

Моделирование электромагнитных процессов в многофазных синхронных двигателях с постоянными магнитами

МАРТЫНОВ В.А., ГОЛУБЕВ А.Н.

При моделировании динамических режимов m -фазных синхронных двигателей принимаются допущения о гладком зазоре машины и отсутствии насыщения магнитопровода, что снижает степень корректности исследования энергетических и виброшумовых характеристик. В статье использованы дифференциальные уравнения электрического состояния ветвей и электромагнитного момента m -фазного синхронного двигателя. Представлена математическая модель такого двигателя с постоянными магнитами, учитывающая реальное распределение магнитного поля в активной зоне машины с учетом насыщения магнитной цепи, дискретного распределения многофазной обмотки статора по пазам и перемещения зубчатого сердечника статора относительно ротора с постоянными магнитами. Предложен метод решения дифференциальных уравнений машины на основе предварительных полевых расчетов. Рассмотрен вариант построения электропривода с улучшенными энергетическими и виброшумовыми характеристиками.

Ключевые слова: многофазный синхронный двигатель, постоянные магниты, электромагнитные процессы, моделирование

Синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ) получили широкое распространение в бесконтактных регулируемых электроприводах различных машин и механизмов. В электроприводах этого типа используются, как правило, полупроводниковые статические преобразователи частоты с обратной связью по положению ротора а или противоЭДС двигателя. При этом для улучшения энергетических и виброшумовых показателей СДПМ, как показано в [1], целесообразно использование многофазной ($m > 3$) обмотки статора.

Для углубленного исследования характеристик m -фазного СДПМ необходимо наличие его адекватного математического описания. В статье предлагается модель СДПМ непосредственно в фазных координатах, учитывающая реальное распределение магнитного поля в активной зоне машины с учетом насыщения магнитной цепи, дискретного распределения многофазной обмотки статора по пазам и перемещения зубчатого сердечника статора относительно ротора с постоянными магнитами (ПМ).

The dynamic operating conditions of m -phase synchronous motors are usually modeled assuming that the machine has a smooth gap and that the magnetic core does not saturate, which degrades the correctness of studying the power performance and vibration/noise characteristics. In the present study, the differential equations describing the electrical state of the branches and electromagnetic torque of an m -phase synchronous motor are used. A mathematical model of such permanent-magnet motor is presented that takes into account the actual distribution of magnetic field in the machine's active zone with due regard to magnetic circuit saturation, discretely distributed pattern of the stator multiphase winding in the slots, and displacement of the toothed stator core with respect to the rotor with permanent magnets. A method for solving the machine differential equations on the basis of preliminary field calculations is proposed. An electric drive design version with improved power performance and vibration/noise characteristics is considered.

Key words: multiphase synchronous motor, permanent magnets, electromagnetic processes, simulation

В основе анализа режимов работы любой электрической машины лежат дифференциальные уравнения электрического состояния ветвей и электромагнитного момента, а также уравнения движения вращающихся частей. Если пренебречь токами смещения по сравнению с токами проводимости и рассматривать обмотки машины как электрические цепи с сосредоточенными параметрами, то уравнения переменного состояния для всех m фаз обмотки статора СДПМ могут быть представлены в виде следующего матричного уравнения:

$$[u] = \frac{d[Y]}{dt} + [R][i], \quad (1)$$

где $[u] = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^t$ – матрица-столбец мгновенных напряжений, приложенных к фазам обмотки статора; $[Y] = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_m]^t$ – матрица-столбец мгновенных потокосцеплений фаз обмотки статора; $[R] = \text{diag}[R_1 \ R_2 \ \dots \ R_m]$ – диагональная матрица активных сопротивлений фазных обмоток; $[i] = [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_m]^t$ – матрица-столбец мгновенных значений фазных токов.

К уравнению электрического состояния m -фазной обмотки статора СДПМ (1) добавляются два уравнения динамики:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{J}(M_э - M_с); \quad \frac{d\alpha}{dt} = W, \quad (2)$$

где W – угловая частота вращения ротора; J – приведенный момент инерции ротора с учетом приводных механизмов; $M_э$, $M_с$ – электромагнитный момент и момент сопротивления, приложенные к валу ротора; α – угол поворота ротора относительно статора в момент времени t .

