

Простые конечно-элементные модели для приближенных расчетов потерь в массивных роторах электрических машин

ГАБДУЛЛИН Н.А., ГЛАЗКОВ В.П., ГОНЧАРОВ В.И., ПАНАСЮК М.Б.

Подтверждена возможность приближенного определения потерь в стали массивных роторов как суммы потерь от отдельных гармоник поля. Расчет удобно выполнять на простых конечно-элементных моделях, воспроизводящих один период рассматриваемой гармоники. При построении моделей могут быть использованы положения теории физического моделирования.

Ключевые слова: электрическая машина, массивный ротор, расчет потерь

В известных руководствах по проектированию электрических машин для расчета потерь в массивных роторах рекомендуется использовать выражения, полученные на основе аналитических решений полевых задач [1, 2]. Тем самым утверждаются допущения, обычно принимаемые при аналитическом подходе, среди которых основными являются постоянство магнитной проницаемости и электропроводности в массиве и допустимость суперпозиции потерь от различных гармоник. Применение вычислительной техники существенно расширило возможности инженеров-расчетчиков. Появились многочисленные публикации, в которых приведены примеры расчета потерь в массивных элементах магнитопроводов электрических машин с помощью метода конечных элементов при снятии практически всех ограничений – учитываются реальная конфигурация зубчатых сердечников и их взаимное перемещение, нелинейность свойств стали, наличие гистерезиса, характер изменения во времени индукции в элементе объема массива и т.д. Однако программы для подобного рода расчетов сложны, не всегда доступны и требуют применения вычислительных машин повышенной производительности.

В то же время, если сохранить допущение о возможности суперпозиции потерь, обусловленных гармониками МДС, можно предложить довольно простые конечно-элементные модели для оценочных расчетов потерь в массивных роторах. В [3] приведены примеры использования таких моделей для решения магнитостатических задач: определения обмоточных коэффициентов при заданных схемах обмоток, коэффициентов влияния пазов и т.п. Такие же по структуре, но так называемые гармонические модели, в которых принято, что вели-

The possibility of approximately determining the losses in the steel of solid rotors as the sum of losses from individual harmonic components of the field is shown. A convenient way of carrying out the calculation is to perform it using simple finite-element models simulating one period of the considered harmonic component. The models are constructed using the principles of the physical simulation theory.

Key words: electrical machine, solid rotor, calculation of losses

чины, характеризующие поле, изменяются во времени по гармоническому закону, могут быть применены для расчета потерь в массивных элементах роторов электрических машин.

Прежде чем говорить о самих моделях, следует остановиться на основном принимаемом допущении – необходимо оценить возможность суперпозиции потерь от отдельных гармоник. Дадим эту оценку на основании нескольких численных экспериментов.

Удобнее всего воспользоваться моделью двигателя переменного тока с заторможенным ротором. Примем, что на статоре двухполюсного двигателя трехфазная обмотка с $q=1$ уложена в пазы с достаточно малыми раскрытиями. Значение магнитной проницаемости сердечника статора примем достаточным для того, чтобы исключить его насыщение и тем самым влияние его размеров ($\mu_r = 10^5$). В качестве материала ротора возьмем сталь 30ХГСА с электропроводностью $g = 5$ МСм/м. Диаметр ротора и зазор примем равными 280 и 3 мм. Такой выбор модели объясняется тем, что в дальнейшем предполагается рассмотреть индукторный генератор с аксиальной обмоткой возбуждения, имеющий те же диаметр и материал ротора и зазор.

При моделировании режима с заторможенным ротором на гармонической модели на участках пазов статора задаются комплексные значения плотности тока, соответствующие начальным и конечным сторонам фаз обмотки. Частота модели задается равной частоте сети. Магнитное поле, воспроизводимое в такой модели, представляет собой результирующее поле, созданное всеми гармониками МДС; соответственно, и потери в роторе, «измеренные» на такой модели, представляются обусловленными всеми гармониками.

