

Математическая и компьютерная модели асинхронного двигателя в трёхфазной системе координат

ПУСТОВЕТОВ М.Ю.

Предложенная улучшенная модель трёхфазного асинхронного электродвигателя в «заторможенной» трехфазной системе координат учитывает потери в стали и насыщение. Приведены результаты моделирования пуска и установившегося режима работы двигателя.

Ключевые слова: *трёхфазный асинхронный двигатель, математическая модель, потери в стали, насыщение*

Наряду с широким применением математических моделей (ММ) трёхфазных асинхронных двигателей (АД) в двухфазных ортогональных координатах [1, 2] используются также ММ в так называемой заторможенной трехфазной системе координат a, b, g (ЗТСК) [1, 3, 4]. Запись уравнений ММ двигателей в такой системе удобна при анализе и сравнении расчётных и реальных кривых токов и напряжений фаз, пригодна без дополнительных преобразований уравнений для рассмотрения несимметричных по характеристикам питания или параметрам режимов работы АД [3, 4]. Результаты моделирования по координатам a, b, g соответствуют реальным процессам в фазах A, B, C статора. Используемые в [1, 3] модели в ЗТСК не учитывают потери в стали АД. В [4] ММ учитывает потери в стали, но их связь с пусковой характеристикой АД не вполне точна. С точки зрения повышения точности расчётов интересны ММ АД, которые позволяют корректно учитывать влияние потерь в стали, и насыщения магнитной цепи на статические и пусковые характеристики двигателя, а также на динамику электроприводов с АД.

В этой связи обратимся к ММ АД, учитывающей потери в стали, насыщение и поверхностный эффект [5]. Уравнения этой модели записаны в векторной форме для системы координат, вращающейся с произвольной частотой ω_k . Если пренебречь индуктивностью контура потерь в стали от вихревых токов, что по заключению [2, 5] мало влияет на результаты расчётов, а также отказаться от разделения потерь в стали на составляющие, так как не всегда имеются достоверные данные для этой операции, т.е. не выделять отдельную ветвь в схеме замещения, ответственную за потери на гистерезис, то уравнения ММ в части описания элект-

The proposed improved model of a three-phase induction motor in a locked three-phase system of coordinates takes into account iron losses and saturation. The results obtained from simulation of the motor startup and steady-state operation modes are presented.

Key words: *three-phase induction motor, mathematical model, iron losses, saturation*

ромагнитных процессов АД примут вид, предложенный в [2]:

$$\begin{aligned} \overset{r}{u}_s - r_s \overset{r}{i}_s + L_{ss} \frac{d\overset{r}{i}_s}{dt} + \frac{d\overset{r}{Y}_m}{dt} + j\omega_k (L_{ss} \overset{r}{i}_s + \overset{r}{Y}_m); \\ \overset{r}{u}_r - r_r \overset{r}{i}_r + L_{sr} \frac{d\overset{r}{i}_r}{dt} + \frac{d\overset{r}{Y}_m}{dt} + j(\omega_k - \omega_r) \cdot \\ \cdot (L_{sr} \overset{r}{i}_r + \overset{r}{Y}_m); \\ r_m \overset{r}{i}_{ma} = j\omega_k \overset{r}{Y}_m + \frac{d\overset{r}{Y}_m}{dt}; \\ \overset{r}{i}_{ma} + \overset{r}{i}_{mp} = \overset{r}{i}_s + \overset{r}{i}_r; \\ L_m = f(\overset{r}{Y}_m). \end{aligned} \quad (1)$$

Подразумевается, что с целью учёта потерь в стали активные сопротивления контура намагничивания включены в каждой фазе параллельно главным индуктивностям L_m . В (1) и далее приняты следующие обозначения: u – напряжение; i – ток; t – время; r – активное сопротивление; Y – потокосцепление; ω_r – частота вращения ротора; p – число пар полюсов; i_{ma} , i_{mp} – активная и реактивная (индуктивная) составляющие тока намагничивания фазы. Индекс s обозначает принадлежность к статору; r – к ротору, m – к ветви намагничивания; L_{ss} , L_{sr} – индуктивность рассеяния фаз обмоток статора и ротора; традиционно параметры ротора приведены к обмотке статора.