Потокосцепления фаз обмотки статора $[Y]$ можно представить в виде суммы потокосцеплений от ПМ ротора и фазных токов статора:

$$[Y] = [Y_0] + [L][i], \quad (3)$$

где $[Y_0] = [Y_{10} \ Y_{20} \ \dots \ Y_{m0}]$ – матрица-столбец потокосцеплений фаз, обусловленных ПМ ротора;

$$[L] = \begin{bmatrix} \hat{e} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1m} \\ \hat{e} L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2m} \\ \hat{e} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{e} L_{m1} & L_{m2} & \dots & L_{mm} \end{bmatrix} \begin{matrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{matrix} \quad \text{– матрица само- и}$$

взаимоиндуктивностей фаз обмотки статора.

Относительные магнитные проницаемости высококоэрцитивных ПМ близки к единице и гораздо меньше магнитных проницаемостей стали статора. Поэтому вполне корректным представляется допущение о том, что насыщение магнитной цепи статора обусловлено действием только постоянных магнитов ротора. На рис. 1 приведены результаты расчета магнитного поля в активной зоне четырехполюсного СДПМ с номинальным моментом $M_э = 170$ Нж в режимах холостого хода (а) и номинальной нагрузки (б) при повороте оси ротора относительно основной гармоники поля статора на $\pi/2$ рад. Анализ полученных результатов показывает, что насыщение магнитной цепи статора в режиме нагрузки практически не изменилось по сравнению с режимом холостого хода. Так, вдоль средней линии ярма статора относительная разни-

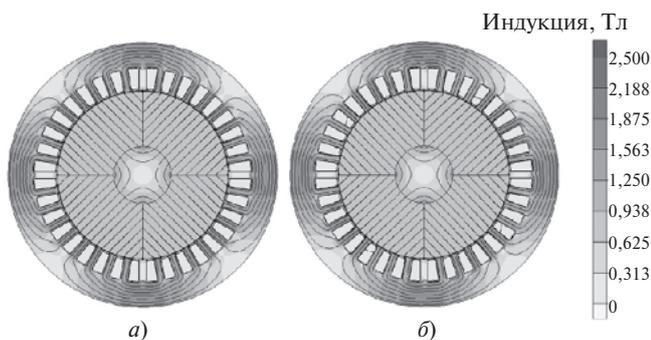


Рис. 1. Результаты расчета магнитного поля в активной зоне СДПМ

ца значений индукции в рассматриваемых режимах не превышает 4,2%. С учетом этого можно предварительно методами теории поля рассчитать для каждой фазы статора кривые изменения потокосцепления $\Psi_{\phi 0}(\alpha)$ от постоянных магнитов ротора в функции угла α с учетом реальной структуры активной зоны СДПМ и насыщения стали. При симметричной магнитной цепи кривая изменения потокосцепления фазы $\Psi_{\phi 0}(\alpha)$ не содержит четных гармоник и симметрична относительно оси абсцисс, поэтому достаточно рассчитать мгновенные значения кривой потокосцепления фазы на полупериоде ее изменения. При использовании численных методов для этого достаточно рассчитать поле в активной зоне СДПМ в режиме холостого хода при различных положениях ротора относительно статора, поворачивая ротор на одно зубцовое деление статора [2].

В симметричных СДПМ кривые всех фаз $\Psi_{\phi 0}(\alpha)$ будут одинаковы и сдвинуты относительно друг друга на $2\pi/m$ рад при нечетном числе фаз и на π/m рад для одноименных фаз в m/n симметричных n -фазных группах гальванически связанных фаз при их четном числе. Следовательно, зная зависимость $\Psi_{\phi 0}(\alpha)$, можно определить элементы матрицы $[Y_0]$ при любом значении α . В качестве примера на рис. 2 приведены кривые $\Psi_{\phi 0}(\alpha)$ на периоде изменения соответственно для трехфазной и девятифазной машин, имеющих одинаковое конструктивное исполнение (рис. 1) (число зубцов статора $Z_1 = 36$, число полюсов $2p = 4$, номинальный момент $M_э = 170$ Нж, номинальный ток $I_H = 9,2$ А) и одинаковое число витков в катушках. Число катушек на полюс и фазу $q_k = 3$ для трехфазной обмотки и $q_k = 1$ для девятифазной.

