

# Параметры и области существования феррорезонанса 50 Гц трансформаторов напряжения 110–500 кВ

ЗИЛЕС Л.Д.

*Феррорезонансные явления в колебательном контуре  $rLC$  с нелинейной индуктивностью рассматриваются как чередование линейных переходных процессов при насыщенном и ненасыщенном состоянии магнитопровода. Совместное рассмотрение этих двух процессов приводит к простым формулам для оценки значений напряжений и токов феррорезонансных колебаний промышленной частоты, а также условий их существования, в том числе при отключениях электромагнитных трансформаторов напряжения. Результаты расчетов конкретных процессов хорошо согласуются с соответствующими данными, полученными другими авторами методом компьютерного моделирования. Хорошее совпадение результатов свидетельствует о возможности применения предлагаемых формул не только для оценок параметров феррорезонансных явлений, но и для определения эффективности различных мероприятий для подавления или предупреждения феррорезонанса. Рекомендуется применение трансформаторов напряжения с индуктивностью порядка 1000 Гн при насыщенном или ненасыщенном состоянии сердечника.*

*Ключевые слова: магнитопровод, колебательный контур, трансформаторы, переходный процесс, явление феррорезонанса*

Феррорезонансные явления представляют собой процессы в электрических цепях с нелинейными индуктивностями. Это могут быть разного рода неполнофазные режимы или влияние линии электропередачи одного напряжения на сеть другого, более низкого напряжения, отключения трансформаторов напряжения выключателями с емкостной шунтировкой контактов и т.д. Типичная картина феррорезонанса – искаженная форма напряжения на индуктивности, чаще всего трансформаторе напряжения, большие импульсные токи, быстро приводящие к термическому повреждению соответствующей обмотки.

Первые исследования феррорезонанса появились почти 100 лет назад, и с тех пор было принято много попыток расчета, физического моделирования или экспериментального исследования этого явления. Была выдвинута масса предложений по его подавлению или предотвращению, созданы соответствующие устройства, выпускались директивные материалы по этому поводу, разработаны даже специальные антирезонансные трансформаторы напряжения. Тем не менее публикации на эту тему не прекращаются (см. [1]). Устройства для подавления феррорезонанса оказались недостаточно эффективными, антирезонансные трансформаторы напряжения, как и обычные, подвержены феррорезонансу на рабочей частоте [2]. Таким образом, проблему феррорезонанса, во всяком случае трансформаторов напряжения, нельзя считать решенной.

Для решения любой технической задачи, в том числе феррорезонанса, совершенно необходимо

иметь ясное представление о процессе, его физической природе, основных влияющих на него факторах. Обычно формирование таких представлений происходит на каком-то этапе исследования. В случае феррорезонанса именно этот этап работы «выпал». Неизвестны, например, физические причины таких явлений, как переворот фазы, скачки режима, существование установившихся феррорезонансов разных частот. Даже сами формы кривых напряжений и токов при феррорезонансе не имеют внятного объяснения. Физическая картина феррорезонанса до сих пор остается неясной, и это делает невозможными какие-то простые инженерные оценки соответствующих токов и напряжений, не говоря уже о разработке и оценке эффективности мероприятий и устройств для предотвращения или прекращения феррорезонанса.

В [3] сделана попытка «инженерного» анализа установившегося феррорезонанса в простом контуре  $rLC$ . За основу взят известный метод расчета процессов в схемах с нелинейным элементом, называемый методом кусочно-линейной аппроксимации, по которому нелинейная характеристика аппроксимируется несколькими отрезками прямых. На каждом шаге рассчитываются токи и напряжения в линейных схемах и результаты «припасовываются» на границах линейных участков. Процесс в нелинейном контуре рассматривается как последовательность отдельных стадий, каждая из которых протекает в линейной схеме. При простых схемах и характеристиках нелинейного элемента можно иногда анализировать не только отдельные стадии, но и весь процесс в целом.

В [3] принималась простейшая «прямоугольная» аппроксимация кривой намагничивания нелинейной индуктивности, при которой индуктивность считается бесконечной при ненасыщенном состоянии сердечника и нулевой при его насыщении. Удалось не только объяснить известные эффекты и парадоксы феррорезонанса (опрокидывание фазы, существование феррорезонанса в широком диапазоне параметров контура, срыв феррорезонансных колебаний, субгармонические процессы и т.д.), но и получить простые формулы для оценки значений токов и напряжений при феррорезонансе. Однако принятая в [3] модель принципиально не годится для исследования более тонких свойств феррорезонанса, например причин и характера зон существования разных его видов. Для этого необходим учет реальных значений индуктивностей, определяющих протекание двух стадий процесса.

В статье рассматривается развитие «инженерного» подхода к исследованию феррорезонансных процессов в нелинейном контуре  $rLC$  на основе кусочно-линейной аппроксимации нелинейной характеристики индуктивного элемента. Аппроксимация всего двумя отрезками прямых позволяет понять физику происходящих явлений, оценить влияние различных факторов на феррорезонанс. Оказывается возможным даже определение токов и напряжений с точностью, вполне достаточной для практических применений.

Рассматривается колебательный контур с нелинейной индуктивностью  $L$  (рис. 1), вебер-амперная характеристика которой показана на рис. 2.

