

Математическое моделирование индукторной машины с учётом насыщения магнитной цепи

БАЛЬ В.Б., ТАН ТХУН АУНГ

Представлена математическая модель индукторной машины, позволяющая учитывать насыщение магнитной цепи, не прибегая к ее текущим расчетам. Для моделирования используются традиционные уравнения электрического равновесия фаз и уравнения магнитной цепи машины. Момент индукторной машины рассчитывается на основе уравнения, учитывающего насыщение магнитной цепи. Предлагаемая методика моделирования позволяет учитывать насыщение зубцово-вой зоны индукторной машины.

Ключевые слова: индукторная машина, математическая модель, магнитная цепь, насыщение, момент

Электромагнитные процессы в обобщенной электрической машине описываются системой дифференциальных уравнений электрического равновесия фаз [1], которая для m -фазной машины имеет вид:

$$U_1 = I_1 R_1 + \frac{dy_1}{dt}; U_m = I_m R_m + \frac{dy_m}{dt}, \quad (1)$$

где $U_1, U_m; I_1, I_m; R_1, R_m$ – напряжения, токи и активные сопротивления фаз; y_1, y_m – потокосцепления фаз. В (1) напряжения $U = U(t)$ есть функции времени, токи $I = I(y, t)$ – функции потокосцеплений фаз y и времени t , потокосцепления $y = y(I, q)$ – функции токов фаз I и углового перемещения q . Зависимость потокосцеплений и токов в общем случае нелинейна, зависит от насыщения участков магнитной цепи и магнитных проводимостей рабочих и паразитных зазоров.

Для определения углового положения ротора q уравнение (1) необходимо дополнить уравнением движения

$$M = M_c + J \frac{d^2 q}{dt^2}, \quad (2)$$

где M – момент электрической машины; M_c – момент сопротивления нагрузки; J – момент инерции вращающихся частей. Уравнения напряжений по продольной и поперечной осям:

$$U_d = I_d R + \frac{dy_d}{dt} - \omega y_q; U_q = I_q R + \frac{dy_q}{dt} + \omega y_d, \quad (3)$$

где ω – электрическая угловая скорость ротора.

До недавнего времени система уравнений (1) и (2) считалась сложной и приводилась к эквивалентной системе уравнений двухфазной электрической машины. Далее путём преобразования системы координат к осям d и q , связанным с ротором, получали систему уравнений, в которой потокосцепления, напряжения и токи выражались через их составляющие по осям d и q [2].

Уравнения (3) называют уравнениями Горева–Парка. При выводе уравнений предполагается замена распределённой обмотки реальной электрической машины сосредоточенной. Распределение магнитной индукции в воздушном зазоре машины предполагается равномерным. В результате при моделировании машины с помощью уравнений (3) трудно учесть насыщение магнитной цепи.

В настоящее время уровень развития компьютерной техники и программного обеспечения, например программа Matlab-Simulink, позволяет решать задачи моделирования переходных процессов в электрической машине путём непосредственного решения уравнений (1), (2). Однако традиционный подход к решению уравнений (1) с учётом насыщения также вызывает ряд трудностей.

Для решения уравнений (1) потокосцепления фаз обычно представляют в виде [1]:

$$\begin{aligned} y_1 &= L_1 I_1 + m_{12} I_2 + m_{13} I_3 + \dots + m_{1m} I_m; \\ y_m &= L_m I_m + m_{m1} I_1 + m_{m2} I_2 + \dots + m_{m(m-1)} I_{m-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $L_1, L_m, m_{12}, m_{m(m-1)}$ – собственные и взаимные индуктивности фаз.

Подстановка выражений (4) в систему уравнений (1) приводит последнюю к системе из m уравнений с m неизвестными токами. Однако, поскольку индуктивности и взаимные индуктивности в (4) в общем случае являются периодическими функциями угловой координаты положения ротора, решение (1) с помощью подстановки выражений (4) является непростой задачей даже для линейной системы. В нелинейной системе индуктивности и взаимные индуктивности становятся многозначными функциями токов фаз, поскольку уровень насыщения любого участка магнитной цепи в общем случае определяется совокупным влиянием токов всех фаз электрической машины. В результате существующие математические модели позволяют учиты-

вать насыщение магнитной цепи только приблизительно.