Элементы матрицы $[L]$ при известном угле α могут быть определены аналогичным образом. Для

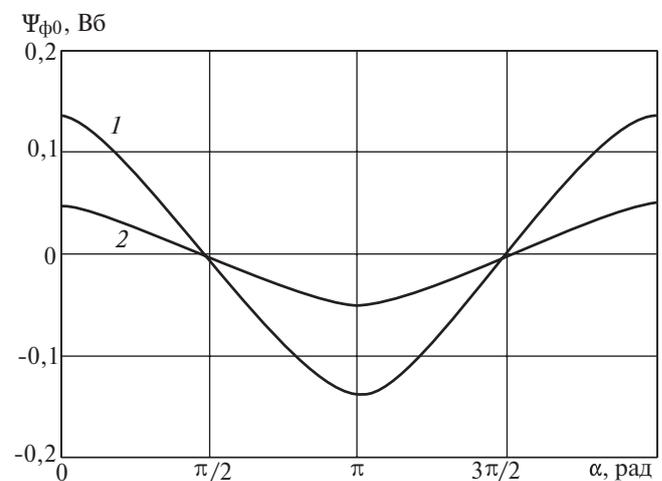


Рис. 2. Зависимости потокосцепления фаз $\Psi_{\phi 0}(\alpha)$ трехфазного (1) и девятифазного (2) СДПМ

этого необходимо рассчитать поле в линеаризованной активной зоне СДПМ $m = \text{const}$ при возбуждении произвольным значением тока в одной из фаз при различных значениях $0 \leq \alpha < \pi/m$ [2]; области, занятые постоянными магнитами, заменяются средой без источников поля, магнитные проницаемости которых равны магнитным проницаемостям ПМ. Если ротор СДПМ не имеет ферромагнитных вставок, то элементы симметричной матрицы $[L]$ не будут зависеть от угла поворота ротора α и могут быть определены при расчете поля для одного произвольного взаимного положения сердечников.

С учетом (3) и (2) уравнение (1) можно представить в виде

$$[u] = W \frac{d[Y_0]}{d\alpha} + [L] \frac{d[i]}{dt} + W \frac{d[L]}{d\alpha} [i] + [R][i]. \quad (4)$$

При отсутствии на роторе СДПМ ферромагнитных вставок элементы матрицы $[L]$ не зависят от α и $\frac{d[L]}{d\alpha} = 0$.

Электромагнитный момент СДПМ можно найти, применяя закон сохранения энергии к электро-механическому преобразованию при линеаризации нелинейной модели в рабочей точке, которое происходит в условиях постоянных значений токов фаз обмоток статора при малом перемещении ротора [3]:

$$M_\alpha = \frac{\partial W_\phi}{\partial \alpha}, \quad (5)$$

где W_ϕ — полная магнитная коэнергия СДПМ.

Как показано в [3], в линейной модели нелинейной системы полная магнитная коэнергия не отличается от полной энергии и в СДПМ при каком-либо значении α и с учетом (3) может быть определена по формуле

$$W_\phi = [i]^t [Y_0] + \frac{1}{2} [i]^t [L] [i]. \quad (6)$$

Приращение коэнергии при малом перемещении ротора $\partial W_\phi / \partial \alpha$ (5) необходимо определять при постоянных значениях фазных токов в линейной модели, т.е. при неизменных магнитных проницаемостях стали статора [3]. При принятом допущении о том, что насыщение стали статора обусловлено только действием ПМ, при малом перемещении ротора на угол $d\alpha$ насыщение магнитной цепи статора при неизменных фазных токах практически не изменится. Поэтому значение электромагнитного момента СДПМ (5) при угле α будет равно

$$M_\alpha = [i]^t \frac{d[Y_0]}{d\alpha} + \frac{1}{2} [i]^t \frac{d[L]}{d\alpha} [i]. \quad (7)$$

Поскольку зависимости элементов матриц $[Y_0]$ и $[L]$ от угла α рассчитываются заранее методами теории поля, то зависимости элементов матриц $\frac{d[Y_0]}{d\alpha}$ и $\frac{d[L]}{d\alpha}$ в функции угла α также можно найти заранее и считать определенными при известном угле α . При отсутствии на роторе СДПМ ферромагнитных вставок $\frac{d[L]}{d\alpha} = 0$ и уравнение (7) будет содержать только первое слагаемое. Таким образом, значение электромагнитного момента при известном угле α в соответствии с (7) будет определяться только значениями фазных токов $[i]$. На рис. 3 приведены зависимости $\frac{d\Psi_{\phi 0}}{d\alpha}$ на периоде их изменения для трехфазного и девятифазного СДПМ.