Для определения гармоник МДС рассмотрим вначале магнитостатическую модель с заданными мгновенными значениями токов в пазах. Частота модели равна нулю, и в роторе не наводится вихревых токов. Плотности тока в пазах будем постепенно увеличивать до тех пор, пока не нарушится пропорциональность между значениями токов статора и амплитудой основной гармоники индукции в зазоре (после каждого изменения значений токов проводится гармонический анализ поля в зазоре). Таким образом мы добьемся того, что ротор будет находиться в состоянии умеренного насыщения. Далее найдем амплитуды линейной плотности тока токовых слоев, каждый из которых создает на поверхности ротора гармоническое распределение индукции с амплитудой $B_{\max n}$:

$$A_{\max n} = \frac{p}{t_n} Y_{\max n} = \frac{p \cdot 2p}{pD} n \frac{B_{\max n}}{m_0} d \frac{\text{ch}(a_n d)}{C_n} = \frac{2pd}{Dm_0} B_{\max n} n k_A, \quad (1)$$

где t_n — полюсное деление n -й гармоники; $Y_{\max n}$ — амплитуда гармоники скалярного магнитного потенциала на поверхности статора при равенстве нулю потенциала поверхности ротора; D — диаметр расточки статора; $2p$ — число полюсов; d — зазор; $a_n = (p / t_n)$; C_n — коэффициент влияния раскрытий пазов, введенный Т.Г. Сорокером, алгоритм расчета коэффициентов приведен в [4].

По найденной линейной плотности тока (линейной нагрузке) определим плотность тока в токовом слое толщиной D_i , представляющем в модели рассматриваемую гармонику:

$$j_{z \max n} = \frac{A_{z \max n}}{D_i}. \quad (2)$$

Формула (1) предполагает, что зазор ограничен сердечниками с бесконечной магнитной проницаемостью, поэтому, если задать в токовом слое распределение плотности тока в соответствии с (2), индукция на поверхности ротора с магнитной проницаемостью, не равной бесконечности, окажется меньше $B_{\max n}$. При соответствующей коррекции можно найти значение $j_{z \max \text{ мод}}$, обеспечивающее на поверхности ротора распределение индукции с амплитудой $B_{\max n}$. При этом желательно определять амплитуды плотностей тока высших гармоник на моделях, воспроизводящих одновременно поле главной гармоники, определяющей степень насыщения ротора.

В программе FEMM [5], а все расчеты выполнены с помощью этой программы, которая широко используется авторами в учебном процессе, плотность тока в модели может быть задана только по-

стоянной на некотором участке. Поэтому гармонический токовый слой задается как последовательность интервалов, число которых должно быть достаточным для того, чтобы погрешность аппроксимации была малой. Опыт показывает, что разбиение периода синусоидальной функции на 24 участка (по 15°) вполне достаточно. С учетом дискретизации токового слоя наибольшее значение плотности тока на участке оказывается равным

$$j_{\max n} = j_{z \max \text{ мод}} \sin \frac{\pi p}{N_y} \frac{\pi p}{N_y} \frac{1}{\delta}. \quad (3)$$

По найденным $j_{\max n}$ можно определить амплитуды МДС токовых слоев, создающих требуемое распределение индукции на поверхности ротора:

$$F_{\max n} = j_{\max n} \frac{t_1}{p} D_i \frac{1}{n} = \frac{D}{2p} D_i j_{\max n} \frac{1}{n}. \quad (4)$$

Эти значения МДС оказываются близкими к значениям, рассчитанным по обычным формулам для МДС пространственных гармоник; для трехфазной обмотки

$$F_{\max \text{ прас}} = 1,35 \frac{wk_{\text{обм}n}}{pn} I, \quad (5)$$

где w — число эффективных витков фазы; $k_{\text{обм}n}$ — обмоточный коэффициент гармоники; I — действующее значение фазного тока.

