + 2[e^{A(q_{k+1} + t_3)} - 1]x^1(\infty).$$

Для исключения значений  $x(t_k + t_3) = x_{уст}(t_k + t_3)$  из этих соотношений равенство (26) перепишем в виде

$$(e^{AT_{уст}} - 1)[x_{уст}(t_k + t_3) - x^1(\infty)] = -2(e^{Aq_{k+1}} - 1)x^1(\infty).$$

Тогда с учетом последнего равенства имеем:

$$(e^{AT_{уст}} - 1)x_{уст}(t_k + q_k) = (e^{AT_{уст}} - 1)x^1(\infty) -$$

$$- 2[e^{A(T_{уст} - t_3)} - e^{A(q_k - t_3)}]x^1(\infty);$$

$$(e^{AT_{уст}} - 1)x_{уст}(t_{k+1} + q_{k+1}) = -(e^{AT_{уст}} - 1)x^1(\infty) + 2[e^{A(T_{уст} - t_3)} - e^{A(q_k - t_3)}]x^1(\infty).$$

Умножая последние два равенства слева на матрицу  $(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1}$ , получаем выражения для значений вектора состояния в моменты перехода сигнала  $e(t)$  через нуль:

$$\begin{aligned} x_{уст}(t_k + q_k) &= x^1(\infty) - 2(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} \cdot \\ &\cdot [e^{A(T_{уст} - t_3)} - e^{A(q_k - t_3)}]x^1(\infty); \quad (27) \\ x_{уст}(t_{k+1} + q_{k+1}) &= -x^1(\infty) + 2(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} \cdot \\ &\cdot [e^{A(T_{уст} - t_3)} - e^{A(q_k - t_3)}]x^1(\infty). \end{aligned}$$

Подставляя последние выражения в уравнения (21) и (24), представим их в виде:

$$u_{вх}(t_k + q_k) - Cx^{-1}(\infty) + 2(f_3 - f_1) = 0; \quad (28)$$

$$u_{вх}(t_{k+1} + q_{k+1}) + Cx^{-1}(\infty) - 2(f_3 - f_2) = 0,$$

где введены следующие вспомогательные функции:

$$f_1 = C(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} e^{A(q_k - t_3)} x^1(\infty);$$

$$f_2 = C(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} e^{A(q_{k+1} - t_3)} x^1(\infty); \quad (29)$$

$$f_3 = C(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} e^{A(T_{уст} - t_3)} x^1(\infty).$$

При переменном входном напряжении  $u_{вх}(t)$  и предположении медленного изменения  $u_{вх}(t)$  будем аппроксимировать это изменение функцией, которая постоянна на каждом интервале  $(t_k, t_k + T_{уст})$  и изменяется скачком в конце этого интервала.

Тогда, суммируя уравнения (28), получаем вспомогательное равенство

$$u_{вх}(t_k + 0) + f_2 - f_1 = 0.$$

Решение системы уравнений (28), где  $T_{уст} = q_k + q_{k+1}$ , относительно  $q_k$  и  $q_{k+1}$  стандартными численными методами является громоздкой задачей, поэтому сведем ее к решению уравнений с одним неизвестным:

1) разделим возможный диапазон изменения периода  $T_k = q_k + q_{k+1}$  на интервалы длительностью  $DT$ , зададимся значением  $T_{уст}^1$  в начале указанного диапазона и вычислим значение  $f_3^1$  по третьей формуле (29);

2) из уравнений (28) найдем значения  $f_1^1, f_2^1$  функций  $f_1$  и  $f_2$ :

$$f_1^1 = f_3^1 + \frac{1}{2}[u_{вх}(t_k + 0) - Cx^{-1}(\neq)];$$

$$f_2^1 = f_3^1 - \frac{1}{2}[u_{вх}(t_k + 0) + Cx^{-1}(\neq)];$$

3) решим первое уравнение (29) относительно  $q_k$ , второе – относительно  $q_{k+1}$  и определим значения  $q_k^1, q_{k+1}^1$ ;

4) вычислим значение невязки  $D(T_k^1) = T_{уст}^1 - (q_k^1 + q_{k+1}^1)$ ;

5) зададимся следующим значением периода  $T_{уст}^2 = T_{уст}^1 + DT$  и вычислим аналогично предыдущему значению  $D(T_k^2)$  и т.д.