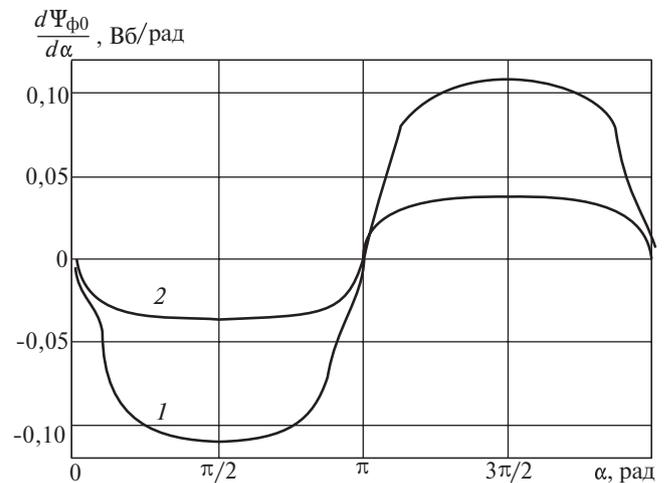


Рис. 3. Кривые изменения производных значений потокоцеплений фаз трехфазного (1) и девятифазного (2) СДПМ

Для проверки адекватности принятых допущений были рассчитаны электромагнитные моменты трехфазного и девятифазного СДПМ при токах, соответствующих номинальным, для различных углов α (рис. 4) по (7) и по результатам расчета поля методом конечных элементов при тех же токах с учетом кривой намагничивания стали статора. На рис. 4 значения момента, определенные методом конечных элементов, показаны крестиками. Как следует из сопоставления результатов расчета, значения электромагнитного момента, полученные при принятых допущениях (7) и расчете поля в активной зоне, практически совпадают.

При известном законе изменения фазных напряжений во времени уравнения переменных состояния для определения токов многофазной обмотки (4) в нормальной форме примут вид

$$\frac{d[i]}{dt} = [L]^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial t} [u] - W \frac{d[Y_0]}{d\alpha} - W \frac{d[L]}{d\alpha} [i] - [R][i] \right] \dot{\alpha} \quad (8)$$

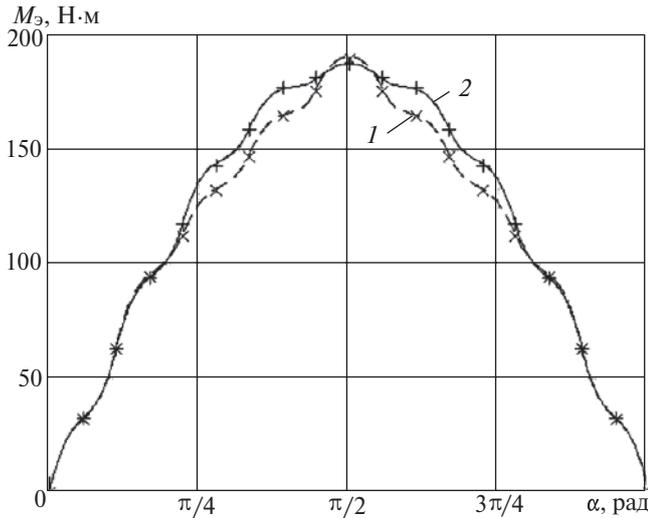


Рис. 4. Зависимости электромагнитного момента от угла α трехфазного (1) и девятифазного (2) СДПМ