Пусть значения параметров ММ АД неизменны, а $\omega_k = 0$. При этих допущениях уравнения ММ АД в ЗТСК на основе [1, 2, 5] примут вид:

$$u_{sa} = r_{sa} i_{sa} + \frac{dY_{sa}}{dt}; \quad i_{maa} = \frac{u_{0a}}{r_{ma}}$$

$$\begin{aligned}
 u_{sb} &= r_{sb}i_{sb} + \frac{dY_{sb}}{dt}; \quad i_{mba} = \frac{u_{0b}}{r_{mb}}; \\
 u_{sg} &= r_{sg}i_{sg} + \frac{dY_{sg}}{dt}; \quad i_{mga} = \frac{u_{0g}}{r_{mg}}; \\
 -u_{ra} &= r_{ra}i_{ra} + \frac{dY_{ra}}{dt} + \frac{(dY_{rb} - dY_{rg})pW_r}{\sqrt{3}}; \\
 -u_{rb} &= r_{rb}i_{rb} + \frac{dY_{rb}}{dt} + \frac{(dY_{rg} - dY_{ra})pW_r}{\sqrt{3}}; \\
 -u_{rg} &= r_{rg}i_{rg} + \frac{dY_{rg}}{dt} + \frac{(dY_{ra} - dY_{rb})pW_r}{\sqrt{3}}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

В (2) и далее индексы a, b, g обозначают принадлежность к соответствующей фазе.

Напряжения на зажимах ветвей намагничивания (производные потокоцеплений взаимоиндукции) фаз:

$$\begin{aligned}
 u_{0a} &= \frac{dY_{ma}}{dt} = r_{ma} \frac{e}{e} (i_{sa} + i_{ra}) - \frac{1}{2} (i_{sb} + i_{rb} + i_{sg} + i_{rg}) - \frac{Y_{ma}}{M} \frac{\dot{u}}{\dot{u}}; \\
 u_{0b} &= \frac{dY_{mb}}{dt} = r_{mb} \frac{e}{e} (i_{sb} + i_{rb}) - \frac{1}{2} (i_{sa} + i_{ra} + i_{sg} + i_{rg}) - \frac{Y_{mb}}{M} \frac{\dot{u}}{\dot{u}}; \quad (3) \\
 u_{0g} &= \frac{dY_{mg}}{dt} = r_{mg} \frac{e}{e} (i_{sg} + i_{rg}) - \frac{1}{2} (i_{sa} + i_{ra} + i_{sb} + i_{rb}) - \frac{Y_{mg}}{M} \frac{\dot{u}}{\dot{u}}
 \end{aligned}$$

Взаимная индуктивность обмоток АД [1, 3, 6]

$$M = (2/3)L_m. \quad (4)$$

Потокоцепления фаз статора и ротора:

$$\begin{aligned}
 Y_{sa} &= L_{ssa}i_{sa} + Y_{ma}; \\
 Y_{sb} &= L_{sbs}i_{sb} + Y_{mb}; \\
 Y_{sg} &= L_{sgs}i_{sg} + Y_{mg}; \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{ra} &= L_{sra}i_{ra} + Y_{ma}; \\
 Y_{rb} &= L_{srb}i_{rb} + Y_{mb}; \\
 Y_{rg} &= L_{srg}i_{rg} + Y_{mg}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

