Мониторинг устойчивости энергосистемы на основе динамического эквивалента, определенного по векторным измерениям¹

ЧУСОВИТИН П.В., ПАЗДЕРИН А.В.

Описан способ идентификации динамического эквивалента энергосистемы на основе синхронизированных векторных измерений. Предлагается на основе эквивалента контролировать низкочастотные колебания в энергосистеме. Также описана возможность выделения опасных сечений и «критических» генераторов для текущего режима.

Ключевые слова: энергосистема, синхронизированные векторные измерения, идентификация систем, модальный анализ, статическая устойчивость

Мониторинг электрического режима и обеспечение результирующей устойчивости являются важнейшими задачами, стоящими перед энергосистемой. В настоящий момент эти задачи решаются двумя путями:

с помощью заблаговременного проведения серий расчетов установившихся режимов и переходных процессов, в результате которых формируются ограничения по условиям устойчивости параметров режима электроэнергетической системы;

в реальном времени с помощью процедуры оценки состояния, а также систем противоаварийной автоматики.

Эти подходы имеют известные недостатки:

первый — погрешность и неполнота используемых в программных комплексах схем замещения; расчеты проводятся для наихудшего случая, что приводит к завышенным ограничениям;

второй — для схем замещения справедливы все замечания к первому подходу и, более того, для задач реального времени применяются еще более грубые модели; погрешность и отсутствие синхронизации по времени телеизмерений.

С развитием информационных технологий появляются методики, позволяющие более точно и в реальном времени контролировать состояние электроэнергетической системы. Наиболее многообещающей, по мнению авторов, является технология синхронизированных векторных измерений. Появление высокопроизводительных аналого-цифровых преобразователей и систем спутникового позиционирования с возможностью передавать метку точA method for identifying the dynamic equivalent of a power system on the basis of synchronized vector measurements is described. It is proposed to use the obtained equivalent for monitoring low-frequency oscillations in the power system. The possibility of identifying dangerous cut sets and «critical» generators for the current mode of operation is also described.

Key words: power system, synchronized vector measurements, identification of systems, modal analysis, steady-state stability

ного времени в любое место земного шара (GPS, ГЛОНАСС и пр.) привело к созданию устройств РМU (Phasor Measurement Unit), позволяющих измерять векторные значения токов и напряжений [1, 2]. Системы на основе РМU получили название WAMS (Wide Area Measurement Systems).

Область применения синхронизированных векторных измерений в энергосистемах чрезвычайно широка: от визуализации режима непосредственно по данным векторных измерений [3] до адаптивного управления всей энергосистемой в переходных режимах [4, 5]. По мнению авторов, наиболее перспективной областью применения синхронизированных векторных измерений является идентификация эквивалента системы в реальном времени и дальнейшее применение эквивалента для анализа свойств энергосистемы. Идентификация эквивалента в реальном времени позволяет уйти от упомянутых недостатков традиционных методов мониторинга электрического режима. Во-первых, эквивалент, идентифицированный на основе точных синхронизированных измерений, содержит свойства реальной системы в отличие от заранее заданной модели. Во-вторых, за счет идентификации в реальном времени есть возможность анализировать текущую ситуацию, а не «худший случай».

В большинстве отечественных разработок, касающихся применения синхронизированных измерений для определения эквивалента и последующего анализа устойчивости, применяется идентификация матрицы собственных и взаимных проводимостей [4, 6]. В статье описан альтернативный подход, основанный на применении динамического эквивалента энергосистемы, идентифицированного

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-08-31564/12 мол_а).

с помощью векторных измерений в виде модели пространства состояний.

Идентификация эквивалента энергосистемы. Методы идентификации динамических систем широко применяются в теории автоматического управления для создания адаптивных регуляторов устройств [7]. Однако применение идентификации для управления энергосистемой в целом привлекло внимание исследователей совсем недавно [4, 6, 8]. Кроме задач управления методы идентификации динамических систем используются для решения задачи мониторинга статической устойчивости и низкочастотных колебаний в энергосистеме [9]. При идентификации в форме пространства состояний идентифицированная модель будет эквивалентна линеаризированной реальной динамической модели энергосистемы. Линеаризация модели реальной энергосистемы применяется для анализа динамических свойств энергосистемы. Следовательно, эквивалентная идентифицированная модель должна отражать те же динамические свойства. Одним из преимуществ подпространственных методов является простая процедура получения матриц наблюдения и управления.

Линеаризированная модель динамической системы. Состояние автономной динамической системы описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка [10]. Приведение уравнений системы к первому порядку легко осуществляется заменой переменной (введением искусственной переменной, часто не имеющей физического смысла):

$$x_i = f_i(x_1, x_2, ..., x_n; u_1, u_2, ..., u_k), i = 1, 2, ..., n, (1)$$

где *n* – порядок системы; *k* – число входных сигналов.

