Управление динамикой импульсных преобразователей постоянного напряжения

АНДРИЯНОВ А.И., БУЛОХОВ Н.М., МИХАЛЬЧЕНКО Г.Я.

Предложен метод управления нелинейной динамикой в области мультистабильности для импульсных систем управления преобразователями постоянного напряжения. Разработан гибридный алгоритм управления на базе двух методов, учитывающий все возможные варианты возникновения нежелательных режимов в системе. Предложенный алгоритм базируется на методе линеаризации отображения Пуанкаре.

Ключевые слова: импульсные преобразователи постоянного напряжения, широтно-импульсная модуляция, замкнутые системы управления, хаотическая динамика, метод линеаризации отображения Пуанкаре

Импульсные преобразователи постоянного напряжения на основе широтно-импульсной модуляции (ШИМ) достаточно широко распространены, поскольку обеспечивают высокий КПД, приемлемые массогабаритные показатели и надежность [1, 2]. Они представляют собой замкнутые системы автоматического управления (САУ), склонные к хаотической динамике. В частности, при определенном наборе параметров могут возникать низкочастотные периодические колебания с большой амплитудой, а также квазипериодические и хаотические колебания [3–5], которые опасны для силовой части преобразователя.

Основной задачей на этапе проектирования данных устройств является такой набор параметров системы управления, при котором указанные режимы исключаются и устойчивым будет проектный периодический режим [3, 4]. Под проектным режимом будем понимать режим, который сопровождается колебаниями выходного напряжения с частотой ШИМ (цикл периода один или 1-цикл) [3]. При параметрическом синтезе может возникнуть противоречие, когда параметры, обеспечивающие нормальный динамический режим, одновременно не могут обеспечить точность стабилизации выходного напряжения или заданное быстродействие системы [3, 4].

В качестве альтернативы параметрическому синтезу можно рассматривать построение таких систем управления, которые исключают возникновение этих колебаний в заданном диапазоне параметров системы и обеспечивают на выходе проектный динамический режим. При этом на сегодняшA method for controlling the nonlinear dynamics in multistability regions is proposed for impulse control systems of DC voltage converters. A hybrid control algorithm is developed on the basis of two methods, which takes into account all possible cases connected with the occurrence of undesirable operating modes in the system. The proposed algorithm is based on the Poincare mapping linearization method.

Key words: impulse DC voltage converters, pulse-width modulation, closed-loop control systems, chaotic dynamics, Poincare mapping linearization method

ний день чаще всего решается задача стабилизации 1-цикла в областях, где он неустойчив. При таком подходе отсутствуют ограничения на диапазоны изменения параметров системы управления, что позволяет обеспечить заданное быстродействие или точность.

Управлению нелинейной динамикой дискретных систем или систем, сводимых к ним, посвящено достаточно много литературы [6–8 и др.]. Методы управления хаотической динамикой на сегодняшний день можно разделить на три вида: методы, базирующиеся на линеаризации отображения Пуанкаре [6, 9]; методы с запаздывающей обратной связью [7]; метод Магницкого [8, 10].

Основополагающей является статья [6], в которой предлагается метод стабилизации неустойчивого периодического режима на основе линеаризации отображения Пуанкаре. В зарубежной литературе он часто называется «ОGУ-метод» (аббревиатура составлена из первых букв фамилий авторов). В публикации [9], а также в книге [11] предлагается метод стабилизации неустойчивого периодического решения систем, описываемых функциями стробоскопического отображения, путем малых возмущений одного из параметров системы. В исследованиях [12, 13] рассматривается возможность использования метода линеаризации отображения Пуанкаре для стабилизации неустойчивого периодического режима в непосредственном понижающем преобразователе напряжения. В статьях [14, 15] рассматривается аналогичная задача для системы на основе повышающего преобразователя напряжения.

Метод с запаздывающей обратной связью, или метод Пирагаса [7], для стабилизации неустойчивых периодических траекторий предполагает использование обратной связи с задержкой, приблизительно равной периоду стабилизируемого периодического режима. В статье [16] рассматривается возможность его использования в преобразовательной технике. К недостаткам данного метода можно отнести сложность выбора длительности задержки и затруднения при анализе асимптотических свойств системы.

Метод Магницкого и его модификации [8, 10] базируются на прямой обратной связи периодического решения системы дифференциальных уравнений. При этом гарантируются устойчивость стабилизируемого периодического режима и высокая сходимость к искомому режиму. Однако в преобразовательной технике, где вычислительные ресурсы управляющих микроконтроллеров ограничены, применение метода Магницкого затруднено в связи с достаточно большим объемом расчетов, требуемых для его реализации.

Характерной чертой указанных исследований является решение однотипной задачи — стабилизации неустойчивого периодического режима. В реальности же, кроме областей, где проектный периодический режим является неустойчивым, существуют так называемые области мультистабильности, где устойчивыми наряду с проектным режимом являются периодические режимы с большой амплитудой колебаний. Переход в указанные режимы возможен под воздействием внешних помех, когда система попадает в бассейны притяжения таких режимов. В этом случае система управления должна обеспечивать управляющие воздействия, возвращающие ее к проектному режиму.

