63

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических цепей. – М.: Изд. АН СССР, 1951.

2. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях. – Электричество, 2005, № 1.

3. Коротков А.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ дискретно-аналоговых цепей с переключаемыми конденсаторами. – Электричество, 2009, № 4.

4. **Filaretov V.V., Korotkov A.S.** Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation. – Proc. Of the 8th inter. Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design. – Wroclaw, 23–24 September, 2004.

5. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern. – Annalen der Physik, 1902, Bd, № 13.

6. **Филаретов В.В.** Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров. — Электричество, 1998, № 5.

7. Халютин П., Титов А.А. Обобщенная симметричная формула метода эквивалентного генератора на основе разложения переменной (напряжения, тока) по слагаемым определителя. – Электричество, 2011, № 6. 8. **Коротков А.С.** Микроэлектронные аналоговые фильтры на преобразователях импеданса. – СПб: Наука, 1999.

[19.12.11]

А в торы: Курганов Сергей Александрович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (ныне Ульяновский государственный технический университет, УГТУ). В 2006 г. защитил докторскую диссертацию «Символьный анализ и диакоптика линейных электрических цепей» в Санкт-Петербургском государственном политехническом институте. Профессор, зам. заведующего кафедрой «Электроснабжение» УГТУ.

Филаретов Владимир Валентинович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института. В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте. Профессор кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

Оценочный расчет магнитного поля, при котором магнитная проницаемость сталей достигает максимума

САНДОМИРСКИЙ С.Г.

Предложена физически и экспериментально обоснованная формула, позволяющая по коэрцитивной силе, остаточной намагниченности и намагниченности насыщения рассчитать напряженность поля H_{m_m} , при которой магнитная проницаемость сталей достигает максимума. Результаты расчета по формуле могут быть использованы в электротехнике и магнитном структурном анализе вместо трудоемкого и неточного измерения H_{m_m} .

Ключевые слова: фёрромагнетик, магнитные параметры, намагничивание, максимальная магнитная проницаемость

Относительная магнитная проницаемость m_p , магнетика — величина, показывающая, во сколько раз при заданном распределении макроскопических токов магнитная индукция в рассматриваемой точке поля в данном веществе, заполняющем все поле, больше, чем в вакууме. Максимальная магнитная проницаемость m_m — максимальное значение m_p , как функции напряженности H магнитного поля на основной кривой намагничивания по индукции [1] (рис. 1) — один из важнейших параметров ферромагнитных материалов. Измерение m_m магнитомягких материалов (с коэрцитивной силой H_C £4 кА/м [2]) по стандартным методикам осу-

A physically and experimentally substantiated formula is proposed, using which the magnetic field intensity H at which the permeability of steels reaches its maximum can be calculated from the coercive force, residual magnetization, and saturation magnetization. The results of calculations carried out by the proposed formula can be used in electrical engineering and in structural magnetic analysis instead of laborious and inaccurate measurement of H.

K e y w o r d s : ferromagnetic, magnetic parameters, magnetization, maximal permeability

ществляют в замкнутой магнитной цепи [2, 3]. Относительная погрешность s измерения m_m при соблюдении жестких требований к точности электроизмерительной аппаратуры и точности измерения размеров образцов составляет $\pm 5\%$ [3]. Сведения о m_m , измеренном с такой точностью, приведены в научной и справочной литературе для многих сталей [4–8].

Напряженность поля H_{m_m} (рис. 1), при которой магнитная проницаемость сталей достигает максимума m_m (в научной и справочной литературе используют термин «напряженность поля максимальной магнитной проницаемости»), также яв-



Рис. 1. Основная кривая намагничивания M(H) стали, кривая Столетова m(H) и ее производная m(H) по напряженности H намагничивающего поля

ляется важным для электротехники и магнитного структурного анализа параметром сталей. Знание значения H_{m_m} необходимо для определения оптимальных условий эксплуатации стальных сердечников и экранов [9, 10]. Результаты измерения H_{m_m} используются в качестве параметра, чувствительного к структуре стали, приложенным и остаточным напряжениям в ней [5, 7, 8, 11, 12]. Но они приводятся в научной и справочной литературе реже результатов измерения m_m , а погрешность d измерения H_{m_m} не оговаривается. Не определена она и в [2, 3].