К этому контуру сводится схема замещения почти любой ситуации в высоковольтных электрических сетях с заземленной нейтралью, приводя-

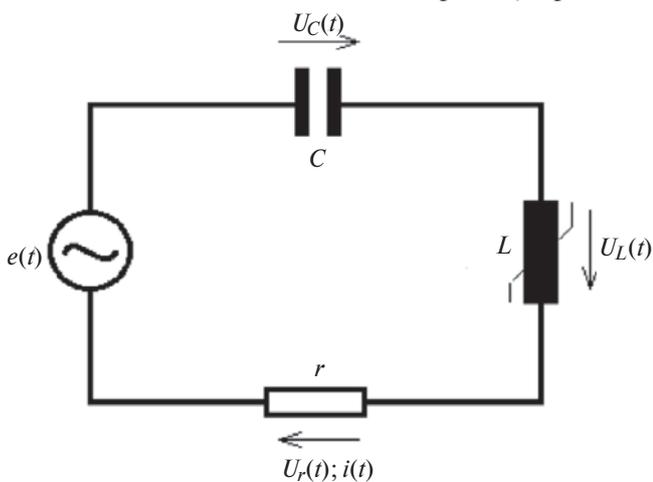


Рис. 1. Схема колебательного контура с нелинейной индуктивностью:  $e(t) = E_m \cos(\omega t + j)$  – синусоидальное напряжение источника питания;  $E_m$  – максимальное значение напряжения источника;  $C$  – конденсатор;  $r$  – омическое сопротивление, учитывающее активные потери, зависящие от тока;  $L$  – нелинейная индуктивность;  $\omega$  и  $j$  – рабочая частота ( $1/c$ ) и фаза напряжения источника ЭДС

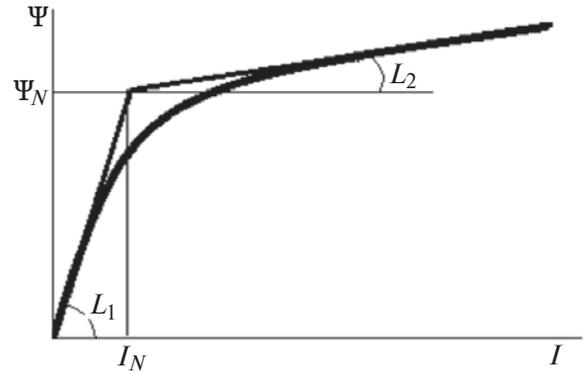


Рис. 2. Стилизованная характеристика намагничивания индуктивности и ее аппроксимация:  $\Psi_N$  и  $I_N$  – потокосцепление обмотки и ток, соответствующие изменению магнитного состояния магнитопровода;  $L_1$  и  $L_2$  – значения индуктивности, соответствующие ненасыщенному и насыщенному состоянию магнитопровода

щей к возникновению нелинейных процессов. Практически во всех опубликованных по этому поводу работах собственно объектом исследований является именно контур рис. 1.

Параметры контура зависят от конкретной схемы. Например, при исследованиях феррорезонансных явлений с трансформаторами напряжения рис. 1 является результатом эквивалентного преобразования исходной схемы замещения, причем ЭДС в этом случае зависит от сочетаний емкостей выключателя и остального оборудования:

$$C = C_B + C_{Ш}; \quad E_m = U_{\max} C_B / C,$$

где  $C_B$  – суммарная емкость, шунтирующая контакты выключателя;  $C_{Ш}$  – емкость отключаемого оборудования вместе с ошиновкой относительно земли;  $U_{\max}$  – напряжение сети (максимальное значение).

**Общее описание явлений в контуре** (рис. 1). Как известно, в нелинейном контуре могут существовать разные режимы, один из которых протекает без насыщения магнитопровода и является нормальным рабочим режимом соответствующего электрооборудования. Этот режим хорошо известен, легко рассчитывается.

В статье рассматривается случай, когда в контуре время от времени происходит насыщение магнитопровода. Режимы насыщения могут появляться периодически, но каждое насыщение или выход из него представляет собой изменение индуктивности контура и, как всякое изменение параметров схемы, вызывает соответствующий переходный процесс. Он протекает в линейной схеме с индуктивностью  $L_1$  или  $L_2$  в соответствии с состоянием магнитопровода и только до момента следующего достижения порога кривой намагничивания ( $I_N$ ;  $\Psi_N$ ). В этот момент значение индуктивности меняется и начинается следующий переходный процесс. Начальные условия каждого процесса определяют-

ся окончанием предыдущего, причем изменения индуктивности принимаются происходящими мгновенно в соответствии с аппроксимацией кривой намагничивания, показанной на рис. 2, а упомянутое «припасовывание» заключается в сохранении неизменными при этом напряжения на емкости и тока контура. Таким образом, в нелинейном контуре происходит чередование отдельных стадий, каждая из которых является переходным процессом в линейном контуре, но с разными значениями индуктивности.

В статье рассматриваются только периодические режимы контура, причем, как правило, с частотой 50 Гц. Это означает периодическое повторение одних и тех же стадий.

Для описания этих стадий считаем контур индуктивным при ненасыщенном состоянии магнитопровода и емкостным — при насыщенном. Это означает, что емкостное сопротивление на рабочей частоте находится между соответствующими индуктивными сопротивлениями:

$$\omega L_1 > \frac{1}{\omega C} > \omega L_2.$$

Как показано далее, это соотношение является одним из условий возможности существования феррорезонанса в контуре.

В течение первой стадии при ненасыщенном состоянии магнитопровода индуктивного элемента значение индуктивности велико, собственная частота схемы мала по сравнению с рабочей. Токи и напряжения в контуре являются суммой составляющих рабочей и низкой собственной частоты. Составляющая рабочей частоты напряжения на конденсаторе мала, так как емкостное сопротивление в контуре меньше индуктивного, поэтому напряжение на конденсаторе меняется медленно и во многих случаях может рассматриваться как постоянное. Ток остается относительно небольшим, медленно изменяется от одного порога намагничивания до другого.