Выражение (1) в матричной форме:

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}); \tag{2}$$

где **х** – вектор переменных состояния; **u** – вектор входных сигналов (переменных управления).

Часто переменные состояния динамической системы невозможно измерить, поэтому в задачах анализа и управления динамическими системами применяются выходные параметры. Эти параметры можно выразить через переменные состояния и управления:

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}); \tag{3}$$

где **х** — вектор выходных переменных; **g** — вектор нелинейных функций, связывающих выходные переменные с переменными состояния и управления.

Для анализа статической устойчивости применяется линеаризация систем уравнений (2) и (3) [10, 11]. Линеаризация осуществляется в точке устойчивого равновесия (x_0, u_0). Линеаризированная система описывает те же свойства исходной системы при условии изменения переменных в небольшом диапазоне (в случае малых возмущений). В начальный момент времени состояние динамической системы описывается уравнениями:

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0) = 0.$$
 (4)

Рассмотрим отклонение (возмущение) переменных на небольшое значение:

$$x = x_0 + Dx; u = u_0 + Du.$$
 (5)

Новое состояние системы описывается уравнениями:

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + D\dot{x} = f[(x_0 + Dx),(u_0 + Du)].$$
 (6)

Далее функции вектора **f** раскладываются в ряд Тейлора. При этом учитывается только первый член разложения. Это допустимо потому, что рассматриваемые отклонения переменных Dx, Du уже невелики и составляющие разложения высших порядков, в которых участвуют отклонения Dx^2 , Du^2 , Dx^3 , Du^3 и т.д., пренебрежимо малы. В итоге линеаризации получаем систему уравнений:

 $D\dot{x} = ADx + BDu; Dy = CDx + DDu;$

где Dx — вектор переменных состояния размерностью n' 1; Dy — вектор выходных переменных размерностью m' 1; Du — вектор переменных управления размерностью p' 1; A — матрица состояния системы размерностью n' n; B — матрица управления системы размерностью n' p; C — матрица наблюдения системы размерностью m' n; D — матрица наблюдения системы размерностью m' n; D — матрица на-

Элементы матриц **A**, **B**, **C**, **D** рассчитываются подстановкой в частные производные функций **f** и **g** значений переменных для точки устойчивого равновесия (x_0, u_0) . Система уравнений (7) называется линейной моделью пространства состояний.

Расчет собственных чисел и векторов (модальный анализ) матрицы состояния или матрицы наблюдения модели энергосистемы широко применяется для анализа устойчивости энергосистемы [10, 11]. Собственные числа матрицы состояния определяются из уравнения

$$\det(\mathbf{A} - \mathbf{I} \mid) = 0, \tag{8}$$

где I — единичная матрица размерностью n' n; I — вектор собственных чисел размерностью n' 1.

Раскрывая определитель в левой части уравнения (8), получим полином

$$a_0 + a_1 | + \dots + a_{n-1} |^{n-1} + (-1)^n |^n = 0.$$
 (9)

Уравнение (9) — характеристическое уравнение матрицы **A**, а полином в левой части этого уравнения — характеристический полином. Корни уравнения (9) называются собственными или характеристическими числами матрицы **A**. Каждому собственному числу I_i соответствует один правый собственный вектор j_i [10]. Также для каждого собственного числа можно получить вектор-строку Y_i , называемую левым собственным вектором [13].

Как упоминалось, для анализа статической устойчивости энергосистемы широко применяется анализ собственных чисел и векторов матрицы состояния. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающую свободное движение системы (вектор управления в системе (7) равен нулю):

$$\mathsf{D}\dot{x} = \mathsf{A}\mathsf{D}x. \tag{10}$$

Решение этой системы определяется через собственные числа и собственные векторы матрицы А следующим образом:

$$Dx(t) = \mathop{\text{a}}\limits^{n}_{i=1} j_{i} y_{i} Dx(0) e^{\int_{-1}^{t} t}$$
(11)

или для отдельной составляющей вектора

$$Dx_{i}(t) = j_{i1}y_{1}Dx(0)e^{j_{1}t} + j_{i2}y_{2}Dx(0)e^{j_{2}t} + \dots$$

...+ $j_{in}y_{n}Dx(0)e^{j_{n}t}$. (12)

Уравнение (12) определяет изменение переменной системы (7) во времени. Это изменение принято называть свободным колебанием, поскольку в системе (7) отсутствует управление и возмущающие сигналы. Термин «колебание» применяется потому, что для матрицы состояния, соответствующей динамической модели энергосистемы (и вообще многих динамических систем), собственные числа, как правило, представлены парами сопряженных комплексных чисел, и в этом случае составляющие движения становятся колебательными. Так, с помощью тригонометрических преобразований можно показать, что имеет место тождество

$$(a+jb)e^{(s-jw)t} + (a-jb)e^{(s+jw)t} = = ke^{st}\sin(wt + q),$$
(13)

где k и q определяются по a и b.