Найденные плотности тока используются затем при моделировании переменных полей как каждой гармоники в отдельности (модель с одним токовым слоем), так и нескольких гармоник («многослойные» модели). Как уже было сказано, на модели машины с заторможенным ротором могут быть заданы все гармоники — и прямо-, и обратнорвращающиеся. Сравнив потери, измеренные на полной исходной модели, с суммой потерь, определенных на моделях полей отдельных гармоник, оценим погрешность, связанную с допускаемой суперпозицией.

Результаты моделирования на магнитостатических моделях представлены ниже; здесь же приведены потери, определенные на гармонических моделях полей отдельных гармоник, их сумма и потери, определенные на моделях, в которых статоры представлены зубчатыми сердечниками (эти модели условно названы исходными):

$q = 1$	$q = 2$
$B_{\max.1}$, Тл 1,326	$B_{\max.1}$, Тл 1,332
$B_{\max.5}$, Тл 0,332	$B_{\max.5}$, Тл 0,171
$B_{\max.7}$, Тл 0,233	$B_{\max.7}$, Тл 0,119
$j_{\max.1}$, А/мм ² 155,5	$j_{\max.1}$, А/мм ² 156,2
$j_{\max.5}$, А/мм ² 162,7	$j_{\max.5}$, А/мм ² 157,3

$j_{\max.7}$, А/мм ²	152,6	$j_{\max.7}$, А/мм ²	144,3
$F_{\max.1}$, А	4354	$F_{\max.1}$, А	4374
$F_{\max.5}$, А	911	$F_{\max.5}$, А	400
$F_{\max.7}$, А	610	$F_{\max.7}$, А	311
$F_{\max.1.расч}$, А	4633	$F_{\max.1.расч}$, А	4476
$F_{\max.5.расч}$, А	927	$F_{\max.5.расч}$, А	407
$F_{\max.7.расч}$, А	662	$F_{\max.7.расч}$, А	344
$P_{рот.1}$, Вт/мм	24,8; 20,3	$P_{рот.1}$, Вт/мм	25,0; 20,5
$P_{рот.5}$, Вт/мм	11,7; 10,3	$P_{рот.11}$, Вт/мм	0,924; 0,855
$P_{рот.7}$, Вт/мм	4,3; 4,0	$P_{рот.13}$, Вт/мм	0,415; 0,384
$P_{1,5,7}$, Вт/мм	40,8; 34,6	$P_{1,11,13}$, Вт/мм	26,1; 21,5
$P_{исх.м}$, Вт/мм	35,5; 24,2	$P_{исх.м}$, Вт/мм	28,7; 22,4

Потери представлены двумя значениями: первая цифра — полные потери в роторе, вторая — потери в выделенном поверхностном слое толщиной 3 мм. Поскольку моделируемые поля считаются плоскопараллельными (краевые эффекты не учитываются), значения потерь приведены на 1 мм «глубины» модели (размер по оси z).

На рис. 1 показана картина поля, созданного токовым слоем первой гармоники при частоте питания 50 Гц. Толщина токового слоя 0,2 мм при зазоре в 3 мм. Поверхностный слой, выделенный на роторе, имеет более подробную сетку элементов (максимальный размер 1 мм). Общее число узлов модели — около 72 тыс.

Суммирование потерь отдельных гармоник в рассмотренном примере вполне допустимо для приближенной оценки полных потерь. Правда, для машины с двумя пазами на полюс и фазу потери от зубцовых гармоник при частоте 50 Гц невелики, что не дает достаточных оснований для этого вывода. В связи с этим рассмотрим потери в этой же машине при питании ее от источника с частотой