Соответственно изменяется потокоцепление — от порогового значения  $Y_N$  до ( $-Y_N$ ) или наоборот. Существенным на этой стадии процесса является именно изменение потокоцепления обмотки, что дает основание назвать эту стадию стадией перемагничивания. Магнитный поток и потокоцепление могут при этом достигнуть порога насыщения. Если насыщения не произойдет, то после затухания свободной составляющей в контуре установится нормальный рабочий режим с синусоидальными током и напряжениями. В противном случае при достижении порогового значения происходит резкое уменьшение индуктивности и начи-

нается вторая стадия процесса. Она представляет собой переходный процесс в контуре с относительно высокой собственной частотой. Напряжение на конденсаторе начинает колебаться с этой частотой от начального значения до установившегося напряжения рабочей частоты. В контуре появляется ток, вызванный, в основном, разрядом конденсатора через малую индуктивность. Этот ток продолжается в течение примерно одного полупериода собственной частоты до тех пор, пока он, уменьшаясь, снова не достигнет порога  $I_N$ . Ток имеет вид импульса, они видны на всех осциллограммах феррорезонансных процессов. После окончания импульса и снижения тока до порогового значения сердечник выходит из состояния насыщения, индуктивность снова резко увеличивается и колебание напряжения на конденсаторе прекращается. Во второй стадии конденсатор «перезарядается», что дает основание назвать эту стадию стадией перезарядки.

Периодический феррорезонансный процесс представляет собой бесконечную последовательность этих двух чередующихся стадий. Каждый полупериод колебаний состоит из одной стадии перезарядки и одной стадии перемагничивания.

Существование стадий было отмечено экспериментально и описано в литературе, но не использовалось для какого-либо исследования феррорезонанса.

В [3] отмечалось, что периодический феррорезонанс обладает определенной устойчивостью по отношению к изменениям параметров схемы, например активных потерь. При увеличении затухания начало перезарядки «сдвигается» относительно синусоиды рабочей частоты так, что амплитуда свободной составляющей увеличивается, компенсируя увеличение активных потерь. Однако эта возможность компенсации имеет границы. Если перезарядка происходит вблизи максимума вынужденного напряжения, то дальнейшее увеличение активного сопротивления не может быть скомпенсировано и процесс не может существовать: в схеме устанавливается другой режим. Это явление известно как «срыв феррорезонанса».

Такой подход к феррорезонансным явлениям позволяет получить очень простые количественные оценки режима, например токов и напряжений. Ток перезарядки определяется разрядом конденсатора в простом контуре с линейной индуктивностью, соответствующей «насыщенному» состоянию магнитопровода. Для амплитуды этого тока существует известная формула:

$$I_m \gg U_0 b_2 C,$$

где  $U_0$  – значение напряжения на емкости конденсатора в момент начала переходного процесса, В;  $C$  – значение емкости, Ф;  $b_2 = 1/\sqrt{L_2 C}$  – собственная частота контура при насыщенной индуктивности, 1/с.

Напряжение на емкости в момент начала перезарядки равно напряжению на ней в конце стадии перемагничивания. Как отмечено, это напряжение в течение стадии перемагничивания меняется с низкой собственной частотой, что дает основание принять его практически постоянным. Значение напряжения может быть оценено из следующих соображений. За время стадии перемагничивания потокосцепление обмотки изменяется от одного порога кривой намагничивания до другого, т.е. на  $2Y_N$ . Потокосцепление является интегралом, т.е. площадью под кривой напряжения. Разумеется, имеется в виду интеграл напряжения на индуктивности, но мы рассматриваем вместо него интеграл напряжения на емкости.

Основаниями для такой замены являются малое падение напряжения на активном сопротивлении (рис. 1) при токах, не превышающих пороговое значение  $I_N$ , а также малое значение ЭДС по сравнению с напряжениями на емкости и индуктивности при установившемся феррорезонансе. При постоянном напряжении на емкости в процессе перемагничивания имеем:

$$2Y_N \gg U_0 T_1,$$

где  $T_1$  – длительность стадии перемагничивания.

Поскольку стадии перемагничивания и перезарядки вместе составляют полпериода установившегося феррорезонанса (0,01 с при феррорезонансе 50 Гц), а стадия перезарядки длится полпериода собственной частоты  $b_2$ , получаем оценку напряжения на емкости:

$$U_0 \gg 2Y_N / (0,01 - T) \quad (1)$$

и максимального значения тока:

$$I_m \gg 2Y_N C / (0,01 - T) / \sqrt{L_2 C} \quad (2)$$

при установившемся феррорезонансе 50 Гц. Здесь  $T = \rho\sqrt{L_2 C}$  – время полупериода собственной частоты контура при насыщенной индуктивности  $L_2$ .

Для проверки адекватности предлагаемой модели феррорезонанса как последовательности чередующихся стадий перемагничивания и перезарядки были проведены расчеты периодических феррорезонансных процессов в конкретной схеме, результаты которой и сравнивались с результатами, полученными для этой схемы другими способами.

Обе стадии являются переходными процессами в линейных колебательных контурах. Они описываются формулами для напряжения и тока, полученными решениями соответствующих линейных дифференциальных уравнений контура и приведенными в Приложении 1.

На основе этих формул и известного метода приспособывания составлена простая программа для Excel, в которой рассчитываются переходные процессы при поочередно меняющихся индуктивностях. Добавление к этому условия периодичности позволяет получить форму и параметры установившегося феррорезонансного процесса рабочей или другой частоты.