Основными задачами нашего исследования являются создание метода управления нелинейной динамикой в областях мультистабильности для импульсных САУ на базе наиболее распространенных преобразователей постоянного напряжения, а также разработка гибридного алгоритма управления на базе двух методов, учитывающего все возможные варианты возникновения нежелательных режимов в системе. Предлагаемые алгоритмы базируются на методе линеаризации отображения Пуанкаре.

Для решения указанных задач требуются:

разработка обобщенной модели преобразователей постоянного напряжения в форме стробоскопического отображения;

создание математического обеспечения для анализа локальной устойчивости периодических режимов и поиска проектного режима обобщенной модели импульсных преобразователей постоянного напряжения;

линеаризация функции стробоскопического отображения обобщенной модели в окрестности неподвижной точки проектного режима;

разработка метода управления нелинейной динамикой систем управления с импульсными преобразователями в областях мультистабильности на основе обобщенной модели.

Обобщенная модель преобразователей постоянного напряжения. Схемы силовой части рассматриваемых в данной статье преобразователей постоянного напряжения представлены на рис. 1. Использованная в статье классификация преобразователей по родам соответствует [17]. На рис. 1 приняты следующие обозначения: R и L – активное сопротивление и индуктивность дросселя; C – емкость конденсатора; $R_{\rm H}$ – сопротивление нагрузки.



Рис. 1. Базовые схемы силовой части преобразователей постоянного напряжения: *a* – преобразователь I рода (непосредственный понижающий); *б* – преобразователь II рода (непосредственный повышающий); *в* – преобразователь III рода (непосредственный инвертирующий)

Математические модели указанных преобразователей в форме дифференциальных уравнений рассматривались в [3, 18, 19] и легко могут быть сведены к обобщенной модели. В данном исследовании было получено математическое обеспечение для анализа локальной устойчивости периодических режимов обобщенной модели и расчета параметров проектного режима.

Схема замещения системы автоматического управления на основе рассматриваемых преобразователей представлена на рис. 2. Здесь приняты следующие обозначения: E_0 – напряжение источника питания; b – масштабный коэффициент цепи обратной связи; U_3 – напряжение задания; $U_{\rm H}$ – импульсы управления силовым ключом; ΓPH – генератор развертывающих напряжений; $M\Pi$ – импульсный преобразователь; $U_{\rm yff}$ – напряжение управления; $U_{\rm off}$ – напряжение ошибки; а-коэфициент усиления пропорционального регулятора; $R_{\rm H}$ – сопротивление нагрузки; $U_{\rm p}$ – развертывающие напряжение.



Рис. 2. Схема замещения замкнутой системы автоматического управления с импульсным преобразователем постоянного напряжения

На рис. 3 представлены процессы, протекающие на тактовом интервале, характерном для рассматриваемых преобразователей. Анализ рис. 3 показывает, что тактовый интервал в преобразователях рассматриваемых родов состоит из трех участков постоянства структуры:

1. Участок *l*: $(k-1)a < t < t_{k1}$, здесь силовой ключ замкнут и ток дросселя i_L нарастает по линейному закону.

2. Участок 2: $t_{k1} < t < t_{k2}$, здесь ключ разомкнут и ток дросселя, начиная с момента t_{k1} , спадает, передавая энергию в нагрузку.

3. Участок 3: $t_{k2} < t < ka$, здесь ток дросселя равен нулю и энергия в нагрузку передается от выходного конденсатора, который разряжается.



Рис. 3. Процессы в преобразователях постоянного напряжения на тактовом интервале

На каждом участке представленная на рис. 2 схема замещения описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка, которая в матричной форме имеет вид

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_i, \qquad (1)$$

где \mathbf{A}_i — матрица постоянных коэффициентов на *i*-м участке; \mathbf{B}_i — вектор вынуждающих воздействий на *i*-м участке; $\mathbf{X} = [x_1 x_2] = [i_L u_C]$ — вектор переменных состояния.

В таблице приведены матрицы параметров и вектора вынуждающих воздействий для системы дифференциальных уравнений (1) для различных типов преобразователей. Решение системы дифференциальных уравнений на любом участке непрерывности имеет вид

$$\mathbf{X}(t) = e^{\mathbf{A}_i(t - t_0)} (\mathbf{X}_0 + \mathbf{V}_{ABi}) - \mathbf{V}_{ABi},$$

где X_0 — вектор переменных состояния в начале участка; V_{ABi} — вектор, рассчитываемый по выражениям в таблице.

