

# Применение адаптивных систем управления для оптимизации текущих режимов электрических сетей энергосистем

ФРОЛОВ В. И.

*Рассматривается применение адаптивной модели энергосистемы для управления трансформаторами. Актуальность проблемы обусловлена требованием к снижению потерь активной мощности. Поскольку в реальной электрической сети происходят суточные изменения схемно-режимной ситуации, требуется коррекция коэффициентов трансформации, зависящая от параметров режимов.*

**Ключевые слова:** энергосистема, режимы, автоматическое управление, активная мощность, потери, коэффициенты трансформации

В статье развиваются идеи, изложенные в [1], применительно к задаче минимизации потерь активной мощности при передаче электроэнергии по электрическим сетям. В качестве управляющих параметров выбраны изменяемые коэффициенты трансформации. Тема статьи соответствует направлению технической политики ФСК по созданию интеллектуальных электроэнергетических систем.

Для повышения надежности и экономичности энергоснабжения в электрических сетях России применяются специальные методы управления трансформаторами и источниками реактивной мощности (ИРМ), управляемыми шунтирующими реакорами (УШР), заключающиеся в изменении коэффициентов трансформации и уставок регуляторов напряжения в зависимости от сезонных факторов. Их значения определяются в диспетчерских управлениях по результатам моделирования различных ситуаций, возможных в течение будущего периода работы [2]. При изменениях режимов в течение суток, недель и месяцев эти параметры могут оставаться постоянными, что явно не является оптимальным решением задачи. Между тем, в настоящее время появились все условия для совершенствования способов управления за счет использования информации о параметрах текущих режимов из системы «Оценки состояния» [3]. Эти возможности могут быть реализованы в системе управления с адаптивной моделью энергосистемы [1], которая формируется на основе упрощенной расчетной схемы (УРС), представляющей собой специально выбранный ее фрагмент.

Аналогичная система управления может применяться для управления различными устройствами FACTS. При этом необходимая достоверность ин-

*Application of an adaptive power system model for control of transformers is considered. The importance of the problem is stemming from the requirement of reducing active power losses. Since daily variations of the configuration and operating modes occur in a real electric network, a need arises to adjust the transformation ratios depending on the parameters of operating modes.*

**Key words:** power system, operating modes, automatic control, active power losses, transformation ratios

формации о текущих режимах энергосистемы обеспечивается только из системы «Оценки состояния», работающей в условиях наблюдаемости выбранного в качестве УРС фрагмента энергосистемы. Возникает вопрос: какого размера должен быть этот фрагмент?

В идеальных условиях он должен совпадать с полной схемой объединенной энергосистемы. Но затраты на выполнение условия наблюдаемости растут с увеличением фрагмента. Кроме того, при низкой степени обеспеченности энергосистемы телеизмерениями отсутствие хотя бы одного измерения приводит к нарушению наблюдаемости. Следовательно, чем больше наблюдаемый фрагмент, тем больше вероятность нарушения целостности информации из-за сбоев в каналах связи и тем меньше надежность системы управления. Увеличивается и запаздывание в системе управления из-за необходимости восстановления информации.

С другой стороны, опыт эксплуатации энергосистем показывает, что для расчетов управляющих воздействий можно пользоваться УРС. Это означает, что существует другой вариант решения проблемы, заключающийся в использовании таких расчетных схем, которые при достаточно малых размерах обеспечили бы высокую достоверность расчета управлений и возможность создания локальных систем «Оценки состояния» с повышенной надежностью.

При планировании режимов задачи оптимизации успешно решались и решаются на расчетных схемах, содержащих тысячи узлов, которые также являются упрощенными. Однако автору неизвестны случаи критического отношения к применяемым УРС и конструктивные предложения по про-

верке их корректности. Создание систем управления с адаптивной моделью, основой которой является УРС, сделало эту проблему актуальной.

Основной эффект от применения систем адаптивного управления ИРМ и трансформаторами заключается в повышении надежности электроснабжения. Однако ту же информацию о текущих режимах можно использовать и для их оптимизации — управления с целью снижения потерь активной мощности, что, учитывая масштабы объединенной энергосистемы, приведет к значительному экономическому эффекту.

В статье приводятся результаты исследований условий, при которых возможна оптимизация текущих режимов с помощью изменяемых под нагрузкой коэффициентов трансформации, включенных в систему управления с адаптивной моделью, основанной на упрощенной расчетной схеме энергосистемы.

**Система управления с адаптивной моделью для источников реактивной мощности и трансформаторов.** На рисунке представлена система адаптивного управления в виде совокупности функциональных блоков:

объект управления — энергосистема;

наблюдаемый фрагмент энергосистемы, оснащенный датчиками ТИ и ТС; ТИ — напряжения в узлах, перетоки мощности по линиям электропере-

дачи и трансформаторам, коэффициенты трансформации, уставки регуляторов ИРМ; ТС — положение коммутационной аппаратуры;

локальная система «Оценки состояния» обеспечивает адаптивную модель информацией о схеме соединений и текущих параметрах установившегося режима (УР) фрагмента;

адаптивная модель энергосистемы, сформированная на основе УРС;

блок управления — комплекс программ для расчета УР, оптимизации режима и расчета управляющих воздействий в УРС, соответствующих цели управления;

компенсаторы с регуляторами напряжения;

трансформаторы с изменяемыми под нагрузкой коэффициентами трансформации.

Их взаимодействие определяется следующими правилами:

во фрагменте электрической сети, соответствующем заранее сформированной УРС, установлены ТС и ТИ в количестве, обеспечивающем его наблюдаемость;

информация, поступающая от датчиков ТС и ТИ в блок «Оценки состояния» после синхронизации, соответствует текущему режиму фрагмента электрической сети;

из блока «Оценки состояния» в «Адаптивную модель» поступает информация о прогнозируемом