Таким образом на выбранном диапазоне изменения  $T_{уст}$  определяется интервал  $(T_{уст}^i, T_{уст}^i + DT)$ , на котором функция  $D(T_{уст})$  меняет знак. Затем уточняем решение уравнения  $D(T_{уст}) = 0$  одним из подходящих для этого численных методов решения уравнений с одним неизвестным.

Заметим, что в предлагаемом алгоритме каждый цикл расчета значений  $D(T_{уст}^i)$  включает в себя два вложенных цикла уравнений (20) с одним неизвестным, записываемых в виде

$$F_1(q_k) = 0, F_2(q_{k+1}) = 0,$$

где

$$F_1(q_k) = f_1 + C(1 - e^{-AT_{уст}})^{-1} e^{A(q_k - t_3)} x^1(\neq);$$

$$F_2(q_{k+1}) = f_2 + C(1 - e^{-AT_{уст}})^{-1} e^{A(q_{k+1} - t_3)} x^1(\neq),$$

как было отмечено выше, значением  $T_{уст}^i$  задаемся, значения функций  $f_1^i$  и  $f_2^i$  определяются на втором шаге цикла по расчету значений  $D(T_{уст}^i)$ .

На рис. 5,а представлены расчетные кривые для определения частоты автоколебаний  $\omega$ , где сплошной линией показана зависимость, полученная точным методом, предложенным выше, штриховой линией – зависимость, рассчитанная методом гармонического баланса. При  $u_{вх} = 0$  частота, рассчитанная методом гармонического баланса, практически не отличается от частоты, рассчитанной точным методом (рис. 5,а). На расчетной зависимости частоты автоколебаний от входного напряжения при  $t_3 / T_{\Phi} = 0,04$  (рис. 5,б) видно, что частота автоколебаний падает с ростом входного напряжения, что не учитывается при расчете частоты методом гармонического баланса.

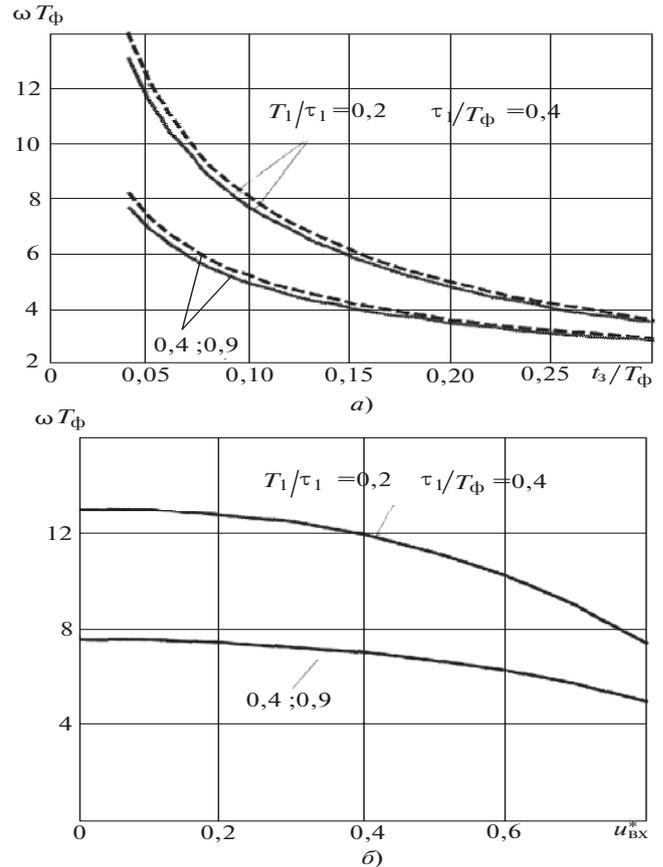


Рис. 5. Расчетные зависимости относительной частоты автоколебаний  $z_{\Phi} = 0,5, u_{вх} = 0$  от относительного запаздывания (а) и относительного входного напряжения  $u_{вх}^* = K_1 u_{вх} / K_{\Phi} E$  (б)

**Анализ устойчивости периодического режима.** Исследование устойчивости позволяет из возможных периодических режимов релейной системы выбрать практически реализуемые [7]. Воспользуемся точным методом анализа, основанным на рассмотрении возмущенного режима, мало отличающегося от исследуемого периодического режима, и определении математической модели для малых отклонений процессов от кривых, соответствующих исследуемому периодическому режиму [7]. Аналогично [5] можно обосновать линеаризованную импульсную модель релейной системы для указанных малых отклонений (см. рис. 6), где  $K_{рэ1}, K_{рэ2}$  – коэффициенты усиления РЭ для малых отклонений сигнала на входе РЭ от его значений в периодическом режиме  $e_{\Pi}(t)$ , определяемые выражениями [5, 7]:

$$K_{рэ1} = \frac{2E}{|\dot{e}_{\Pi}(t_0)|}; K_{рэ2} = \frac{2E}{|\dot{e}_{\Pi}(q_2 - 0)|};$$

Время отсчитывается от момента  $t_2$  перехода возрастающего сигнала  $e_{\Pi}(t)$  через нуль (см. рис. 1,б), тогда  $q_2$  – следующий момент перехода  $e_{\Pi}(t)$  через нуль.

