

# Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины

АФАНАСЬЕВ А.А.

Источником радиального и тангенциального полей постоянных магнитов электрической машины может быть система эквивалентных токонесущих шин, толщина которых зависит от материала магнитов. В статье предлагается методика, позволяющая рассчитать поле рассеяния в зоне стыка разнополюсных магнитов.

Ключевые слова: электрические машины, постоянные магниты, эквивалентные шины, встречно-параллельные токи, зеркальные образы, вынутый ротор, пазы

Высокоэнергетические постоянные магниты из редкоземельных элементов имеют магнитную проницаемость, близкую к воздуху. Например, для Ne-Fe-B магнитов с  $B_r = 1,1$  Тл и  $H_{CB} = 850$  кА/м относительная магнитная проницаемость

$$\mu_M = \frac{B_r}{\mu_0 H_{CB}} = \frac{1,1}{4\pi \times 10^{-7} \times 0,85 \times 10^6} = 1,0298.$$

Поэтому магнитное поле в активной зоне электрической машины с такими магнитами можно рассчитать, полагая пространство, занятое магнитами, воздушной средой. Будем считать в дальнейшем, что рабочая точка на кривой возврата магнита находится во втором квадранте, а сама кривая в этом квадранте является линейной.

Микроскопические связанные молекулярные токи в теле постоянного магнита, компенсируя друг друга, вызывают появление поверхностных токов [1, 2]. В идеальной версии они протекают в бесконечно тонком поверхностном слое. Можно полагать, что плоскопараллельное магнитное поле призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением создаётся встречными токами  $I$  двух бесконечно тонких параллельных шин, имеющих высоту  $2b = h_M$  ( $h_M$  - высота магнита в направлении его намагниченности) и находящихся на расстоянии ширины магнита  $b_M$  (рис. 1,а).

При расположении магнитной призмы в воздушном зазоре электрической машины и закреплении её нижнего торца на ярме ротора следует принять в расчёт ещё две пары шин (как источников магнитного поля), являющихся зеркальными отображениями исходных шин в ферромагнитных массивах сердечников статора и ротора [3].

A system of equivalent current-carrying busbars can serve as a source of the radial and tangential fields produced by the permanent magnets used in an electrical machine; the thickness of such busbars depends on the magnet material. A procedure is proposed using which the leakage field in the interface zone of opposite-pole magnets can be calculated.

Key words: electrical machines, permanent magnets, equivalent busbars, opposite-parallel currents, mirror images, withdrawn rotor, slots

Ниже будет показано, что на краю верхнего торца магнита ( $x=0, y=b$ ) при бесконечно тонком слое поверхностного тока тангенциальная составляющая напряжённости магнитного поля имеет бесконечно большое значение. Однако опыт и численный полевой расчёт свидетельствуют о конечной величине этого поля и резком его убывании при смещении точки наблюдения от края магнита [4].

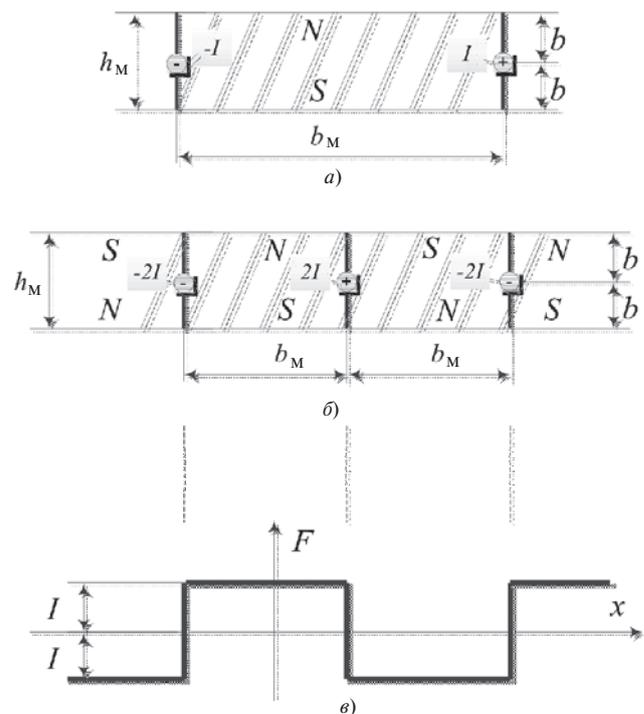


Рис. 1. Поверхностные токи призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением, протекающие по бесконечно тонким шинам (а); поверхностные токи в местах стыка разнополюсных магнитов (б); кривая МДС магнитов индуктора (в)