Токи намагничивания фаз:

$$\begin{aligned}
 i_{ma} &= i_{sa} + i_{ra} = \frac{2eae}{3ee} i_{sa} - \frac{1}{2} (i_{sb} + i_{sg}) \frac{\ddot{u}}{\ddot{u}} + \\
 &+ \frac{ae}{e} i_{ra} - \frac{1}{2} (i_{rb} + i_{rg}) \frac{\ddot{u}}{\ddot{u}} = i_{maa} + i_{map}; \\
 i_{mb} &= i_{sb} + i_{rb} = \frac{2eae}{3ee} i_{sb} - \frac{1}{2} (i_{sa} + i_{sg}) \frac{\ddot{u}}{\ddot{u}} + \\
 &+ \frac{ae}{e} i_{rb} - \frac{1}{2} (i_{ra} + i_{rg}) \frac{\ddot{u}}{\ddot{u}} = i_{mba} + i_{mbp};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{mg} &= i_{sg} + i_{rg} = \frac{2eae}{3ee} i_{sg} - \frac{1}{2} (i_{sa} + i_{sb}) \frac{\ddot{u}}{\ddot{u}} + \\
 &+ \frac{ae}{e} i_{rg} - \frac{1}{2} (i_{ra} + i_{rb}) \frac{\ddot{u}}{\ddot{u}} = i_{mga} + i_{mgp}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

Уравнение электромагнитного момента АД

$$\begin{aligned}
 M_{эм} &= p \frac{\sqrt{3}}{2} M [(i_{sa}i_{rg} + i_{sb}i_{ra} + i_{sg}i_{rb}) - \\
 &- (i_{sa}i_{rb} + i_{sb}i_{rg} + i_{sg}i_{ra})]. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Уравнение движения для вала АД при одномассовой механической части

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{1}{J} (M_{эм} - M_c), \quad (9)$$

где J – момент инерции масс, вращающихся на валу ротора.

Для АД при отсутствии питания со стороны ротора мгновенное значение активной потребляемой мощности вычисляется как

$$P_1 = u_{sa}i_{sa} + u_{sb}i_{sb} + u_{sg}i_{sg}. \quad (10)$$

Мгновенное значение реактивной потребляемой мощности

$$Q_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}} [u_{sa}(i_{sb} - i_{sg}) + u_{sb}(i_{sg} - i_{sa}) + u_{sg}(i_{sa} - i_{sb})]. \quad (11)$$

Мгновенное значение полезной мощности на валу АД

$$P_2 = w_r M_c. \quad (12)$$

Широкое распространение при учёте нелинейного изменения индуктивности или взаимной индуктивности вследствие насыщения магнитной цепи получило использование безгистерезисных кривых намагничивания [6, 7]. Пример таких кривых для АД типа АЖВ250М2РУХЛ2 при различных значениях частоты питающего напряжения в виде зависимостей линейной ЭДС холостого хода от тока намагничивания $E_{0л}(I_m)$ и главной индуктивности от тока намагничивания $L_m(I_m)$ показан на рис. 1. Кривые намагничивания приведены для двух АД по данным опытов холостого хода (для машины № 1 – испытания ОАО «ВЭЛНИИ», г. Новочеркасск; для машины № 2 – испытания ОАО «НИПТИЭМ», г. Владимир).

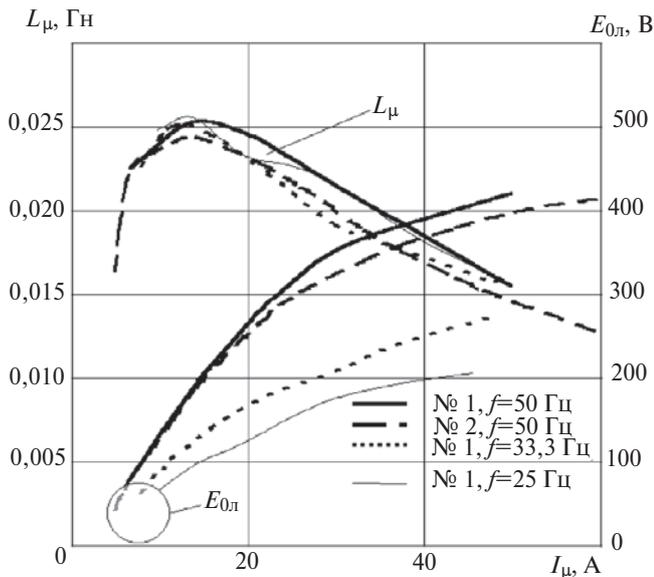


Рис. 1. Безгистерезисные кривые намагничивания АД по данным опытов холостого хода