Как видно из (13), действительная составляющая пары сопряженных комплексных чисел определяет степень затухания колебательного процесса, а мнимая — частоту колебаний:

$$I = s \pm jw; \ z = \frac{-s}{\sqrt{s^2 + w^2}}; \ f = \frac{w}{2p},$$
 (14)

где *f* – частота колебаний, Гц; **z** – коэффициент демпфирования.

Таким образом, пары сопряженных комплексных чисел описывают колебательные составляющие движения, а числа с исключительно действительной составляющей описывают апериодические составляющие движения.

По действительной составляющей собственных чисел можно судить об устойчивости системы, но кроме непосредственного вывода об устойчивости системы решение проблемы собственных чисел для матрицы состояния энергосистемы может дать другую полезную информацию об энергосистеме.

Так например, составляющая ј $_{ki}$ вектора показывает степень участия переменной Dx_k в составляющей движения, обусловленной I_i , по сравнению с другими составляющими [10]. И напротив, составляющая y_{ik} вектора определяет степень влияния переменной Dx_k на *i*-ю составляющую движения по сравнению с другими переменными.

Как будет показано далее, с помощью анализа собственных векторов матрицы состояния, идентифицированной в реальном времени, можно выделять опасные сечения и определять «критические» генераторы.

Идентификацию эквивалента удобнее осуществлять в дискретной форме модели пространства состояний:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k; \ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k.$$
(15)

В (15) значения переменных не непрерывны, а определены только в моменты времени [14]:

$$t = kT, \tag{16}$$

где *k* – номер момента времени; *T* – интервал выборки (сэмплирования) из непрерывной величины.

Система уравнений (15) описывает те же динамические свойства, что и система (7), если:

левые и правые собственные векторы матриц состояния в (7) и (15) совпадают;

собственные числа матрицы состояния (15) связаны с собственными числами (7) следующим соотношением [15]:

$$I_{(7)} = \ln(I_{(15)}) / T.$$
(17)

Таким образом, идентифицируя эквивалент энергосистемы в виде (15) и осуществляя преобразование (17), можно получить эквивалент энергосистемы и применять его далее для анализа свойств энергосистемы.

Следовательно, задача заключается в идентификации матриц **A**, **B**, **C**, **D** системы (15) на основе только выходных сигналов \mathbf{y}_k , поскольку состояния системы \mathbf{x}_k напрямую не наблюдаемы. Далее будет показано, как осуществить идентификацию при применении в качестве векторов \mathbf{y}_k напряжения в узлах сети.

Алгоритм идентификации. Идентифицировать динамический эквивалент энергосистемы предлагается в форме модели пространства состояний подпространственным методом [16]. Этот метод основан на линейных преобразованиях, а не на итерационных процедурах, как большинство традиционных методов идентификации систем, поэтому обладает хорошими численными свойствами и скоростью расчета.

Суть метода заключается в следующем. Зная последовательность входных сигналов, можно из (15) записать значения выходных сигналов на интервале t [16]:

Для определения матриц **A**, **B**, **C**, **D** в (18) необходимо для интервала наблюдения $N^3 tm$ сформировать матрицы входных и выходных сигналов **U**_N и **Y**_N:

$$\overset{\text{\acute{e}C}}{\underset{\text{$\widehat{P}_{N} = \widehat{e}: \\ \widehat{e}: \\ \widehat{e}: \\ \widehat{u} \\ \widehat{v}_{N} = \widehat{e}: \\ \widehat{e}: \\ \widehat{u} \\ \widehat{v}_{N} = \widehat{e}: \\ \widehat{u} \\ \widehat{v}_{N} + \widehat{e}: \\ \widehat{e}: \\ \widehat{v}_{N} + \widehat{e}: \\ \widehat{v}_{N} + \widehat{e}: \\ \widehat{v}_{N} + \widehat{e}: \\ \widehat{v}_{N} + \widehat{v}_{N} + \widehat{v}_{N}$$
(19)

где

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{f}}_{N} &= \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{k} & y_{k+1} & \cdots & y_{k+N-1} & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & y_{k+N} & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= \vdots & \vdots & \vdots & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= \vdots &\vdots & \vdots & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{k+1} & y_{k+1} & \cdots & y_{k+N+t-2} & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= u_{k+1} & u_{k+2} & \cdots & u_{k+N-1} & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= \vdots &\vdots &\vdots & \vdots & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k} &= \vdots &\vdots &\vdots & \vdots & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k+t-1} &= u_{k+t} & \cdots & u_{k+N+t-2} & \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{f}}_{k+t-1} &= u_{k+t} & \cdots & u_{k+N+t-2} & \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{f}_{k} &= \begin{bmatrix} x_{k} & x_{k+1} & \cdots & x_{k+N-1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.
\end{aligned}$$
(20)

Систему уравнений (19) можно записать еще следующим образом:

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{O}\mathbf{X}_N + \mathbf{Y}\mathbf{U}_N,\tag{21}$$

где **О** и Y — расширенные матрицы наблюдения и управления.