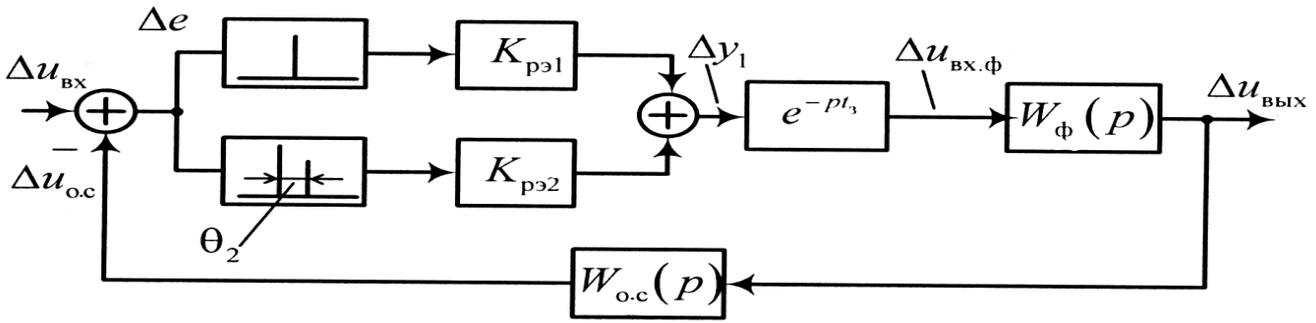


Рис. 6. Линеаризованная импульсная модель усилителя для анализа устойчивости периодического режима

Простейший периодический режим, когда отсутствуют дополнительные переключения на периоде автоколебаний, в рассматриваемой системе возможен при  $u_{вх} = \text{const}$ , либо когда входное напряжение изменяется периодически с частотой колебаний в системе.

При определении производной сигнала  $e(t) = u_{вх}(t) = Cx(t)$  в моменты перехода его через нуль для вычисления коэффициента усиления (30) воспользуемся уравнением (7), откуда с учетом рис. 1, в и равенства (8) имеем:

$$\dot{x}(t_{k+1}) = A[x(t_{k+1}) - x^{-1}(\neq)];$$

$$\dot{x}(t_{k+2}) = A[x(t_{k+2}) + x^{-1}(\neq)].$$

Поскольку  $x(t_{k+1}) = x(t_k + q_k)$ ,  $x(t_{k+2}) = x(t_{k+1} + q_{k+1})$ , то в установившемся режиме с учетом соотношений (27) получим:

$$\dot{x}_{уст}(t_{k+1}) = -2A(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} \cdot$$

$$\hat{e} e^{A(T_{уст} - t_3)} - e^{A(q_k - t_3)} \dot{u}_{вх}^{-1}(\neq);$$

$$\dot{x}_{уст}(t_{k+2}) = -2A(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} \cdot$$

$$\hat{e} e^{A(T_{уст} - t_3)} - e^{A(q_{k+1} - t_3)} \dot{u}_{вх}^{-1}(\neq).$$

Учитывая, что поскольку реальные скачки в усилителе происходят в моменты  $t_{k+1} + t_3$ ,  $t_{k+2} + t_3$  то разрывы производных  $\dot{e}(t)$  и  $\dot{x}(t)$  в моменты  $t_{k+1}$ ,  $t_{k+2}$  не наблюдаются, тогда имеем:

$$\dot{e}_{\Pi}(0) = \dot{e}_{уст}(t_{k+1}) = \dot{u}_{вх}(t_{k+1}) - C\dot{x}_{уст}(t_{k+1});$$

$$\dot{e}_{\Pi}(q_2) = \dot{e}_{уст}(t_{k+2}) = \dot{u}_{вх}(t_{k+2}) - C\dot{x}_{уст}(t_{k+2}).$$