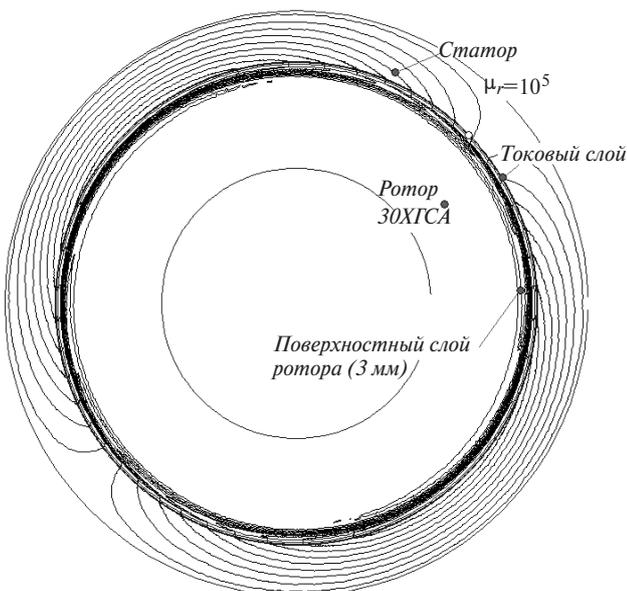


Рис. 1. Поле основной гармоники при заторможенном роторе

1000 Гц, тем более что проблема потерь в массивных роторах особенно важна для высокоскоростных машин. Потери от 11-й и 13-й гармоник в этом случае составляют существенно большую долю от общих потерь: $P_{рот1} = 110,8$ Вт/мм; $P_{рот11} = 45,1$ Вт/мм; $P_{рот13} = 25,2$ Вт/мм; $P_{рот1} + P_{рот11} + P_{рот13} = 181,1$ Вт/мм; $P_{исх.м} = 194,6$ Вт/мм. Как видно, сумма потерь от отдельных гармоник и в этом случае достаточно близка (меньше на 6,7%) к потерям от результирующего поля.

Цилиндрические модели полного поперечного сечения с многополюсными гармоническими токовыми слоями избыточны и неудобны для редактирования вручную. При моделировании n -й гармоники, воспользовавшись периодическими граничными условиями, можно ограничиться одним периодом гармоники. Зазор при этом, если влияние кривизны сердечников незначительно, удобно принять плоским. Построив такую модель один раз для одной из гармоник, модели для других гармоник можно получить с помощью простых средств редактирования, например «сжимаемая» или «растягиваемая» эту модель по длине. Кроме того, при формировании новых моделей можно воспользоваться правилами теории подобия [6].

Рассмотрим построение модели n -й гармоники на базе модели 1-й гармоники при сохранении длины периода. Условно базовую модель можно считать оригиналом, тогда сохранение длины периода соответствует выбору масштаба линейных размеров m_l равным n . Это означает, что при сохранении размеров по оси x размеры по оси y должны быть изменены в n раз. Далее можно задаться некоторыми другими масштабами; например, при задании в обеих моделях одних и тех же значений рассчитанных плотностей тока $m_j = 1$, а при сохранении частоты модели $m_t = 1$. Зададимся также масштабом магнитной проницаемости, равным единице: $m_m = 1$. Масштабы электропроводности и напряженности поля в этом случае вычисляются следующим образом:

$$m_g = \frac{m_t}{m_l^2 m_m} = \frac{1}{n^2 \cdot 1} = \frac{1}{n^2}; \quad (6)$$

$$m_H = m_l m_j = n \cdot 1 = n. \quad (7)$$

Поскольку напряженность поля в формируемой модели в n раз больше, чем в оригинале, а $m_m = 1$, кривая намагничивания материала ротора модели должна быть изменена: значения напряженности и индукции в таблице исходных данных должны быть изменены в n раз (эту операцию можно легко осуществить средствами программы MathCAD).