Полагая, что в случае 3-фазного АД магнитопроводы статора и ротора пронизывает вращающийся основной магнитный поток с соответствующей полюсностью, не подразделяемый на фазные потоки, примем, что насыщение от основного магнитного потока создается всеми фазами по всей магнитной системе в равной степени, т.е. влияние насыщения на значение главной индуктивности 3-фазного АД нужно вводить при интегральном учёте тока намагничивания по всем фазам. Имеет смысл главную индуктивность 3-фазного АД определять для любой фазы (2) и уравнения электромагнитного момента АД (8) в функции мгновенного значения изображающего вектора потокоцепления взаимоиндукции: $L_m(Y_{mS})$. Способ подобен описанному в [6] для модели АД в двухфазной ортогональной системе координат. Вектор потокоцепления

$$Y_{mS} = \sqrt{Y_{mx}^2 + Y_{my}^2}, \tag{13}$$

где Y_{mx} , Y_{my} – проекции изображающего вектора потокоцепления взаимоиндукции на ортогональные оси координат X и Y . В случае ЗТСК эти проекции получаем из потокоцеплений взаимоиндукции фаз:

$$Y_{mx} = \frac{2\varpi}{3e} Y_{ma} + Y_{mb} \cos \frac{\varpi}{e} \frac{2p\ddot{\theta}}{3\varpi} + Y_{mg} \cos \frac{\varpi}{e} \frac{2p\ddot{\theta}}{3\varpi} \tag{14}$$

$$Y_{my} = -\frac{2\varpi}{3e} Y_{mb} \sin \frac{\varpi}{e} \frac{2p\ddot{\theta}}{3\varpi} + Y_{mg} \sin \frac{\varpi}{e} \frac{2p\ddot{\theta}}{3\varpi} \tag{15}$$

При создании компьютерной модели АД средствами PSPICE – программной среды, предназначенной в основном для разработки и имитационного схемотехнического моделирования электронных и электротехнических устройств [8], – решалась задача обеспечения встраиваемости модели АД в электрические схемы питания, в том числе от преобразователей, путём простого соединения виртуальных клемм. Иными словами, присоединяемая к модели электрической схемы модель АД также должна обладать свойствами электрической схемы: на входы можно подавать разность потенциалов, обеспечивая двунаправленное протекание электрического тока в соединяемых схемах. Другой задачей было формирование такой структуры компьютерной модели, чтобы её можно было использовать как универсальный шаблон, т.е. подставлять значения переменных (параметров АД), задавая их в одном месте для всех уравнений. Такая компьютерная модель пригодна для описания АД как с короткозамкнутым, так и с фазным ротором в любом из четырёх квадрантов. Обмотки фаз могут быть соединены в треугольник или звезду, независимо присоединены к своему источнику напряжения, могут быть соединены между собой или с источником питания по любым другим схемам.

При построении модели АД использовалось сочетание двух подходов: схемотехнического для электрической части и метода структурных схем [1] для магнитной и механической частей. В целом компьютерная модель АД свёрнута в иерархический блок [8], для которого задан список переменных (параметров АД). В качестве датчиков и для передачи сигналов в составе модели АД использованы элементы типа ИНУН, ИНУТ, ИТУН. В этих аббревиатурах: И – источник, У – управляемый, Н – напряжение, Т – ток. Например, ИНУТ – источник напряжения, управляемый током.