При конечном значении ширины эквивалентных шин «выбросы» тангенциального магнитного поля, как показывают соответствующие формулы [3, 5], отсутствуют.

В статье рассчитываются значения толщины эквивалентных шин с током, находящихся в воздушном зазоре электрической машины, и определяется характер распределения магнитного поля, создаваемого ими, в частности на поверхности магнитов. Знание зависимости  $H_x$  (наряду с  $H_y$ ) на поверхности магнитов позволяет определить силовое воздействие поля на магнит методом натяжений [6].

**Магнитное поле прямоугольной шины в открытом пространстве.** Прямоугольная шина с током  $I$  (рис. 2), расположенная в открытом пространстве, создает магнитное поле, координатные составляющие напряженности которого определяются по формулам [3, 5]:

$$H_x = \frac{I \epsilon}{8\pi ab \epsilon_0} (y+b)(j_1 - j_2) - (y-b)(j_3 - j_4) + (x+a) \ln \frac{r_2}{r_4} - (x-a) \ln \frac{r_1}{r_3} \quad (1)$$

$$H_y = - \frac{I \epsilon}{8\pi ab \epsilon_0} (x+a)(j_2 - j_4) - (x-a)(j_1 - j_3) + (y+b) \ln \frac{r_2}{r_1} - (y-b) \ln \frac{r_4}{r_3} \quad (2)$$

где  $j_k$  — угол между положительным направлением оси  $x$  и отрезком, соединяющим точку наблюдения  $P(x,y)$  с  $k$ -й вершиной прямоугольной шины ( $k=1, \dots, 4$ );  $r_k$  — длина указанных отрезков.

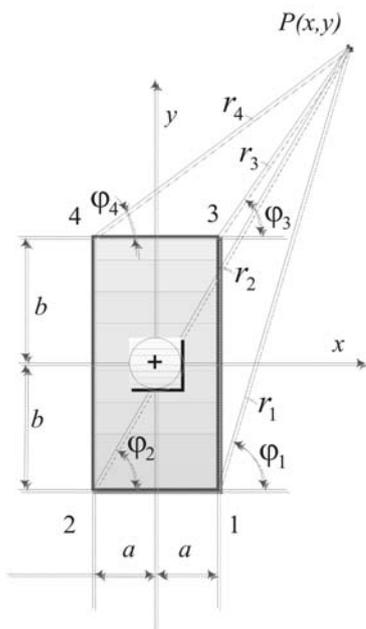


Рис. 2. Прямоугольная шина в открытом пространстве

**Тангенциальное магнитное поле стыка двух соседних разнополярных магнитов, расположенных в воздушном зазоре на ярме ротора.** Призматические магниты закрепляются на ярме ротора магнитоэлектрической машины. На границе полюсных зон имеются места стыка разнополярных магнитов (рис. 1,б). Место стыка как источник магнитного поля может быть представлено эквивалентной шиной с током  $2I$ . Эта шина и её зеркальный образ в стали ярма ротора (рис. 3) в соответствии с (1) будут создавать по линии  $y=b$  (на наружной поверхности магнита, обращенной к воздушному зазору) тангенциальное магнитное поле:

$$H_x(y=b) = - \frac{I \epsilon}{2\pi ab \epsilon_0} 2b \operatorname{arctg} \frac{4ab}{x^2 - a^2 + (2b)^2} + (x+a) \ln \frac{|x+a|}{\sqrt{(x+a)^2 + (2b)^2}} - (x-a) \ln \frac{|x-a|}{\sqrt{(x-a)^2 + (2b)^2}} \quad (3)$$

где  $b = h_M$ ;  $a$  — эквивалентная толщина шины.