Масштаб потерь

$$m_P = m_H^2 m_l m_g^{-1} = n^2 \frac{\infty}{\epsilon} \frac{1}{n^2} \frac{\sigma}{\sigma}^{-1} = n^5. \quad (8)$$

При расчете потерь от n -й гармоники во всем роторе надо учитывать, что глубина модели осталась равной 1 мм, т.е. в n раз меньше, чем должна была быть при реальном физическом моделировании, а также то, что длина окружности ротора равна n периодам гармоники:

$$P_{\text{рот}} = P_{\text{мод}} n n / m_P = P_{\text{мод}} n^{-3}. \quad (9)$$

Можно указать и на другие варианты выбора масштабов. В частности, удобно сохранить равным единице масштаб напряженности $m_H = 1$. В этом случае нет необходимости изменять кривую намагничивания, но придется в $m_l^{-1} = n^{-1}$ раз изменить плотности тока на участках токового слоя.

В моделях, преобразованных по правилам физического моделирования, картины поля оказываются подобными. На рис. 2 проиллюстрирован пример использования подобных в геометрическом отношении моделей. В общей области задачи построены модели равномерного плоского зазора с токовым слоем на поверхности верхнего сердечника. Размеры моделей отличаются в два раза ($m_l = 0,5$), плотность тока в токовых слоях одинакова ($m_j = 1$). Поскольку при этом $m_H = m_l = 0,5$, то индукция в малой модели вдвое меньше, чем в сходных точках большой модели (будем называть ее оригиналом). Это означает, что кривая намагничивания должна быть пересчитана, таблично заданные значения индукции и напряженности должны быть уменьшены вдвое. В отличие от реальных физических моделей на конечно-элементных моделях такая замена не только возможна, но и легко выполняема. Как видно из рисунка, значения магнит-

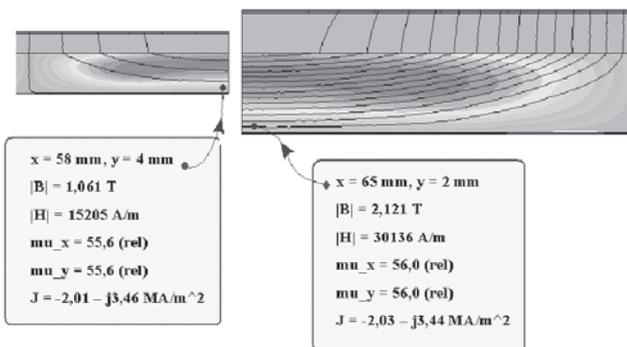


Рис. 2. Фрагмент области – правый край периода малой модели и левый край (начало) большой; плотности тока на сходных участках токовых слоев одинаковы, поле пульсирует с частотой 50 Гц

ной проницаемости и плотности тока в сходных точках модели и оригинала совпадают.

Размещение и оригинала, и модели в одной области задачи удобно тем, что можно на одном графике получать распределения величин, характеризующих поле, в обоих объектах.

Применим описанные приемы моделирования и оценки потерь к индукторному генератору с аксиальной обмоткой возбуждения, проект которого представлен в магистерской диссертации одного из авторов. Методика электромагнитного расчета таких машин с помощью полевых моделей описана в [7]. На рис. 3 показана картина поля генератора при холостом ходе. Поскольку токи в статорной обмотке отсутствуют, «рассечение» (две близко расположенные радиальные внешние границы, на которых задана разность векторных магнитных потенциалов, определяющая униполярный поток) выбрано таким образом, чтобы распределение индукции в зазоре было минимально искажено.

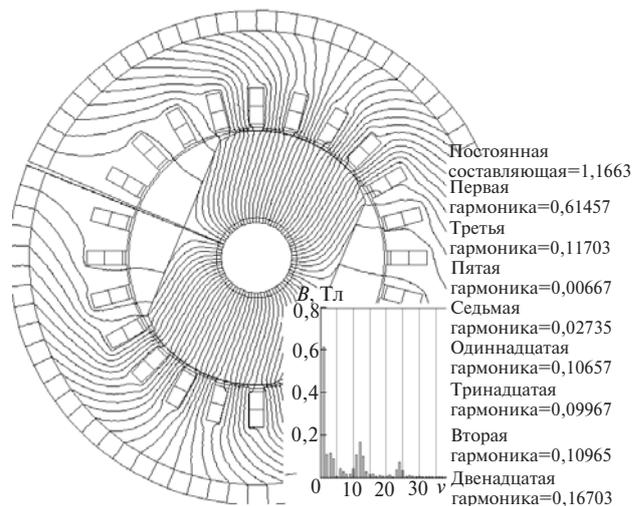


Рис. 3. Поле индукторного генератора с аксиальной обмоткой возбуждения при холостом ходе; гармонический состав