Графическое изображение компьютерной модели фазы A обмоток статора и ротора АД, составленной по (2)–(6), показано на рис. 2.

Здесь ИНУТ1 играет роль датчика тока фазы статора i_{sa} , ИНУТ2 – фазы ротора; ИТУН1 является источником приведённого тока фазы ротора i_{ra} , ИНУН1 – источник напряжения намагничивания u_{0a} ; ИНУН2 создаёт разность ЭДС ветви намагничивания и ЭДС вращения в цепи обмотки ротора. В компьютерной модели на рис. 2 использованы сигналы ЭДС ветви намагничивания (16) и ЭДС вращения (17) фаз ротора соответственно:

$$\begin{aligned} e_{0a} &= -u_{0a}; \\ e_{0b} &= -u_{0b}; \\ e_{0g} &= -u_{0g}; \end{aligned} \tag{16}$$

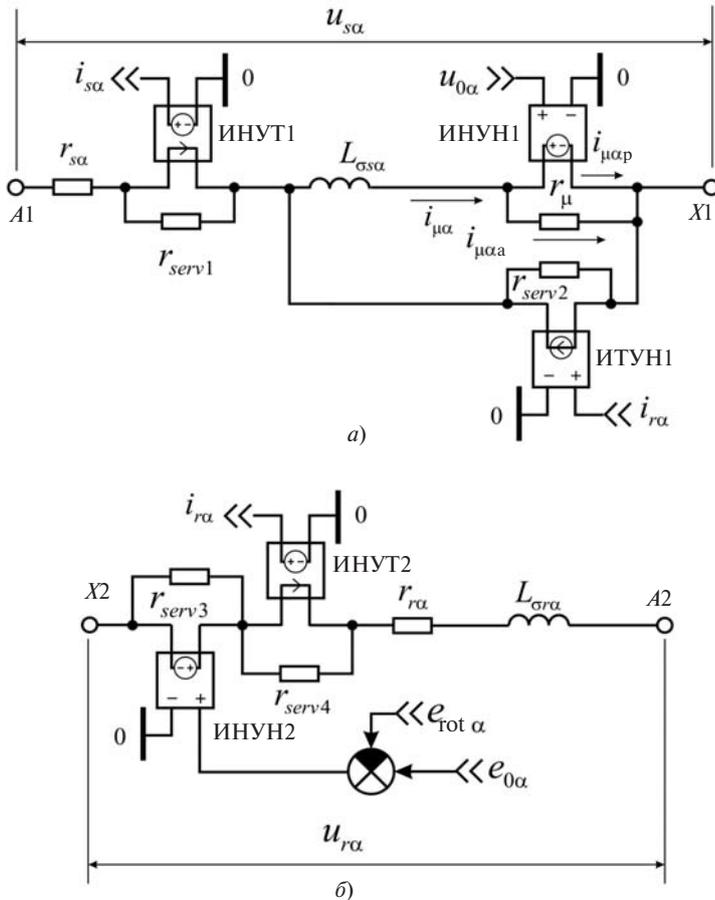


Рис. 2. Графическое изображение компьютерной модели фазы А обмоток статора (а) и ротора (б) АД

$$\begin{aligned}
 e_{\text{rota}} &= (Y_{rb} - Y_{rg})pW_r / \sqrt{3}; \\
 e_{\text{rotb}} &= (Y_{rg} - Y_{ra})pW_r / \sqrt{3}; \\
 e_{\text{rotg}} &= (Y_{ra} - Y_{rb})pW_r / \sqrt{3}.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Активные сопротивления r_{serv} на рис. 2 имеют большие значения, например 10 МОм. Они введены в служебных целях и практически не влияют на численные результаты расчёта, стабилизируют ход решения (моделирования) за счёт сохранения цепи тока (физический смысл – путь протекания токов утечки), что особенно важно при дискретном изменении сопротивления цепей питания АД, например, от полупроводникового преобразователя частоты или при обрыве фазы.