Рассмотрение зеркальных образов исходной шины в предлагаемом виде предполагает, что магнитная проницаемость стальных сердечников электрической машины равна бесконечности<sup>1</sup>.

При стремлении значения толщины шины к нулю из (3) получим:

$$H_x(y=b; x=0) = - \frac{I \epsilon}{\pi b \epsilon_0} 1 + \lim_{a \rightarrow \infty} \ln \frac{a}{2b} = \infty. \quad (4)$$

Следовательно, на торце бесконечно тонкой шины с током будем иметь бесконечно большой «выброс» тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля. Поскольку опыт и численные расчёты опровергают этот вывод, то возникает задача определения толщины рассматриваемой шины.

Другим источником магнитного поля, инициированным местом стыка разноимённых магнитов, будет зеркальное отображение рассмотренной шины в стали статорного сердечника (рис. 3). В своей собственной системе координат этот образ будет создавать на линии верхнего торца исходного (физического) магнита ( $y = -b - 2d$ ) тангенциальное магнитное поле:

$$H_x(y = -b - 2d) = \frac{I \epsilon}{2\pi ab \epsilon_0} 2d \operatorname{arctg} \frac{4ad}{x^2 - a^2 + (2d)^2}$$

<sup>1</sup> При учёте конечного значения магнитной проницаемости  $\mu$  стали физического тока  $I$  в его образе уменьшится до значения  $\frac{\mu-1}{\mu+1} I$ . Поскольку в стальных сердечниках статора и ротора  $\mu \gg 1$ , то погрешность допущения  $\mu = \infty$  пренебрежимо мала [3].

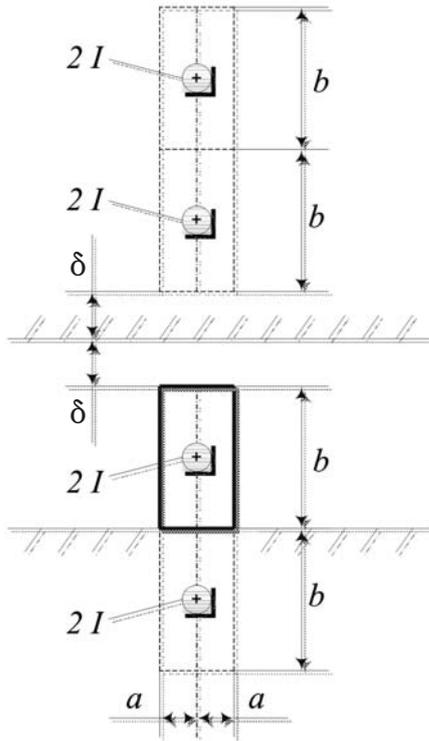


Рис. 3. Шина с током 2I, соответствующая стыку разнополюсных магнитов, и её зеркальные образы в стали статора и ротора

$$\begin{aligned}
 & - (2b + 2d) \operatorname{arctg} \frac{4a(b + d)}{x^2 - a^2 + (2b + 2d)^2} + \\
 & + (x + a) \ln \sqrt{\frac{(2d)^2 + (x + a)^2}{(2d + 2b)^2 + (x + a)^2}} - \\
 & - (x - a) \ln \sqrt{\frac{(2d)^2 + (x - a)^2}{(2d + 2b)^2 + (x - a)^2}} \quad (5)
 \end{aligned}$$

Суммируя (3) и (5), получим выражение для результирующего тангенциального поля верхнего торца магнита:

$$H_t = H_x(y = b) + H_x(y = -b - 2d). \quad (6)$$

Максимум выражения (6), соответствующий  $x = 0$ , существенно зависит от ширины шины  $a$ :

$$H_{t \max} = H_x(x = 0; y = b) + H_x(x = 0; y = -b - 2d), \quad (7)$$

где

$$H_x(x = 0; y = b) = \frac{I}{pb} \left[ 1 - \ln \frac{a}{2b} \right] \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 H_x(x = 0; y = -b - 2d) = & \frac{I}{pb} \cdot \\
 & \left[ \frac{2d}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{2d} - 1 + \ln \frac{d}{b + d} + \frac{1}{2} \ln \left( 1 + \frac{a^2}{4d^2} \right) \right] \quad (9)
 \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что  $\frac{a}{2d} < 1$ , формулу (9)