Основные же магнитные параметры сталей (коэрцитивная сила H_C , намагниченность M_S технического насыщения и остаточная намагниченность M_R) по стандартным методикам [2, 3] могут быть измерены с относительной погрешностью не более $\pm 3\%$, а отношение $K_{\Pi} = M_R / M_S$ при измерении M_R и M_S на одной и той же аппаратуре – с погрешностью $\pm 1\%$ [3]. Результаты измерения H_C , M_S и M_R сталей широко представлены в справочной и научной литературе [4–8, 11–16]. Цель настоящей статьи – установление связи напряженности поля H_{m_m} сталей с их параметрами: H_C , M_S и M_R .

Анализ результатов исследований поля H_{m_m} сталей. По результатам исследований [4, 13, 14] была установлена пропорциональность между параметрами H_{m_m} и H_C для сталей:

$$H_{m_m} \gg k H_C. \tag{1}$$

Однако приведенные в различных источниках значения коэффициента *k* в (1) заметно различают-

ся. Согласно [4] значения k у сталей изменяются от 1,2 до 1,4. По данным [13, рис. 3,6] $k \gg 1,5$. В то же время по данным [14, рис. 2], полученным на основе анализа результатов измерения в [15] магнитных свойств 100 различных модификаций структурного состояния сталей, значения k изменяются от 0,5 до 4,4 при среднем значении 1,69.

Такие существенные различия значений k являются следствием большой погрешности d измерения H_{m_m} . Об этом свидетельствуют и результаты анализа d для закаленной стали ШХ15 (рис. 2). Для анализа были использованы формула зависимости m(H), предложенная в [16] (кривая Столетова), и приведенные в [16, таблица] результаты измерения магнитных параметров закаленной стали ШХ15. Истинное значение H_{m_m} определялось точкой пересечения производной m(H) с осью H, а диапазон изменения возможного результата измерения H_{m_m} – проекциями H^{\pm} на эту ось точек пересечения функции m(H) с прямой $F(H)=0.9m_m$ (рис. 2).



Рис. 2. К анализу погрешностей d[±] измерения напряженности поля H_{m_m} закаленной стали ШХ15 с магнитными параметрами из [16] при измерении с погрешностью s = ±5%

Расчет погрешностей d^{\pm} , проведенный по формуле

$$d^{\pm} = \frac{H^{\pm} - H_{m_m}}{H_{m_m}} \times 100\%,$$
 (2)

показал, что для проанализированного материала при s= $\pm 5\%$ погрешности d⁻ и d⁺ измерения напряженности поля H_{m_m} могут достигать значений -33,2% и +48,3% соответственно. Это является следствием особенности свойств ферромагнитного материала: кривая Столетова (рис. 1, 2) в области максимума (при $H \gg H_{m_m}$, m $\gg m_m$) при значительных изменениях H характеризуется незначительным изменением m

Большая трудоемкость и погрешность d[±] измерения H_{m_m} при нешироком возможном диапазоне изменения H_{m_m} не удовлетворяют требованиям практики. Положение усугубляется еще и тем, что многие измерения H_{m_m} проводились с нарушением требований [2, 3]. Например, в [11] измерения магнитных параметров сталей были проведены на образцах конечных размеров в разомкнутой магнитной цепи. Такая методика измерения m_m в [11] («... для уменьшения размагничивающего действия концов образца к нему приставлялись надставки из мягкого железа») не позволила получить достоверные результаты для т_т сталей. Так, результаты измерения т_т сталей 30 и 45, отпущенных при различных температурах, в [11] занижены по сравнению с данными [6] на 32-97%. Использование «надставок», размеры и магнитные свойства которых не указаны, не позволяет использовать результаты [11] измерения m_m образцов с «надставками» и для расчета m_m сталей по формулам [17]. Тем не менее, полученные в [11] результаты измерения m, вплоть до настоящего времени представлены в научной, учебной и справочной литературе как магнитные свойства углеродистых сталей (например [7, рис. 2.5, 2.13а, 2.24а], [8, рис.12.5, 12.13.а, 12.24.а]). Учитывая, что нарушение требований [2, 3] приводит к занижению результатов измерения m_m сталей по сравнению с ее истинными значениями (тем большему, чем больше m_m [17]), погрешность измерения H_{m_m} по такой методике будет превышать установленные для стандартной методики значения. Включение таких результатов в справочные издания (например [8, рис.12.5]) еще больше снижает достоверность всех справочных данных о результатах измерения H_{m_m} .

