

### Три топологических правила Кирхгофа

(Статья Халютин С.П., Титова А.А. «Обобщенная симметричная формула...».

— Электричество, 2011, № 6)

**ФИЛАРЕТОВ В.В.**

В последние годы возобновился интерес исследователей к наследию Г.Р. Кирхгофа с целью развития исторически первого символично-топологического метода анализа электрических цепей [1, 2]. В числе посвященных этому методу работ следует отметить статьи, опубликованные в журнале «Электричество» [3, 4]. Первая из статей [3] уже получила обсуждение в печати [5–10]. В настоящей публикации содержится критическое рассмотрение материалов второй статьи [4] и сопутствующих ей работ [11–15].

**Топологический метод Кирхгофа.** Топологические правила [1, 2] стали реакцией Кирхгофа на несовершенство математических методов при решении уравнений электрических цепей и непригодность этих методов для получения решения в аналитическом (символьном) виде. Три топологических правила в статье [1] приведены после формулировки теорем, которые были опубликованы Кирхгофом двумя годами раньше (в 1845 г.) и получили впоследствии название «законов Кирхгофа». Характерно, что Кирхгоф первой привел теорему о равновесии напряжений в контуре, а не теорему о непрерывности токов в узле (сечении). Это сделано им не случайно, поскольку приведенные следом три топологических правила опираются на понятие «замкнутой фигуры» – контура. На авторское нарушение принятого сейчас порядка следования законов было указано И.В. Ероховым [16].

По существу в статье [1] приводится пять правил: два правила-закона, третье правило для нахождения знаменателя отклика, четвертое и пятое правила предназначены для нахождения числителя отклика двумя различными способами. Последние

три правила называются топологическими, поскольку образуют топологический метод анализа и позволяют получить решение – искомый отклик – непосредственно по виду (структуре, топологии) схемы, минуя составление системы уравнений. В работе [15] топологические правила Кирхгофа объединены под названием «третья теорема Кирхгофа».

В одной из первых публикаций, посвященных популяризации статьи [1], была предложена порядковая нумерация результатов Кирхгофа, в соответствии с которой топологические правила были названы «третьим и четвертым правилами Кирхгофа» [17]. Однако при этом последнее – пятое правило – даже не было упомянуто. В настоящей работе топологические правила Кирхгофа нумеруются отдельно от законов римскими цифрами I, II и III в соответствии с порядком их следования в тексте [1].

Интерес неискушенных исследователей продолжает питать эстетическая притягательность и кажущаяся простота топологического анализа, которая скрывается за емкой краткостью формулировок классика. Воспроизвести ход мыслей Кирхгофа позволила реконструкция первого топологического метода, выполненная И.В. Ероховым [18]. По его утверждению «материал статьи [1] изложен очень плохо». Далее: «Именно этим, на наш взгляд, объясняется длительное пребывание работы [1] в запасниках научных достижений. Только Дж.К. Максвелл, имеющий опыт расшифровки работ М. Фарадея, сумел почти через 50 лет понять суть работы» [19, с. 33].

«Встав на плечи Кирхгофа», Максвелл существенно более просто и кратко (на 1,5 страницах) из-

---

*Авторы: Батыгин Юрий Викторович в 1972 г. окончил инженерно-физический факультет Харьковского политехнического института (ХПИ). Докторскую диссертацию по специальности «Техника сильных электрических и магнитных полей» защитил в Национальном техническом университете «ХПИ» в 1994 г. Заведующий кафедрой физики Харьковского национального автомобильно-дорожного университета (ХНАДУ).*

*Гнатюк Андрей Викторович в 1998 г. окончил факультет энергетического и специального обеспечения Харьковского военного университета (ХВУ). Кандидатскую диссертацию по специальности «Вооружение и военная техника» защитил в ХВУ в 2004 г. Доцент кафедры автомобильной электроники ХНАДУ.*

ложил дуальный результат, попутно введя понятие схемной функции [20, с. 329–331]. Но переворот в символическом анализе электрических цепей совершил все-таки Фойснер [21, 22]. Хочется надеяться, что настоящее обсуждение будет способствовать тому, что квалифицированные специалисты перестанут затрачивать годы жизни на повторение результатов Кирхгофа.