можно упростить, заменив в ней первое и второе слагаемые первыми двумя слагаемыми бесконечных степенных рядов [7]:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{arctg} \frac{a}{2d} & \approx \frac{a}{2d} - \frac{1}{3} \frac{a^3}{2d^3}; \\
 \ln \left( 1 + \frac{a^2}{4d^2} \right) & \approx \frac{a^2}{2d^2} - \frac{1}{2} \frac{a^4}{2d^4} + \frac{1}{3} \frac{a^6}{2d^6},
 \end{aligned}$$

в результате она примет вид

$$H_x(x = 0; y = -b - 2d) = \frac{I}{pb} \left[ \frac{1}{2} \frac{a^2}{d^2} + \ln \frac{d}{b + d} \right] \quad (10)$$

Запишем выражение (7) для максимального значения результирующей напряжённости тангенциального поля с учётом (8) и (10):

$$\begin{aligned}
 H_{t \max} = H_x(x = 0; y = b) = \\
 = \frac{I}{pb} \left[ 1 - \ln \frac{a}{2b} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{d^2} + \ln \frac{d}{b + d} \right] \quad (11)
 \end{aligned}$$

Левую часть выражения (11) будем считать известной, её значение можно найти из опыта или из данных численного полевого расчёта. Например, численное моделирование макетного образца однофазного вентильного двигателя вентилятора автомобильного мотора показало, что «выброс» тангенциальной магнитной индукции в зоне стыка магнитопластовых магнитов, находящегося напротив зубца статора, составляет 0,4 Тл. Параметры этого двигателя: высота магнита  $h_M = b = 4$  мм; воздушный зазор  $d = 0,5$  мм; коэрцитивная сила магнита по индукции  $H_{CB} = 373,8$  кА/м.

Полагая  $I = H_{CB} h_M$ , из (11) получим нелинейное уравнение для определения толщины эквивалентной шины в месте стыка разнополюсных магнитов:

$$H_{t \max} = \frac{m_0 H_{CB}}{p} \left[ 1 - \ln \frac{a}{2b} + \frac{1}{2} \frac{a^2}{d^2} + \ln \frac{d}{b + d} \right] \quad (12)$$

В результате решения уравнения (12) для двигателя с приведенными выше параметрами получим  $a = 0,167$  мм.

Дополнительный анализ тангенциального поля на поверхности магнитов в точке их стыка ( $x = 0; y = b$ ) показывает, что влияние еще двух зеркальных образов, ближайших к воздушному зазору (рис. 3), практически отсутствует. Поэтому тангенциальные поля этих источников (они также действуют встречно) не оказывают влияния на ширину рассматриваемых эквивалентных шин.

На рис. 4 для данного двигателя показаны кривая тангенциальной индукции  $B_t = \mu_0 H_t$ , построенная по (6), и аналогичная зависимость, полученная численным расчётом [4].

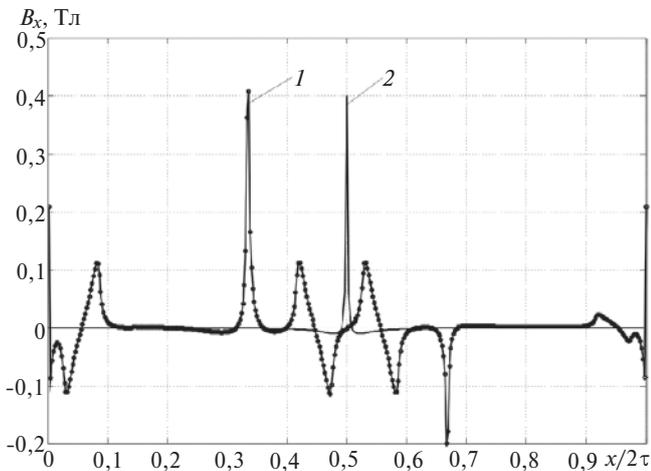


Рис. 4. Тангенциальная составляющая индукции на поверхности магнитоластовых магнитов с импульсным «выбросом» в месте их стыка, найденная численным методом для однофазного вентильного двигателя (кривая 1); «выброс» индукции в месте стыка магнитов этого же двигателя, рассчитанный по (6) (кривая 2)