Зная **О** в (21), можно легко получить матрицы системы **A** и **C**. Для получения матрицы **O** из (21) применяются ортогональное треугольное разложение и сингулярное разложение матриц [16]. Ортогональное треугольное разложение осуществляется для матрицы, составленной из матриц входных и выходных сигналов (20):

$$\begin{array}{c} \acute{\mathbf{e}} \mathbf{U}_{N} \stackrel{`}{\mathbf{u}} \acute{\mathbf{e}} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{0} \stackrel{'}{\mathbf{v}} \mathbf{Q}_{1}^{\mathsf{T}} \stackrel{'}{\mathbf{u}} \\ \acute{\mathbf{e}} \stackrel{'}{\mathbf{v}} \stackrel{'}{\mathbf{e}} \acute{\mathbf{e}} \mathbf{L}_{21} \quad \mathbf{L}_{22} \stackrel{'}{\mathbf{v}} \mathbf{Q}_{2}^{\mathsf{T}} \stackrel{'}{\mathbf{u}} \\ \end{aligned}$$
(22)

где L_{11} , L_{22} — нижние треугольные матрицы; L_{21} — квадратная матрица соответствующей размерности; Q_1 , Q_2 — ортогональные матрицы. Из (22)

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{L}_{21} \mathbf{L}_{11}^{-1} \mathbf{U}_N + \mathbf{L}_{22} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}}.$$
 (23)

Здесь первое слагаемое соответствует проекции пространства строк матрицы выходных сигналов на

пространство строк матрицы входных сигналов, а второе слагаемое — это проекция пространства строк матрицы выходных сигналов на пространство, перпендикулярное пространству строк матрицы входных сигналов. При сравнении (23) и (21) видно, что

$$\mathbf{OX}_N = \mathbf{L}_{22} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}}.$$
 (24)

Умножая (24) на \mathbf{Q}_2 справа и учитывая, что столбцы матрицы \mathbf{Q}_2 ортогональны, получаем

$$\mathbf{OX}_{N}\mathbf{Q}_{2}^{\mathrm{T}} = \mathbf{L}_{22}. \tag{25}$$

С помощью сингулярного разложения матрицы L_{22} получаем изображение матрицы **О**. Число сингулярных чисел полученной матрицы L_{22} соответствует принимаемому порядку динамической системы. Разложение осуществляется следующим образом:

$$\mathbf{L}_{22} = \mathbf{U}\mathbf{\dot{a}} \mathbf{V}^{\mathrm{T}}, \qquad (26)$$

где U, V — ортогональные матрицы сингулярных векторов; S — диагональная матрица с сингулярными числами на главной диагонали.

Из (25) и (26) определяем [16]

$$\mathbf{O} = \mathbf{U} \sqrt{\mathbf{S}}.$$
 (27)

Далее из матрицы **О** легко получить матрицы **A** и **C**. Подставив полученные значения **A** и **C** в (18), можно методом наименьших квадратов определить матрицы **B** и **D**.

Результаты расчетов. Представленная методика проверялась на трехузловой модели энергосистемы с двумя генераторами и шинами бесконечной мощности. Генераторы представляют собой эквивалентные энергосистемы, описываемые уравнением движения и неизменной ЭДС.

В качестве возмущений, на которых идентифицировался эквивалент, моделировались:

изменение мощности одной из энергосистем с постоянной времени 1 с;

вывод в ремонт линии межсистемной связи.

Моделирование возмущений осуществлялось для различных точек установившегося режима, как близких к границе устойчивости, так и далеких от нее.

В расчетах моделировалась погрешность измерительного комплекса в соответствии с [17]. Моделировалась также нестационарность процессов, происходящих в энергосистеме, путем введения шума в уравнения движения эквивалентных энергосистем. Моделирование осуществлялось в программном комплексе Matlab. Была сформирована система дифференциальных уравнений, и к ней был применен алгоритм расчета систем дифференциальных уравнений ode23t [18].

Описание модели. Схема исследуемой модели представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема исследуемой модели

Состояние системы (рис. 1) описывается системой дифференциальных уравнений [11]:

$$\frac{dw_{1}}{dt} = k_{1}(P_{1} - P_{\Im M1}(d_{1}, d_{2}) - k_{D1}w_{1}); \quad \ddot{\parallel} \\
\frac{dw_{2}}{dt} = k_{2}(P_{2} - P_{\Im M2}(d_{1}, d_{2}) - k_{D2}w_{2}); \quad \dot{\forall} \\
\frac{dd_{1}}{dt} = w_{1}; \quad \ddot{\parallel} \\
\frac{dd_{2}}{dt} = w_{2}, \quad \ddot{\parallel} \qquad \dot{\downarrow}$$
(28)

где w₁, w₂ — угловые скорости генераторов, рад/с; d₁, d₂ — углы генераторов, рад; P₁, P₂ — механические мощности на валах генераторов, MBT; P_{эм1}, P_{эм2} — электромагнитные мощности на валах генераторов, MBT; k_{D1}, k_{D2} — коэффициенты демпфирования генераторов, MBт**x**/рад; k₁, k₂ — коэффициенты пересчета, рад/(с²MBT), равные

$$k = 2pf / t_{i} P_{\text{HOM}}.$$
 (29)

Здесь f — номинальная частота вращения генератора, Гц; t_j — постоянная инерции генератора, с; P_{HOM} — номинальная мощность генератора, MBT.