Представляется, что причиной бесплодных попыток улучшить правила Кирхгофа является невнимательное прочтение работы [1]. Непросто сказать лучше классика (даже в форме не слишком удачного перевода [2]). Поэтому Кирхгоф, как правило, достоин цитирования больше, чем его последователи, которые часто не замечают лаконичности и глубины формулировок, а предлагают свои положения, обремененные избыточными терминами.

В статье [1] Кирхгоф рассматривает схему из  $n$  проводников с сопротивлениями  $w_1, w_2, \dots, w_k, \dots, w_n$ . Последовательно с каждым  $k$ -м проводником соединяется ЭДС  $E_k$ . В схеме с  $\mu$  независимыми контурами находится ток  $I$  в проводнике  $\gamma$  ( $I_\lambda$ ). Приводимые ниже правила отличаются от оригинала заменой слов «замкнутая фигура» на термин «контур».

**Правило I (для знаменателя).** «Общий знаменатель всех величин  $I$  равен сумме сочетаний из  $w_1, w_2, \dots, w_n$  по  $\mu$  элементов  $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_\mu}$ , обладающих тем свойством, что после размыкания проводников  $k_1, k_2, \dots, k_\mu$  в сочетаниях не остается ни одного контура» [2, с. 177].

Разве можно, не используя понятия дерева (его открыл сам Кирхгоф [23]), сказать проще? Свойство «не остается ни одного контура» (правило I) эквивалентно свойству «исключаются ... изолированные узлы или изолированные подсхемы» [4, с. 65]. Зачем далее уточнять: «(при коротком замыкании остальных сопротивлений схемы появляются короткозамкнутые контуры)?» Это лишняя проверка. Для чего замыкать «остальные» сопротивления, если контур из сопротивлений, как и изолированная подсхема, легко распознается на схеме? Это лишняя операция.

Под «размеченными узлами» в [4, с. 65] понимаются узлы схемы, полученной из исходной схемы в результате замыкания источников напряжения и приемников тока, а также размыкания источников тока и приемников напряжения. Определитель преобразованной схемы (часто называемой схемой знаменателя) является знаменателем схемной функции или отклика. Называть узлы этой схемы «размеченными» представляется надуманным и запутывающим читателя.

Таким образом, попытка совершенствования правила I [4, с. 65] является неудачной. Комбина-

торный алгоритм перечисления деревьев считается самым трудоемким. Наиболее простым и эффективным признан алгоритм [24], исключаящий генерацию-проверку сочетаний и основанный на выделении ветвей по формулам Фойснера [21, 22].

**О третьем топологическом правиле Кирхгофа.** Так случилось, что пятое по порядку правило Кирхгофа (правило III по принятой здесь нумерации) и впоследствии, как в работе [17], не было замечено специалистами – не вошло в многочисленные обзорные статьи, монографии и учебники, например [25–27], что приводило и до сих пор приводит [3, 4, 11–15] к повторным опубликованиям результатов Кирхгофа в завуалированной форме «новых» интерпретаций.

В какой-то мере это объясняется тем, что правило III сформулировано в конце статьи [2, с. 177], обособленно от первых двух топологических правил, которые помещены на с. 171. Это правило интересно тем, что предусматривает нахождение числителя отклика по его знаменателю, а невнимательные исследователи систематически оспаривают приоритет у Кирхгофа [5–8, 10]. Ниже приведены оба правила для нахождения числителя.

**Правило II (для числителя).** «Числитель величины  $I_\lambda$  равен сумме сочетаний из  $w_1, w_2, \dots, w_n$  по  $\mu-1$  элементов  $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ , обладающих тем свойством, что после исключения проводников  $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$  остается один контур; каждое сочетание умножается на сумму электродвижущих сил, которые приложены к проводникам, образующим соответствующий контур. При этом электродвижущие силы считаются положительными в том же направлении, что и  $I_\lambda$ ».