Полностью насыщение магнитной цепи может быть учтено при отказе от использования в модели обобщённых характеристик электрической цепи, таких как взаимные индуктивности, и использовании параметров магнитной цепи в качестве базовых. К ним относятся магнитные потоки и МДС участков магнитной цепи электрической машины, однозначно связанные друг с другом кривой намагничивания (при условии отсутствия влияния гистерезиса и вихревых токов).

Основные допущения, принятые при составлении математической модели:

влияние гистерезиса и вихревых токов не учитывается; влияние насыщения магнитной цепи учитывается только в зубцовой зоне машины, насыщение ярм статора и ротора не учитывается; влияние лобового и дифференциального рассеяния не учитывается, влияние пазового рассеяния учитывается в виде дополнительного насыщения зубцовой зоны.

При сделанных допущениях магнитная цепь реальной электрической машины (рис. 1) может быть заменена эквивалентной электрической схемой замещения (рис. 2), на которой: Φ_{zi} – магнитные потоки зубцов машины; λ_{zi} – магнитные проводимости зубцовой зоны, учитывающие магнитные проводимости рабочего зазора и зубцов с учётом их насыщения; F_{zi} – МДС зубцовой зоны. При отсутствии насыщения ярма можно считать, что суммарная МДС катушек обмотки равна падению МДС в рабочем зазоре и зубцах машины.

Магнитные потоки зубцов и МДС зубцовой зоны однозначно связаны кривой намагничивания

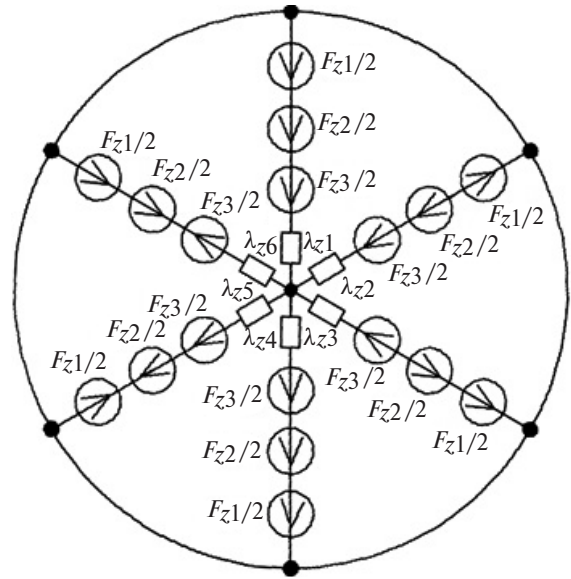


Рис. 2. Эквивалентной схемой замещения индукторной машины

$F_z = F_x(F_z)$, которая может быть определена из расчёта магнитной цепи машины методом конечных элементов, например с помощью программы FEMM. Кривая намагничивания рассчитывается однократно и в дальнейшем используется в модели. Метод конечных элементов позволяет учесть влияние магнитных потоков пазового рассеяния на насыщение зубцовой зоны. Для машин с гладким ротором кривая намагничивания $F_z = F_z(F_z)$ однозначна. Для учёта зубчатости ротора или для машин с двойной зубчатостью необходим расчёт семейства характеристик $F_z = F_z(F_z, \varphi)$ (рис. 3) для различных взаимных положений статора и ротора в зависимости от значения угла φ .

Потокосцепления фаз y_1, y_m могут быть выражены через магнитные потоки зубцов F_{zi} . Для симметричной в магнитном отношении машины потокосцепления катушечных групп разных полюсов можно считать одинаковыми, поэтому достаточно записать выражение для потокосцепления катушек одной катушечной группы, которое будет