Потери в стали ротора генераторов этого типа складываются из потерь холостого хода – поверхностных потерь, обусловленных зубчатостью статора, и потерь от полей пространственных гармоник МДС якоря, вращающихся с несинхронными скоростями. Гармоники поля, создающие потери первого вида, легко определить на конечно-элементной модели, смоделировав вначале машину с зубчатым статором, а затем с гладким, и найти так называемое разностное поле. Эти гармоники вращаются относительно ротора с одной и той же скоростью и наводят в нем токи с частотой $n\omega_1$. Строго говоря, они не могут быть смоделированы на общей конечно-элементной модели, однако, поскольку отличие в скоростях невелико, совместное их воспроизведение с некоей средней частотой не

приводит к большим ошибкам. Заметим, что амплитуды этих гармоник могут быть заметно снижены при рациональном выборе формы поперечного сечения ротора и применении магнитных клиньев.

Потери второго вида могут быть оценены описанным выше способом — путем определения амплитуд гармоник МДС и использования простых конечно-элементных моделей активной зоны с одним периодом токового слоя и с плоским зазором.

Сопряженные гармоники, наводящие в роторе токи одной частоты, можно моделировать совместно, однако в этом случае потребуется модель, по длине которой целое число раз укладываются периоды каждой гармоники.

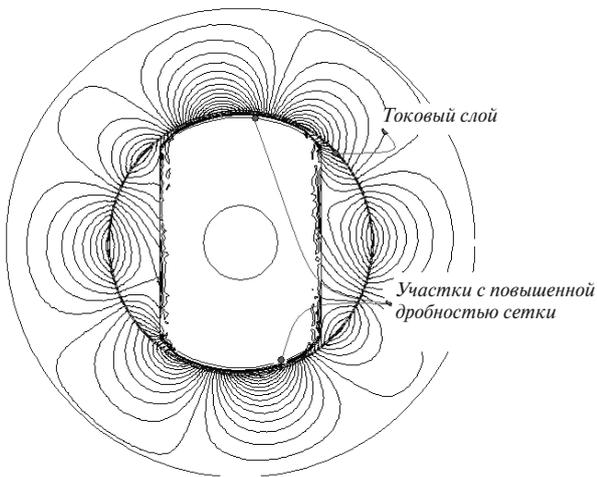


Рис. 4. Картина поля, созданного второй гармоникой разностного поля

На рис. 4 показана картина поля, созданного 2-й гармоникой разностного поля, снятая на гармонической модели с 8-полюсным токовым слоем на внутренней поверхности статора. Основные потери выделяются в поверхностных слоях полюсных выступов, которые воспроизведены в модели с повышенной дробностью сетки.

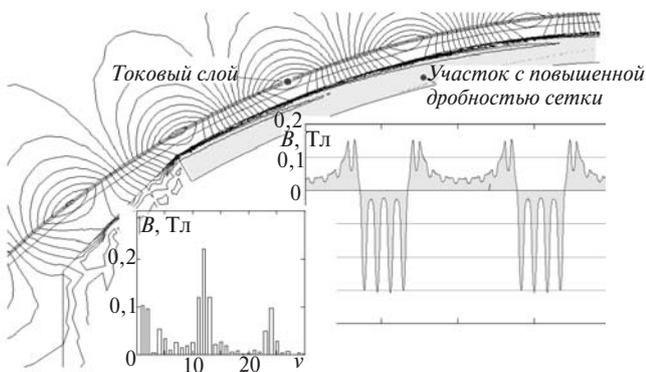


Рис. 5. Картина поля 12-й гармоники, вращающейся с синхронной скоростью относительно ротора; частота переменных модели $833\frac{2}{3} = 9996$ Гц

На рис. 5 показано распределение индукции разностного поля и картина поля 12-й гармоники этого поля, наводящего в роторе токи с частотой 9996 Гц.