Для построения функции стробоскопического отображения запишем значения вектора фазовых переменных в конце каждого участка постоянства структуры (рис. 3):

вектор переменных состояния в момент коммутации t_{L1}

$$\mathbf{X}_{tk1} = e^{\mathbf{A}_{1} z_{k1} a} \mathbf{X}_{k-1} + (e^{\mathbf{A}_{1} z_{k1} a} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_{AB1}, \quad (2)$$

где \mathbf{X}_{k-1} — вектор переменных состояния в начале *k*-го тактового интервала;

вектор переменных состояния в момент коммутации $t_{k\, 2}$

$$\mathbf{X}_{tk2} = e^{\mathbf{A}_2(z_{k2} - z_{k1})a} \mathbf{X}_{tk1} + (e^{\mathbf{A}_1(z_{k2} - z_{k1})a} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_{AB2}; (3)$$

вектор переменных состояния в момент ka

$$\mathbf{X}_{k} = e^{\mathbf{A}_{3}(ka - z_{k2})a} \mathbf{X}_{tk2} + (e^{\mathbf{A}_{3}(ka - z_{k2})a} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_{AB3}.$$
 (4)

Выполняя последовательную подстановку (2) в (3) и (3) в (4), получаем функцию стробоскопического отображения вида

$$\mathbf{X}_{k} = \mathbf{Y} (\mathbf{X}_{k-1}) = e^{\mathbf{A}_{3}(1-z_{k2})a} e^{\mathbf{A}_{2}(z_{k2}-z_{k1})a} e^{\mathbf{A}_{1}z_{k1}a} \mathbf{X}_{k-1} + e^{\mathbf{A}_{3}(1-z_{k2})a} e^{\mathbf{A}_{2}(z_{k2}-z_{k1})a} (e^{\mathbf{A}_{3}z_{k1}a} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_{AB1} + e^{\mathbf{A}_{3}(1-z_{k2})a} [e^{\mathbf{A}_{2}(z_{k2}-z_{k1})a} - \mathbf{E}] \mathbf{V}_{AB2} + (e^{\mathbf{A}_{3}(1-z_{k2})a} - \mathbf{E}) \mathbf{V}_{AB3},$$
(5)

Тип	Матрицы параметров и вектора внешних воздействий		
преобразо- вателя	для участка 1	для участка 2	для участка 3
І рода	$\mathbf{A}_{1} = \stackrel{\acute{e}}{\stackrel{\circ}{e}} - \frac{R}{L} - \frac{1}{L} \stackrel{\acute{u}}{\stackrel{\acute{u}}{\underline{u}}} \\ \stackrel{\acute{e}}{\stackrel{\circ}{e}} \frac{1}{C} - \frac{1}{CR_{H}} \stackrel{\acute{u}}{\hat{\underline{u}}} \\ \stackrel{\acute{e}}{\stackrel{\bullet}{e}} \frac{E_{0}}{L} / L \stackrel{\acute{u}}{\underline{u}} $	$\mathbf{A}_{2} = \stackrel{\acute{e}}{\mathbf{e}} \cdot \frac{R}{L} - \frac{1}{L} \stackrel{\acute{u}}{\underline{u}} \stackrel{\acute{u}}{\underline{u}} \stackrel{\acute{e}}{\underline{h}} \frac{1}{C} - \frac{1}{CR_{H}} \stackrel{\acute{u}}{\underline{u}} \stackrel{\acute{u}}{\underline{u}} \stackrel{\acute{e}}{\underline{h}} $	$\mathbf{A}_{3} = \stackrel{\acute{e} 0}{\stackrel{\acute{e}}{\hat{e}}}_{0} - \frac{0}{CR_{H}} \stackrel{\acute{u}}{\stackrel{\acute{u}}{\underline{\mu}}}_{H}$ $\mathbf{B}_{3} = \stackrel{\acute{e} 0}{\stackrel{\acute{u}}{\hat{e}}}_{0} \stackrel{\acute{u}}{\underline{\mu}}$
	$\mathbf{B}_{1} = \hat{\mathbf{g}}_{0}^{0} \mathbf{V} \hat{\mathbf{g}}_{1}^{1}$ $\mathbf{V}_{AB1} = \mathbf{A}_{1}^{-1} \mathbf{B}_{1}$	$\mathbf{V}_{AB2} = \stackrel{\acute{e}}{\mathbf{\hat{e}}}_{0} \stackrel{\acute{e}}{\mathbf{\hat{u}}}_{0} \stackrel{\acute{e}}{\mathbf{\hat{u}}}_{0}$	$\mathbf{V}_{AB3} = \hat{\mathbf{e}}_{0}^{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{e}}_{0}^{\mathbf{U}}$
II рода	$\mathbf{A}_{1} = \hat{\mathbf{e}} \begin{array}{c} \dot{\mathbf{e}} - \frac{R}{L} & 0 \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{e}} & 0 & -\frac{1}{CR_{\mathrm{H}}} \dot{\mathbf{u}} \end{array}$	$\mathbf{A}_{2} = \stackrel{\acute{e}}{\overset{\bullet}{\mathbf{e}}} \cdot \frac{R}{L} - \frac{1}{L} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\mathbf{u}}} \\ \stackrel{\acute{e}}{\overset{\bullet}{\mathbf{e}}} \frac{1}{L} - \frac{1}{CR_{\mathrm{H}}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\mathbf{u}}} $	$\mathbf{A}_{3} = \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{e}}^{\mathbf{e}} 0 - \frac{0}{\mathbf{C}R_{\mathrm{H}}} \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{H}}$ $\mathbf{B}_{\mathrm{H}} = - \hat{\mathbf{e}}_{\mathrm{H}}^{\mathbf{e}} \mathbf{U}_{\mathrm{H}}$
	$\mathbf{B}_{1} = \hat{\mathbf{g}}_{0} \begin{pmatrix} E_{0} & L \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{g}_{0} & \mathbf{g} \end{pmatrix}$ $\mathbf{V}_{AB1} = \mathbf{A}_{1}^{-1} \mathbf{B}_{1}$	$\mathbf{B}_{2} = \hat{\mathbf{g}}_{0} \hat{\mathbf{g}}_{0} + \hat{\mathbf{g}}_{1} \mathbf$	$\mathbf{V}_{AB3} = \stackrel{\circ}{\mathbf{e}}_{0} \stackrel{\circ}{\mathbf{t}}^{\mathbf{t}}$ $\mathbf{V}_{AB3} = \stackrel{\circ}{\mathbf{e}}_{0} \stackrel{\circ}{\mathbf{t}}^{\mathbf{t}}$
III рода	$\mathbf{A}_{1} = \stackrel{\acute{e}}{e} \cdot \frac{R}{L} = 0 \dot{\mathbf{u}} \\ \stackrel{\acute{e}}{e} 0 - \frac{1}{CR_{\mathrm{H}}} \stackrel{\acute{u}}{\mathbf{u}} \\ \stackrel{\acute{e}}{e} 0 - \frac{1}{CR_{\mathrm{H}}} \stackrel{\acute{u}}{\mathbf{u}} \\ = - \stackrel{\acute{e}}{e} \frac{E_{\mathrm{O}}}{L} \frac{L}{\mathrm{U}} $	$\mathbf{A}_{2} = \stackrel{\acute{e}}{\overset{e}{\mathbf{e}}} \cdot \frac{R}{L} - \frac{1}{L} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\mathbf{u}}} \\ \stackrel{\acute{e}}{\overset{e}{\mathbf{e}}} \frac{1}{L} - \frac{1}{CR_{\mathrm{H}}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\mathbf{u}}} \\ \stackrel{\acute{e}}{\overset{\acute{e}}{\mathbf{e}}} \frac{1}{C} - \frac{1}{CR_{\mathrm{H}}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{\acute{u}}{\mathbf{u}}} $	$\mathbf{A}_{3} = \stackrel{\acute{e} 0}{\stackrel{\acute{e}}{\stackrel{e}{e}}}_{0} - \frac{0}{\frac{1}{CR_{H}}} \stackrel{\acute{u}}{\not{e}}_{\dot{H}}$ $\mathbf{B}_{3} = \stackrel{\acute{e} 0}{\stackrel{\acute{u}}{\stackrel{\iota}{e}}}_{0} \stackrel{\acute{u}}{\not{e}}_{\dot{H}}$
	$\mathbf{B}_{1} = \hat{\mathbf{g}}_{0}^{0} \mathbf{V} \hat{\mathbf{g}}_{1}^{1}$ $\mathbf{V}_{AB1} = \mathbf{A}_{1}^{-1} \mathbf{B}_{1}$	$\mathbf{B}_{2} = \mathbf{\hat{e}}_{0} \mathbf{\hat{e}}_{1}^{T}$ $\mathbf{V}_{AB2} = \mathbf{A}_{2}^{-1} \mathbf{B}_{2}$	$\mathbf{V}_{AB3} = \stackrel{\acute{e} 0}{\hat{\mathbf{g}}} \stackrel{0}{0} \stackrel{i}{\mathbf{g}}$