При моделировании проблема состоит в корректном задании сопротивления r_m , критерием чего является правильное значение потерь в стали АД $p_{\text{ст}}$. Если расчётное или опытное значение $p_{\text{ст}}$ известно, то настройка компьютерной модели проводится следующим образом.

1. Для АД мощностью от единиц до сотен киловатт значение r_m соответствует сотням Ом. При прочих известных параметрах АД можно для проб-

ного моделирования номинального режима задать $r_m=100$ Ом.

2. По окончании пробного моделирования следует рассчитать для номинального выражения потери в стали, суммируя сигналы о значениях мощности, выделяемой на резисторах, символизирующих r_m в каждой фазе АД.

3. Полагая, что при прочих равных условиях напряжение на клеммах контура намагничивания U_0 практически не зависит от r_m , так как стабилизируется большой индуктивностью, можно скорректировать значение r_m в соответствии с требуемым значением $p_{\text{ст}}$, по формуле

$$\frac{\partial p_{\text{ст}}}{\partial r_m} \approx \frac{U_0^2}{3 \phi} \tag{18}$$

Так как приняли $U_0 \gg \text{const}$, то

$$r_{\text{мк.корр}} = \frac{p_{\text{ст}}}{p_{\text{ст.корр}}}, \tag{19}$$

где $r_{\text{мк.корр}}$, $p_{\text{ст.корр}}$ – параллельно включённое в контур намагничивания фазы АД активное сопротивление (Ом) и соответствующее ему значение потерь в стали АД (Вт) после коррекции; r_m , $p_{\text{ст}}$ – параллельно включённое в контур намагничивания фазы АД активное сопротивление (Ом) и соответствующее ему значение потерь в стали АД, (Вт) до коррекции.

Если корректное точное значение $p_{\text{ст}}$ не известно, то приближённо его можно рассчитать как $p_{\text{ст}} \approx \frac{P_2 \xi}{3 \xi h} \frac{\dot{\phi}}{\phi}$ где P_2 – мощность на валу АД

Вт; h – КПД АД, отн.ед.; дополнительно следует контролировать значение тока фазы статора АД.

В таблицу сведены результаты моделирования номинального режима работы АД типа АЖВ250М23УХЛ2 при питании трёхфазным симметричным синусоидальным линейным напряжением 380 В, 50 Гц в сравнении с данными испытаний ОАО «ВЭЛНИИ» (г. Новочеркасск). Параметры АД следующие: $r_s=0,0287$ Ом; $r_r=0,13$ Ом; $L_{ss}=0,000546$ Гн; $L_{sr}=0,000355$ Гн; $r_m=137,051$ Ом; $L_m=0,021743$ Гн. Данные для описания зависимости $L_m(Y_{\text{нС}})$ АД взяты из [7]. Аппроксимация зависимости $L_m(Y_{\text{нС}})$ для АД типа АЖВ250М23УХЛ2 показана на рис. 3,а, а для четырехполюсного АД типа 4А250S4У3 номинальной мощностью 75 кВт – на рис. 3,б. Номинальному режиму работы двигателя на рис. 3,а соответствует значение $Y_{\text{нС}}=0,815$ Вб, а для двигателя на рис. 3,б $Y_{\text{нС}}=0,664$ Вб.