Физические предпосылки для расчета напряженности поля H_{m_m} сталей. Для упрощения записи используемых формул введем обозначения:

$$h = \frac{H}{H_C}; \ K_{\Pi} = \frac{M_R}{M_S}; \ T = \operatorname{tg} \frac{\mathsf{p}K_{\Pi}}{2};$$
$$A_n(h) = \operatorname{arctg}\{T[1 + (-1)^n h]\}.$$
(3)

Для общности рассмотрения воспользуемся следующими установленными соотношениями между магнитными характеристиками сталей: 1. Эмпирической формулой, связывающей магнитную проницаемость m_m сталей с H_C и остаточной индукцией B_R предельной петли гистерезиса [4]. В системе СИ эта формула может быть записана в виде

$$m_m \approx (0,476 + bH_C) \frac{B_R}{m_0 H_C},$$
 (4)

где b= 0,0712 м/кА; $m_0 = 4 p \times 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Согласно [4] точность формулы (4) для сталей с $H_C \pounds 6$ кА/м колеблется между 2 и 6%.

В [18] с использованием данных [6] о магнитных характеристиках 211 марок сталей осуществлена проверка формулы (4), записанной в виде

$$M_R \gg \frac{m_m H_C}{0.476 + b H_C}$$
. (4a)

Было показано, что при расчете по (4a) M_R сталей 30, 45, 30XMA, 50XHM, 50XH1M, 25X1MФ и ЭИ992(XB) после различных режимов закалки и отпуска (всего 211 марок различных материалов в диапазоне изменения H_C от 0,73 до 7,79 кА/м) коэффициент корреляции линейного уравнения регрессии $M_R = M_R$ (расчет) составил 0,947. Расхождение экспериментальных и рассчитанных по (4a) значений M_R в большинстве случаев не превысило суммы возможных по [3] погрешностей измерения параметров M_R , H_C и m_m с учетом их нелинейной комбинации в (4a).

2. Формулой, позволяющий с приемлемой для практики точностью рассчитать отношение m_m к начальной магнитной проницаемости m_n конструкционных сталей по результату измерения их H_C [19]:

$$m_m / m_n \approx 2.9 + 35(e^{-g_H}C),$$
 (5)

где g= 1,75 м/кА.

В [19] при обосновании зависимости (5) были использованы результаты измерения m_m , m_h и H_C сталей 30, 45, 15ХНМФ, 38ХГН, 38ХС, 95Х18 после различных режимов закалки и отпуска (182 различных марок из табл. 1.1, 1.3, 9.1, 21.1, 21.2, 24.3, 24.4, 51.5 – 51.8 справочника [6]). Данные о изменении свойств (8,8 £ m_h £ 95; 19 £ m_m £ 986 и 0,71 кА/м £ H_C £ 7,43 кА/м) этих материалов охватывают практически весь диапазон изменения магнитных свойств сталей. Достоинством аппроксимации (5) является и то, что при H_C = 0,08 кА/м расчет по этой формуле приводит к значению $m_m / m_h \approx 33,3$, совпадающему с достоверными

справочными данными для технически чистого железа [20, 21].

3. Соотношением для M_C — намагниченности по основной кривой намагничивания при $H = H_C$:

$$M_C \gg 0,67(0,476 + bH_C)M_R.$$
 (6)

Формула (6) использована в статье [22] на основании эмпирической формулы (4). Правомерность ее использования обосновывается также тем, что рассчитанные по (6) значения M_C для стали ШХ15 (закаленной и в состоянии поставки) отличаются от экспериментально измеренных в [16] значений M_C не более чем на 3,4%.