**Правило III (для числителя).** «Если упорядочить члены числителя величины  $I_\lambda$  по величинам  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , то коэффициент при  $E_k$  окажется суммой взятых частью со знаком «плюс», частью со знаком «минус» сочетаний из  $w_1, w_2, \dots, w_n$  по  $\mu-1$  тех элементов, которые входят в знаменатель величин  $I$ , умноженные как на  $w_\lambda$ , так и на  $w_k$ . Именно эти сочетания  $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$  обладают тем свойством, что после размыкания проводников  $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$  остается один контур и что в этот контур входят и проводник  $\lambda$ , и проводник  $k$ . Сочетание  $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$  следует брать со знаком «плюс», если положительное направление  $I_\lambda$  в контуре совпадает с направлением электродвижущей силы  $E_k$ , и со знаком «минус» в противном случае».

В правиле II числитель группируется по выбранным произведениям сопротивлений (неявно [28]), а в правиле III – по параметрам ЭДС (явно). Иначе говоря, можно свернуть выражение так, чтобы каждое слагаемое знаменателя встречалось в

числителе (без  $w_\lambda$  или  $w_k$ ) один раз, а параметры независимых источников — многократно или наоборот. Произведения сопротивлений выбираются из схемного определителя — знаменателя отклика — по правилу III, перед которым Кирхгоф написал: «Да позволено мне будет сделать несколько замечаний по поводу доказанной теоремы» [2, с. 177].

Очевидно, что Кирхгофа «озарило»: в правиле II можно не перебирать все возможные сочетания из  $w_1, w_2, \dots, w_n$  по  $\mu-1$  элементов, а выбрать значительно меньшее число сочетаний для выявления единственного контура из ранее найденного знаменателя по наличию сомножителя  $w_\lambda$  или  $w_k$ !

При нахождении напряжения  $U_\lambda$  удалять сомножитель  $w_\lambda$  из выбранных слагаемых не требуется: они войдут в числитель в том виде, в каком встретятся в знаменателе. Это является следствием известного положения, что числители передаточных схемных функций по напряжению и току входят в знаменатель [26, 27].

Следовательно, «заготовку» для выражения числителя (т.е. «копию» выражения знаменателя) можно записать заранее. Однако в общем случае избыточное выражение будет состоять преимущественно из нулевых слагаемых. Это является слишком большой ценой за получение числителя, который можно раскрыть в компактном виде как определитель схемы числителя, минуя сортировку и проверку отдельных слагаемых [8, 10].

Как видно, педантичный Кирхгоф стремился рассмотреть различные возможности для упрощения записи отклика. Правило III позволяет не только исключить перебор сочетаний из числа элементов или уменьшить количество рассматриваемых сочетаний, выбрав их по наличию сомножителя  $w_\lambda$  или  $w_k$ . Сказав в правиле III «умноженные как на  $w_\lambda$ , так и на  $w_k$ », основоположник теории цепей предусмотрел использование операции пересечения подмножеств слагаемых знаменателя, вообще избавляющей от необходимости выявлять контуры.

Действительно, множество слагаемых знаменателя включает два подмножества: 1) слагаемые с параметром  $w_\lambda$  в качестве сомножителя; 2) слагаемые, содержащие сомножитель  $w_k$ . Слагаемые-сомножители (коэффициенты) для числителя находятся как пересечение этих подмножеств. При размыкании ветвей-сомножителей каждого слагаемого в схеме образуется контур, включающий обе ветви  $\lambda$  и  $k$ . Из этого контура на основе второго закона Кирхгофа выражается искомое напряжение  $U_\lambda$  через ЭДС источников, вошедших в контур. Это напряжение в соответствии с правилами II или III умножается на соответствующий коэффициент и

образует слагаемое, учитываемое в числителе отклика.