Поскольку значения $[L]$, $\frac{d[Y_0]}{da}$ и $\frac{d[L]}{da}$ определяются заранее и при определенном угле α являются известными, то (8) совместно с (2) при известных начальных значениях токов $[i(0)]$ легко решить одним из численных методов расчета нелинейных дифференциальных уравнений. Если ротор СДПМ выполнен из ПМ без ферромагнитных вставок или влиянием этих вставок на магнитное поле токов статора можно пренебречь, уравнения (8) и (7) существенно упростятся:

$$\frac{d[i]}{dt} = [L]^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial t} [u] - W \frac{d[Y_0]}{da} - [R][i] \right] - \frac{\partial}{\partial t} M_э = [i]^t \frac{d[Y_0]}{da}, \quad (9)$$

при этом элементы матрицы $[L]^{-1}$ будут неизменными при любом угле α .

Одним из важных требований к электроприводу с СДПМ является улучшение его виброшумовых характеристик, что непосредственно связано с уменьшением пульсаций электромагнитного момента. На рис. 5 приведены кривые изменения электромагнитного момента трехфазного и девятифазного СДПМ при номинальных синусоидальных фазных токах и установившейся частоте вращения. Как следует из полученных результатов, частота основных пульсаций электромагнитного момента определяется соотношением $f_m = 2mf$, где f – частота питающего напряжения. Таким образом, с ростом числа фаз частота пульсаций возрастает прямо пропорционально увеличению m при снижении амплитуды пульсаций, как показывают исследования, по экспоненциальной зависимости от m . При этом средний момент девятифазного двигателя больше, чем у трехфазного, на 3,5%.

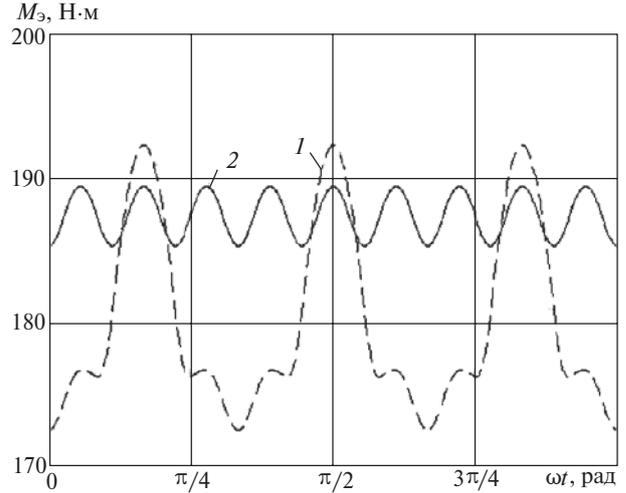


Рис. 5. Пульсации электромагнитного момента трехфазного (1) и девятифазного (2) СДПМ

При наличии в системе управления СДПМ обратных связей по фазным токам и углу положения ротора α предлагаемая модель позволяет формировать кривые фазных токов, обеспечивающих постоянный заданный электромагнитный момент при любом положении ротора относительно статора. Допустим, как один из вариантов, что при установившейся частоте вращения $W = \text{const}$ фазные токи статора должны изменяться по синусоидальному закону с амплитудной модуляцией таким образом, чтобы при заданном угле α относительно оси первой фазы статора значение электромагнитного момента $M_э = M_c$ оставалось неизменным в любой произвольный момент времени t , т.е. будем считать, что для каждой k -й ($1 \leq k \leq m$) фазы статора

$$i_k = I_m(t) \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{2p(k-1)\pi}{m} \right) \quad (10)$$

где $I_m(t)$ – модулированная амплитуда тока; $\omega = W/p$ – основная угловая частота; p – число пар полюсов СДПМ.

Тогда для любого момента времени t мгновенные значения фазных токов могут быть представлены выражением

$$[i] = I_m(t)[S], \quad (11)$$

$$\text{где } [S] = \begin{bmatrix} \sin(\omega t + \alpha) \\ \dots \\ \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{2p(k-1)\pi}{m} \right) \\ \dots \\ \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{2p(m-1)\pi}{m} \right) \end{bmatrix}$$

В соответствии с (7)

$$M_э = I_m(t)[S]^t \frac{d[Y_0]}{da} + \frac{1}{2} I_m^2 [S]^t \frac{d[L]}{da} [S]. \quad (12)$$

Из (12) нетрудно рассчитать кривую $I_m(t)$ на периоде ее изменения ($0 \leq t \leq 2\pi/\omega$).