Возникает вопрос: является ли толщина эквивалентной шины физической константой данного магнита или она будет изменяться при изменении воздушного зазора?

Ток шины  $I$  является постоянной величиной и определяет МДС магнита (рис. 1,  $\theta$ ), которая в инженерных расчётах магнитоэлектрических машин принимается неизменной [8]. Толщина шины ввиду её малого значения не оказывает влияния на радиальное магнитное поле, но влияние на тангенциальное поле, как показано выше, существенно.

При расположении стыка магнитов напротив достаточно глубокого и широкого паза статора образ стыковочной шины в стали статора будет более отдален от «физического» стыка. Но конкретное расположение образа в отличие от варианта с прямолинейной границей стали статора установить затруднительно, поскольку имеем дело с нелинейной задачей [3]. Силовые линии магнитного поля в области паза идут не на его дно, а на участки стенок, наиболее близкие к воздушному зазору. Численные расчёты показывают, что сдвиг стыка магнитов от места с равномерным воздушным зазором к положению напротив паза статора вызывает для рассматриваемого вентильного двигателя [4] рост максимума тангенциальной составляющей индукции с 0,4 до 0,52 Тл.

Наибольший рост тангенциального поля будет, очевидно, наблюдаться у ротора, вынутого из статора. В этом случае можем пренебречь в (6) для тангенциальной напряжённости вторым слагае-

мым, которое определяет размагничивающее действие стали статора на тангенциальное поле. В результате тангенциальное поле должно возрасти, и максимум его индукции будет определяться с учетом (11) и (12) выражением

$$B_{t \max} = \mu_0 H_x(x=0; y=b) = \frac{\mu_0 H_{CB} \epsilon}{\rho} \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{a}{2b} \dot{\epsilon} \quad (13)$$

Применительно к параметрам рассматриваемого двигателя из (13) можем найти  $B_{t \max} = 0,73$  Тл (рис. 5, кривая 2).

Из численного расчёта<sup>2</sup> магнитного поля для ротора этого двигателя, вынутого из статора (магнитные проницаемости всех стальных участков магнитопровода статора принимались равными  $\mu_0$ ), получено практически то же самое значение, что и из (13):  $B_{t \max} = 0,729$  Тл (рис. 5, кривая 1).

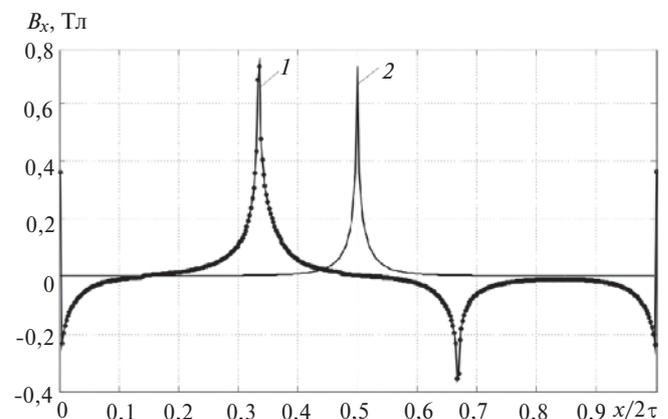


Рис. 5. Тангенциальная составляющая индукции на поверхности магнитоластовых магнитов ротора, вынутого из статора: 1 – численный расчёт; 2 – аналитический расчет по (3)

Это позволяет утверждать, что параметр  $a$  (толщина эквивалентной шины с током, моделирующей поверхностные токи призматического магнита) является некоторой константой данного магнита.