Правила I, II и III могут быть использованы при нахождении тока в схеме с источниками тока. В этом случае после размыкания ветвей, параметры которых вошли в слагаемое знаменателя, в схеме должно образоваться сечение, содержащее источник тока и ветвь с искомым током. Этот коэффициент слагаемого числителя умножается на ток, выраженный по первому закону Кирхгофа через токи источников, вошедших в рассматриваемое сечение. Как видно, в основе, казалось бы, абстрактных топологических правил лежат физические законы, а числитель отклика учитывает активные контуры или сечения, которые обеспечивают вклад источников в отклик по второму или первому законам Кирхгофа [29].

Сопротивления (проводимости), не вошедшие в учитываемый контур или сечение, не влияют на работу рассматриваемой подсхемы и могут быть заменены идеальными проводниками (разомкнутыми ветвями), как предлагается в [4]. « $E$ - и  $J$ -соединения» — «предельное состояние» — является ничем иным как контуром или сечением, содержащим ветвь с искомым напряжением или током, а также источник напряжения или тока.

Полезность введения понятий « $E$ - и  $J$ -соединений» в топологический метод Кирхгофа вызывает сомнение. Оставшиеся в подсхеме элементы, так же как идеальные проводники или разомкнутые ветви, не мешают визуально находить единственный контур или сечение и записывать вес контура или сечения сомножителем при коэффициенте. Использование словосочетания «метод предельных состояний» (тем более что метод с таким названием широко известен в строительной механике) для именованья по существу метода Кирхгофа воспринимается как недостаток научной этики.

Итак, развития результатов Кирхгофа в статье [4] не получилось. После обоснования принципа дуальности [30] дуальные правила во многом «обесценились», поскольку производятся формальной заменой понятий. В методике [4] сохраняется комбинаторный перебор элементов и получение развернутых выражений, что возможно только для схем до 5–10 узлов. Анализ схем в сотни узлов и элементов обеспечивается формированием компактных выражений, имеющих многократно меньшую вычислительную сложность (с оптимальным вынесением за скобки общих множителей) [31, 32]. Для этого нужно использовать не правило I, а формулы выделения Фойснера [21, 22].

Методика [4], подобно прототипу — оригинальному методу Кирхгофа, не позволяет анализиро-

вать схемы, содержащие как сопротивления, так и проводимости, как источники напряжения, так и источники тока, требуя приведения элементов к одному типу, что не только трудоемко, но и не всегда возможно. Например, для нахождения схемных функций и откликов в полиномиальном виде требуется задание конденсаторов проводимостями, а катушек индуктивности сопротивлениями. Современный метод схемных определителей [33–35] лишен перечисленных ограничений и применим для анализа сложных схем со всеми типами линейных элементов.

Практическую несостоятельность результатов статьи [4] подчеркивает то обстоятельство, что авторы некорректно сравнивают свою методику (относящуюся к классу символьно-топологических методов) с матрично-численным методом узловых напряжений. Из известного неудачного опыта обобщения топологических правил Кирхгофа для анализа активных электрических цепей [3] очевидно, что и методика [4] не имеет ресурса развития [8, 10].

**«Обобщенная симметричная формула» (ОСФ) как иллюзия.** Интерпретация топологических правил Кирхгофа, хотя и представлена в статье [4] без обоснования, в целом не вызывает возражений, чего нельзя сказать о представлении отклика в виде ОСФ [4, 11–15]. В этой формуле знаменатель отклика компактно записан на основе разложения Фойснера [21, 22].

Однако в числителе ОСФ используется та же формула Фойснера, причем каждое ее слагаемое умножается на некое гипотетическое напряжение или ток. Например, ОСФ для нахождения напряжения по узловому определителю имеет вид

$$U = (G_i \Delta_i U_i + \Delta^i U^i) / (G_i \Delta_i + \Delta^i), \quad (1)$$

где нижние и верхние индексы при символе  $\Delta$  указывают на замыкание и размыкание ветви  $i$  соответственно;  $U_i$  и  $U^i$  – частичные отклики, которые находятся в схемах, образованных замыканием ветвей, используемых в слагаемых узлового определителя.