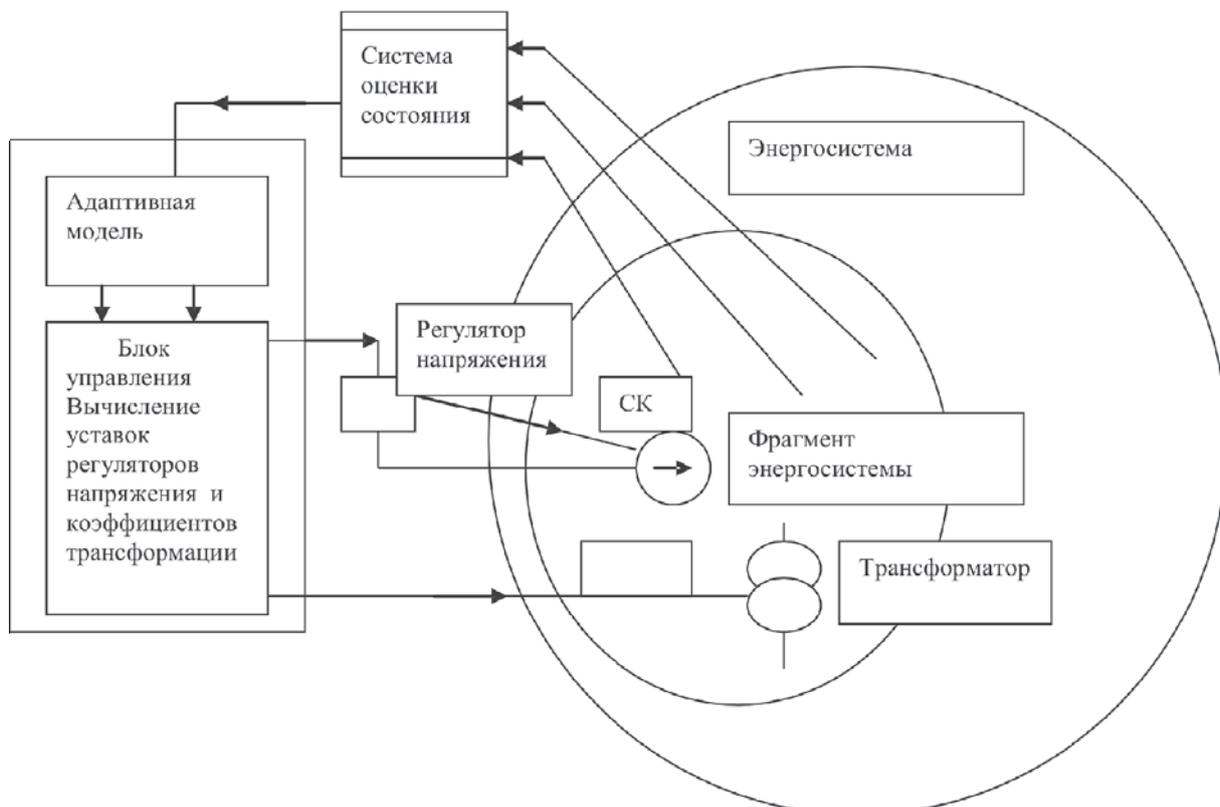


Схема системы управления с адаптивной моделью

установившемся режиме наблюдаемого фрагмента электрической сети;

в блоке управления вычисляются значения управляющих параметров (коэффициентов трансформации, уставок регуляторов и др.) и передаются на подстанции энергосистемы для их коррекции.

Уточним смысл применяемых терминов. Под фрагментом энергосистемы будем понимать ее часть, отображающуюся на связный фрагмент РС. Фрагмент РС, в свою очередь, представляет ее связную часть, выделенную из нее удалением граничных ветвей и заменой перетоков по ним дополнениями к заданию нагрузок в граничных узлах из условия балансов мощности в УР. После определения балансирующего узла фрагмент РС приобретает все свойства РС и называется упрощенной УРС.

Фрагмент энергосистемы, для которого значения ТИ удовлетворяют уравнениям Кирхгофа, составленным с учетом данных ТС, принято называть наблюдаемым. Систему уравнений, соответствующую наблюдаемому фрагменту энергосистемы, далее будем называть системой уравнений УРС энергосистемы. Решения этой системы уравнений с параметрами и заданиями на расчет, определяемыми по ТС и ТИ, являются параметрами УР. Соответствие между режимами реальной энергосистемы и решениями системы уравнений УРС можно интерпретировать как отображение режима энергосистемы в режим УРС. При этом погрешности измерений можно считать погрешностями этого отображения.

Моделирование различных ситуаций (чем постоянно и занимаются в диспетчерских управлениях) даже на месяцы вперед позволяет значительно улучшить управление режимами энергосистемы. Использование информации о текущих режимах из системы «Оценки состояния» позволит существенно повысить эффективность управления.

Созданию системы адаптивного управления, включающей задачу оптимизации режимов электрических сетей, предшествуют этапы формирования УРС как основы адаптивной модели энергосистемы: оснащение соответствующего УРС фрагмента энергосистемы устройствами ТС и ТИ и создание локальной системы «Оценки состояния».

Рассмотрим два принципиальных вопроса, от которых зависит возможность и целесообразность реализации оптимального управления.

Покажем, что: а) коэффициенты трансформации обладают свойством локальности влияния на параметры установившегося режима; приведем описание алгоритма формирования УРС;

б) снижение потерь в энергосистеме можно получить путем реализации управлений, получаемых в процессе минимизации потерь в ее УРС.

**Методика решения задачи оптимизации УР.** В общем виде задача оптимизации текущих режимов ставилась многими авторами. Наиболее полное описание методов ее решения в электрэнергетике приведено в [4 и 5]. Напомним постановку задачи в общем виде.

В энергосистеме имеется относительно небольшое (по сравнению с количеством узлов) число устройств, влияющих на параметры УР. Требуется создать систему управления этими устройствами, обеспечивающую оптимальные параметры текущих режимов. Например, значения коэффициентов трансформации, соответствующие минимальным потерям активной мощности в электрической сети.

Для решения задачи необходима РС энергосистемы, представленная однолинейной схемой замещения из  $N$  узлов и  $M$  ветвей [6] с параметрами схем замещения источников реактивной мощности (в том числе генераторов), нагрузок, линий передач, трансформаторов, а также параметрами исходного УР.

Предположим, что в энергосистеме имеется  $R$  трансформаторов с изменяемыми под нагрузкой коэффициентами трансформации  $K_t$  с номерами  $t_{ij}$  в ветвях  $ij$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N$  – номера узлов РС,  $t = 1, 2, \dots, T$  – номера коэффициентов трансформации;  $T < N$ ); их значения принадлежат области

$$K_{t \min} <= K_t <= K_{t \max}, \quad (1)$$

а также  $R$  источников реактивной мощности  $Q_r^n$ , для которых должны выполняться ограничения:

$$Q_{r \min}^n <= Q_r^n <= Q_{r \max}^n. \quad (2)$$

Во всех узлах заданы диапазоны допустимых значений модулей напряжений:

$$[U_{n \min} <= U_n <= U_{n \max} \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

В линиях передачи и трансформаторах токи должны находиться в пределах

$$I_{ij} <= I_{ijM}. \quad (4)$$

При традиционной постановке задачи расчета УР решениями являются напряжения во всех узлах, заданных уравнениями  $\{PQ\}$  ( $P = \text{const}$ ,  $Q = \text{const}$ ) [6], и фазы напряжений и реактивные мощности в узлах, заданных уравнениями  $\{PU\}$  ( $P = \text{const}$ ,  $U = \text{const}$ ) [6]. А коэффициенты трансформации являются параметрами, каждому набору

которых из области (1) соответствует решение уравнений УР. Каждому УР соответствуют потери активной мощности в линиях передач и трансформаторах:

$$P_S = \sum_{ij} P_{ij} = \sum_{ij} I_{ij}^2 r_{ij}, \quad (5)$$

где  $i$  и  $j$  — номера узлов — концов ветви  $ij$ ;  $I_{ij}$  — модуль тока по ветви  $ij$ ;  $r_{ij}$  — ее активное сопротивление.