Аналогичный численный расчёт для ротора, вынутого из статора, но выполненного с неодим-железо-боровыми магнитами ( $B_r = 1,1$  Тл,  $H_{CB} = 850$  кА/м) дал для наружной поверхности магнитов в месте их стыка значение  $B_{t \max} = 1,508$  Тл. Подставляя это значение тангенциальной составляющей индукции в (13), можно получить значение параметра  $a = 0,256$  мм для этого магнита; у магнитоластового магнита, как указано выше,  $a = 0,167$  мм.

Кривые тангенциальной составляющей индукции на поверхности вынутого ротора с этими магнитами показаны на рис. 6.

Увеличение тангенциального поля у вынутого ротора можно объяснить физическими факторами.

<sup>2</sup> Численные расчёты методом сопряжения конформных отображений [9] были выполнены к.т.н. А.В. Николаевым.

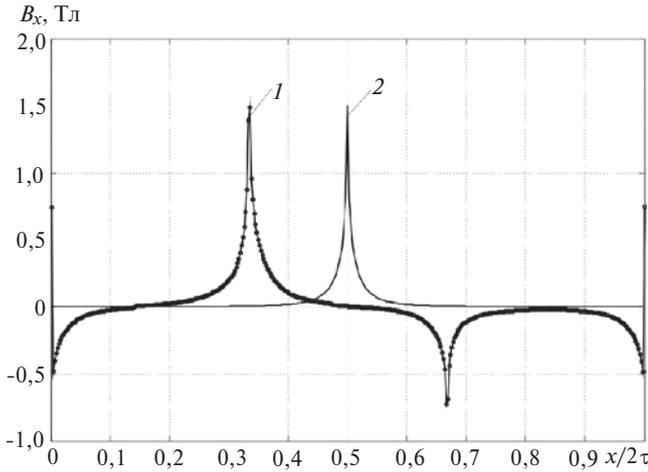


Рис. 6. Тангенциальная составляющая индукции на поверхности неодим-железо-боровых магнитов ротора, вынутаго из статора: 1 – численный расчёт; 2 – аналитический расчёт по (3)

В этом случае из-за сильного ослабления радиального поля возрастает скалярный магнитный потенциал наружной поверхности магнита, что и вызывает рост тангенциального магнитного поля.

Наличие виртуальных шин в стальном сердечнике статора, как показывает рис. 3, усиливает продольную (радиальную) и ослабляет поперечную (тангенциальную) составляющие магнитного поля.

Если между соседними краями полюсных зон (стык магнитов отсутствует) имеется промежуток, то наблюдаемые значения максимумов тангенциальной составляющей индукции на краях разнополюсных магнитов становятся ровно в два раза меньшими [4].

По физическому содержанию тангенциальное поле стыка магнитов может рассматриваться как поле бокового рассеяния соседних разнополюсных магнитов. Поэтому предлагаемая методика расчёта этого поля позволяет количественно оценить энергетическую эффективность использования магнитов в электрической машине. Достаточно надёжный расчёт тангенциального поля магнитов также необходим для уточнённого вычисления реактивного электромагнитного момента машины по формуле [6]:

$$M = \frac{p l D}{2 \tau_0} \int_0^{2t} \dot{B}_n B_t dx,$$

где  $p$  - число пар полюсов;  $l$  - расчетная длина машины;  $D$  - диаметр ротора.

Из рис 4 видно, что кривая тангенциальной составляющей индукции в зоне стыка магнитов имеет форму сравнительно узкого импульса. Поэтому её вклад в значение реактивного момента сравнительно невелик. Основным источником реактивного момента является тангенциальное поле, вызван-

ное зубчатостью статорного сердечника. В режиме нагрузки тангенциальное магнитное поле в воздушном зазоре будет создаваться и якорной обмоткой.