Числитель ОСФ иначе как вульгарно понятным правилом III назвать нельзя. Некорректность формулы (1) проявляется в том, что определители  $\Delta_i$  или  $\Delta^i$  умножаются на единственное напряжение, хотя могут содержать более одного слагаемого. Это противоречит правилу III, которое при нахождении частичного отклика требует отдельного использования каждого слагаемого знаменателя. Частичные отклики, записываемые в виде алгебраической суммы параметров независимых источников, при

различных слагаемых знаменателя могут совпадать только при одинаковом контуре или сечении [29]. Ниже (в приложении) ОСФ опровергается на примере 2 самой статьи [4, с. 66–67].

Отсутствуют неформальные признаки, подтверждающие общность ОСФ и метода эквивалентного генератора. Попытка доказательства ОСФ с помощью этого метода [4, с. 63] несостоятельна потому, что в последовательной (параллельной) схеме с источником напряжения (тока) имеется единственный контур (сечение). В этом тривиальном случае ОСФ оказывается справедливой, но это не добавляет весомости интеллектуальной продукции [4].

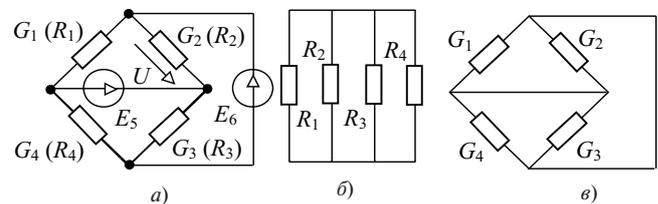
Поиск «новой формы третьей теоремы Кирхгофа» [15] не привел к результату, поскольку для представления числителя схемной функции в виде разложения Фойснера необходимо использовать не *схему знаменателя*, а *специальную схему числителя*, полученную из исходной схемы в результате замещения независимого источника и отклика идеальным усилителем – нуллором [33, 34].

Классический топологический метод Кирхгофа утратил практическое значение, поскольку с середины 70-х годов прошлого века не используется при синтезе сложных схем [36] и разработке САПР схмотехнического проектирования [37]. В начале прошлого века Фойснер превзошел своего учителя Кирхгофа, отказавшись от рассмотрения отдельных слагаемых искомого отклика и поднявшись на уровень производных схем и подсхем [38]. Проблема разложения числителя отклика как определителя соответствующей схемы была решена после открытия нуллора Бернардом Теллегеном [39].

**Приложение. Применение топологических правил Кирхгофа. Иллюстрация правила I.** Рассмотрим схему, изображенную на рисунке, а, которая воспроизведена из работы [4, с.67].

Схемы знаменателя ( $\mu=3$ ) для сопротивлений ( $R_k=1/G_k$  при  $k=1, 2, 3, 4$ ) и проводимостей представлены на рисунке, б и в соответственно. По правилу I перебираем сочетания из 4 элементов по 3:  $R_1 R_2 R_3$ ,  $R_1 R_2 R_4$ ,  $R_1 R_3 R_4$ ,  $R_2 R_3 R_4$ . Все эти сочетания войдут в контурный определитель, поскольку после размыкания элементов каждого сочетания на схеме рисунка, б не остается контуров. Отсюда

$$\Delta = R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4.$$



*Иллюстрация правила III.* Найдем числитель отклика напряжения в схеме на рисунке, *a*, используя ранее найденный контурный определитель. Вначале получим слагаемое числителя для источника  $E_5$  ( $\lambda=2, k=5$ ). Подмножество слагаемых  $\Delta$ , включающих множитель  $R_2$ , имеет вид:

$$\Delta(R_2) = R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_2 R_3 R_4.$$

По правилу III для каждого слагаемого  $\Delta_2$  проводится проверка, а именно, на схеме рисунке, *a* размыкаются элементы, входящие в слагаемое (кроме элемента  $R_2$ ). Если в оставшейся схеме остается контур, проходящий через  $R_2$  и  $E_6$ , то это слагаемое учитывается сомножителем при  $E_6$  с соответствующим знаком.