Следовательно,

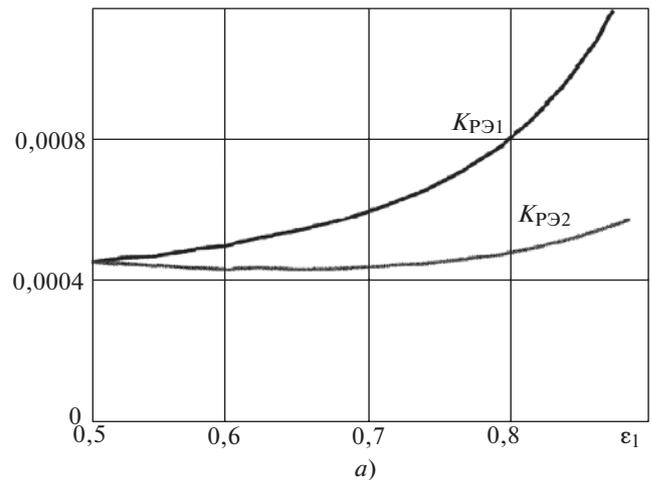
$$\dot{e}_{\Pi}(0) = \dot{u}_{вх}(t_{k+1}) + 2(g_3 - g_1); \quad (31)$$

$$\dot{e}_{\Pi}(q_2) = \dot{u}_{вх}(t_{k+2}) - 2(g_3 - g_2),$$

где

$$\begin{aligned} g_1 &= CA(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} e^{A(q_k - t_3)} x^{-1}(\neq); \\ g_2 &= CA(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} e^{A(q_{k+1} - t_3)} x^{-1}(\neq); \\ g_3 &= CA(e^{AT_{уст}} - 1)^{-1} e^{A(T_{уст} - t_3)} x^{-1}(\neq). \end{aligned} \quad (32)$$

$K_{рэ1}, K_{рэ2}, c$



$\epsilon_1$

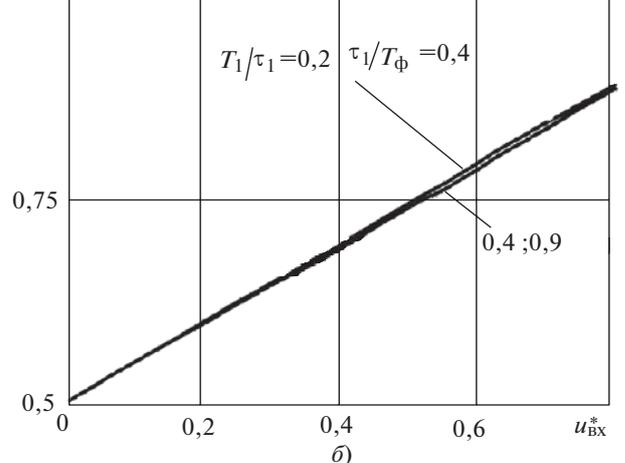


Рис. 7. Кривые для определения коэффициентов усиления импульсных элементов (а) и зависимость  $\epsilon_1 = q_2/T$  от относительного входного напряжения  $u_{вх}^* = K_1 u_{вх} / (K_{\phi} E)$

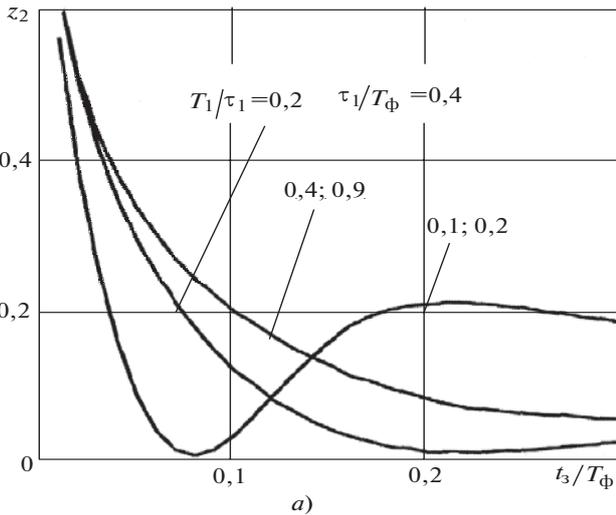
Функции  $g_i, i = 1, 2, 3$ , вычисляются аналогично функциями  $f_i$  (29).