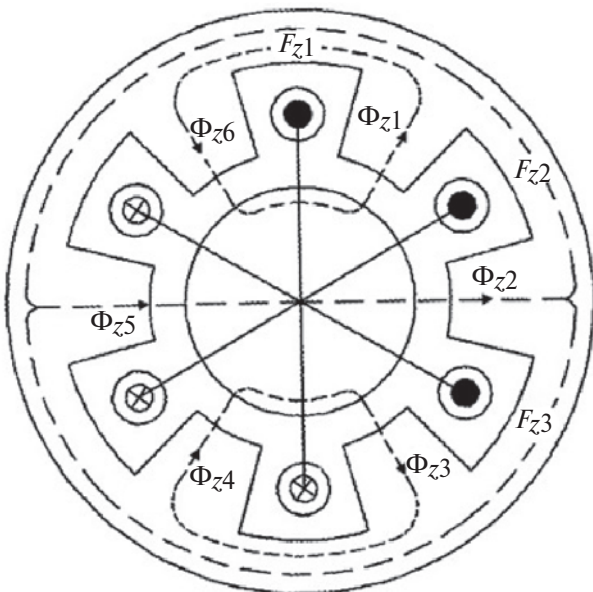


Рис. 1. Магнитная цепь индукторной машины

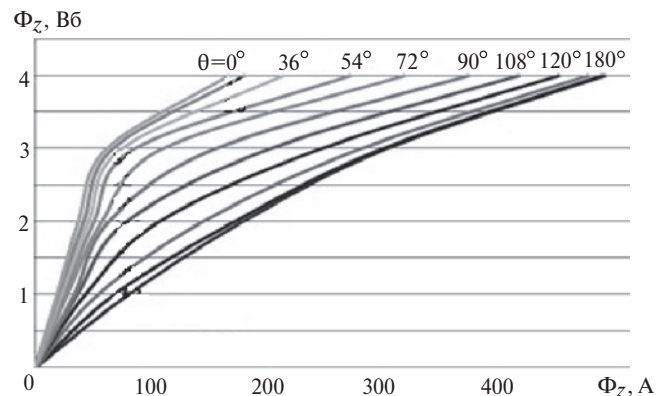


Рис. 3. Влияние магнитных потоков на насыщение зубцовой зоны машины

кратно общему потокоцеплению фазы машины. Потокоцепление k -й фазы y_k для распределённой обмотки с числом пазов на полюс и фазу q и укорочением b может быть представлено суммой потокоцеплений катушек фазы, входящих в катушечную группу полюса машины:

$$y_k = \sum_{i=1+q\phi}^{z+q\phi} \hat{a} F_{zi} w_1 + \dots + \sum_{i=q+q\phi}^{z+q+q\phi} \hat{a} F_{zi} w_q = \sum_{j=1}^q \sum_{i=j+q\phi}^{z+j+q\phi} \hat{a} F_{zi} w_j, \quad (5)$$

где $q\phi = q(k-1)$ – пространственный сдвиг фаз в числе зубцовых делений относительно начала первой фазы; z – число зубцов на одну катушечную группу машины; w_j – число витков j -й катушки катушечной группы. Так, для двигателя на рис. 1 ($m=3, q=1, b=0, w$ – число витков фазы) потокоцепления фаз будут: $y_1 = F_{z1}w + F_{z2}w + F_{z3}w$; $y_2 = F_{z2}w + F_{z3}w + F_{z4}w$; $y_3 = F_{z3}w + F_{z4}w + F_{z5}w$. Для двигателя на рис. 3 ($m=3, q=2, b=0, w$ – число витков катушки фазы) потокоцепление: $y_1 = F_{z1}w + 2F_{z2}w + 2F_{z3}w + 2F_{z4}w + 2F_{z5}w + 2F_{z6}w + 2F_{z7}w$.

Значение МДС зубцовых зон при отсутствии насыщения ярма определяется суммарной МДС катушек фаз F_{kj} , приходящихся на данный зубец машины, которые, в свою очередь, могут быть выражены через токи фаз I_k . Двухслойную обмотку можно представить в виде двух однослойных с диаметральной шагом и значениями МДС катушек, сдвинутых относительно друг друга на b пазов, равными $F_{kj}/2$. Тогда, учитывая, что каждая катушка меняет МДС зубцов в пределах шага катушки на $F_{kj}/2$, можно записать:

$$F_{zi} = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^q \frac{k_{zi} F_{kj}}{2} + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1-b}^q \frac{k_{zi} F_{kj}}{2} = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^q \frac{k_{zi} I_k w_j}{2} + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1-b}^q \frac{k_{zi} I_k w_j}{2}, \quad (6)$$

где $k_{zi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & K \\ 1 & 1 & 1 & K \\ 1 & -1 & 1 & K \\ 1 & -1 & -1 & K \end{bmatrix}$ – матрица с mq столбцами и

i строками, в которой последовательно в каждой строке одна единица меняет знак на минус.