4. Взаимосвязью между m и магнитной восприимчивостью с [3]:

$$m = c + 1.$$
 (7)

Для большинства магнитомягких материалов [6, 20, 21] верно неравенство

$$c_n = m_n - 1 > > 1,$$
 (8)

где с_{*n*} – начальная магнитная восприимчивость. Тогда соотношение (5) можно записать в виде

$$c_n \gg m_m / (2.9 + 35e^{-gH_C}).$$
 (5a)

Из (5а) и (4) получим

$$c_n \gg nM_R / H_C, \tag{9}$$

где

$$v = \frac{0,476 + bH_C}{2.9 + 35e^{-} gH_C}.$$
 (10)

Расчет напряженности поля H_{m_m} сталей. Для

расчета воспользуемся зависимостью (кривой Столетова) для относительной величины полной (амплитудной) магнитной проницаемости m стали от напряженности H действующего магнитного поля [16], которая во введенных обозначениях (3) может быть записана в виде

$$\mathbf{m}(h) = 1 + \frac{\mathbf{c}_n}{1+h^2} + \frac{M_S h}{\mathsf{p} H_C (\mathsf{x}+h^2)} \overset{1}{\overset{1}{\mathsf{a}}} (-1)^n A_n(h), \quad (11)$$

где

$$x = \frac{M_S}{p} \frac{\arctan(2T)}{M_C - c_n H_C / 2} - 1.$$
 (12)

В [16] показано, что выражение (11) более точно по сравнению с другими формулами описывает экспериментальные результаты для сталей 40Х и ШХ15, магнитные свойства которых достаточно полно характеризуют возможный диапазон изменения магнитных параметров сталей.

Для производной m(h) из (11) с учетом (3) получим:

$$\mathbf{m}(h) = -\mathbf{c}_n F(h), \tag{13}$$

где

$$F(h) = \frac{2h}{(1+h^2)^2} \cdot \frac{M_S}{\rho H_C c_n (x+h^2)},$$

$$\int_{n=0}^{1} [(-1)^n \frac{x-h^2}{x+h^2} A_n(h) + \frac{hT}{1+T^2 [1+(-1)^n h]^2}].$$
(14)

С учетом (9) и (10) из (14) и (12) получим:

$$F(h) = \frac{2h}{(1+h^2)^2} \cdot \frac{1}{pvK_{\Pi}(x+h^2)},$$

$$\int_{n=0}^{1} \frac{1}{(1+h^2)^2} \cdot \frac{1}{pvK_{\Pi}(x+h^2)},$$

$$\int_{n=0}^{1} \frac{1}{x+h^2} A_n(h) + \frac{hT}{1+T^2[1+(-1)^n h]^2}],$$
 (14a)

где

$$x = \frac{\arctan(2T)}{pK_{\Pi}[0,67(0,476 + bH_C) - 0,5v]} - 1.$$
(12a)

Напряженность поля H_{m_m} найдем из решения $h_{m_m} = H_{m_m} / H_C$ уравнения

$$F(h_{\mathsf{m}_m}) = 0. \tag{15}$$

Сделанные допущения практически не сказываются на результатах решения уравнения (15). В подтверждение этого на рис. 2 (сплошная кривая и штрих-пунктирная) сопоставлены зависимости mg(H) для закаленной стали ШХ15, рассчитанные по (6) использованием (14) и (14а). При расчете по (14)использованы результаты измерений: $H_C = 4,75$ KA/M; $M_R = 713$ KA/M; $M_S = 1165$ KA/M; $M_C = 390 \text{ кA/м и } \text{с}_n = 44 \text{ для этой стали, приведен$ ные в [16, таблица], а при расчете по (14а) - данные измерения параметров H_C, M_R и M_S для этой стали из той же таблицы. Анализ рис. 2 показывает, что проведенные преобразования функции (14) и параметра (12) практически не изменили значе-