Из рис. 7,а видно, что с ростом относительного времени запаздывания моментов срабатывания второго импульсного элемента (см. рис. 6)  $e_1 = q_2 / T$  значения коэффициентов усиления  $K_{PЭ1}$  и  $K_{PЭ2}$  начинают различаться, так как форма колебаний  $e(t)$  отличается от синусоидальной, а следовательно, производные процесса  $e(t)$  в моменты переключений  $\dot{e}_\Pi(0), \dot{e}_\Pi(q_2)$  будут различаться. Зависимость  $e_1^*$  от уровня входного напряжения  $U_{ВХ}^* = K_1 u_{ВХ} / (K_\Phi E)$  линейная, что видно из рис. 7,б.

Характеристическое уравнение импульсной системы (рис. 6) имеет вид [16]:

при  $e_3 \ll e_1 \ll 1$

$$1 + z^{-1}(K_{PЭ1} + K_{PЭ2})W(z, 1 - e_3) + z^{-1}K_{PЭ2}K_{PЭ1} [z^{-1}W^2(z, 1 - e_3) - W(z, 1 - e_3 - e_1)W(z, e_1 - e_3)] = 0;$$



$$(33)$$

при  $0 \ll e_1 \ll e_3$

$$1 + z^{-1}(K_{PЭ1} + K_{PЭ2})W(z, 1 - e_3) + z^{-2}K_{PЭ2}K_{PЭ1} [W^2(z, 1 - e_3) - W(z, 1 - e_3 - e_1)W(z, 1 - e_3 + e_1)] = 0; \quad (34)$$

где  $e_3 = t_3 / T$ ;  $e_1 = q_2 / T$ ;  $W(z, \theta)$  – смещенное  $z$ -преобразование, соответствующее передаточной функции (3), которое определяется выражением

$$W(z, \theta) = A_w \frac{\dot{e}}{\dot{e}} d_1^e \frac{zq_1(\theta) - d_1q_2(\theta)}{z^2 - 2d_1z\cos\omega_\Phi T + d_1^2} - B_1 \frac{d_2^e}{z - d_2} \frac{\dot{u}}{\dot{u}} \quad (35)$$

здесь  $d_1 = e^{-z_\Phi T / T_\Phi}$ ;  $d_2 = e^{-T / T_1}$ .

$$q_1(\theta) = B_1 \cos \omega_\Phi T + \frac{B_2 - B_1 a_\Phi}{\omega_\Phi} \sin \omega_\Phi T; \quad (36)$$

$$q_2(\theta) = B_1 \cos(1 - \theta)\omega_\Phi T - \frac{B_2 - B_1 a_\Phi}{\omega_\Phi} \sin(1 - \theta)\omega_\Phi T.$$

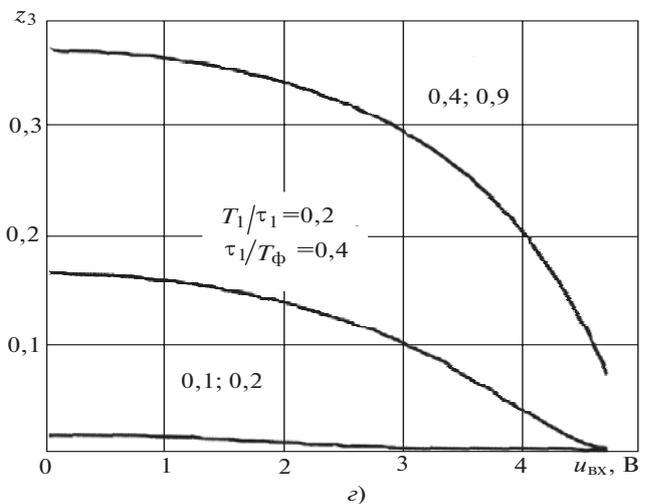
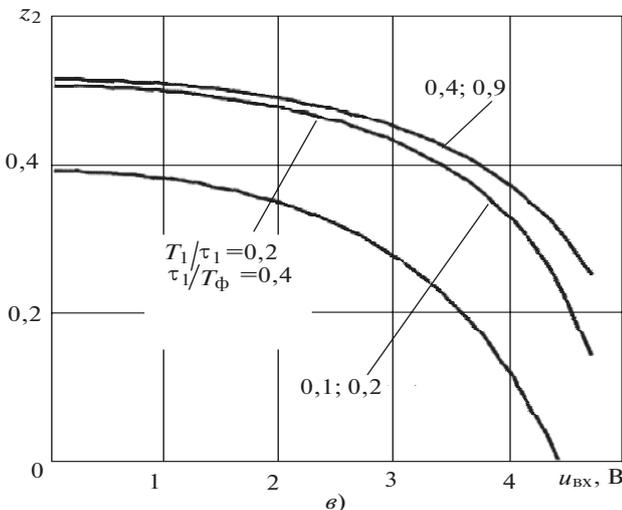
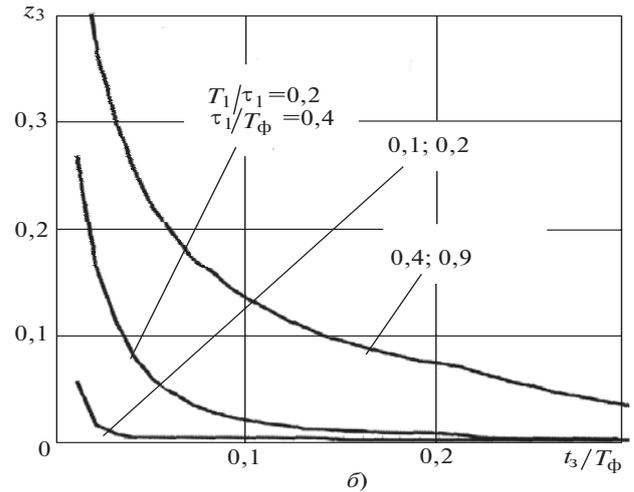