Электромагнитные мощности на валах генераторов определялись по методу наложения [11]:

$$\begin{split} P_{\rm 3M1}(d_1,d_2) &= E_{\rm r1}^2 y_{11}\cos(y_{11}) \cdot E_{\rm r1}E_{\rm cuc}y_{1_\rm cuc} \, ' \\ \dot{\cos}(d_1 - y_{1_\rm cuc}) \cdot E_{\rm r1}E_{\rm r2}y_{12}\cos(-d_2 + d_1 - y_{12}); \\ P_{\rm 3M2}(d_1,d_2) &= E_{\rm r2}^2 y_{22}\cos(y_{22}) \cdot E_{\rm r2}E_{\rm cuc}y_{2_\rm cuc} \, ' \\ \dot{\cos}(d_2 - y_{2_\rm cuc}) \cdot E_{\rm r2}E_{\rm r1}y_{12}\cos(d_2 - d_1 - y_{12}). \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$\end{split}$$

$$\end{split}$$

Параметры трехузловой модели энергосистемы: генератор 1 – $P_{1 \text{ ном}} = 5000$ МВт; постоянная времени – 12 с; k_{Dl}^{1100} = 100 отн.ед.; $E_1 = 500$ кВ; $X_{r1} = 10$ Ом; генератор 2 – $P_{2HOM} = 5000$ МВт; постоянная времени — 12 с; $k_{D2} = 200$ отн. ед.; $E_2 = 500$ кВ; $X_{r2} = 10$ Ом; линия 1 — $R_{r1} = 5$ Ом; $X_{\pi 1}^{2} = 20$ Ом; линия 2 – $R_{\pi 2} = 4$ Ом; $X_{\pi 2} = 16$ Ом; линия 3 – $R_{\pi 3} = 6$ Ом; $X_{\pi 3} = 24$ Ом; система – $E_{cuc} = 500$ кВ; $X_{cuc} = 10$ Ом.

Для анализа статической устойчивости систему уравнений (28) линеаризуют около точки установившегося режима;

*œd*Dw₁ ö dt dDw₂ dt ÇdDd₁ Ç Ç dt $\begin{array}{cccc} \frac{d_{2}}{t} & \frac{1}{2} \\ 0 & k_{1} \frac{dP_{\Im M1}(d_{10}, d_{20})}{dd_{1}} & k_{1} \frac{dP_{\Im M1}(d_{10}, d_{20})}{dd_{2}} \\ k_{2}k_{D2} & k_{2} \frac{dP_{\Im M2}(d_{10}, d_{20})}{dd_{1}} & k_{2} \frac{dP_{\Im M2}(d_{10}, d_{20})}{dd_{2}} \\ & 0 & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} \end{array}$ $\dot{Q} dDd_2$ $\begin{array}{c} \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\operatorname{g}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\operatorname{g}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\overset{}{\operatorname{g}}} \\ \underset{c}{\operatorname{g}} \atop \underset{c}{\operatorname{g}} \\ \underset{c}{\operatorname{g}} \atop \underset{c}{\operatorname{g}} \atop \underset{c}{\operatorname{g}} \atop \underset{c}{\operatorname{g}} \\ \underset{c}{\operatorname{g}} \atop \underset{c}{\operatorname{$ dt $\begin{array}{c} \underset{c}{\overset{}{\text{c}}} \mathbb{D} w_1 \stackrel{\circ}{\underline{\cdot}} \\ \underset{c}{\overset{}{\text{c}}} \mathbb{D} w_2 \stackrel{\circ}{\underline{\cdot}} \\ \underset{c}{\overset{}{\text{c}}} \mathbb{D} d_1 \stackrel{\circ}{\underline{\cdot}} \\ \underset{c}{\overset{}{\text{c}}} \mathbb{D} d_1 \stackrel{\circ}{\underline{\cdot}} \\ \underset{c}{\overset{}{\text{c}}} \mathbb{D} d_1 \stackrel{\circ}{\underline{\cdot}} \end{array}$ (31)Dd

> Таким образом, идентифицировав эквивалент нашей энергосистемы по векторным измерениям, будем сравнивать значения собственных чисел и векторов найденной матрицы состояния со значениями этих параметров для реальной матрицы состояния (матрицы коэффициентов в (31)).