При размыкании  $R_1 R_3$  и  $R_3 R_4$  образуются контуры  $E_5 R_4 E_6 R_2$  и  $E_5 R_1 R_2$  соответственно с встречными направлениями источника и приемника, а при размыкании  $R_1 R_4$  контура, проходящего через  $E_5$  и  $R_2$ , не образуются. Таким образом, числитель отклика от источника  $E_5$  равен:  $(-R_1 R_3 - R_3 R_4) E_5$ .

Теперь найдем слагаемое числителя для источника  $E_6$  ( $\lambda=2, k=6$ ). По аналогии с предыдущими выкладками проводится проверка для каждого слагаемого  $\Delta(R_2)$ . Если в оставшейся схеме остается контур, проходящий через  $R_2$  и  $E_6$ , то это слагаемое учитывается в сомножителе при  $E_6$  с соответствующим знаком.

При размыкании  $R_1 R_3$  и  $R_1 R_4$  образуются контуры  $E_5 R_4 E_6 R_2$  и  $E_6 R_3 R_2$  соответственно с согласными направлениями источника и приемника, а при размыкании  $R_3 R_4$  контура, проходящего через  $E_6$  и  $R_2$ , не образуются. Таким образом, числитель отклика от источника  $E_6$  равен:  $(R_1 R_3 + R_1 R_4) E_6$ .

Суммируя отклики от обоих источников с учетом множителя  $R_2$ , получаем выражение при явном представлении числителя:

$$U = R_2 [-(R_1 R_3 + R_3 R_4) E_5 + (R_1 R_3 + R_1 R_4) E_6] / (R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4).$$

*Иллюстрация правил II и III.* В качестве иллюстрации совместного применения правил II и III Кирхгофа найдем числитель отклика напряжения в схеме на рисунке, *a*, используя предыдущее решение по правилу III. Множество  $\Delta(R_2)$  представляет собой «заготовку» для записи числителя. При размыкании  $R_1 R_3$  в схеме на рисунке, *a* образуется контур  $E_5 R_4 E_6 R_2$ , из которого по второму закону Кирхгофа выражается слагаемое для отклика  $R_1 R_3 (E_6 - E_5)$ . При размыкании  $R_1 R_4$  и  $R_3 R_4$  образуются контуры  $E_6 R_3 R_2$  и  $E_5 R_1 R_2$ , которые порождают слагаемые для отклика:  $R_1 R_4 E_6$  и  $-R_3 R_4 E_5$  соответственно. Суммируя указанные слагаемые, полу-

чаем выражение с неявным представлением числителя:

$$U = R_2 [(R_1 R_3 (E_6 - E_5) + R_1 R_4 E_6 - R_3 R_4 E_5)] / (R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4),$$

которое согласуется с выражением для  $U$  [4, с. 67], записанным в базисе проводимостей.

*Опровержение «обобщенной симметричной формулы» (ОСФ) [4].* Авторы не искушают судьбу: они не только не записывают ОСФ перед решением примера 2 (с. 66–67), но и вовсе не применяют ее. Сделаем это за них, выделяя проводимость  $G_2$ , параллельную искомому отклику  $U$ .