Рис. 8. Зависимости корней от параметров схемы (а), (б) и от входного напряжения (е), (е);  $E=100$  В,  $z_\Phi=0,5$ ,  $T_\Phi=4,5$  мкс,  $K_1=20$

Уравнения (33) и (34) после преобразований представляются в виде

$$z^3 + c_1 z^2 + c_2 z + c_3 = 0, \quad (37)$$

где  $c_1, c_2, c_3$  – коэффициенты, зависящие от параметров.

Решая уравнение (37) при различных значениях параметров цепи обратной связи и задержки, получим следующие результаты: первый корень  $z_1$  всегда равен единице,  $z=1$ , изменение остальных корней иллюстрируется рис. 8. Видно, что корни  $z_2, z_3$  при реальных значениях параметров не выходят

из круга единичного радиуса. При  $t_3 / T_{\phi} \gg 0$  происходит срыв автоколебаний.

**Моделирование в среде Simulink.** На рис. 9 изображена модель рассматриваемого усилителя. Предусмотрен ввод различных значений параметров выходного LC-фильтра и сопротивления нагрузки, определяющих параметры колебательного звена  $T_{\phi}, z_{\phi}$ , и параметров цепи обратной связи.

Сравнивая кривые, приведенные на рис. 4, а, б и рис. 9, б, в и соответствующие одинаковым значениям параметров, замечаем их небольшие отличия, вызванные тем, что в модели, использованной при аналитическом рассмотрении усилителя (рис. 1, а), транзисторы выходного ключевого каскада пред-