где $z_{k1} = \frac{t_{k1} - (k-1)a}{a}; \ z_{k2} = \frac{t_{k2} - (k-1)a}{a} -$ коэффи-

циенты заполнения, рассчитываемые с использованием численных методов по аналогии с [3, 4].

При работе системы управления также требуется анализ локальной устойчивости проектного режима, который может быть осуществлен на основе первого метода Ляпунова [3, 4]. Для этого выражение (5) раскладывается в ряд Тейлора по степеням возмущения е с исключением членов старших порядков и в аналитическом виде определяется матрица эволюции, описывающая поведение возмущенного движения. Линеаризованное уравнение для возмущенного движения имеет вид [4]:

$$\mathbf{e}_{k} = \frac{d\mathbf{Y}(\mathbf{X}_{k-1})}{d\mathbf{X}_{k-1}} \mathbf{e}_{k-1} = \mathbf{F}_{k} \mathbf{e}_{k-1}.$$
 (6)

При математическом моделировании авторы использовали аналитическое выражение для расчета матрицы эволюции \mathbf{F}_k . Для 1-цикла матрица монодромии, по собственным значениям которой можно судить об устойчивости, определяется как $\mathbf{M} = \mathbf{F}_1$. В программе цифровой системы управления расчет по выражению (6) целесообразно проводить с использованием численных методов дифференцирования.