Формула (1) применительно к данному случаю примет вид

$$U = (G_2 \Delta_2 U_2 + \Delta^2 U^2) / (G_2 \Delta_2 + \Delta^2). \quad (2)$$

Определители относятся к схеме знаменателя, представленной на рисунке, *b*. При замыкании  $G_2$  замыкается приемник напряжения  $U$ , поэтому  $U_2 = 0$  и в числителе не будет первого слагаемого, т.е.

$$U = (\Delta^2 U^2) / (G_2 \Delta_2 + \Delta^2). \quad (2a)$$

На рисунке, *b* видно, что  $\Delta^2 = G_1 + G_3 + G_4$ . Эти три слагаемых знаменателя используются при нахождении числителя (с. 67):

$$U = [G_1 (-E_5) + G_3 E_6 + G_4 (E_6 - E_5)] / (G_1 + G_2 + G_3 + G_4). \quad (2b)$$

Однако правильное выражение (2b) противоречит выражению (2), т.е. ОСФ, поскольку все напряжения при трех слагаемых  $\Delta^2$  различные, а не равны одному гипотетическому напряжению  $U^2$ ! Следовательно, ОСФ нельзя применять даже при выделении одного элемента.

**Выводы.** 1. Обобщенная симметричная формула на основе разложения отклика по слагаемым схемного определителя, заявленная в названии статьи [4] и приводимая в ее теоретической части (с. 62–65), несправедлива уже в простейших случаях, поскольку для использования разложения Фойснера требуется нулорное представление числителя.

2. «Метод предельных состояний» является учебной методикой для случая однородных воздействий и откликов, непосредственно вытекает из топологических правил Кирхгофа и не расширяет области их применения. Знаменатель и числитель отклика получаются с помощью правил, сопоставимых по трудоемкости с правилами Кирхгофа.