Таким образом, в области значений  $K_t$ , при которых существуют УР, потери  $P_S$  являются неявной функцией (функционалом) от коэффициентов трансформации.

Предположим, что в области допустимых значений коэффициентов (1) существуют линеаризованная система уравнений УР и непрерывное продолжение исходного установившегося режима. В этом случае решения уравнений и критерий оптимальности (5) являются неявными дифференцируемыми функциями коэффициентов трансформации [4].

Изменение потерь, соответствующее их уменьшению, будем представлять отрицательным числом  $DP_S < 0$ . Предел отношения изменения потерь  $DP_S$  к изменению  $D|K_t|$ , приводящему к снижению потерь, равен отрицательной производной:

$$\lim_{DK_t \rightarrow 0} (DP_S / DK_t) = dP_S / dK_t < 0.$$

Задача минимизации потерь активной мощности в линиях передачи энергосистемы заключается в определении значений  $K_t$ , при которых потери (5) принимают минимальное значение, а решения и параметры находятся в области допустимых значений (1)–(4).

Напомним, что физическая сторона задачи заключается в перераспределении потоков мощности по ветвям расчетной схемы с помощью  $K_t$  в направлении уменьшения функции (5). Нарушающийся при этом баланс по активной мощности компенсируется за счет уменьшения генерации в балансирующем узле (БУ) или за счет изменения генерации во всех генерирующих узлах согласно критерию оптимальности, учитывающему расход топлива. Решать задачу можно, чередуя два этапа: на первом — находить оптимальный режим в РС с произвольным балансирующим узлом, на втором — распределять изменение активной мощности в этом узле между генерирующими узлами.

Решаются обе эти задачи с помощью разных модификаций итерационного метода градиента. Процесс повторяется несколько раз, пока изменения потерь после очередного шага не будут достаточно малы. Следует отметить, что потери в сетях

напряжения 110–750 кВ, как правило, не превышают 7% суммарной мощности генерации. Их снижение при оптимизации не более — 6% и не более 0,42% генерируемой мощности. Изменение потерь от перераспределения этой мощности составит не более 3% их снижения. Так что основная составляющая — 0,97% снижения потерь — достигается на первом этапе расчета.

Рассмотрим задачу, в которой снижение потерь компенсируется уменьшением генерации в БУ исходной РС. На первом этапе в качестве БУ будем выбирать удобный для расчетов узел с генерацией активной мощности БУ1. Второй этап будет заключаться в переносе этой мощности в БУ исходной РС или перераспределении среди генерирующих узлов.

Предположим, что снижение потерь от изменения  $DK_t$  составило  $DP_q$ , а снижение потерь от перераспределения мощности между генераторами составило  $DP_p$ . Из приведенных оценок порядка значений потерь и предположения об оптимальности распределения генерации следует, что  $DP_p < DP_q < DP_S$ .

При решении задачи для любого фрагмента РС на первом этапе выберем в качестве БУ узел с генерацией активной мощности, принадлежащий этому фрагменту — узел № 1. Рассмотрим последовательность шагов при решении задачи методом градиента. Напомним основные его положения.

Направление изменения функции  $P(V_1, V_2, \dots, V_r)$  при изменении вектора управляющих параметров на  $DV_1, DV_2, \dots, DV_r$  определяется знаком линейной функции

$$DP = c_{11} DV_1 + c_{12} DV_2 + \dots + c_{1r} DV_r,$$

где коэффициенты  $c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1r}$  — производные функции  $P(V_1, V_2, \dots, V_r)$  по параметрам  $V_1, V_2, \dots, V_r$ .

В случае минимизации функции  $P(V_1, V_2, \dots, V_r)$  метод градиента состоит в пошаговом изменении параметров  $V_1, V_2, \dots, V_r$  от значений  $V_{10}, V_{20}, \dots, V_{r0}$  в направлении ее убывания. При этом новое значение функции становится равным

$$P_1 = P_0 + c_1 DV_1 + c_2 DV_2 + \dots + c_r DV_r.$$

Очевидно, что самое быстрое убывание функции обеспечивается при движении в направлении, противоположном направлению градиента функции, т.е. в случае равенства  $c_1 = -DV_1, c_2 = -DV_2, \dots, c_r = -DV_r$ .

Но нелинейность функции и требования учета ограничений вынуждают искать решение малыми шагами. Для этого приращения управляющих параметров определяются с учетом коэффициента  $t$ :

$$DV_1 = -t c_1, DV_2 = -t c_2, \dots, DV_r = -t c_r,$$

который на каждом шаге определяется из условия выполнения ограничений (1)–(3).

Итак, результатом 1-го шага оптимизации будет изменение потерь, равное

$$\Delta P_1 = P_1 - P_0 = -(c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_r^2)t. \quad (6)$$

В случае, если режим, соответствующий минимуму потерь, не принадлежит границе области допустимых режимов,  $t \neq 0$ . Это изменение потребления активной мощности будет компенсировано снижением генерации в БУ.

Естественно, что приведенный метод нуждается в уточнении алгоритма с учетом условий сходимости процесса, однако это не является темой для данной статьи. Далее нас будет интересовать сравнение результатов первых шагов алгоритма при решении задачи минимизации потерь для полной и упрощенной РС с произвольно выбранным БУ.

**Метод решения задачи на упрощенных РС.** Основным препятствием для эффективного решения задачи оптимизации режима является практическая необозримость энергосистемы. Однако существуют особенности объекта оптимизации, которые позволяют упростить ее решение:

во-первых, в энергосистеме имеется относительно небольшое (по сравнению с числом узлов) число устройств, влияющих на параметры УР;

во-вторых, каждое из них имеет ограниченную область существенного влияния на параметры УР.

Это позволяет сформировать УРС, для которой задача оптимизации имеет решения, близкие к ее решению для полной РС.

В [7] предложена методика формирования УРС, удовлетворяющей любой требуемой точности (в пределе упрощенная РС совпадает с исходной). Она состоит из двух этапов: на первом формируется схема, которой принадлежат все узлы с существенной реакцией на единичное возмущение; на втором — путем ее расширения обеспечивается требуемая точность воспроизведения реакций на единичное возмущение для узлов, в которых она существенна.

**Гипотеза о локализации реакций на возмущения.** Многолетний опыт управления режимами энергосистем свидетельствует о том, что сама возможность управления обусловлена таким их свойством, как «локализация реакций» на возмущения. Впервые попытка явного его использования, видимо, сделана в [7]. Воспользуемся этим свойством при решении задачи оптимизации режима электрической сети, у которой наблюдаемыми являются только фрагменты.

Под возмущением (локальным) будем понимать изменение задания на расчет УР: генерацию

или потребление реактивной мощности в одном из узлов, или изменение параметра одного из элементов схемы замещения.