Для расчета проектного режима при текущем наборе параметров системы применим метод уравнения периодов, который рассматривался в [3] для систем с одной коммутацией на тактовом интервале. Основной целью в данном случае является расчет коэффициентов заполнения 1-цикла z_{k1} и z_{k2} , в том числе в случае, когда он неустойчив. Для 1-цикла составляется система двух нелинейных уравнений:

$$a(U_{3} - bx_{tk12}(z_{k1})) - U_{p}z_{k1} = 0;$$

$$x_{tk21}(z_{k1}, z_{k2}) = 0,$$
(7)

где $U_{\rm p}$ – амплитуда развертывающего пилообразного напряжения; вторая компонента вектора \mathbf{X}_{tk1} рассчитывается по (2); первая компонента вектора \mathbf{X}_{tk2} рассчитывается по выражению (3).

Первое уравнение системы описывает момент коммутации силового ключа, когда напряжение управления сравнивается с пилообразным опорным напряжением (t_{k1} на рис. 3), второе – момент снижения тока дросселя до нуля (t_{k2} на рис. 3).

Система нелинейных трансцендентных уравнений (7) решается с использованием метода Ньютона при использовании численных методов поиска матрицы Якоби. Подробное описание алгоритма решения для сокращения объема статьи не приводится.

Методы управления нелинейной динамикой на основе линеаризации отображения Пуанкаре. Метод линеаризации отображения Пуанкаре на сегодняшний день можно назвать наиболее функциональным методом не только управления нелинейными динамическими системами, но и их исследования. Этот метод впервые было предложено использовать для стабилизации неустойчивых периодических режимов в [6]. После этого последовал целый ряд публикаций, посвященных развитию метода, его применению в транзисторной преобразовательной технике [12–14]. Многочисленные результаты исследований были представлены также и на конференциях IEEE, например [15].

Стабилизация неустойчивых проектных режимов. Рассмотрим более подробно сущность метода линеаризации отображения Пуанкаре.

Отображение (5) в общем виде может быть представлено как

$$\mathbf{X}_{k} = \mathbf{Y} \left(\mathbf{X}_{k-1}, p \right), \tag{8}$$

где p — некоторый параметр системы, от которого в (5) зависят z_{k1} и z_{k2} на каждом тактовом интервале.

Отображение (8) заменяется близким к нему линеаризованным в точке (\mathbf{X}^*, p^*) :

$$\mathbf{Y}_{k} = \mathbf{M}\mathbf{Y}_{k-1} + \mathbf{C}\boldsymbol{u}_{k-1}, \qquad (9)$$

где $\mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{Y}(\mathbf{X}^*, p^*)}{\partial \mathbf{X}_{k-1}}$ – матрица монодромии стаби-

лизируемого 1-цикла [3, 4];
$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{Y}(\mathbf{X}^*, p^*)}{\partial p} - \mathbf{п} \mathbf{p} \mathbf{0} \mathbf{x}$$

водная отображения по возмущаемому параметру; $\mathbf{Y}_{k-1} = \mathbf{X}_{k-1} - \mathbf{X}^*$; $u_{k-1} = p_{k-1} - p^*$ – требуемое возмущение параметра.

Для линейной системы (9) выбирается стабилизирующее управление u_{k-1} в виде линейной обратной связи по состоянию:

$$u_{k-1} = -KY_{k-1}.$$
 (10)

С учетом этого из (9) получаем выражение

$$\mathbf{Y}_{k} = (\mathbf{M} - \mathbf{C}\mathbf{K})\mathbf{Y}_{k-1}.$$
 (11)

Таким образом, неустойчивая точка X^* отображения (8) будет стабилизирована, если определить матрицу **К** таким образом, чтобы матрица **М- СК** имела все собственные значения (мультипликаторы) меньше единицы.

В [6, 9] отсутствуют конкретные критерии выбора значений мультипликаторов матрицы М- СК, а следовательно, и самой матрицы, поэтому в нашей статье для расчета желаемой матрицы М- СК авторы предлагают следующую методику:

M- CK =
$$\frac{\mathbf{M}}{\max(|\mathbf{r}_i|)}$$
 (1- d), $i = 1, 2,$ (12)

где $\mathbf{r}_i - i$ -й мультипликатор матрицы монодромии **M**; d – запас устойчивости.

При использовании выражения (12) собственные числа всегда будут меньше единицы, при этом свойства системы существенно не меняются, поскольку сохраняется принадлежность мультипликаторов желаемой матрицы к комплексным или вещественным числам так же, как и в исходной матрице **M**.

Расчет матрицы обратных связей **К** на основании известной матрицы **М- СК**, а также матриц **М** и **С** может быть осуществлен с использованием формулы Аккермана [11], широко известной в теории автоматического управления. Расчет требуемого возмущения параметра u_{k-1} осуществляется по выражению (10).

Обеспечение проектных режимов в области мультистабильности. Не менее важной задачей является управление нелинейной динамикой в областях мультистабильности. В этом случае одновременно устойчивы как проектный динамический режим, так и нежелательные режимы (в том числе хаотические), при этом основной задачей является обеспечение работы системы в проектном режиме даже в случае воздействия внешних помех. Для этого необходимо при попадании системы в режим, отличный от проектного, сформировать такое управляющее воздействие в виде возмущения параметра *p*, возвращающее систему в проектный режим (1-цикл). В данном случае, как и в предыдущем, основной проблемой является расчет матрицы обратных связей К, на основе которой вычисляется требуемое возмущение параметра.