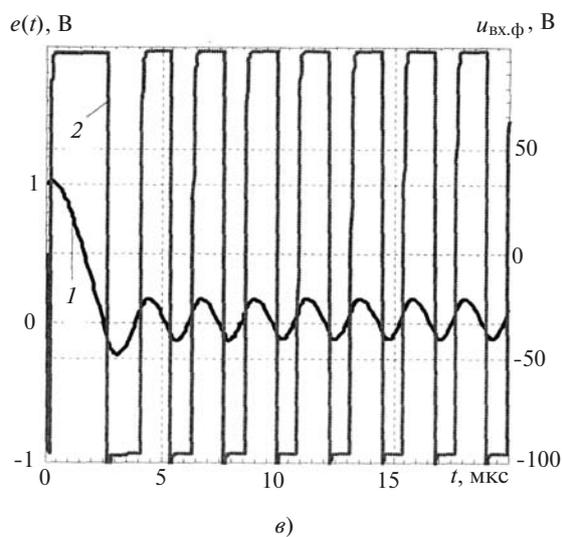
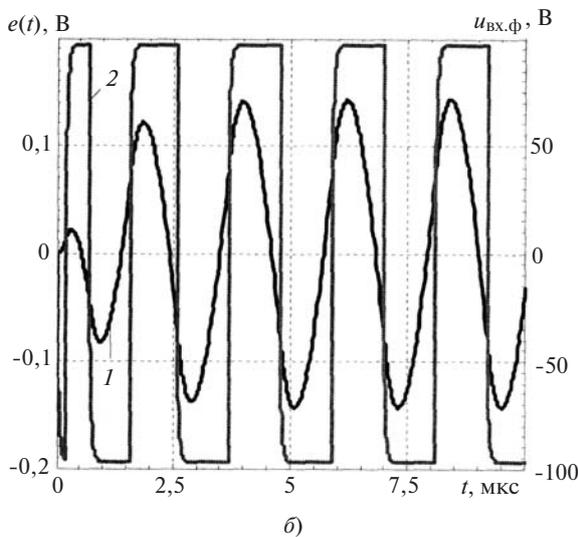
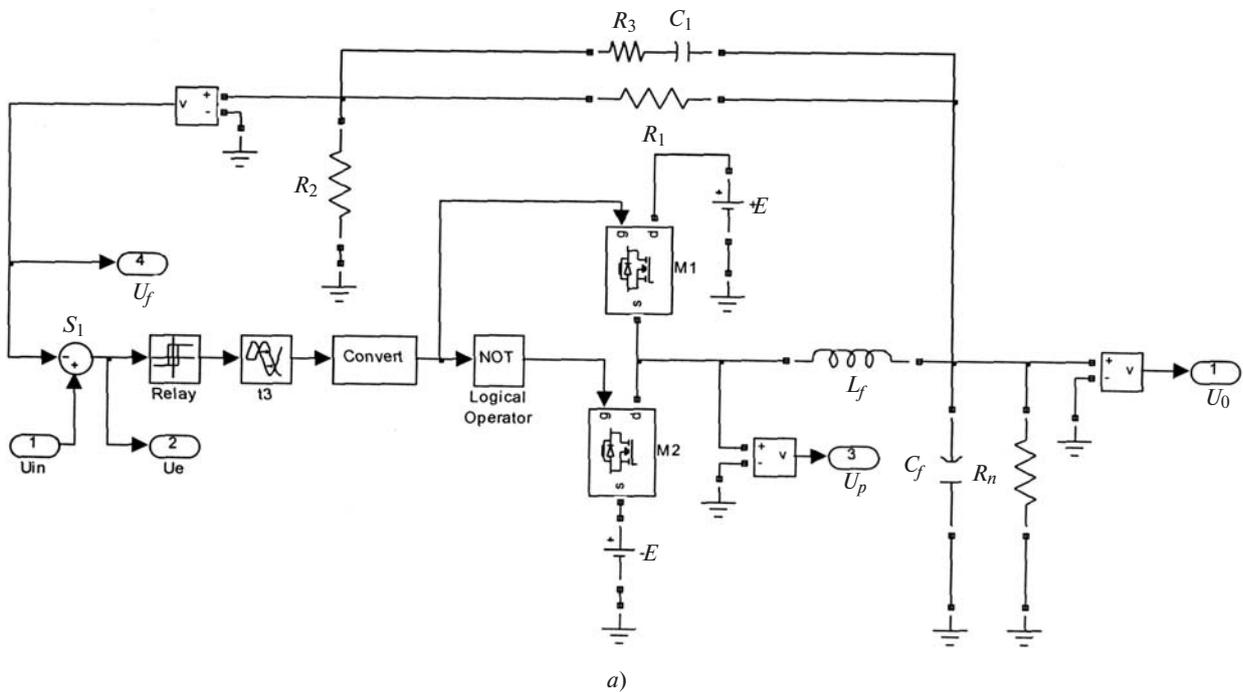


Рис. 9. Модель автоколебательного усилителя мощности в среде Simulink (а); кривые изменения напряжения на входе РЭ (1) и на входе LC-фильтра (2) процессе запуска при:  $T_1 / t_1 = 0,2, t_3 / T_{\phi} = 0,04, u_{вх} = 0$  (б);  $u_{вх} = 1$  В (в)

ставляются идеальными ключами с учетом задержки переключений с помощью звена чистого запаздывания на время  $t_3$ , а на рис. 9,а каждый из открытых транзисторов  $M1$  и  $M2$  представляет последовательно соединенный резистор сопротивлением 1 мОм и реактор с индуктивностью 1 мкГн, а закрытый транзистор — последовательной RC-цепью с сопротивлением 50 Ом и емкостью 500 нФ. Кроме того, кривые  $e(t)$  на рис. 4,а соответствует режиму работы модели (рис. 1,а), когда с задержкой на время  $t_3$  после запуска модели ко входу линейной части подается напряжение  $u_{\text{вх.ф}} = -E = -100$  В и сигнал  $e(t) = Eh(t)$  начинает изменяться в соответствии с переходной характеристикой системы (рис. 3), а на рис. 9,б — сразу после запуска открывается нижний транзистор  $M2$  и ко входу линейной части прикладывается  $u_{\text{вх.ф}} = -E = -100$  В, после чего сигнал  $u_{\text{о.с}}(t)$  начинает уменьшаться в сторону отрицательных значений, а сигнал  $e(t)$  становится положительным и с задержкой  $t_3$  срабатывает РЭ и далее начинается нормальная работа модели (как показано и на рис. 4,а). Потери мощности в дроселе фильтра не учитываются.