> Особенности идентификации. Как уже упоминалось, для идентификации необходимо сформировать матрицы входных и выходных сигналов (20). В нашем случае вектором входных сигналов будет вектор механических мощностей на валах генераторов, а вектором выходных сигналов вектор фаз напряжения в узлах сети $(U_{\Gamma 1}, U_{\Gamma 2}, U_{cuc})$ на рис. 1):

$$\mathbf{u}_{k} = \stackrel{\acute{e}}{\overset{\acute{e}}{e}} P_{k}^{1} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{e}}{u}} \stackrel{\acute{e}}{\overset{\acute{e}}{e}} d_{k}^{U_{CUC}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\dot{u}}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{e}}{e}} d_{k}^{U_{\Gamma1}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\dot{u}}}$$
(32)

Для векторов (32) формируются матрицы (20). Матрица Y_N имеет размерность tm' N, а матрица

 $U_N - tp' N$. Выбор размера выборки N определяется числом входов р и выходов m, а также порядком динамической системы п. Чтобы успешно идентифицировать систему порядка *n* с *p* входами и т выходами, необходимо выполнение следующих условий [16]:

число строк матрицы входных сигналов должно соответствовать условию t > n;

число столбцов матриц входных и выходных N^{3} tm+ tp.

Следовательно, перед определением размера выборки следует определиться с размерностью модели. Размерность идентифицируемой модели определяется на этапе вычисления матрицы О по (27). В результате сингулярного разложения матрица S выглядит следующим образом:

где s₁>...> s_n>...> s_{tm}. Первые сингулярные числа и соответствующие им векторы U и V в большей степени отражают свойства матрицы. В терминах идентификации динамических систем это означает, что первые сингулярные числа описывают основные динамические свойства системы, а остальные относятся к шумам. Таким образом, подставляя только первые *n* составляющих матрицы S в (27), мы задаем порядок идентифицированной системы и одновременно фильтруем шумы [16]. Это свойство сингулярного разложения широко применяется для сжатия изображений и уменьшения размерности динамических систем при синтезе систем управления.

Таким образом, задавая выборку N > tm + tp, мы создаем переопределенную задачу, что улучшает точность идентификации, но увеличивает необходимое окно наблюдения. Поскольку речь идет об идентификации в реальном времени, необходимо искать компромисс между размером окна и точностью идентификации (в данном случае было принято *N*=25).

Также важно понимать, что при неправильном задании *п* можно потерять важные свойства системы. Однако в ходе многих расчетов было замечено, что первые сингулярные числа, относящиеся к свойствам системы, намного больше остальных и выбор порядка идентифицируемой системы не составляет труда.

Следует отметить, что хотя размерность реальной системы в расчетах равна 4, идентифицировать было необходимо систему размерностью 5. Этот

вывод был сделан на основе анализа сингулярных чисел. Объяснить это можно тем, что хотя шины бесконечной мощности и «не участвуют» напрямую в системе уравнений (28), но определяют динамику системы в целом и при идентификации этот опорный узел должен быть учтен.

Важным шагом при идентификации является выбор интервала сэмплирования. Интервал определяется необходимостью отслеживания низкочастотных колебаний в диапазоне от 0,1 до 2 Гц [19]. Чтобы отследить колебание, необходимо 4—5 точек на периоде колебаний. Таким образом, для частоты 2 Гц необходим интервал сэмплирования 0,125 с. При этом чем меньше интервал, тем лучше, но его минимальное значение ограничивается по другим соображениям. Соотношение (17) для собственных чисел дискретной и непрерывной динамической системы можно переписать в следующем виде:

$$|_{\text{dck}} = e^{|_{\text{HTD}}T}, \qquad (34)$$

где Т – интервал сэмплирования.

Из (34) видно, что при известных собственных числах непрерывной системы и $T \circledast 0$ собственные числа идентифицируемой дискретной системы стремятся к 1 и становятся неразличимыми. Этот факт следует учитывать при выборе интервала сэмплирования. В данном случае выбран интервал 0,04 с.

Погрешность в измерениях углов моделировалась включением в значения фаз напряжений узлов сети белого шума со средним значением, равным 0. Максимальная амплитуда шума определяется по следующей формуле:

$$r = 0,1^{\circ} + \text{ed},$$
 (35)

где 0,1° — погрешность измерения угла вычислительным комплексом в соответствии с [17]; е — погрешность трансформатора напряжения, отн. ед; d — значение измеряемой величины, град.

Подобный учет погрешности трудно назвать точным, но здесь нет задачи точного моделирования устройства измерения. Здесь скорее задача изучения влияния нерегулярных погрешностей в сигнале на алгоритм идентификации.

Результаты моделирования. Для всех сценариев моделирования рассматривались режимные ситуации, показанные на рис. 2.

Для анализа влияния нерегулярных погрешностей рассмотрим в качестве возмущения изменение мощности системы, а в качестве точки установившегося режима – режим 2 на рис. 2. Такие возмущения, как отключение межсистемной связи и короткое замыкание, приводят к более значительным отклонениям параметров, и для них влияние шу-



Рис. 2. Область устойчивости трехузловой модели: \blacksquare — режим *I*; \blacksquare — режим *2*; \blacktriangle — режим *3*; \diamondsuit — граница устойчивости

мов не так существенно. Погрешность е в (35) возьмем для случая – 0,01 (соответствует классу точности 1).