Реакция на возмущение — это разница между результатами расчета возмущенного режима и исходного, т.е. изменение параметров УР либо изменение определенных функций или функционалов от этих параметров. В частности — потерь активной мощности в линиях передачи и трансформаторах.

Для конкретизации свойства «локализация реакций на возмущение» проведем мысленный эксперимент. Будем рассматривать очень большую расчетную схему энергосистемы  $S$ , для которой вычисляются установившиеся режимы: исходный и возмущенный. Кроме того, в каждом узле может быть вычислена реакция на возмущение.

Предположим, что  $v_m$  максимальное из допустимых возмущений. Введем параметр  $t$  ( $0 < t < 1$ ), определяющий интенсивность возмущения. Будем сравнивать исходный и возмущенные УР режимы, вычисляемые без учета ограничений. Рассмотрим режим, полученный при возмущении  $v_m$  ( $v_m > 0$ ). Пусть  $G = \{g_i\}$  — множество коэффициентов (чувствительности):  $g_i = |Du_i|/v_m$  и

$$g_{mi} = \max_j g_j.$$

Сформируем последовательность связанных фрагментов  $S_1 \dot{\cup} S_2 \dot{\cup} \dots S_k \dots \dot{\cup} S$  по следующему алгоритму:

в  $S_1$  включим узлы с возмущением и максимальной реакцией  $g_{m1}$  и минимальное число узлов и ветвей, обеспечивающих ее связность;

в дополнении  $S_1$  до  $S$  найдем узел с максимальной реакцией  $g_{m2}$  и присоединим его к  $S_1$  вместе с минимальным числом узлов и ветвей, обеспечивающих связность; обозначим полученную схему как  $S_2$ ;

в дополнении  $S_2$  до  $S$  найдем узел с максимальной реакцией  $g_{m3}$  и присоединим его к  $S_2$  вместе с минимальным числом узлов и ветвей, обеспечивающих связность; обозначим полученную схему как  $S_3$ ;

продолжим этот процесс до тех пор, пока последняя из полученных схем не совпадет с исходной схемой  $S_k = S$ .

В результате получим последовательность вложенных фрагментов, таких что в дополнении каждого предыдущего  $S_k$  до каждого последующего  $S_{k+1}$  максимальное значение реакции будет удовлетворять условию

$$g_{m,k+1} < g_{m,k}. \quad (7)$$

**Определение.** Модель большой энергосистемы по отношению к возмущению  $v$  обладает свойством

локализации реакций, если существует последовательность вложенных фрагментов, сформированных по приведенному алгоритму, и соотношение (7) выполняется для всех  $t$  из интервала  $0 < t \leq 1$ .

Локализацию можно считать «сильной», если при  $k \in \mathbb{N}$   $\lim_k g_{mk} = 0$ , и слабой — в противном случае.

Зависимость  $g_{mk} = g_m(k)$  назовем функцией локализации. Это ступенчатая убывающая функция. Зависимости  $g_i(v)$  для каждой фиксированной схемы являются неявными непрерывными функциями параметра  $v$ . Интенсивность убывания функций  $g_m(k)$  определяется топологией электрической сети и свойствами ее элементов, такими как рассеяние энергии (в линиях передачи, трансформаторах, нагрузке) и компенсация изменений балансов по реактивной мощности (ИРМ с регуляторами напряжения).

Зависимость  $g_{mk}^* = g_m^*(k)$  для упрощенной РС определена на меньшем интервале. Если доопределить ее на весь интервал значением «0», то погрешностью от упрощения можно считать погрешность аппроксимации функции локализации

$$S_k |Dg_{m,k}| = S_k |g_{m,k} - g_{m,k}^*| \text{ либо } \max_k |Dg_{m,k}|.$$

При упрощении РС естественно сохранить часть расчетной схемы с большими значениями  $g_{m,k}$ .

Для оценки «существенности» реакции на возмущение введем параметр  $\gamma$ . Итак, задача формирования УРС состоит из двух частей: первая — формирование последовательности вложенных схем, обладающих свойством (7), и выбор схемы, которой принадлежат узлы с  $g_{m,k} > \gamma$ ; вторая — уменьшение погрешности аппроксимации функции локализации; как известно из [7, 8], эта задача решается путем расширения исходной схемы.

**Формирование последовательности  $\{S_k\}$ .** Предположим, что гипотеза локализации реакций на изменения  $K_t$  выполняется. Для формирования последовательности вложенных фрагментов воспользуемся методикой ярусного эквивалентирования по требуемой точности [8].

В схему  $S_1$  должны войти узлы и ветви с управляющими устройствами; узлы и ветви, режимы которых, по мнению технологов, требуют особого внимания, а также узлы, на напряжения которых существенно влияют параметры управляющих устройств. Минимальный связный фрагмент РС, которому они принадлежат, назовем областью существенного влияния (ОСВ). Для проведения расчетов УР в схему надо ввести БУ и минимальное число узлов и ветвей, обеспечивающих связность РС.

Все эти требования к заданию на ярусное эквивалентирование выполняются на первом этапе — формирование минимальной РС.

Последовательность  $\{S_k\}$  формируется на основе ярусной структуры. Упорядочим все узлы схемы по следующему правилу: 1-м ярусом назовем схему  $S_1$ ; ко 2-му ярусу отнесем узлы, непосредственно связанные с узлами 1-го яруса; к 3-му — узлы, непосредственно связанные с узлами 2-го яруса. Продолжим этот процесс до тех пор, пока не будут исчерпаны все узлы электрической схемы. Ветви, расположенные между ярусами, за исключением последнего  $(k+1)$ -го яруса, отнесем к ярусу с меньшим номером. Последовательность  $\{S_k\}$ , обладающая свойствами, приведенными ранее, получается при последовательном расширении каждого яруса, начиная с 1-го, за счет присоединения узлов из следующих ярусов, у которых реакция на возмущение равна  $g_{m2}, g_{m3}, \dots, g_{mk}$ , минимального числа узлов, обеспечивающих связность.

**Выделение области существенного влияния.** Формирование ОСВ проводится следующим образом. Предполагая изменения параметров малыми в областях, удаленных от границ (ограничений), степень влияния  $K_t$  на параметры режима в узлах будем характеризовать числами:

для узлов с уравнениями вида PQ [6]

$$l_i = (DU_i K_{\text{ном}}) / (DK_t U_{\text{ном}}); \quad (8)$$

для узлов с уравнениями вида PU [6]

$$m_j = (DQ_j K_{\text{ном}}) / (DK_t Q_{\text{max}}), \quad (9)$$

где  $DU_i$  — изменение напряжения в узле  $i$ ;  $DQ_j$  — изменение генерации реактивной мощности ИРМ или генератором в  $j$ -м узле при изменении коэффициента трансформации на  $DK_t$ .