В качестве примера был рассчитан феррорезонанс 50 Гц в схеме рис. 1 при  $U_m = 204000$  В;  $Y_N = 2340$  Вж;  $I_N = 0,07$  А;  $C = 2,200$  нФ;  $r = 25000$  Ом;  $L_1 = 35000$  Гн;  $L_2 = 200$  Гн. Указанные параметры соответствуют случаю феррорезонанса трансформатора напряжения НКФ – 500 кВ, результаты расчета которого приведены в [2]. Величины индуктивностей и  $Y_N$  получены спрямлением приведенной там же характеристики намагничивания.

На рис. 3 и 4 показан один полупериод установившихся феррорезонансных колебаний, начинающийся со стадии перемагничивания (медленное изменение тока от одного порогового значения до другого). В момент  $t = 0,0079$  с эта стадия закончена и начинается перезарядка конденсатора.

По оценочным расчетам по (1) и (2)  $U_0 \gg 600$  кВ,  $I_m \gg 2$  А. Сравнение результатов показывает прекрасное совпадение кривых напряжений и токов по рис. 3 и 4 с полученными в [2] точными расчетами по специально разработанным программам.

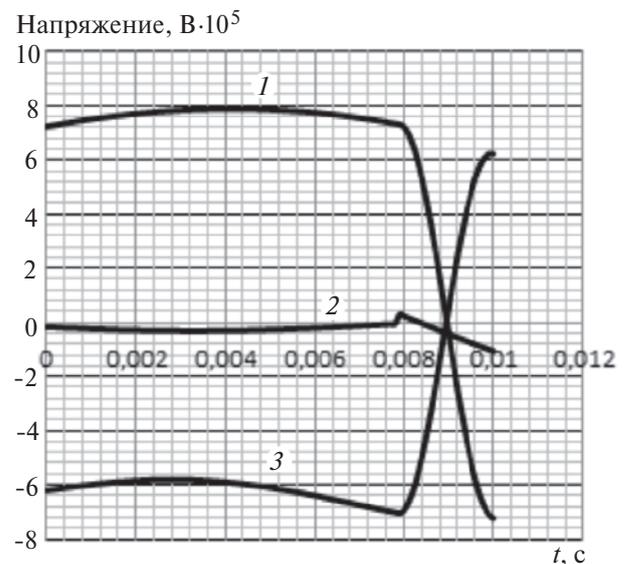


Рис. 3. Напряжение на конденсаторе (1), на индуктивности (2) а также вынужденное напряжение на конденсаторе (3) во время перемагничивания и перезарядки

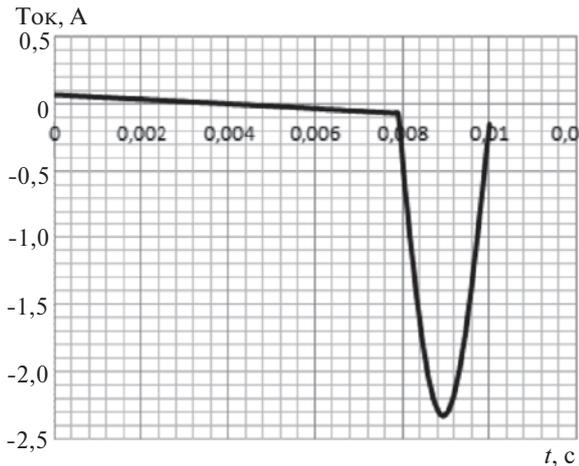


Рис. 4. Расчетный ток контура

**Зоны существования феррорезонанса 50 Гц в контуре рис. 1.** Феррорезонанс в простом контуре с нелинейной индуктивностью может существовать только в определенной области значений емкостей  $C$ .

О причинах существования этих областей речь в опубликованных материалах идет редко. Существует, например, точка зрения, в соответствии с которой при насыщении магнитопровода наступает резонанс между емкостью и индуктивностью схемы рис. 1 [4]. В соответствии с этим опасными считаются емкости, находящиеся в уже упомянутом интервале между

$$1/\omega^2 L_1 \text{ и } 1/\omega^2 L_2,$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности при ненасыщенном и насыщенном сердечнике соответственно.

Хотя обоснование [4] не может быть принято, ни о каком линейном резонансе речь не идет, сами эти соотношения имеют ясный физический смысл и легко объясняются с точки зрения предлагаемой модели феррорезонанса.

Действительно, одна стадия перезарядки и одна стадия перемагничивания образуют один полупериод нелинейных колебаний, их суммарная длительность равна 0,01 с, если речь идет о феррорезонансе 50 Гц. Длительность стадии перезарядки практически равна полупериоду собственной частоты контура с «насыщенной» индуктивностью  $L_2$ . Из этого сразу следует, что феррорезонанс 50 Гц не может существовать, если эта частота близка к рабочей. Тогда перезарядка длится 0,01 с и на перемагничивание просто не остается времени. Это соображение может служить обоснованием одного из указанных соотношений, а именно  $C < 1/\omega^2 L_2$  как условия потенциальной опасности возникновения феррорезонанса в колебательном контуре с нелинейной индуктивностью.

Другая граница зоны возможности феррорезонанса 50 Гц в контуре рис. 1 связана с собственной частотой контура в режиме перемагничивания. Если эта частота близка к рабочей, нельзя более считать напряжение на емкости постоянным в течение стадии перемагничивания. При  $C < 1/\omega^2 L_1$  собственная частота становится больше рабочей. Из-за малого значения емкости процесс перезарядки можно считать практически мгновенным, поэтому длительность стадии перемагничивания в этой области близка к 0,01 с. Напряжения на емкости и индуктивности имеют частоту выше 50 Гц и перейдут через нулевое значение за меньшее время. Это означает прекращение процесса перемагничивания, так как площадь под кривой напряжения более не увеличивается. Достигается при этом порог намагничивания или нет, во всяком случае прекращение этой стадии до окончания полупериода рабочей частоты, означает невозможность существования феррорезонанса 50 Гц.