На рис. 3 представлено изменение во времени углов и скоростей систем модели при увеличении мощности первой системы на 10% в режиме 2.



Рис. 3. Изменение состояния систем при возмущении: *1* – первая система; *2* – вторая

Колебания состояния до возмущения отражают нестационарность систем. Это свойство моделируется внесением шумов в небаланс мощности в уравнениях движения систем. На рис. 3 доля таких шумов составляет 1 и 2% выдаваемой мощности для первой и второй системы соответственно.

После выборки с интервалом 0,04 с получаем графики рис. 4 (на рис. 4 не показан узел связи с шинами бесконечной мощности).



Рис. 4. Фазы напряжений после выборки: $1 - \arg(U_{r1})$; $2 - \arg(U_{r2})$

По данным рис. 4 формируются измерительные матрицы (20) с окном наблюдения N = 24, и к ним применяется процедура идентификации. В результате этой процедуры получаем матрицы **A**, **B**, **C**, **D** линейной динамической системы (7), эквивалентной реальной энергосистеме. Далее рассчитываются собственные числа и векторы матрицы состояния **A** эквивалентной системы. К рассчитанным собственным числам применяется преобразование (17), и они сравниваются с собственным числами реальной системы (31). Сравнение показано на рис. 5. Разные идентифицированные собственные числа соответствуют смещению окна наблюдения на одно измерение.

На рис. 5,*а* показан результат идентификации при прохождении окна наблюдения по всей выборке. Естественно, что до возмущения и при затухании переходного процесса выборка неинформативна и идентифицировать собственные числа не удается. На рис. 5, δ показан результат идентификации для выборки в диапазоне от 1 до 3 с. Как видно, идентификация осуществилась успешно.



Рис. 5. Идентификация на полной выборке (*a*) и на информативной части (δ): *****, ***** — идентифицированные собственные числа; х — собственные числа реальной системы

Параметр	Реальное значение	Среднее найденное значение	Отклонение среднего от реального относитель- но реального, %	Среднеквад- ратичное отклонение относитель- но среднего значения, %
Частота, Гц, первой составляющей второй	1,402 0,7275	1,404 0,731	0,14 0,48	0,18 0,53
Демпфирую- щий коэффициент, % первой составляющей второй	4,42 8,63	4,87 9,44	10,2 9,39	3,7 4,56

Уже из рис. 5,6 видно, что частота колебаний идентифицируется гораздо точнее, но и точность идентификации демпфирования весьма велика. Кроме того, частота колебаний имеет гораздо большее значение для мониторинга устойчивости, чем демпфирующие коэффициенты. Следует добавить, что в начале возмущения собственные числа идентифицируются точнее, а при затухании колебаний начинают «размазываться» по комплексной плоскости. Так, при рассмотрении интервала выборки от 1 до 2 с процентные отклонения в таблице будут еще меньше.

Рассмотрим влияние на точность идентификации нестационарных шумов и размера возмущения. На рис. 6, *а* показано изменение отклонения среднего значения и среднеквадратичного отклонения при изменении значения наброса мощности в первой системе и фиксированном шуме в 1 и 2% выдаваемой мощности для первой и второй системы соответственно. На рис. 6, *б* показано то же изменение при фиксированном набросе в 10% на первую систему и изменении доли шума пропорционально в обеих системах. На рис. 6, *б* коэффициент k=1, соответствует шуму в 1 и 2%, а k=3 – шуму в 3 и 6% выдаваемой мощности систем.

Рассмотрим результат идентификации для окна наблюдения с 1,2 до 2,16 с. Значение шума в расчетах принималось равным 2 и 4% соответственно. На рис. 7,*а* показано сопоставление элементов собственных векторов, соответствующих отклонениям углов «генераторов», реальной и идентифицированной систем для возмущения — отключение линии (моделируется увеличением сопротивления линии между «генераторами» в 2 раза).



Рис. 6. Погрешность идентификации: *1* – среднеквадратичное отклонение *f*; *2* – то же для *z*; *3* – отклонение *f* от среднего; *4* – то же для *z* по вспомогательной оси



Рис. 7. Идентификация собственных векторов при отключении линии: — — вектор реальной системы; - - — вектор идентифицированной системы; a - 1 - для генератора 1 и частоты 1,06 Гц; 2 – для генератора 2 и частоты 1,06 Гц; 3 – для генератора 1 и частоты 0,56 Гц; 4 – для генератора 2 и частоты 0,56 Гц; 5 – 1 – для генератора 1 и частоты 1,12 Гц; 2 – для генератора 1 и частоты 0,62 Гц; 4 – для генератора 2 и частоты 0,62 Гц; 4 – для генератора 2 и частоты 0,62 Гц; 4 – для генератора 2 и частоты 0,62 Гц