Предположим, что в системе одновременно устойчивы 1-цикл (точка \mathbf{X}^*) и 3-цикл (точки $\mathbf{X}_i^{(3)}$, где i=1,2,3) (рис. 4). При этом в начале k-го тактового интервала система находится в точке \mathbf{X}_{k-1} , т.е. в некоторой удаленности от требуемой точки \mathbf{X}^* . Необходимо сформировать такое возмущение параметра u_{k-1} , при котором за один или несколько тактовых интервалов система переместится в точку \mathbf{X}_k , находящуюся в малой окрестности требуемой неподвижной точки \mathbf{X}^* .

Для рассматриваемой ситуации $Y_{k-1} = X_{k-1} - X^*$, а $Y_k = (1 - c)Y_{k-1}$, где $c - коэф-фициент, принадлежащий интервалу (0, 1). Таким образом, на основании выражения (10) и известных <math>Y_{k-1}$ и Y_k можно найти матрицу М- СК. Математически данная задача имеет множество решений. Легко показать, что одно из возможных решений находится по выражению



46

Рис. 4. К пояснению процесса перехода к 1-циклу в области мультистабильности

$$\mathbf{M} - \mathbf{C}\mathbf{K} = \hat{\mathbf{e}} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}} & \mathbf{y}_{k1} \\ \hat{\mathbf{e}} & \mathbf{x}_{k1} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{0}} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{e}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{x}_{k1} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{u}} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}$$

где $y_{ki} - i$ -я компонента вектора \mathbf{Y}_k ; $x_{ki} - i$ -я компонента вектора \mathbf{X}_k .

Упомянутый выше коэффициент *с* выбирается исходя из требуемой скорости стабилизации и допустимых значений возмущения параметра *p*. При выборе указанного коэффициента равным единице переход в проектный режим осуществляется за один тактовый интервал, но при этом могут быть велики значения возмущения параметра u_{k-1} . При меньших значениях данного коэффициента переход может длиться несколько тактовых интервалов. Расчет вектора обратных связей **К** и требуемого возмущения параметра u_{k-1} выполняется так же, как и в предыдущем алгоритме.

На основе рассмотренных ранее алгоритмов управления был разработан гибридный алгоритм, учитывающий как возможность неустойчивости проектного режима, так и возможность работы в области мультистабильности.

Выделим основные моменты работы цифровой системы управления при реализации указанного алгоритма.

1. Для текущего набора параметров системы рассчитываются параметры 1-цикла на основе метода уравнений периодов, даже если он неустойчив.

2. На основании (6) рассчитывается матрица монодромии 1-цикла и ее мультипликаторы.

3. Рассчитывается частная производная от функции отображения по возмущаемому параметру, который доступен для регулировки системой управления.

4. В начале каждого тактового интервала на основе анализа мультипликаторов матрицы монодромии принимается решение об используемом алгоритме из двух ранее рассмотренных. Если хотя бы один мультипликатор матрицы монодромии больше единицы, то используется первый алгоритм, иначе — второй.

5. По методикам, рассмотренным выше, рассчитывается требуемое возмущение параметра.

6. В случае если значение возмущения параметра p превышает заранее заданное значение или пересчитанное значение параметра выходит за допустимые пределы, то актуализации этого значения параметра не происходит. В противном случае в системе управления проводится актуализация нового значения параметра, полученного с учетом требуемого возмущения u_{k-1} .

Наиболее сложные расчеты при реализации данного алгоритма относятся к пп. 1–3. Однако стоит заметить, что такие расчеты требуются лишь при существенном изменении одного из параметров системы, например входного напряжения или нагрузки, что на практике происходит относительно медленно. Современные цифровые процессоры в полной мере обеспечивают вычислительную мощность для реализации указанного алгоритма.

Моделирование САУ с импульсными преобразователями с управлением на основе метода линеаризации отображения Пуанкаре. На данном этапе проверка работоспособности алгоритма при управлении базовыми преобразователями постоянного напряжения проводилась с использованием математического моделирования. Авторами было разработано программное обеспечение, реализующее заявленный гибридный алгоритм.

На рис. 5 представлена бифуркационная диаграмма системы автоматического управления на основе преобразователя I рода. При ее построении рассматривалась система со следующими параметрами: L = 0,1 Гн; C = 1 мкФ; R = 10 Ом; $R_{\rm H} = 100$ Ом; a = 56; b = 0,01; $U_3 = 5$ В $U_{\rm p} = 10$ В; a = 0,0001 с. При построении бифуркационных диаграмм в качестве варьируемого параметра выбиралось входное напряжение.

Из рис. 5,*а* видно, что при $E_{06и\phi1} = 1005$ В в системе появляется мультистабильность, когда устойчивыми являются 1-цикл и 3-цикл, а при $E_{06и\phi2} = 1549$ В реализуется суперкритическая бифуркация [20], после которой 1-цикл становится неустойчивым и возникает устойчивый 2-цикл, что



Рис. 5. Бифуркационные диаграммы САУ на основе преобразователя I рода: a - 6ез стабилизации проектного режима; $\delta - c$ его стабилизацией

сопровождается небольшим увеличением амплитуды колебаний. Одновременно с 2-циклом существует устойчивый 4-цикл (рис. 5,*a*), который возникает при напряжении $E_0 = 1548$ В. Переход в данный режим сопровождается существенным увеличением амплитуды колебаний.