**Радиальное магнитное поле в воздушном зазоре, вызванное эквивалентными магнитными шинами.** Формула (2) позволяет получить выражение для радиальной составляющей магнитной индукции в воздушном зазоре, вызванной эквивалентной магнитной шиной с током  $I = 2 H_{cB} h_M$  стыка соседних магнитов и бесконечным числом её зеркальных образов в стали ротора и статора. Это выражение применительно к точкам наблюдения на окружности расточки статора ( $y = b + d$ ) будет иметь вид:

$$B_y(x, y = b + d) = - \frac{\tau_0 I}{4 p a b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\dot{a}}{\ddot{a}} \cdot \left[ \int_0^{\dot{a}} (x + a) \ddot{e} \arctg \frac{\dot{e}}{\ddot{e}} \frac{2 b(x + a)}{(x + a)^2 + [2 b n + d(2 n - 1)][2 b(n - 1) + d(2 n - 1)]} \dot{u} \right. \\ \left. - (x - a) \ddot{e} \arctg \frac{\dot{e}}{\ddot{e}} \frac{2 b(x - a)}{(x - a)^2 + [2 b n + d(2 n - 1)][2 b(n - 1) + d(2 n - 1)]} \dot{u} \right. \\ \left. + [2 b n + d(2 n - 1)] \ln \sqrt{\frac{(x + a)^2 + [2 b n + d(2 n - 1)]^2}{(x - a)^2 + [2 b n + d(2 n - 1)]^2}} \right. \\ \left. - [2 b(n - 1) + d(2 n - 1)] \ln \sqrt{\frac{(x + a)^2 + [2 b(n - 1) + d(2 n - 1)]^2}{(x - a)^2 + [2 b(n - 1) + d(2 n - 1)]^2}} \right] \dot{y} \dot{b} \quad (14)$$

Две аналогичные шины с током противоположного знака, расположенные левее и правее исходной шины на расстоянии полюсного деления  $t$ , будут создавать свои радиальные магнитные поля, которые складываются с полем (14). Эти поля также можно рассчитать по (14), приняв вместо переменной  $x$  соответственно переменные  $(x + t)$  и  $(x - t)$ . Для учёта влияния полюсных зон соседних периодов на данный период можно к найденному полю добавить поля шин, соответствующих сдвигам на  $\pm t s$  ( $s = 2, 3, \dots$ ).

При зубчатости воздушного зазора его следует конформно отобразить вначале на верхнюю комплексную полуплоскость, а затем на бесконечную полосу в другой комплексной плоскости. В этой полосе эквивалентные шины с током будут иметь конфигурацию, отличную от прямоугольной, поэтому их целесообразно заменить совокупностью линейных токов [11], магнитные поля которых и их зеркальных образов в стали статора и ротора легко находятся.

Возможен и сравнительно простой приближенный способ учёта зубчатости статора. Для этого магнитное поле, вычисляемое по (14), уточняется

финитной функцией  $k(x)$ , выступающей множителем в этой формуле:

$$B_y(x) = k(x)B_y(x, y = b + d), \quad (15)$$

где

$$k(x) = \begin{cases} 1 - A + A \cos \frac{\pi(x - x_{lj})}{b_n} - 2 \rho \frac{\ddot{\phi}}{\phi} x_{lj} \sin \frac{\pi(x - x_{lj})}{b_n} + b_n \ddot{\phi}; \\ 1, & x_{lj} - 1 + b_n \leq x \leq x_{lj}; \end{cases} \quad (16)$$

$x_{lj} = x_{lj} - (s - 1)/2$ ;  $x_{lj}$  — координата левого края  $j$ -го паза;  $b_n = b_n s$ ;  $s > 1$  — коэффициент увеличения ширины эквивалентной зоны паза [10];  $A = B_{dmax} b$ ;  $B_{dmax}$  — максимальное значение магнитной индукции в зубце, граничащем с пазом; значения коэффициента  $b$  зависят от отношения  $d/b_n$  [10].