**Выводы.** 1. Обоснованы математические соотношения для расчета переходных процессов в автоколебательном усилителе мощности класса D с безгистерезисным релейным элементом методом, предложенным Я.З. Цыпкиным, и методом, основанным на векторно-матричных уравнениях состояния линейной части; получены близкие результаты. Преимущества второго метода состоят в большей точности и универсальности, заключающейся в простоте преобразования полученных соотношений в формулы для расчета периодических режимов в схеме и параметров линеаризованной импульсной модели, предназначенной для анализа устойчивости этих режимов.

2. При подаче входного напряжения на усилитель большая часть медленно изменяющегося входного напряжения компенсируется медленно изменяющейся составляющей напряжения обратной связи, нескомпенсированная часть входного напряжения и высокочастотная составляющая напряжения обратной связи поступают на релейный элемент, вызывая его несимметричные переключения и, в конечном счете, определяет полезный выходной сигнал усилителя.

3. При расчете частоты, амплитуды автоколебаний и процессов методом гармонического баланса погрешность возрастает с увеличением входного напряжения, когда автоколебания становятся все более несинусоидальными.

4. При моделировании усилителя в системе Matlab/Simulink, позволяющем учитывать некоторые дополнительные особенности реальных харак-

теристик элементов схемы, получены результаты, близкие к расчетным.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патент США № US6362702B1. Controlled self-oscillation modulator and power conversion system using such a modulator/K. Nielsen, T. Frederiksen, 26.03.2002.
2. Патент International Publication Number WO 03/090343A2. PCT/IB03/01253. Power Amplifiers/Putzeys, J.G. Bruno. International filing date 01.04.2003.
3. Патент США № US8013678B2. Hybrid feedback controlled oscillation modulator and switching power amplifier system/K. Nielsen, P. Ljusev. 06.09.2011.
4. Белов Г.А. Автоколебательный усилитель мощности класса D с однозначной характеристикой релейного элемента. — Нелинейный мир, 2009, № 9, т. 7.
5. Белов Г.А. Исследование усилителей мощности класса D мультивибраторного типа. — Изв. Академии электротехнических наук РФ, 2010, № 1.
6. Frederiksen T., Bengtsson H., N., Nielsen K. A novel audio power amplifie topology with high efficiency and state-of-the-art performance. — 109th AES convention 2000, September 22–25, Los Angeles, California, USA.
7. Цыпкин Я.З. Релейные автоматические системы. — М.: Наука, 1974.
8. Белов Г.А. Динамика импульсных преобразователей. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 2001.
9. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. — М.: Наука, 1973.
10. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. — М.: Наука, 1979.
11. Поспелов Г.С., Шеленков В.М. Исследование релейных систем с помощью уравнений в конечных разностях. — Точные методы исследования нелинейных систем автоматического управления. — М.: Машиностроение, 1971.
12. Бромберг П.В. Матричные методы в теории релейного и импульсного регулирования. — М.: Наука, 1967.
13. Душин С.Е., Зотов Н.С., Имаев Д.Х. и др. Теория автоматического управления: Учебник для вузов/Под ред. В.Б. Яковлева. — М.: Высшая школа, 2005.
14. Воеводин В.В. Линейная алгебра. — М.: Наука, 1974.
15. Икрамов Х.Д. Задачник по линейной алгебре. — М.: Наука, 1975.
16. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. — М.: Мир, 1989.
17. Ланкастер П. Теория матриц. — М.: Наука, 1978.
18. Белов Г.А., Лукиян Д.С. Устойчивость импульсной системы с двусторонней широтно-импульсной модуляцией второго рода. — Материалы VII Всерос. науч.-техн. конф. «Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем». — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 2007.

[16.01.12]

*Авторы: Белов Геннадий Александрович окончил факультет электронной техники Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Развитие теории и разработка импульсных преобразователей постоянного напряжения» защитил в МЭИ в 1991 г. Заведующий кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета (ЧГУ).*

*Матвеев Дмитрий Васильевич* окончил магистратуру ЧГУ по направлению «Электроника и микроэлектроника» в 2011 г. Ведущий инженер ЗАО «Волмаг» (г. Чебоксары).