Они определяются в результате расчета УР с возмущением  $DK_t$  в «полной» схеме и сравнения полученных значений с решениями в исходном режиме.

Локальность действия  $K_t$  на режимы позволяет выделить из полной схемы энергосистемы для каждого трансформатора «ОСВг». В нее включим узлы, для которых параметры  $l_i$  и  $m_j$  удовлетворяют условию:

$$l_i \geq \gamma \text{ или (и) } m_j \geq \gamma. \quad (10)$$

На значение коэффициента могут влиять и субъективные факторы, такие как оценка вычислительных возможностей блока управления и размер наблюдаемого фрагмента, используемая система «Оценки состояния».

Точность решения задачи в УРС будет неявно зависеть от значения параметра  $r$ . Причем очевидно, что при  $r \ll 0$  ОСВГ будет стремиться к полной схеме. Следовательно, выбор малых значений  $r$  нецелесообразен, так как не позволяет получить существенное упрощение расчетной схемы.

**Формирование упрощенной РС.** Итак, предположим, что первая часть процедуры формирования УРС выполнена: сформированы схема  $S_1$  (куда вошла ОСВГ) и последовательность  $\{S_k\}$  на основе ярусной структуры. Остается выполнить последнее требование: в узлах, где реакция на возмущение удовлетворяет условию (10), обеспечить точность воспроизведения реакций на одинаковые возмущения  $tv_m$ :

$$\left| l_i^r - l_i \right| < r/c, \quad \left| m_i^r - m_i \right| < r/c, \quad (10 < c < 100), \quad (11)$$

где  $l_i, m_i; l_i^r, m_i^r$  — значения коэффициентов чувствительности (8) и (9) для полной РС и УРС; значение параметра  $c$  соответствует требованиям к точности измерений в электроэнергетике.

Требование к точности УРС (11) выполняется за счет расширения схемы  $S_1$  путем присоединения к ней 2, 3, ...,  $k$ -го ярусов [7]. В результате УРС формируется из  $k$  ярусов с 1-го по  $k$ -й. Ветви между  $k$ -м и  $(k+1)$ -м ярусами называются граничными. Они обрываются, и перетоки по ним в узлах яруса — граничных — заменяются нагрузками для сохранения в УРС установившегося режима исходной схемы. Функции локализации исходной и упрощенной РС отличаются своими значениями на последовательности вложенных схем. На схеме  $S_1$  разница определяется неравенствами (11), на дополнениях 1-й до 2-й, ...,  $(k-1)$ -й до  $k$ -й — разностью функций локализации для полной и упрощенной РС.

Для сравнения результатов оптимизации в полной и упрощенной схемах разделим РС на две непересекающиеся части: УРС и дополнение ее до РС - РСД. Ветви, примыкающие к узлам последнего яруса УРС, отнесем к схеме РСД.

Очевидно, что потери в полной схеме будут равны сумме потерь в схемах УРС и РСД. При уточнении УРС путем присоединения дополнительных ярусов потери в РСД будут убывать, так как в соответствии с функцией локализации максимальное значение реакции в узлах  $k$ -го яруса будет убывать с увеличением его номера.

**Оптимизация режима УРС.** Для оптимизации режима УРС воспользуемся методом градиента. Однако возникает проблема оценки изменений потерь в схеме РСД. Естественно, что оптимизация

режима УРС имеет смысл, если при уменьшении потерь в УРС то же самое происходит и в полной РС.

Покажем, что в режиме, достаточно удаленном от оптимального, свойство локализации реакций на изменения коэффициентов трансформации (см. приложение) позволяет сформировать такую УРС, при оптимизации режима которой происходит снижение потерь и в исходной РС.

Очевидно, что это условие выполняется при совпадении знаков производных от потерь по  $K_t$  в УРС и полной РС. Покажем, что его можно выполнить при соответствующем выборе числа ярусов в УРС.

В УРС, сформированную с учетом заданного значения  $r$ , войдут узлы (вместе с ветвями их соединяющими), для которых выполняются условия (10) и (11). Рассмотрим зависимость от  $K_t$  суммы модулей производных от потерь в ветвях РС при разбиении ее на части УРС и РСД

При любом разделении РС на непересекающиеся части и любых  $K_t$  для потерь справедливо тождество

$$P_{УРС} + P_{РСД} = P_{РС}. \quad (12)$$

Дифференцируя его по  $K_t$ , получим аналогичное выражение для производных

$$(dP_{РС} / dK_t) = (dP_{УРС} / dK_t) + (dP_{РСД} / dK_t). \quad (13)$$

Очевидно, совпадение знаков производных от потерь для упрощенной и полной схем зависит от значения  $(dP_{РСД} / dK_t)$ . Если знаки у слагаемых в (13) совпадают, то совпадут знаки у  $(dP_{РС} / dK_t)$  и  $(dP_{УРС} / dK_t)$ . Если знаки у слагаемых в (13) не совпадают, то совпадение знаков у  $(dP_{РС} / dK_t)$  и  $(dP_{УРС} / dK_t)$  возможно только в случае, если

$$\left| (dP_{УРС} / dK_t) \right| > \left| (dP_{РСД} / dK_t) \right|. \quad (14)$$

Получим несколько оценок для  $\left| (dP_{РСД} / dK_t) \right|$  и покажем, каким способом обеспечивается для УРС выполнение условия (14).

Очевидно, что оценкой сверху является сумма модулей производных от потерь во всех ветвях схемы РСД:

$$\left| (dP_{РСД} / dK_t) \right| \leq S_{РСД} \left| (Dp_{ij} / DK_t) \right| = g_{РСД}. \quad (15)$$

Из гипотезы о локализации реакций на возмущение  $DK_t$  следует, что при добавлении к УРС узлов и ветвей  $g_{РСД}$  убывает и достигает нуля одновременно с  $r$ . Ясно, что по любой последовательности расширяющихся УРС

$$\lim_{r \rightarrow 0} g(r)_{PCD} = 0 \quad (16)$$

и условие

$$\left| \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right| > g_{PCD} \quad (17)$$

для УРС можно выполнить, добавляя к ней необходимое число ярусов.

Более легкие условия для выполнения (14) можно получить, учитывая следующие свойства производных от потерь в ветвях схемы РСД:

изменения потерь малы при всех  $DK_t$  из интервала  $[0, DK_{tm}]$ ;

в области изменения  $K_t$  мала вероятность появления особых точек –  $(dp_{ij} / dK_t) = 0$ .