На рис. 5,6 приведена бифуркационная диаграмма рассматриваемой системы при использовании предложенного гибридного алгоритма стабилизации проектного режима. Для стабилизации проектного режима возмушению подвергался коэффициент усиления пропорционального регулятора а. Указанная диаграмма строилась при случайных начальных условиях. Как следует из рисунка, во всем выбранном диапазоне вариации входного напряжения в системе сохраняется проектный 1-цикл. При построении диаграммы использовались следующие параметры алгоритма стабилизации: запас устойчивости d= 20%; допустимое возмущение параметра $u_{\text{max}} = 140\%$; коэффициент, определяющий степень коррекции вектора переменных состояния на тактовом интервале c=1. Максимальные возмущения параметра при работе алгоритма наблюдались только в начале его работы, после достижения системой проектного режима возмущения *u*_{*k*-1} были минимальны.

Для демонстрации процесса стабилизации проектного режима на рис. 6 приведены временные диаграммы напряжения на конденсаторе при различных входных напряжениях. На рис. 6,*a* представлена временная диаграмма процесса перехода от 4-цикла, который существует при входном напряжении более 1551 В к неустойчивому 1-циклу в момент времени около 7,8 мс. Переход от хаотического режима к устойчивому 1-циклу в области мультистабильности в момент времени 6 мс представлен на рис. 6, δ . Как видно из рисунка, при выбранных параметрах алгоритма стабилизации переход от проектного к хаотическому режиму сопровождается кратковременным падением напряжения до уровня 445 В с последующей стабилизацией проектного режима. Причем, размах колебаний выходного напряжения преобразователя уменьшается примерно в 7 раз.



Рис. 6. Временные диаграммы выходного напряжения преобразователя I рода со стабилизацией проектного режима: $a - при E_0 = 1750$ В; $\delta - при E_0 = 1200$ В

На рис. 7 представлены бифуркационные диаграммы для САУ на основе преобразователя постоянного напряжения II рода. При этом использовались следующие параметры: L = 7,5 мГн; C = 5мкФ, R = 0,2 Ом; $R_{\rm H} = 550$ Ом; a = 2; b = 0,005; $U_3 = 4,5$ B; $U_{\rm p} = 10$ B; a = 0,0001 c.

Как видно на рис. 7,*a*, при достижении входным напряжением значения $E_{06u\phi} = 135$ В реализуется суперкритическая бифуркация Неймарка–Сакера [20], после чего в системе возникают квазипериодические колебания большой амплитуды.

Стабилизация проектного режима осуществлялась при следующих параметрах гибридного алгоритма: запас устойчивости d= 20%; допустимое воз-



48

Рис. 7. Бифуркационные диаграммы САУ на основе преобразователя II рода: a - 6ез стабилизации проектного режима; $\delta - c$ его стабилизацией

мущение параметра $u_{\text{max}} = 300\%$; коэффициент, определяющий степень коррекции вектора переменных состояния на тактовом интервале, c=1. Как видно из рис. 7, δ , во всем выбранном диапазоне вариации входного напряжения благодаря исполь-



Рис. 8. Временные диаграммы выходного напряжения преобразователя II рода со стабилизацией проектного режима при $E_0 = 160$ В

зованию алгоритма стабилизации в системе наблюдается проектный 1-цикл.

На рис. 8 показана реакция системы после активации алгоритма стабилизации проектного режима в момент времени 100 мс. Как следует из рисунка, амплитуда колебаний после начала работы алгоритма уменьшается примерно в 8 раз.

В преобразователе III рода при вариации напряжения питания реализуются типы бифуркаций, аналогичные типам бифуркаций в системах на основе преобразователя I рода, поэтому результаты моделирования здесь не приводятся.

Выводы. 1. Разработан алгоритм управления нелинейной динамикой в областях мультистабильности, обеспечивающий работу системы в проектном режиме в условиях помех.

2. Рассмотрен гибридный алгоритм управления, учитывающий возможность работы в системы как в областях мультистабильности, так и в областях неустойчивости проектного режима.

3. Выполнено моделирование процессов в двух типах преобразователей и оценена эффективность работы алгоритма стабилизации проектного режима при возникновении бифуркаций различных типов.

4. Полученные результаты могут являться основой для создания цифровых систем управления целого класса импульсных преобразователей постоянного напряжения при отсутствии ограничений, накладываемых нелинейными динамическими свойствами САУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мелешин В.И.** Транзисторная преобразовательная техника. — М.: Техносфера, 2005, 632с.

2. Кобзев А.В., Михальченко Г.Я., Музыченко Н.М. Модуляционные источники питания РЭА.– Томск: Радио и связь, 1990, 336 с.

3. Баушев В.С., Жусубалиев Ж.Т. О недетерминированных режимах функционирования стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием. — Электричество, 1992, № 8, с. 47–53.