Существует еще одно ограничение зоны параметров контура, допускающих феррорезонанс. Именно он невозможен при слишком малых ЭДС. Это понятно, так как напряжение на емкости при перезарядке колеблется вокруг синусоиды вынужденного напряжения на нем. Именно перезарядка в «благоприятный» момент позволяет компенсировать активные потери в контуре и обеспечить устойчивость феррорезонанса. Если амплитуда ЭДС слишком мала, то напряжение на емкости не сможет восстановиться и периодический режим в контуре становится невозможным.

Минимальное значение ЭДС зависит от параметров контура и может быть оценено в рамках предлагаемой модели феррорезонанса:

$$E_m = \frac{2Y_N}{\frac{X_c}{Z_2} (0,01 - T) \cos \frac{\omega T}{2}} \frac{1 - e^{-dT} \cos b_1((0,01 - T))}{1 + e^{-dT}}. \quad (3)$$

Здесь  $Y_N$  — потокосцепление обмотки, соответствующее порогу насыщения, Вх;  $d = r/(2L_2)$  — декремент затухания переходного процесса перезарядки, 1/с;  $T = \rho\sqrt{L_2 C}$  — время полупериода собственной частоты контура при насыщенной индуктивности  $L_2$ , с;  $b_1 = 1/\sqrt{(L_1 C)}$  — собственная частота контура при ненасыщенной индуктивности, 1/с;  $U_m$  — напряжение сети (максимальное значение), В;  $X_c = 1/\omega C$ ;  $Z_2 = \sqrt{(X_c - \omega L_2)^2 + r^2}$ ; (остальные обозначения соответствуют рис. 1 и 2).

Подробное описание исходных положений и логики вывода этой формулы см. Приложение 2.

Разумеется, приведенные здесь соображения не претендуют на абсолютную точность. Их цель — показать физические причины существования границ феррорезонанса. Вполне возможно, что диапазоны «опасных» емкостей окажутся уже описанных, но понимание этих причин поможет сэкономить силы и время при исследовании конкретных случаев феррорезонанса в нелинейном контуре рис. 1.

Что касается феррорезонанса трансформаторов напряжения, то этому вопросу посвящено много публикаций, например [5], в том числе директивных [6]. Во всех случаях сочетания величин  $C_B$  (емкостей, шунтирующих контакты выключателей) и  $C$  (суммы  $C_B$  и емкостей оборудования относительно земли  $C_{Ш}$ ) представлены в виде областей в координатах ( $C$ ;  $C_B$ ). Эти области имеют U-образную форму. Сочетания емкостей  $C$  и  $C_B$ , находящиеся внутри области, считаются опасными с точки зрения возможности возникновения феррорезонанса. Зоны, как правило, строятся на основании расчетов процессов в схеме при отключениях выключателя в момент максимума напряжения. Расчетная схема соответствует рис. 1, иногда с дополнительными активными сопротивлениями, моделирующими различные потери энергии (потери в стали, в изоляции и т.д.). Момент отключения выключателя определяет начальные условия в схеме.

Из всех опубликованных зон ясно, например, что феррорезонанс не может существовать при очень малых емкостях  $C$  (менее 1 нФ для НКФ-220), а также при очень малых  $C_B/C$ . В наиболее интересной области реальных емкостей граница зоны является некоторой возрастающей кривой.

На основе изложенных представлений о феррорезонансе рабочей частоты как о чередовании стадий перемагничивания и перезарядки оказывается возможным не только объяснить наличие и характер зон его существования в зависимости от указанных емкостей, но и получить соответствующие количественные оценки.

Итак, с увеличением емкости полупериод собственной частоты стадии перезарядки увеличивается и соответственно уменьшается длительность другой стадии, именно, стадии перемагничивания. Во время этой стадии происходит изменение потокосцепления на значение  $2Y_N$  от одного порога намагничивания до противоположного, что означает определенную площадь под кривой напряжения на индуктивности. При уменьшении длительности этой стадии напряжение должно быть выше. Таким образом, при увеличении емкости  $C$  периодический феррорезонанс может существовать только при соответственно больших напряжениях на ин-

дуктивности и конденсаторе. Для компенсации активных потерь и восстановления напряжения в процессе перезарядки необходимо иметь большее напряжение источника ЭДС, т.е. отношение  $C_B/C$ .

Для случая трансформатора напряжения применимо соотношение (3), но, учитывая известную зависимость ЭДС контура от состава емкости  $C$ , а именно, соотношения емкостей выключателя и общей емкости схемы замещения  $C_B/C$ :

$$E_m = U_m C_B / C,$$

где  $C = C_B + C_{Ш}$ ;  $U_m$  — амплитуда напряжения сети, оказывается возможным получить следующую формулу для границы зоны феррорезонанса на частоте 50 Гц:

$$C_B = \frac{2Y_C}{U_m \frac{X_c}{Z_2} (0,01 - T) \cos \frac{\omega T}{2}} \frac{1 - e^{-dT} \cos b_1(0,01 - T)}{1 + e^{-dT}}. \quad (4)$$

По этой формуле была рассчитана зона возможного феррорезонанса для трансформатора напряжения НКФ-220. Параметры трансформатора ( $L_1 \gg 10000$  Гн,  $L_2 \gg 80$  Гн) получены кусочно-линейной аппроксимацией его характеристики намагничивания, приведенной в [5]. Результаты расчетов показаны на рис. 5 вместе с зоной феррорезонанса 50 Гц, полученной в [5].