Функция (16) может учитывать и вращательное движение ротора, если в ней задать угловую координату ротора  $J = \omega t$ :

$$k(x, J) = k(x - J) = k(x - \omega t). \quad (17)$$

На рис. 7 показаны кривые магнитной индукции<sup>3</sup> (аналитические и численные) на окружности

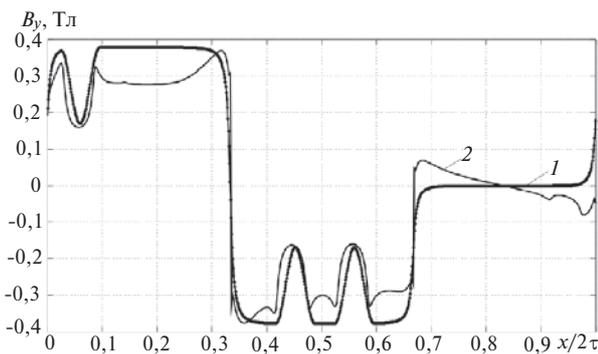


Рис. 7. Магнитная индукция на поверхности расточки статорного сердечника однофазного магнитоэлектрического вентильного двигателя: 1 — рассчитана по (14) — (16) с числом слагаемых в сумме (14), равным 10000; 2 — получена численным способом

расточки статора однофазного вентильного двигателя [4], у которого на одной трети пространственного периода отсутствует магнит с целью предстартовой пусковой фиксации положения ротора относительно статора с шестью зубцовыми катушками и с шестью узкими бескатушечными зубцами. Некоторое расхождение между ними можно объяснить неучетом магнитного насыщения в аналитическом методе.

**Выводы.** 1. Плоско-параллельное магнитное поле, создаваемое призматическим магнитом прямоугольного поперечного сечения, расположенным в воздушном зазоре на ярме ротора электрической машины, может моделироваться магнитным полем эквивалентных шин с встречными токами

$I = 2 H_{cB} h_M$  и их зеркальными образами в стали ротора и статора. Расстояние между осями шин равно ширине магнита, а высота шин совпадает с высотой магнита.

2. Толщина эквивалентных шин, являющаяся параметром материала магнитов, зависит от максимума тангенциальной составляющей индукции на поверхности магнита и определяется численным расчётом или из опыта.

3. При удалении ротора с постоянными магнитами из статора максимум тангенциальной составляющей индукции на поверхности магнитов будет наибольшим.

4. Рассматриваемая система токонесущих эквивалентных шин позволяет учесть и влияние зубчатости статора на магнитное поле в воздушном зазоре.

5. Предлагаемый метод определения тангенциального поля стыка разнополюсных магнитов может рассматриваться в качестве методики расчёта бокового рассеяния магнитов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. — М.: Энергия, 1969, 352 с.
2. Тамм И.Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989, 504 с.
3. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчёт электрических и магнитных полей/ Пер. с англ. — М.: Энергия, 1970, 376 с.
4. Афанасьев А.А., Белов В.В., Гарифуллин М.Ф. и др. Однофазные вентильные электродвигатели для системы охлаждения автомобильного мотора. — Электричество, 2010, № 6, с. 35—38.
5. Штафль М. Электродинамические задачи в электрических машинах и трансформаторах/ Пер. с чешского. — М.; Л.: Энергия, 1966, 200 с.
6. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. — М.: Высшая школа, 1989, 312 с.
7. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. — М.: Гос. изд-во техн.-теор. литер., 1957, 608 с.
8. Осин И.Л., Колесников В.П., Юферов Ф.М. Синхронные микродвигатели с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1976, 232 с.
9. Афанасьев А.А. Метод сопряжения конформных отображений в задачах электромеханики. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011, 390 с.
10. Шуйский В.П. Расчёт электрических машин/Пер. с немецкого. — М.: Энергия, 1968, 732 с.
11. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А. Универсальный метод расчёта электромагнитных процессов в электрических машинах/Под ред. А.В. Иванова-Смоленского. — М.: Энергоатомиздат, 1986, 216 с.

[14.10/12]

Автор: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Заведующий кафедрой управления и информатики в технических системах Чувашского государственного университета.

<sup>3</sup> Расчёт магнитной индукции по (14), (15) выполнен инж. Д.К. Матвеевым.