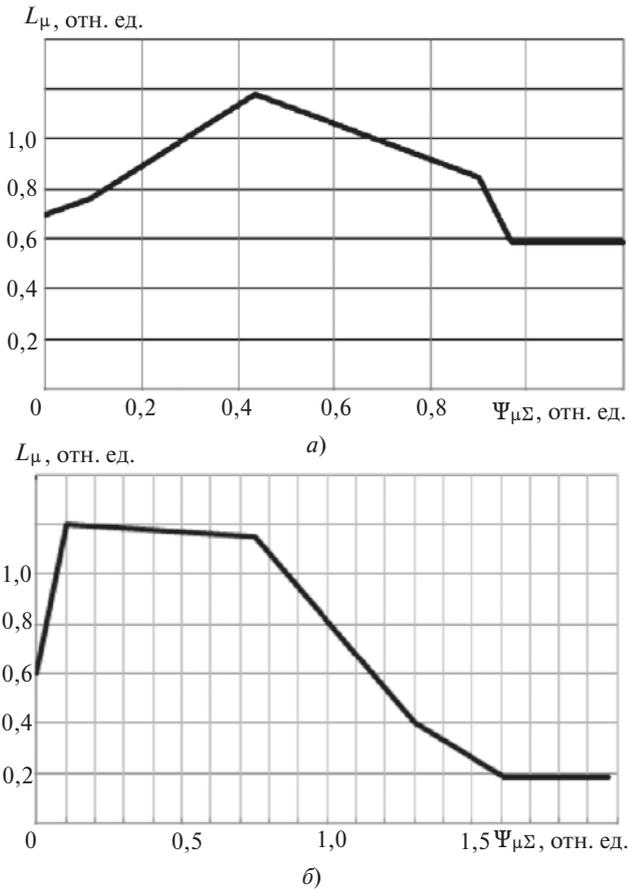


Рис. 3. Аппроксимация зависимости $L_m(\Psi_{m\delta})$

На рис. 4 показан результат моделирования прямого пуска АД типа 4A250S4УЗ при учёте потерь в стали и насыщения по пути основного магнитного потока при постоянстве остальных параметров, значения которых приняты согласно [9, 5], а именно: $r_s=0,0395$ Ом; $r_r=0,0217$ Ом; $L_{ss}=0,0004477$ Гн; $L_{sr}=0,0005425$ Гн; $r_m=288$ Ом; $L_m=0,02257$ Гн; $J=1,02$ кгж²; задан активный момент нагрузки на валу $M_c=62$ Нжл.

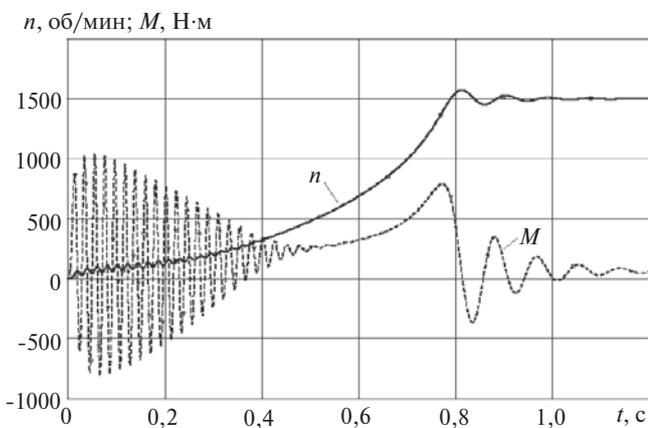


Рис. 4. Результат моделирования прямого пуска АД типа 4A250S4УЗ при учёте потерь в стали и насыщения по пути основного магнитного потока при постоянстве остальных параметров

Отметим, что при неучёте потерь в стали и насыщения результаты моделирования совпадают с приведёнными в [5] для тех же условий (рис. 5). Учёт насыщения магнитной цепи приводит к более быстрому разгону АД на модели, что вполне соответствует описанному в [1, § 8.2]. Однако учёт потерь в стали является для АД более значительным по степени воздействия фактором, не только компенсирующим сокращение времени разгона за счёт влияния насыщения магнитной цепи при моделировании, но и увеличивающим, как видно из сравнения рис. 4 и 5, продолжительность пуска по сравнению с моделью без учёта насыщения и потерь в стали.