Формула (4) получена на основе весьма грубых предположений о характере процессов при перемагничивании и перезарядке и является поэтому лишь оценочной. Тем не менее сопоставление этих зон показывает их вполне удовлетворительное совпадение. Создается впечатление, что (4) более или менее точно моделирует «истинную» зону существования феррорезонанса из [5]. Впечатление это, однако, обманчиво. Наоборот, формула получена

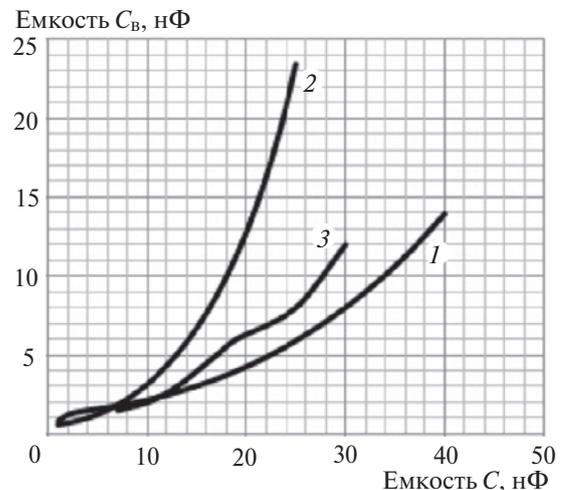


Рис. 5. Расчетные границы зон существования феррорезонанса 50 Гц: 1 — с трансформатором напряжения НКФ-220; 2 — с НКФ-500; 3 — зона, полученная в [5]

для общего случая периодического феррорезонансного процесса в схеме и отражает, пусть весьма приближенно, всю совокупность этих процессов независимо от способа их возбуждения, начальных условий и т.д. Зона в [5] получена расчетами при определенных коммутациях и отражает поэтому только часть полной зоны существования феррорезонанса. Это подтверждается проведенными расчетами, показавшими существование периодического феррорезонанса рабочей частоты для контура с параметрами, лежащими вне зоны [5], а именно, при  $C = 30 \text{ нФ}$ ,  $C_B = 7 \text{ нФ}$ .

Возвращаясь снова к формуле (4) для границы зоны существования феррорезонанса трансформаторов напряжения, отметим, что она может применяться только для  $C_B \ll C$ , поскольку емкость выключателя является частью общей емкости контура рис. 1. Поскольку амплитудное значение ЭДС контура  $E_m = U_m C_B / C$ , случай  $C_B = C$  соответствует максимально возможному значению ЭДС контура, равному напряжению питающей сети.

Для общего случая  $C_B \ll C$  формула (4) имеет вид:

$$U_m \frac{X_c}{Z_r} (0,01 - T) \cos \frac{\omega T}{2} \frac{1 - e^{-dT} \cos b_1(0,01 - T)}{1 + e^{-dT}} \ll 1.$$

Последнее соотношение является условием возможности существования феррорезонанса 50 Гц трансформаторов напряжения.

Условия (4) и (5) можно использовать для оценки эффективности известных предложений по предотвращению феррорезонанса 50 Гц с трансформаторами напряжения.

Предлагалось, например, *снижение номинальной индукции в магнитопроводе* для увеличения порога насыщения  $Y_N$  и затруднение тем самым его достижения при возникновении феррорезонансной ситуации. Из (4) и (5) видно, что граница зоны возможного феррорезонанса при этом действительно «поднимается» пропорционально увеличению порога насыщения. Это значит, что относительно небольшое (на 10–20%) снижение индукции практически ничего не даст. Для полной ликвидации зоны феррорезонанса индукция должна быть снижена в несколько раз. С другой стороны, снижение номинальной индукции связано с ухудшением технико-экономических параметров оборудования (увеличение размеров сердечника, веса, стоимости) и поэтому вряд ли может рассматриваться как оптимальное техническое решение.

Гораздо перспективнее вариант *увеличения индуктивности  $L_2$  в насыщенном режиме* до значений, обеспечивающих близкие к резонансным условия

на рабочей частоте с емкостью контура. Феррорезонанс рабочей частоты при этом не может существовать, так как длительность перезарядки оказывается близким к полупериоду рабочей частоты и для стадии перемагничивания не остается времени. Точная настройка в резонанс не требуется, феррорезонанс предотвращается в широком диапазоне значений индуктивности  $L_2$ . Простые расчеты собственной частоты контура показывают, что для емкостей примерно 10 нФ нужна индуктивность порядка 1000–2000 Гн. При наличии такой индуктивности в контуре скорее всего установится феррорезонанс на частоте 16,7 Гц, при котором напряжения и токи также могут оцениваться по формулам (1)–(5) при подстановке в них значения длительности полупериода 0,03 с вместо 0,01 с. Ясно, что при этом значения уменьшатся в 2–3 раза по сравнению с режимом 50 Гц, как это и отмечается во всех публикациях по этому вопросу. Физическая подоплека этого уменьшения состоит в том, что для изменения потокосцепления обмотки за большее время требуется меньшее напряжение и соответственно меньший ток при перезарядке.

Столь же эффективным представляется *уменьшение индуктивности  $L_1$  в ненасыщенном режиме* до значений, обеспечивающих близкие к резонансным условия на рабочей частоте с емкостью контура. Феррорезонанс рабочей частоты при этом не может существовать, так как перемагничивание магнитопровода происходит «слишком быстро» (если вообще происходит).