Следовательно, потери, как правило, пропорциональны  $DK_t$ :  $Dp_{ij} = c_{ij} DK_t$ , коэффициенты пропорциональности  $c_{ij}$  сохраняются во время процесса оптимизации и равны коэффициентам в исходном режиме:

$$c_{ij} = (dp_{ij} / dK_t)|_0,$$

а это означает, что

$$\left( \frac{dP_{PCD}}{dK_t} \right) \gg \left( \frac{dP_{PCD}}{dK_t} \right)|_0$$

и в случае разных знаков производных условие (14) выполняется, если

$$\left( \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right) > \left( \frac{dP_{PCD}}{dK_t} \right)|_0. \quad (18)$$

В адаптивной модели могут использоваться два вида упрощенных РС [1]. В модели типа  $M_c$  перетоки по граничным линиям считаются постоянными и равными перетокам в базовом режиме. В модели типа  $M_v$  эти перетоки устанавливаются по данным ТИ для каждого текущего идентифицированного УР.

Рассмотрим модель типа  $M_v$ . Перетоки по граничным ветвям в этой модели определяются линейными зависимостями от коэффициентов трансформации, получаемыми в результате изучения реакций на малые изменения коэффициентов в реальной энергосистеме.

В процессе оптимизации полной и упрощенной РС производные  $(dP_{YPC} / dK_t)$  и  $(dP_{PC} / dK_t)$  стремятся к нулю и в какой-то окрестности оптимального режима условия (14) и (17) будут нарушаться. Это означает, что при оптимизации по упрощенной РС нельзя найти оптимальный режим полной РС. Однако представляет интерес степень приближения к оптимальному режиму, достижимая с помощью УРС.

Рассмотрим режим полной РС, достаточно удаленный от оптимального,

$$\left| \frac{dP_{PC}}{dK_t} \right| = p^* > 0. \quad (19)$$

Учитывая (13)—(15), получим оценку для производных по  $K_t$  от потерь в упрощенной РС через производные от потерь в полной РС:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{dP_{PC}}{dK_t} \right) - g_{PCD} \left( \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right) \pm \\ & \left( \frac{dP_{PC}}{dK_t} \right) + g_{PCD}. \end{aligned} \quad (20)$$

Напомним, что направлению снижения потерь соответствуют значения  $dK_t$ , при которых  $(dP_{YPC} / dK_t) < 0$ .

Из (14) и (16) следует существование УРС, для которой

$$g_{PCD} < \left| \frac{dP_{PC}}{dK_t} \right| = p^*. \quad (21)$$

Для  $(dP_{PC} / dK_t) = p^* > 0$  запишем (20) в виде:

$$\begin{aligned} & p^* (1 - g_{PCD} / p^*) \left( \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right) \pm \\ & \pm p^* (1 + g_{PCD} / p^*). \end{aligned} \quad (22)$$

Из (20) и (21) следует, что знак производной  $(dP_{YPC} / dK_t)$  может измениться, если изменит знак коэффициент  $(1 - g_{PCD} / p^*)$ , что может произойти при увеличении  $g_{PCD}$  или уменьшении  $p^*$ . Следовательно, достаточным условием для совпадения знаков производных  $(dP_{YPC} / dK_t)$  и  $(dP_{PC} / dK_t)$  является выполнение неравенства

$$(g_{PCD} / p^*) < 0. \quad (23)$$

Оценки получены в предположении, что производные, вычисляемые для разных схем – фрагмента полной РС и того же фрагмента как УРС, одинаковы. Однако при этом возможна погрешность

$$\left| \left( \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right) - \left( \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right)_y \right| \pm s.$$

С учетом погрешности можно получить более строгую оценку:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{dP_{PC}}{dK_t} \right) - g_{PCD} - s \left( \frac{dP_{YPC}}{dK_t} \right)_y \pm \\ & \pm \left( \frac{dP_{PC}}{dK_t} \right) + g_{PCD} + s. \end{aligned}$$

Практическое применение оценок (22) и (23), возможное на стадии формирования УРС, заключается в следующем: если для сформированной УРС (23) не выполняется, следует расширять УРС. При этом  $g_{PCD}$  будет уменьшаться. Процесс расширения надо остановить, когда  $g_{PCD}$  достигнет значения, при котором выполняется условие (23), либо УРС совпадет с полной РС. Не строгую, но

практически более полезную оценку для  $\mathcal{G}_{PCD}$  можно получить, используя соотношение (18).

Соотношение (23) связывает условие одновременного снижения потерь в полной и упрощенной РС со степенью локализации реакций на  $DK_t$  и удаленностью режима от оптимального.

**Решение задачи оптимизации на УРС.** Адаптивная модель в системе управления основывается на УРС, которая формируется из схемы с базовым УР. Предположим, что в этом режиме включены все линии передачи и трансформаторы. Схема сети, соответствующая текущему режиму, в общем случае не будет совпадать со схемой базового режима. Частично эти изменения отразятся в УРС. Причем они могут привести даже к нарушению ее связности. В этом случае под УРС будем понимать наибольшую связную часть исходной РС.

Предположим, что переключения в сети привели только к изменениям ОСВ, а свойства ее узлов (10)–(12) и УРС в целом (14), (16), (19) сохранились. Оценим погрешность решения задачи оптимизации по УРС. Под погрешностью будем понимать разницу в результатах 1-го шага оптимизации в направлении градиента. В качестве причин рассмотрим постоянство перетоков по граничным ветвям в модели  $M_c$  и отличие УРС модели  $M_v$  от полной РС. В первом случае сравним решения с минимальными потерями во фрагменте РС, соответствующем УРС; во втором — с минимальными потерями в РС.

**Решение методом градиента.** Оценим изменение потерь в полной РС после 1-го шага при оптимизации режима УРС в предположении (21). Значение 1-го шага по методу градиента при выполнении условия (23) равно

$$DK_t = - (dP_{УРС} / dK_t)t = (p^* - \mathcal{G}_{PCD})t$$

либо  $DK_t = (p^* + \mathcal{G}_{PCD})t$ .

В результате 1-го шага в направлении градиента потери в полной схеме изменятся на значение (6):

$$DP_{PC} = - p^* (p^* - \mathcal{G}_{PCD})t = - (p^*)^2 t + p^* \mathcal{G}_{PCD} t$$

либо  $DP_{PC} = - p^* (p^* + \mathcal{G}_{PCD})t$ .

Ясно, что слагаемые с  $\mathcal{G}_{PCD}$  являются погрешностями оптимизации из-за использования УРС.

**Решение на модели  $M_v$ .** Пользуясь свойствами ярусной структуры [1], уравнение (относительно  $K_t$ ) точки минимума потерь в ветвях, принадлежащих фрагменту полной РС, соответствующему УРС, можно представить в следующем виде:

$$(dP_{УРС} / dK_t) = (dP_{УРС}^c / dK_t) +$$

$$+ S_{ij^*} (dP_{УРС} / ds_{ij^*}) (ds_{ij^*} / dK_t) = 0, \quad (24)$$

где  $(dP_{УРС}^c / dK_t)$  — производные от потерь в ветвях УРС в предположении постоянства перетоков по граничным ветвям;  $(dP_{УРС} / ds_{ij^*})$  — производные от потерь в тех же ветвях по параметрам перетоков (их активным и реактивным составляющим) в граничных ветвях  $ij^*$ ;  $(ds_{ij^*} / dK_t)$  — производные от перетоков в граничных ветвях по  $K_t$ .