Результаты моделирования и расчета потерь в роторе генератора с указанными размерами поперечного сечения сведены в табл. 1 и 2 (потери в роторе при холостом ходе составили 254 Вт/мм, потери от пространственных гармоник МДС статора 109 Вт/мм).

Таблица 1

Номер гармоники разностного поля	Амплитуда гармоники, Тл	Частота модели, Гц	Потери, Вт/мм
1	0,100	833	0,734
2	0,100	1666	4,29
11	0,120	9163	39,8
12	0,220	9996	156
13	0,120	10829	39,4
24	0,090	19992	1,40

Таблица 2

Номер гармоники МДС статора	Амплитуда гармоники, Тл	Частота модели, Гц	Потери, Вт/мм
11	0,330	9996	89,1
13	0,127	9996	12,1
23	0,100	19992	4,3
25	0,090	19992	3,0

Как показали расчеты, потери в роторе оказываются очень большими, для их снижения требуется применять меры по усовершенствованию конструкции. Так, применение магнитных пазовых клиньев с относительной магнитной проницаемостью 5 вдвое снижает амплитуды наиболее выраженных гармоник разностного поля. Другой действенной мерой является переход к обмотке с $q=3$ или к беспазовой обмотке.

Этот же метод расчета поверхностных потерь холостого хода был применен для определения потерь в стальной бандажной гильзе высокоскоростного двухполюсного генератора с постоянными магнитами на роторе. Для оценки точности метода был выполнен эксперимент — определялись потери в роторе при нешихтованной (массивной) и шихтованной гильзах. Полагая во втором случае потери в гильзе равными нулю, по разности измеренных потерь находили потери в массивной гильзе. Результаты эксперимента с погрешностью менее 10% совпали с расчетными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хуторецкий Г.М. и др.** Турбогенераторы. Расчет и конструкция/Под ред. Н.П. Иванова и Р.А. Лютера. — Л.: Энергия, 1967.
2. **Постников И.М.** Проектирование электрических машин. — Киев: Гос. изд-во технич. л-ры УССР, 1960.
3. **Гончаров В.И., Тейн Наинг Тун.** Расчет потерь в массивных сердечниках электрических машин с помощью конечно-элементных моделей. — Изв. вузов.Электромеханика, 2010, № 2.
4. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. — М.: Изд-во МЭИ, 2004.
5. **Meeker D.** Finite Element Method Magnetics. User's Manual. Version 4.0, 2004: org и <http://femm.foster-miller.com>.
6. **Иванов-Смоленский А.В.** Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. — М.: Энергия, 1969.
7. **Иванов-Смоленский А.В., Глазков В.П., Гончаров В.И.** Электромагнитный расчет индукторного генератора с униполярной обмоткой возбуждения на статоре. — Электричество, 2007, № 10.

Авторы: Габдуллин Никита Алексеевич окончил кафедру электромеханики Московского энергетического института (МЭИ) в 2012 г. Аспирант кафедры.

Глазков Владимир Петрович окончил кафедру электрических машин МЭИ в 1960 г. Кандидатскую диссертацию «Пусковые характеристики явнополюсных электрических машин с массивными полюсами» защитил в 1972 г. Начальник конструкторско-технологического отдела НТЦ-4 ФГУП ВЭИ им. Ленина.

Гончаров Владимир Иванович окончил кафедру электрических машин МЭИ в 1963 г. Старший преподаватель кафедры.

Панасюк Максим Борисович окончил кафедру электромеханики МЭИ в 2012 г. Аспирант кафедры.