**Приложение 1.** Напряжение на емкости и ток в простом контуре  $rLC$ :

$$U_c(t) = E_m \frac{X_c}{Z} \sin(\omega t + j - g) e^{-dt} \cdot \left[ \frac{U_0}{b} \sin(bt + J) + \frac{I_0}{bC} - E_m \frac{X_c}{Z} \frac{w}{b} \cos(j - g) \sin(bt - J) \right]$$

$$I(t) = \frac{E_m}{Z} \cos(\omega t + j - g) e^{-dt} \frac{b_0}{b} \cdot \left[ \frac{U_0}{b_0 C} - \frac{E_m}{Z} \frac{b_0}{w} \sin(j - g) \sin(bt - J) + \frac{I_0}{Z} \cos(j - g) \sin(bt - J) \right]$$

Здесь  $e(t) = E_m \cos(\omega t + j)$ ;  $b_0^2 = \frac{1}{LC}$ ;  $d = \frac{r}{2L}$ ;

$$b^2 = b_0^2 - d^2; \quad \tan g = \frac{wL - \frac{1}{wC}}{r}; \quad \tan J = \frac{b}{d}$$

$$Z = \sqrt{\frac{1}{C} wL - \frac{1}{wC} + r^2}; \quad X_c = \frac{1}{wC}; \quad U_0 \text{ и } I_0 - \text{напряже-}$$

ние на емкости и ток в момент  $t=0$ ;  $E_m$ ,  $j$ ,  $\omega$  – амплитуда, начальная фаза и круговая частота источника ЭДС.

**Приложение 2.** Для оценки границы существования феррорезонанса 50 Гц принимаем, что стадия перемагничивания начинается при напряжении на емкости  $U_0 \neq 0$ . Это напряжение меняется с низкой частотой  $b_1$ , соответствующей ненасыщенной индуктивности  $L_1$ . В первом приближении считаем, что напряжение меняется косинусоидально и к концу стадии перемагничивания будет равно:

$$U_0 \cos(b_1(0,01- T)),$$

где  $T = \rho \sqrt{L_2 C}$  – время полупериода собственной частоты контура при насыщенной индуктивности  $L_2$ ;  $0,01- T$  – длительность стадии перемагничивания феррорезонансного процесса рабочей частоты (50 Гц);  $b_1 = 1/\sqrt{L_1 C}$  – собственная частота контура при ненасыщенной индуктивности.

После перемагничивания начинается стадия перезарядки. Она представляет собой переходный процесс в контуре с насыщенной индуктивностью и начальным напряжением на емкости  $U_0 \cos(b_1(0,01- T))$ . Особенностью процесса является его прекращение примерно через полпериода собственной частоты из-за выхода сердечника из состояния насыщения. Значение напряжения  $U_1$  в результате перезарядки определяется амплитудой свободной составляющей, которая, в свою очередь, зависит от разности начального напряжения и мгновенного значения вынужденного напряжения рабочей частоты на емкости с амплитудой  $E_m \frac{X_c}{Z_2}$ ,

где  $Z_2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{C} L_2^2 - \frac{1}{\omega C} \frac{\partial^2}{\partial} + r^2}$ ,  $X_c = 1/\omega C$ .

Как указывалось в [3], периодический феррорезонанс обладает определенным запасом устойчивости, который исчерпывается, если перезарядка происходит вблизи амплитуды вынужденного напряжения на емкости. Поэтому для границы зоны феррорезонанса логично принять, что перезарядка начинается и заканчивается в моменты, расположенные симметрично относительно отрицательного (при положительном  $U_0$ ) максимума вынужденного напряжения, т.е. при

$$U_- = - E_m \frac{X_c}{Z_2} \cos(\omega(T/2))$$

$$\text{и } U_+ = - E_m \frac{X_c}{Z_2} \cos(\omega(T/2))$$

соответственно.

Затухание свободной составляющей переходного процесса описывается величиной  $e^{-dT}$ , где  $d = r/(2L_2)$  – декремент затухания.

Значение свободной составляющей напряжения на емкости

$$U_0 \cos(b_1(0,01- T)) + E_m \frac{X_c}{Z_2} \cos(\omega(T/2)).$$

В течение полупериода собственной частоты  $T = \rho \sqrt{L_2 C}$  свободная составляющая затухает как  $e^{-dT}$  и в конце процесса перезарядки суммируется с соответственно изменившимся к этому времени мгновенным значением

$$- E_m \frac{X_c}{Z_2} \cos(\omega(T/2)).$$

Полученное значение  $U_1$  должно быть равно  $-U_0$ , что обеспечивает повторяемость стадий в дальнейшем, т.е. периодичность процесса:

$$-U_0 = - E_m \frac{X_c}{Z_2} \cos(\omega(T/2)) - e^{-dT} \cdot \frac{d}{dt} U_0 \cos(b_1(0,01- T)) + E_m \frac{X_c}{Z_2} \cos(\omega(T/2)) \frac{d}{dt}$$

Для напряжения на емкости на стадии намагничивания  $U_0$  используется оценка (1), тогда для минимальной амплитуды ЭДС, обеспечивающей возможность феррорезонанса 50 Гц в контуре рис. 1, получаем:

$$E_m = \frac{2Y}{\frac{X_c}{Z_2} (0,01- T) \cos(\omega(T/2)) + \frac{1- e^{-dT} \cos(b_1(0,01- T))}{1+ e^{-dT}}}$$

**Выводы.** 1. Предлагаемый подход позволяет понять физические причины происходящего при феррорезонансе. Это понимание вместе с полученными оценочными формулами позволяет оценивать эффективность различных предложений и устройств для подавления или предупреждения феррорезонанса, в том числе трансформаторов напряжения. Например, снижение номинальной индукции в магнитопроводе «сдвигает» зону существования феррорезонанса трансформаторов напряжения пропорционально увеличению порога насыщения магнитопровода, однако приводит к ухудшению технико-экономических показателей оборудования.