4. Баушев В.С., Жусубалиев Ж.Т., Михальченко С.Г. Стохастичность в динамике стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием. – Электричество, 1996, № 3, с. 47–53.

5. Жусубалиев Ж.Т., Колоколов Ю.В. Бифуркации и хаос в релейных и широтно-импульсных системах автоматического управления. — М.: Машиностроение-1, 2001.

6. Ott E., Grebogi C., Yorke G. Controlling Chaos. – Phys. Rev. Lett., 1990, vol. 64, № 11, pp. 1796–1199.

7. Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. – Phys. Rev. Lett. A, 1992, vol. 170, № 6, p. 421–428.

8. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. – М.: Едиториал УРСС, 2004, 320 с.

9. Romeiras F.J., Grebogi C., Ott E., Dayawansa W.P. Controlling chaotic dynamical systems. – Physica D. Nonlinear Phenomena, 1992, vol. 58, $N_{\rm 2}$ 1, pp. 165–192.

10. Дубровский А.Д. Подход к стабилизации неустойчивых периодических решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. – Тр. ИСА РАН, 2009, т. 44, с. 156–172. 11. Kapitaniak T. Controlling Chaos. – Theoretical and Practical Methods in Non-Linear Dynamics. – London: Academic Press, 1996, 164 pp.

12. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Control of chaos in DC-DC converter. – Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1998, vol. 45, N° 6, pp. 672–676.

13. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Experimental Control of Chaotic Behavior of Buck Converter. – Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 1995, vol. 42, $N_{\rm e}$ 8 pp. 502–504.

14. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Control of chaos in the boost converters. – Electronics Letters, 1995, vol. 31, $N_{\rm P}$ 11, pp. 841–842.

15. **Dragan F.** Controlling a Chaotic Behavior of a Current Mode Controlled Boost Converter Using Ott-Grebogy-Yorke Method. – IEEE Inter. Conf. on Automation, Quality and Testing, 2006, vol. 1, pp. 156–172.

16. **Batlle C., Fossas E., Olivar G.** Stabilization of periodic orbits of the buck converter by time-delayed feedback. – Inter. Journal of Circuit Theory and Applications, 1999, vol. 27, N_{\odot} 3, p. 617–631.

17. Севернс Р., Блум Г. Импульсные преобразователи постоянного напряжения для систем вторичного электропитания. – М.: Энергоатомиздат, 1988, 294 с.

18. Tse C.K. Flip Bifurcation and Chaos in Three-state Boost Switching Regulators. – Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 1994, vol. 41, \mathbb{N}_{2} 1, pp. 16–23.

19. Xu C.D., Cheng K.W.E., Zhang H., Ma X.K., Ding K. Study of Intermittent Bifurcations and Chaos in Buck-Boost Converters with Input Regulators. – Power Electronics Systems and Applications. ICPESA 06, 2006, pp. 268–272.

20. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем: Фундаментальные основы и избранные проблемы. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999, 368 с.

[23.01.13]

А в торы: Андриянов Алексей Иванович окончил в 2001 г. факультет транспортного и энергетического машиностроения Брянского государственного технического университета (БГТУ). В 2004 г. в БГТУ защитил кандидатскую диссертацию «Математическое моделирование процессов нелинейной динамики в замкнутых системах автоматического управления с однополярной реверсивной модуляцией». Доцент кафедры «Электронные, радиоэлектронные и электротехнические системы» БГТУ.

Михальченко Геннадий Яковлевич окончил в 1973 г. факультет автоматики и электромеханики Томского политехнического института (ныне ТГПУ). В 1993 г. в Томском институте автоматизированных систем управления и радиоэлектроники (ныне ТУСУР) защитил докторскую диссертацию «Теория и применение двойной модуляции при автоматизации энергонасыщенных технологических процессов». Директор НИИ промышленной электроники при ТУСУР.

Блохов Николай Михайлович окончил в 2008 г. факультет энергетики и электроники. Ассистент кафедры «Электронные, радиоэлектронные и электротехнические системы» БГТУ.

*

ЧИТАТЕЛЯМ, ПОДПИСЧИКАМ, РЕКЛАМОДАТЕЛЯМ ЖУРНАЛА «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО»

Подписка в России и странах СНГ принимается в отделениях связи.

Для желающих представить в журнал статью сообщаем, что правила подготовки рукописей публикуются в №№ 6 и 12 каждого года.

Реклама в черно-белом изображении может быть размещена на страницах журнала и на его обложке, а также в виде вкладки.

Возможно размещение рекламы в цветном изображении (стоимость по договоренности).

При повторении той же рекламы в следующем номере – скидка 10%. При публикации той же рекламы в третьем и последующих номерах – скидка 20%. Стоимость оплаты рекламных статей – по договоренности. Последний срок представления рекламного материала – за 1,5 месяца до выхода номера из печати (обычно номер выходит в середине каждого месяца).

Адрес для переписки: 101000 Москва, Главпочтамт, а/я 648

тел./факс: (495)362-7485

E-mail: l.s.kudinova@rambler.ru

50