ние h_{m_m} , при котором $m(h_{m_m}) = 0$. В соответствии с (14а) и (12а) решение h_{m_m} уравнения (15) может быть выражено через H_C и K_{Π} материала. На рис. 3 представлены результаты численного решения уравнения (15) с учетом (14а) и (12а) для сталей с H_C и K_{Π} в возможном согласно [4–8, 11–16] диапазоне их изменения. Как видно, коэффициент k в (1) в зависимости от H_C и K_{Π} сталей может изменяться от 1,35 до 2,3. Для использования в расчетах H_{m_m} предложена формула, практически точно (рис. 3) интерполирующая зависимость $H_{m_m} = H_{m_m}(H_C, K_{\Pi})$, полученную из численного решения уравнения (15):

$$H_{m_m} \gg H_C \frac{1,48-0,17K_{\Pi}^3 - (0,07-0,06K_{\Pi}^3)tH_C}{\sqrt{K_{\Pi}}},$$
 (16)

где t=1 м/кА – размерный множитель.



Рис. 3. Результаты численного решения уравнения (15) с учетом 14¢, 12¢: 1-5 – для материалов с K_{Π} , соответственно равными 0,4; 0,5; 0,6; 0,7 и 0,8 и 1¢- 5¢ – по интерполирующей формуле (16) при тех же значениях K_{Π}

В практических расчетах может быть использован упрощенный вариант формулы (16), позволяющий получить близкие к расчету по (16) результаты:

$$H_{m_m} \gg H_C \frac{1,44-0,055t H_C}{\sqrt{K_{\Pi}}}.$$
 (16a)

Формула (16) может быть использована для определения зависимости напряженности поля сталей от технологических факторов по результатам простого и точного измерения зависимостей от этих факторов параметров H_C , M_S и M_R сталей взамен трудоемкого и неточного измерения H_{m_e} .

Сопоставление результатов расчета напряжейности поля H_{m_m} с данными эксперимента. Для такого сравнения на рис. 4 представлены результаты расчета напряженности поля H_{m_m} по (16) и данные измерения H_{m_m} нормализованных сталей 10, 20, 20K, 35, Д, 45, 15X, 15XM, 36Г2С, 40X и 30ХГСА из [13, табл. 2] и стали 30 по [11, рис. 3]. Для расчета H_{m_m} стали 30 по (16) использованы достоверные результаты измерения значений H_C , M_S и M_R этой стали из [6, табл. 1.1] (результаты измерения H_C стали 30 по [11] и [6] практически совпадают, а результаты измерения M_S — близки, в пределах погрешности ±3% эксперимента). Для расчета H_{m_m} нормализованных сталей по (16) использованы результаты измерения H_C , B_R и индукции насыщения B_S этих сталей, представленные в [13, табл. 2].





Рис. 4. Результаты измерения напряженности поля H_{m_m} стали 30 (D), отпущенной при различных температурах после закалки [11], нормализованных сталей [13] (O) и данные расчета по (16) H_{m_m} для тех же сталей (\blacktriangle, \bullet)

Анализ результатов рис. 4 подтверждает, что использованная в [11] и других работах методика измерения магнитных параметров стали 30 в разомкнутой магнитной цепи на образцах «с надставками из мягкого железа» по мере увеличения m_m образцов (и снижения их H_C) приводит к заниженным результатам измерения m_m [17] и увеличению погрешности измерения поля H_{m_m} . Тем не менее, и измеренные в [11] значения H_{m_m} стали 30 с H_C ³ 2 кА/м практически совпадают с расчетными по (16), а отклонение результатов расчета по (16) и измерения в [11] напряженности поля H_{m_m} стали 30 с 0,7 кА/м £ H_C £ 1,5 кА/м находится в пределах возможной погрешности измерения H_{m_m} , обусловленной формой кривой Столетова для сталей.

В [13] измерения магнитных параметров нормализованных сталей проведены в соответствии с требованиями [2] на тороидальных образцах. Поэтому отклонение результатов измерения H_{m_m} от результатов расчета по (16) для всех сталей на много меньше (рис. 4) возможной в соответствии с кривой Столетова для сталей (рис. 2) погрешности измерения H_{m_m} . Статистический анализ результатов расчета по (16) и измерения в [13] напряженности поля H_{m_m} 31 различной марки стали показал, что коэффициент корреляции между ними превышает 0,99.