Если для СДПМ справедливы уравнения (9), то выражение (12) существенно упростится:

$$I_m(t) = \frac{M_{\text{э}}}{[S]^t \frac{d[Y_0]}{da}} \quad (13)$$

На рис. 6, 7 представлены кривые изменения мгновенных значений фазных токов при установившемся режиме трехфазного (рис. 6) и девятифазного (рис. 7) СДПМ, соответствующие постоянному номинальному моменту исследуемого двигателя, а также показано изменение модулированной амплитуды этих токов $I_m(t)$ по (13).

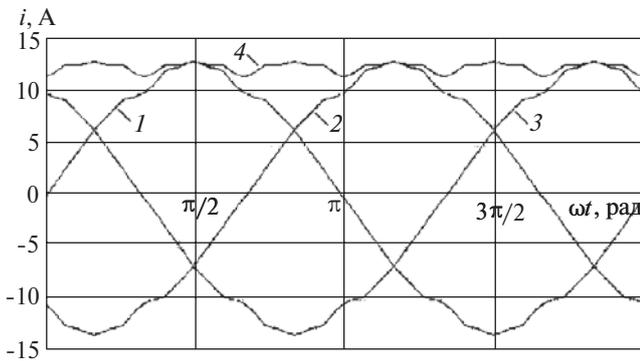


Рис. 6. Кривые изменения фазных токов трехфазного СДПМ при постоянном моменте: 1–3 — фазные токи; 4 — зависимость $I_m(t)$

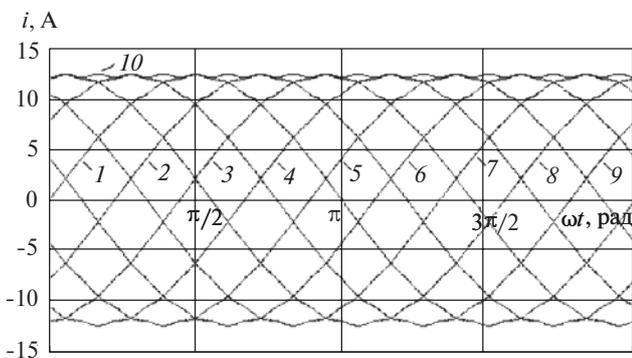


Рис. 7. Кривые изменения семифазных токов фазных токов девятифазного СДПМ при постоянном моменте: 1–9 фазные токи; 10 — зависимость $I_m(t)$

Из полученных результатов следует, что при использовании амплитудной модуляции токов для исключения пульсаций электромагнитного момента СДПМ токи всех фаз трехфазного, так же как и токи всех фаз девятифазного СДПМ, будут иметь одинаковую форму и гармонический состав. При этом амплитудная модуляция тока у девятифазного двигателя гораздо меньше, чем у трехфазного.

Предложенная математическая модель является универсальной и позволяет анализировать как статические, так и динамические режимы работы СДПМ с учетом реальной структуры магнитного поля в активной зоне без использования понятия пространственных гармонических.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев А.Н., Лапин А.А. Многофазный синхронный электропривод. — Электричество, 2005, № 2, с. 43–49.
2. Мартынов В.А. Учет взаимного перемещения зубчатых сердечников при расчетах установившихся режимов синхронных машин численными методами. — Электричество, 1985, № 10, с. 59–60.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 1989, 312 с.

[21.01.13]

Авторы: **Мартынов Владимир Александрович** окончил электромеханический факультет Ивановского энергетического института в 1977 г. В 1997 г. защитил докторскую диссертацию «Математическое моделирование переходных процессов электрических машин на основе численного метода расчета электромагнитного поля» в Московском энергетическом институте. Заведующий кафедрой теоретических основ электротехники и электротехнологий Ивановского государственного энергетического университета (ИГЭУ).

Голубев Александр Николаевич окончил электромеханический факультет Ивановского энергетического института в 1976 г. В 1994 г. защитил докторскую диссертацию «Многофазный асинхронный регулируемый электропривод для высокودинамичных систем подвижных установок» в Санкт-Петербургском электротехническом университете. Профессор кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологий ИГЭУ.