В точках, отличных от экстремума

$$|(dP_{УРС} / dK_t)_n| > 0$$

метод градиента приводит к итерационному процессу: на каждом шаге определяется значение  $K_{t(n+1)}$ , при котором потери снижаются на значение  $p_{n+1} > 0$ :

$$K_{t(n+1)} = K_{tm} - (dP_{УРС} / dK_t)_n^{-1} (P_{УРСn} - p_{n+1}). \quad (25)$$

В случае единственности точки экстремума можно выбрать последовательность значений  $p_n$  ( $n=1,2,\dots,N$ ), по которой значения  $P_{УРСn}$  попадут в ее окрестность. Завершить поиск можно методом направленного перебора значений  $K_t$ . Условия формирования УРС позволяют оценивать изменения этих перетоков, считая их зависимость от  $K_t$  линейной, так как они принадлежат подсхеме  $B$  области локализации реакций на  $DK_t$ . В процессе управления будут определяться промежуточные значения  $K_{tm}$  и производные  $(ds_{ij^*} / dK_t)$  в каждом из промежуточных УР. Это позволяет вычислять производные, используемые в итерационном процессе (24) и (25), и значение  $K_{tm}$ , соответствующее минимуму потерь в упрощенной РС без методической погрешности. В результате решения получим режим УРС, в котором потери имеют минимальное значение для фрагмента РС, соответствующего УРС.

**Решение на модели  $M_c$ .** Уравнение точки минимума потерь при  $(ds_{ij^*} / dK_t) = 0$  имеет вид

$$(dP_{УРС}^c / dK_t) = 0. \quad (26)$$

Метод градиента приводит к итерационному процессу, аналогичному (24) и (25). Так как в УРС этого вида нагрузки в граничных узлах (соответствующие перетокам по граничным ветвям) в процессе решения задачи остаются постоянными, а в полной РС перетоки по этим ветвям изменяются, решение на модели  $M_c$  будет отличаться от решения на модели  $M_v$  погрешностью, зависящей от значения изменения перетоков по граничным ветвям при переходе от исходного режима к оптимальному.

Погрешность можно оценить в базовом режиме: ее определяет второе слагаемое в (25). Локальность влияния трансформатора на потери позволяет обеспечить ее малые значения при формировании УРС.

**Оценка изменения потерь в полной РС.** Пусть значение  $K_m$  соответствует минимуму потерь в УРС. Изменение потерь в УРС по отношению к исходному режиму равно

$$DP_{УРС} = P_{УРСm} - P_{УРС} < 0.$$

Изменение коэффициента трансформации равно  $(K_m - K_0)$ . Оценим, на какое значение в режиме с  $k_m$  изменятся потери  $DP_{РСД}$  в линиях передачи полной РС, не принадлежащих упрощенной РС.

Из условий близости параметров режима, соответствующего  $K_{tm}$ , к режиму с исходным значением  $K_{t0}$  и дифференцируемости критерия оптимизации по  $K_t$  следует возможность приближенной оценки:

$$DP_{РСД} = P_{РСД}(K_{tm}) - P_{РСД}(K_{t0}) = (dP_{РСД} / dK_t)_0 (K_{tm} - K_{t0}).$$

Результат изменения потерь в полной РС при оптимизации режима в упрощенной РС можно оценить по формуле

$$DP_{РС} = DP_{СИ} = P_{УРСm} - P_{УРС} + (dP_{РСД} / dK_t)_0 (K_{tm} - K_{t0}). \quad (27)$$

Производную  $(dP_{РСД} / dK_t)$  можно вычислить только в базовом режиме, когда доступна полная расчетная схема энергосистемы.

Методика [8] позволяет сформировать упрощенную РС таким образом, что при всех значениях  $K_t$  из интервала  $|K_t - K_{t0}| < DK_t$  параметры УР в узлах РСД будут отличаться от значений в базовом режиме меньше чем на  $\epsilon$ .

По соотношению (27) можно проверить целесообразность решения задачи оптимизации для исходного установившегося режима и сформированной УРС, а также требования к точности УРС при желании снизить потери в линиях передачи энергосистемы.

**Приложение.** Локализация влияния коэффициентов трансформации на потери активной мощности (методика исследования, результаты численных экспериментов). Свойство локализации влияния коэффициентов трансформации на потери исследовалось на фрагментах схем, содержащих 5703 и 493 узла. Результаты расчетов представлены в табл. 1 и в виде зависимостей производных  $(dP_{пот} / dK_t)$  от размера УРС (в ярусах), полученных на РС из 5703 узлов. Расчеты проводились для двух трансформаторов 220–110 кВ в случаях, когда значение  $K_t$  близко к оптимальному (ПС Грибова,

$(dP_{пот} / dK_t) = 1,7, 2)$  и далеко от оптимального (ПС Осетр,  $(dP_{пот} / dK_t) = 20, 22)$ . Анализ результатов позволяет отметить некоторые их особенности.

Таблица 1

Расчетная схема	Число узлов	Результаты расчета	
		$P_{пот}$	$DP_{пот} / DK_t$
ПС Грибово, $K_t = 0,54$ (опт)			
Исходная упрощенная:	5703	3734,4	2,10
3 яруса	9	11,4	3,50
4	28	39,3	2,75
5	74	12,6	2,76
6	164	116,3	2,03
7	301	191,6	2,01
8	490	322,2	2,00
ПС Осетр, $K_t = 0,493$			
Исходная упрощенная:	5703	3734,4	21,25
3 яруса	18	13,36	27,10
4	49	30,30	32,90
5	105	82,50	24,17
6	194	145,96	21,70
7	326	220,98	20,83
8	514	336,78	21,25

в УРС, содержащих более пяти ярусов, производные практически не изменяются. Следовательно, ветви (линии передачи или трансформаторы), токи в которых существенно зависят от рассматриваемого  $K_t$ , принадлежат « $j$ -окрестностям» трансформатора из 3–5 ярусов. Соответствующие УРС содержат от 50 до 200 узлов.

В схеме из 493 узлов, в которой локализуется действие управляемых коэффициентов трансформации, изучалась возможность решения задачи оптимизации режима в предположении, что наблюдаемыми фрагментами является одна из УРС, содержащих существенно меньшее число узлов (от 323 до 95).

Управление с адаптивной моделью предполагает отображение текущего режима в режим модели и определение на ней управляющих воздействий. Первым шагом является вычисление вектор-градиента от потерь в УРС. В табл. 2 приведены вектор-градиенты для исходной РС и двух УРС с числом узлов от 323 и 95, полученных разными методами. Все они содержали по возможности максимальное число узлов и ветвей сети 110 кВ. Из анализа данных табл. 2 следует, что во всех УРС потери снижаются примерно на одно и то же значение (от 2,24 до 2,68 мВт). Последнее означает, что углы между вектор-градиентами для исходной схемы (493 узла) и любой из упрощенных принадлежат интервалу  $0 < j < 90^\circ$ , и, следовательно, существуют малые изменения коэффициентов трансформации в направлении любого из вектор-градиентов УРС, которые приводят к уменьшению потерь в исходной РС.