Собственные векторы на рис. 7 показывают, что для обоих режимов колебательная составляющая с более низкой частотой является доминантной (что и бывает в большинстве случаев, поскольку колебательная составляющая с более низкой частотой отражает близость границы устойчивости). В обоих режимах на этой частоте «генераторы» вращаются синфазно, так как угол между элементами собственных векторов, соответствующих разным генераторам, не превышает 90°. Следовательно, в качестве опасного сечения следует выделять линии, связывающие «генераторы» с системой. Кроме того, из диаграмм видно, что для режима 1 критичным «генератором», к которому следует применять управляющее воздействие в первую очередь, является генератор 2, а для режима 3 – генератор 1. В рассматриваемом случае те же выводы можно сделать, только оценив загрузку «генераторов». Однако предлагаемый подход позволяет формализовать данную задачу для сложных схем энергосистемы, где экспертный анализ затруднен.

Следует отметить, что, хотя точность идентификации собственных векторов невелика, для задачи определения групп синфазно вращающихся генераторов и критичных генераторов этого и не требуется.

Вывод. Предложенный метод мониторинга низкочастотных колебаний на основе идентифицированного эквивалента можно применять для определения опасного сечения в энергосистеме и «критических» генераторов, соответствующих этому сечению. Кроме того, перспективным направлением применения динамического эквивалента является построение крупномасштабной системы управления на основе прогнозирования переходного процесса с помощью эквивалента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуков А.В., Демчук А.Т. Применение электродинамической модели для выработки новых требований к СМПР в целях решения задач управления ЕЭС. — Материалы конф. «Мониторинг параметров режимов электроэнергетической системы». — СПб, 2008.

2. Ayuev B., Erokhine P. Communications needs for different applications of IPS/UPS Wide Area Measurements (WAMS). -43 CIGRE Session, Paris, 2010.

3. Moxley R., Zweigle G. Real-Time wide-area measurements for improved operator response. – 43 CIGRE Session, Paris, 2010.

4. Тутундаева Д.В., Фишов А.Г. Новые возможности управления режимами ЭЭС при измерении фаз напряжений в электрической сети. — Оперативное управление в электроэнергетике, 2009, вып. 1.

5. Андреюк В.А., Асанбаев Ю.А., Сказываева Н.С. Системы автоматического управления установившимися и переходными режимами энергосистемы по абсолютному углу. – Электрические станции», 1995, № 12.

6. Якимец И.В., Ваганов А.Б., Наровлянский В.Г., Глускин И.З. Определение эквивалентных параметров энергосистемы

по напряжению и току одного узла в процессе динамического перехода. – Электрические станции, 2004, № 5.

7. Bin Wu, Malik Om P. Multivariable Adaptive Control of Synchronous Machines in a Multimachine Power System. – IEEE Transactions on Power Systems. November 2006, vol. 21, № 4.

8. Герасименко К.В. Методика создания математических моделей для оперативной оценки запасов статической устойчивости. – Электрические станции, 2010, № 11.

9. Zhou N., Pierre W. et al. Initial Results in Power System Identification From Injected Probing Signals Using a Subspace Method. – IEEE Transactions on Power Systems, August 2006, vol. 21, N_{\odot} 3.

10. Kundur P. Power System Stability and Control. McGraw-Hill, Inc., 1995.

11. **Жданов П.С.** Вопросы устойчивости электрических систем. – М.: Энергия, 1979.

12. **Уилкинсон Дж. Х.** Алгебраическая проблема собственных значений. – М.: Наука, 1970.

13. Иванов В.А. Математические основы теории автоматического регулирования. – М.: Высшая школа, 1971.

14. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. – М.: Наука, 1971.

 Katayama T. Subspace methods for system identification: A Realization Approach. – Communications and control engineering.
 Springer-Verlag London Limited, 2005.

16.ИнформацияпосистемеSmart-WAMS:http://www.rtsoft.ru/uploag/pdfcatKATALOGEnergetika2011.pdf

17. Хант Б.Р. Matlab R2007 с нуля. – М.: Лучшие книги, 2008.

18. Аюев Б. Система мониторинга переходных режимов: текущее состояние и перспективы развития. – Материалы конф. «Мониторинг параметров режимов электроэнергетических систем», С.Пб, 2008.

[20.07.12]

Авторы: **Чусовитин Павел Валерьевич** окончил магистратуру электротехнического факультета Уральского федерального университета (УрФУ) в 2009 г. Ассистент кафедры автоматизированных электрических систем УрФУ.

Паздерин Андрей Владимирович окончил электротехнический факультет УрФУ в 1982 г. В 2005 г. защитил докторскую диссертацию «Разработка моделей и методов расчета и анализа энергораспределения в электрических сетях». Заведующий кафедрой автоматизированных электрических систем УрФУ.