1. **Kirchhoff G.R.** über die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galvanischer Ströme geführt wird. — *Annalen der Physik*, 1847, Bd. 72.
2. **Кирхгоф Г.Р.** Избранные труды. — М.: Наука, 1988.
3. **Белов Г.А., Захаров В.Г.** Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей. — *Электричество*, 2003, № 8.
4. **Халютин С.П., Титов А.А.** Обобщенная симметричная формула метода эквивалентного генератора на основе разложения переменной (напряжения, тока) по слагаемым определителя. — *Электричество*, 2011, № 6.
5. **Королев Ф.А., Филаретов В.В.** О символьно-топологическом анализе схем. — Тр. Международ. конф. «Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика» (КЛИН—2005). — Ульяновск: УлГТУ, 2005, т. 3.
6. **Белов Г.А., Захаров В.Г.** Ответ на критику статьи «Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей». — Тр. Международ. конф. «Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика» (КЛИН—2006). — Ульяновск: УлГТУ, 2006, т. 3.
7. **Милянтей Т., Филаретов В.В.** Правило Кирхгофа для нахождения числителя и знаменателя схемной функции по ее знаменателю. — Тр. Международ. конф. «Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика» (КЛИН—2006). — Ульяновск: УлГТУ, 2006, т. 3.
8. **Королев Ф.А., Филаретов В.В.** О методе замещения управляемых источников независимыми источниками. — Тр. Международ. конф. «Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика» (КЛИН—2006). — Ульяновск: УлГТУ, 2006, т. 3.
9. **Курганов С.А.** О тестировании результатов символьной диагностики электрических цепей — Тр. Международ. конф. «Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика» (КЛИН—2006). — Ульяновск: УлГТУ, 2006, т. 3.
10. **Королев Ф.А., Филаретов В.В.** Сравнение методов получения схемных функций для электрических цепей с управляемыми источниками. — *Электричество*, 2008, №5.
11. **Халютин С.П., Титов А.А.** Метод предельных состояний для нахождения напряжения и тока в линейной электрической цепи. — Тр. Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского, 2008, т. 80, № 3.
12. **Халютин С.П., Титов А.А.** Метод предельных состояний для нахождения напряжения и тока в линейной электрической цепи. — Информационно-измерительные и управляющие системы, 2008, №11.
13. **Халютин С.П., Титов А.А.** Метод предельных состояний. Символьный анализ электрических цепей: Учебное пос./Под ред. С.П. Халютина. — М.: Военно-воздушная инженерная академия им. Н.Е. Жуковского, 2009.
14. **Халютин С.П., Титов А.А.** О некоторых разделах теоретической электротехники: Монография.— Изд. ВУНС ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2010.
15. **Халютин С.П., Титов А.А.** Третья теорема Кирхгофа и ее новая форма. — Материалы Международ. науч.-практич. конф. «Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий». — М.: Изд-во Моск. гос. ин-та электроники и математики, 2010.
16. **Ерохов И.В.** Кирхгоф Г. Избранные труды. — *Электричество*, 1990, № 7.
17. **Weinberg L.** Kirchhoff's «Third and fourth laws». — *IRE Trans. on circuit theory*, 1958, vol. CT-5, №1.
18. **Ерохов И.В.** Реконструкция первого топологического метода расчета электрических цепей, созданного Г.Кирхгофом. — Тр. Международ. конф. «Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика» (КЛИН—2006). — Ульяновск: УлГТУ, 2006, т. 3.
19. **Ерохов И.В.** Исследование начал теории электрических цепей.—Запорожье: Классический приватный ун-т, 2009.
20. **Максвелл Д.К.** Трактат об электричестве и магнетизме. Т. 1.— М.: Наука, 1989.
21. **Feussner W.** Ueber Stromverzweigung in netzförmigen Leitern. — *Annalen der Physik*, 1902, Bd 9, № 13.
22. **Feussner W.** Zur Berechnung der Stromstärke in netzförmigen Leitern. — *Annalen der Physik*, 1904, Bd 15, № 12.
23. **Реньи А.** О математической теории деревьев. Трилогия о математике.— М.: Мир, 1980.
24. **Minty G.J.** A simple algorithm for listing all the trees of a graph. — *IEEE Trans. on circuit theory*, 1965, vol. CT-12, № 1.
25. **Блажкевич Б.И.** Топологические методы анализа электрических цепей и перспективы их развития. Отбор и передача информации. — Киев, 1970, вып. 26.
26. **Ионкин П.А., Даревский А.И., Кухаркин Е.С. и др.** Теоретические основы электротехники. Т. 1. — М.: Высшая школа, 1976.
27. **Lin P.M.** Symbolic network analysis. — Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo: Elsevier, 1991.
28. **Курганов С.А., Филаретов В.В.** Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях. — *Электричество*, 2005, № 1.
29. **Филаретов В.В.** Наложение воздействий активных контуров и сечений в электрических цепях. — Международ. сб. науч. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей» — Ульяновск: УлГТУ, 2010, вып. 8.
30. **Зелях Э.В.** Основы общей теории линейных электрических схем. — М.: Изд-во АН СССР, 1951.
31. **Филаретов В.В.** Оптимизация формул схемных функций электрических цепей. — *Электричество*, 1993, № 9.
32. **Филаретов В.В.** Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей. — *Электричество*, 1995, № 4.
33. **Филаретов В.В.** Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров. — *Электричество*, 1998, № 5.
34. **Филаретов В.В.** Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей. — *Электричество*, 2001, № 4.
35. **Филаретов В.В.** Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям. — *Электричество*, 2001, № 8.
36. **Ланно А.А., Михайлова Е.Д., Саркисян Б.С., Матвийчук Я.Н.** Оптимальная реализация линейных электронных RLC-схем. — Киев: Наукова думка, 1981.
37. **Ларин А.Г., Томашевский Д.И., Шумков Ю.М., Эйдельмант В.М.** Машинная оптимизация электронных узлов РЭА. — М.: Советское радио, 1978.
38. **Горшков К.С., Филаретов В.В.** Схемный подход Вильгельма Фойснера и метод схемных определителей/ Под ред. В.В.Филаретова. — Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2009.
39. **Tellegen B.D.H.** La recherche pour une série complète d'éléments de circuit idéaux non-linéaires. — *Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano, Sotto gli auspici dell'università e del politecnico.*— Milano, 1955, vol. 25.

[13.07.11]

*Автор: Филаретов Владимир Валентинович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (УПИ, ныне Ульяновский государственный технический университет — УлГТУ). В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте. Профессор кафедры электроснабжения УлГТУ.*