Параметры	Опыт	Модель
Частота вращения, об/мин	2966,0	2965,0
Коэффициент мощности, отн.ед.	0,921	0,919
КПД, отн.ед.	0,941	0,942
Действующее значение тока фазы статора, А	197,0	196,8
Мощность на валу, кВт	112,366	112,091
Потребляемая активная мощность, кВт	119,400	119,035
Потери в стали, кВт	0,897	0,905
Потери в меди статора, кВт	3,500	3,334
Потери в меди ротора, кВт	1,300	1,405
Сумма механических и добавочных потерь, кВт	1,337	1,300
Сумма всех потерь, кВт	7,034	6,944

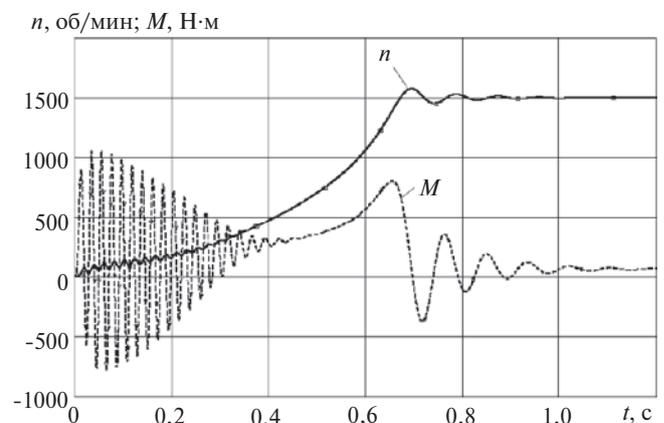


Рис. 5. Результат моделирования прямого пуска АД типа 4A250B4УЗ без учета потерь в стали и насыщения при постоянстве остальных параметров

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Копылов И.П.** Математическое моделирование электрических машин: Учебник для вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Высшая. школа, 1994.
2. **Sokola M., Levi E.** A novel induction machine model and its application in the development of an advanced vector control scheme. – International Journal of Electrical Engineering Education, 2000, 37/3.
3. **Баранов П.Р., Дементьев Ю.Н., Однокопылов И.Г.** Математическая модель асинхронного двигателя со встроенным электромагнитным приводом тормозного устройства. – Изв. Томского политех. ун-та, 2006, т. 309, № 1.
4. **Синявский И.В., Пустоветов М.Ю.** Компьютерное моделирование динамики тепловых процессов в асинхронном двигателе при несимметрии питающих напряжений. – Новочеркасск: Вестник ВЭЛНИИ, 2011, № 2 (62).
5. **Виноградов А.Б.** Учет потерь в стали, насыщения и поверхностного эффекта при моделировании динамических процессов в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе. – Электротехника, 2005, № 5.
6. **Соколовский Г.Г.** Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: Учебник для вузов. – М.: Издат. центр «Академия», 2006.
7. **Пустоветов М.Ю., Пехотский И.В.** Способ учёта нелинейности кривой намагничивания при переменной частоте питающего напряжения. – Новочеркасск: Вестник ВЭЛНИИ, 2004, № 1.
8. **Болотовский Ю.И., Таназлы Г.И.** OrCAD 9.x. Практика моделирования. – М.: СОЛОН-Пресс, 2008.
9. **Кравчик А.Э., Шлаф М.М., Афонин В.И., Соболенская Е.А.** Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник. – М.: Энергоиздат, 1982.

[29.08.12]

Автор: Пустоветов Михаил Юрьевич окончил энергетический факультет Ростовского-на-Дону института инженеров железнодорожного транспорта в 1992 г. В 2000 г. защитил кандидатскую диссертацию «Совершенствование методов расчета асинхронных тяговых двигателей с целью улучшения их электрических характеристик и снижения пульсаций электромагнитного момента» в Южно-Российском государственном техническом университете. Зав. кафедрой в Донецком государственном техническом университете, старший научный сотрудник НИИЦ «Криотрансэнерго» Ростовского государственного университета путей сообщения.