2. Рекомендуется применять трансформаторы напряжения, имеющие одну из индуктивностей (при насыщенном или ненасыщенном состоянии

сердечника) порядка 1000 Гн. При этом становится невозможным феррорезонанс 50 Гц, если емкость отключаемого участка распредустройства вместе с емкостью, шунтирующей контакты выключателя имеет порядок 10 нФ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bräunlich R., Däumling H., Hofstetter M., Prucker U., Schmid J., Schlierf H.-W., Minkner R. Ferroresonanzschwingungen in Hoch- und Mittelspannungsnetzen. – Bulletin SEV/AES, 1/2009, S. 23–29.
2. Дементьев Ю.А., Горюшин Ю.А., Дарьян Л.А., Архипов И.Л., Акопян А.Г., Берлин Б.Е., Агафонов Г.Е., Кадомская К.П., Лаптев О.И., Гайворонский А.С. Экспериментальные и теоретические исследования условий возникновения феррорезонанса в сети 500 кВ с трансформаторами напряжения типов НКФ и НАМИ. – ЭЛЕКТРО, 2007, № 4, с. 10–14.

3. Зилес Л.Д. О природе феррорезонанса в электрических цепях. – Электричество, 2012, № 1, с. 59–62.

4. Халилов Ф.Х., Евдокунин Г.А., Поляков В.С., Подпоркин Г.В., Таджибаев А.И. Защита сетей 6–35 кВ от перенапряжений. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2002, с.

5. Алексеев В.Г., Евдокимов С.А. Условия феррорезонанса с трансформаторами напряжения в сети 220 кВ. – Электрические станции, 1994, № 10, с. 54–57.

6. МУ 34-70-163-87. Методические указания по предотвращению феррорезонанса в распределительных устройствах 110–500 кВ с электромагнитными трансформаторами напряжения и выключателями, содержащими емкостные делители напряжения. Утверждены Минэнерго СССР 09.02.87 г., 15 с.

[17.02.14]

*Автор: Зилес Лев Дмитриевич окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1967 г. Кандидатскую диссертацию защитил в 1978 г. во Всесоюзном научно-исследовательском институте энергетики. В настоящее время пенсионер, живет в Германии.*

## Parameters and Existence Regions of 50 Hz Ferroresonance in Circuits Containing Nonlinear Inductance

L.D. ZILES

*Ferroresonance phenomena occurring in an oscillatory RLC circuit containing nonlinear inductance are considered as alternation of linear transients with the magnetic core switched from saturated to nonsaturated state. Combined consideration of these processes makes it possible to obtain simple formulas for estimating the voltages and currents characterizing the ferroresonance oscillations at power frequency and conditions for their existence, including the configurations with disconnected electromagnetic voltage transformers. The results from calculations of particular processes are in good agreement with similar data obtained by other researchers using the computer simulation method. The good agreement between these results means that the proposed formulas can be used not only for evaluating the parameters of ferroresonance phenomena, but also for estimating the effect from various measures aimed at suppressing or preventing the occurrence of ferroresonance. It is recommended to use voltage transformers with inductance of around 1000 H with the magnetic core being in saturated or nonsaturated state.*

*Key words: magnetic core, oscillatory circuit, transformers, transient, ferroresonance phenomenon*

## REFERENCES

1. Bräunlich R., Däumling H., Hofstetter M., Prucker U., Schmid J., Schlierf H.-W., Minkner R. Ferroresonanzschwingungen in Hoch- und Mittelspannungsnetzen. – Bulletin SEV/AES, 1/2009, S. 23–29.
2. Dement'yev Yu. A., Goryushin Yu.A., Dar'yan L.A., Arkhipov I.L., Akopyan A.G., Berlin B.Ye., Agofonov G.E., Kadomskaya K.P., Laptev O.I., Gaivoronskii A.S. *ELEKTRO (Electro)*, 2007, № 4, pp. 10–14.
3. Ziles L.D. *Elektrichestvo (Electricity)*, 2012, № 1, pp. 59–62.
4. Khalilov F.Kh., Yevdokunin G.A., Polyakov V.S., Podporkin G.V., Tadzhibayev A.I. *Zashchita setei 6–35 kV ot perenapryazhenii (Excess-Voltage Protection of the Networks 6–35 kV)*. St. Petersburg: Publ. St. Pb. State University, 2002, 260 p.

5. Alekseyev V.G., Evdokimov S.A. *Elektricheskiye stantsii (Power Stations)*, 1994, № 10, pp. 54–57.

6. МУ 34-70-163-87. *Metodicheskiye ukazaniya po predotvrashcheniyu ferroresonansa v raspredelitel'nykh ustroystvakh 110–500 kV s elektromagnitnymi transformatorami i vyklyuchatelyami, soderzhashchimi emkostnye deliteli napryazheniya. Uverzhdeny Minenergo SSSR 09.02.87. 15 s.* (Methodical Guidelines on Preventing the Occurrence of Ferroresonance Phenomena in 110–500 kV Switchgears Equipped with Electromagnetic Voltage Transformers and Circuit Breakers Containing Capacitive Voltage Dividers. Approved by the Main Scientific-Technical Board of the Soviet Union's Ministry of Energy on February 2, 1987. 15 p.).

*Автор: Зилес Лев Дмитриевич graduated from Moscow Power Institute in 1967. In 1978 he received the degree of Cand. Tech. Sci. from the All-Union Scientific Research Institute of Energy. He is pensioner, he lives in Germany.*