Результаты расчета по этой формуле могут быть использованы в электротехнике и магнитном структурном анализе вместо результатов трудоем-кого и недостаточно точного измерения H_{m_m} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 19693-74. Материалы магнитные. Термины и определения.

2. ГОСТ 8.377-80 Материалы магнитомягкие. Методика выполнения измерений при определении статических магнитных характеристик.

3. Чернышев Е.Т, Чечурина Е.Н., Чернышева Н.Г., Студенцов Н.В. Магнитные измерения. — М.: Изд-во стандартов, 1969.

4. **Меськин В.С.** Ферромагнитные сплавы. — Л.-М. ОНТИ: НКТП, 1937.

5. **Кузнецов И.А.** Магнитный структурный анализ: Учебное пособие. — Свердловск: УрГУ, 1984.

6. Бида Г.В., Ничипурук А.П. Магнитные свойства термообработанных сталей. — Екатеринбург: Изд. УрО РАН, 2005.

7. Михеев М.Н., Горкунов Э.С. Магнитные методы структурного анализа и неразрушающего контроля. — М.: Наука, 1993.

8. Клюев В.В., Мужицкий В.Ф., Горкунов Э.С., Щербинин В.Е. Магнитные методы контроля, т.6, кн. 1 (Справочник «Неразрушающий контроль» в 8 т. / Под общ. ред. В.В. Клюева). – М.: Машиностроение, 2006.

9. Шапиро Д.Н. Основы теории электромагнитного экранирования. — Л.: Энергия, 1975.

10. **Лангваген Е.Н.** Расчет магнитных экранов, подмагничиваемых переменным полем. — Изв. вузов. Электромеханика, 1969, №12.

11. **Морозова В.М., Михеев М.Н.** Магнитные и электрические свойства закаленных и отпущенных углеродистых сталей. — Труды ИФМ АН СССР «Об электромагнитных методах контроля качества изделий», 1965, вып. 24.

12. Горкунов Э.С., Митропольская С.Ю., Вичужанин Д.И., Туева Е.А. Применение магнитных методов для оценки нагруженности и поврежденности стали X70. — Физическая мезомеханика, 2010, т. 13, № 1.

13. Костин В.Н., Осинцев А.А., Сташков А.Н., Царькова А.П. Многопараметровые методы магнитной структуроскопии стальных изделий с использованием магнитных свойств вещества. – Дефектоскопия, 2004, № 3.

14. Реутов Ю.Я., Лоскутов В.Е. Соотношение между магнитными характеристиками сталей. — Контроль. Диагностика, 2008, № 4.

15. **Магнитные** характеристики сталей, применяемых в авиационной промышленности: Справ. пособие/Под ред. И.И. Кифера. – М.: ОНТИ, 1970.

16. **Мельгуй М.А., Шидловская Э.А.** Экспериментальная проверка аналитических выражений для нелинейных свойств ферромагнитных материалов. – Дефектоскопия, 1987, № 11.

17. Сандомирский С.Г. Анализ погрешности измерения магнитной проницаемости ферромагнитного материала в открытой магнитной цепи. — Измерительная техника, 2010, № 9.

18. Сандомирский С.Г. Расчет остаточной намагниченности сталей по результату измерения коэрцитивной силы и максимальной магнитной проницаемости. — Контроль. Диагностика, 2010, № 9.

19. Сандомирский С.Г. Статистический анализ взаимосвязи между магнитной проницаемостью и коэрцитивной силой сталей. – Электричество,2010, № 12.

20. Jiles D. Introduction to Magnetism and Magnetic Materials.London: Published by Chapman & Hall, 1989.

21. **Бозорт Р.** Ферромагнетизм. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1956.

22. Сандомирский С.Г. Расчет кривой намагничивания и частных петель гистерезиса ферромагнитных материалов по основным магнитным параметрам. – Электричество, 2010, № 1.

[24.11.11]

Автор: Сандомирский Сергей Григорьевич окончил физический факультет Белорусского государственного университета в 1978 г. Докторскую диссертацию «Магнитный контроль механических свойств движущихся малогабаритных изделий» защитил в 1993 г. в Институте МНПО «Спектр», Москва. Главный научный сотрудник Объединенного института машиностроения Национальной академии наук Белоруси.