Таблица 2

Расчетная схема, число узлов	Значения вектор-градиентов потерь активной мощности на подстанциях*								Потери $P$	Изменение потерь $DP$
	1	2	3	4	5	6	7	8		
Исходная, 493	26,10	39,20	1,33	21,3	2,33	13,2	3,67	6,50	150,24	2,20
Упрощенная, 323	25,83	39,02	1,33	21,0	3,00	13,2	2,03	7,10	145,66	2,70
Упрощенная, 207	26,00	39,03	1,67	21,3	3,16	13,1	2,50	7,20	144,60	2,46
Упрощенная, 95	25,20	38,50	2,33	20,3	2,80	9,1	3,07	1,34	74,95	2,67

\* 1 – Крымская; 2 – Кирилловская; 3 – Восточная; 4 – Славянская; 5 – Био-Комбинат; 6 – Афинская; 7 – Тверская; 8 – Центральная

В табл. 3 приведены значения коэффициентов трансформации (вектор  $K_t$ ) и уставок регуляторов напряжения ИРМ (вектор  $U_{СК}$ ), соответствующие близкому к оптимальному режиму энергосистемы (493 узла). Они найдены методом градиента. Оказалось, что возможное снижение потерь в сети составляет не более 5 мВт (при суммарной нагрузке 2715,1 мВт и потерях в сети 150,24 мВт).

Таблица 3

Подстанция	Значения коэффициентов трансформации и уставок регуляторов напряжения для исходного (числитель) и оптимального (знаменатель) режимов	
	$K_t$	$U_{СК}$
Крымская	0,574/0,512	
Кирилловская	0,579/0,519	10,83/10,93
Восточная	0,547/0,530	
Славянская	0,537/0,511	10,516/10,75
Био-Комбинат	0,537/0,548	
Афинская	0,526/0,512	10,60/10,67
Тверская	0,512/0,534	
Центральная	0,516/0,523	10,30/10,50
Шепси	0,495/0,519	9,76/10,2
Дагомыс	0,505/0,528	10,0/10,1
Краснодарская ТЭЦ	227,0/228,8	

В табл. 4 приведены вектор-градиенты потерь по коэффициентам трансформации и уставкам регуляторов ИРМ в режимах, исходном и близком к оптимальному. В оптимальном режиме они должны быть равными нулю. Оба вектора достаточно малы (по норме), что подтверждает близость режима к оптимальному. Но вектор-градиент по  $K_t$  очень сильно уменьшился по сравнению с исходным значением, а вектор-градиент по  $U_{СК}$  почти не изменился. Это свидетельствует о слабой зависимости потерь от  $U_{СК}$ .

Таблица 4

Подстанция	Значения вектор-градиентов по $K_t$ и $U_{СК}$ в исходном (числитель) и оптимальном (знаменатель) режимах (РС 493 узла)	
	$K_t$	$U_{СК}$
Крымская	26,10/0,24	
Кирилловская	39,20/0,25	0,183/0,14
Восточная	1,33/0,26	
Славянская	21,30/0,25	0,233/0,25
Био-Комбинат	2,33/0,52	
Афинская	13,20/0,25	0,10/0,03
Тверская	3,67/0,50	
Центральная	6,50/-0,01	-0,20/-0,24
Шепси	-13,33/-0,50	-0,367/-0,23
Дагомыс	28,35/0	-0,017/0,25
Краснодарская ТЭЦ	-1,33/-0,20	

Имитация процесса оптимизации в системе управления с адаптивной моделью, содержащей 95 узлов, приводит к следующим результатам: после 1-го шага по  $K_t$  и  $U_{СК}$  в направлении градиента, вычисленного в УРС, потери в исходной РС снизились на 3,7 Вт; в УРС снижение составило 3,9 Вт. Это означает, что при снижении потерь в УРС увеличились потери в схеме РСД (дополнении УРС до полной – РС).

Таким образом, результаты расчетов подтверждают наличие свойства локализации влияния коэффициентов трансформации и возможность оптимизации текущих режимов при централизованном управлении с адаптивной моделью, если упрощенные РС достаточно представительны и соответствуют наблюдаемым фрагментам энергосистемы.

**Выводы.** 1. Оптимизацию режима энергосистемы в текущих режимах можно проводить с помощью трансформаторов с РПН, управляемых адаптивными системами управления.

2. Адаптивные системы управления могут формироваться на базе упрощенных расчетных схем, получаемых по методике ярусного эквивалентирования.

3. Источником информации о параметрах текущих режимов энергосистемы являются локальные системы «Оценивания состояния», которые должны работать с наблюдаемыми фрагментами, соответствующими упрощенным расчетным схемам.

4. Адаптивные системы, основанные на упрощенных расчетных схемах энергосистем, позволяют существенно сократить объемы используемой информации, и за счет уменьшения числа телеизмерений снизить расходы на их создание.

5. Оптимизацию режима энергосистемы в текущих режимах можно проводить с помощью трансформаторов с РПН, управляемых адаптивными системами управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гвоздев Д. Б., Илюшин В.И., Кочкин В.И. и др. Применение адаптивной модели энергосистемы для управления источниками реактивной мощности. — Электричество, 2011, № 2.

2. Баринов В.А., Совалов С.А. Режимы энергосистем: методы анализа и управления. — М.: Энергоиздат, 1990.

3. Гамм А.З. и др. Развитие алгоритмов оценивания состояния электроэнергетической системы. — Электричество, 2009, № 6.

4. Крумм Л.А. Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами. — Новосибирск: Наука, 1977.

5. Анализ и управление установившимися состояниями электроэнергетических систем/Под ред. Л.А. Крумма, А.З. Гамма. — Новосибирск: Наука, 1987.

6. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 1985.

7. Фролов В.И. Упрощение схем электрических сетей энергосистем для расчетов установившихся режимов с локальными возмущениями. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 4.

8. Дмитренко Е.М., Морозов И.В., Фролов В.И. О методике формирования расчетной схемы электрической сети Мосэнерго с контролируемой погрешностью. — Электрические станции, 2004, № 5.

[23.05.12]

*Автор: Фролов Вячеслав Иванович окончил факультет «Тепловые и гидравлические машины» МВТУ им. Баумана в 1959 г. и механико-математический факультет МГУ им. Ломоносова в 1969 г. В 1976 г. защитил кандидатскую диссертацию «Применение теории аналитических оператор-функций для исследования устойчивости и качества одного класса сложных автоматически регулируемых систем» в Ленинградском политехническом институте. Ведущий научный сотрудник «НТЦ ФСК ЕЭС».*