Уравнения (5) и (6) однозначно определяют соответствие между токами I_1, I_m и потокоцеплениями фаз y_1, y_m m -фазной машины с учётом нелинейной зависимости $F_z = F_z(F_z, q)$. При известных токах фаз I_1, I_m уравнения (5), (6) позволяют непосредственно получать значения потокоцеплений y_1, y_m . Решение обратной задачи или определение токов по известным потокоцеплениям в

общем виде затруднительно из-за неявных нелинейных зависимостей токов от потокоцеплений. Вместе с тем решить обратную задачу требуется при моделировании уравнений (1).

Для определения токов по известным потокоцеплениям на основе уравнений (5), (6) может быть создана база данных, с помощью которой в процессе моделирования будут определяться необходимые значения переменных. Для этого по (5), (6) рассчитывается ряд дискретных значений потокоцеплений в зависимости от дискретных значений токов фаз методом последовательного перебора точек в m -мерном пространстве токов. Полученное множество порядка m может использоваться для определения значений токов фаз по известным потокоцеплениям с помощью линейной или нелинейной аппроксимации.

Для расчёта момента индукторной машины в модели необходимо использовать уравнение, учитывающее насыщение магнитной цепи. Известное уравнение момента электрической машины [4–6] выведено при допущении о линейности магнитной цепи:

$$M = \frac{1}{2} I \frac{dy}{dq} - y \frac{dI}{dq} \quad (7)$$

его использование в модели приведёт к значительным погрешностям [7, 8]. Для учёта насыщения магнитной цепи целесообразнее использовать следующее уравнение момента индукторной машины [4]:

$$M = (1-x)I \frac{dy}{dq} - xy \frac{dI}{dq} + Iy \frac{dx}{dq}, \quad (8)$$

где I, y – ток и потокоцепление зубца электрической машины; x – коэффициент формы кривой намагничивания, который рассчитывается на основе зависимостей $F_z = F_z(F_z)$ [4].

Потокоцепление зубца y в (8) равно произведению магнитного потока зубца F_z и общего числа витков катушек фаз, охватывающих данный зубец, поэтому уравнение (8) можно представить в виде:

$$M = (1-x_z)F_z \frac{dF_z}{dq} - x_z F_z \frac{dF_z}{dq} + F_z F_z \frac{dx_z}{dq}. \quad (9)$$

Общий момент индукторной машины будет равен сумме моментов зубцов:

$$M_S = \sum_{i=1}^{mq} (1-x_{zi})F_{zi} \frac{dF_{zi}}{dq} - x_{zi} F_{zi} \frac{dF_{zi}}{dq} + F_{zi} F_{zi} \frac{dx_{zi}}{dq} \quad (10)$$

Предлагаемая математическая модель индукторной машины основана на традиционных уравнениях электрических цепей фаз и уравнений магнит-

ной цепи машины. Модель учитывает реальное насыщение зубцовой зоны индукторной машины и предназначена для моделирования переходных процессов и расчёта динамических характеристик. В модели используются уравнения момента индукторной машины, учитывающие нелинейность магнитной цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А. Электрические машины (Специальный курс). — М: Высшая школа, 1987, 288 с.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М: Высшая школа. 2005, 654 с.
3. Кузнецов В.А., Кузмичев В.А. Вентильно-индукторные двигатели. — М: Изд-во МЭИ, 2003, 72 с.
4. Тан Тхун Аунг, Баль В.Б. Электромагнитный момент индукторной машины. — Электричество, № 11, 2012, с. 63–66.
5. Liwei Wang, Jatskevich J., Including Magnetic Saturation in Voltage-Being-Reactance Induction Machine Model for EMTP-Type Solution, Power Systems. — IEEE Transactions on, vol.25, no.2, 2010, pp. 975–987.

6. Vasan Prabhu V., Mahesh K.S., Renuka C., «Simulation of Switched Reluctance Machine for Linear and Nonlinear Model», Intern. Conf. on Computer, Communication and Electrical Technology-ICCET 2011, 18th & 19th March, 2011, pp. 333–339.

7. Prasad N., Jain S., Simulation of Switched Reluctance Motor for Performance Analysis Using MATLAB/SIMULINK Environment and use of FPGA for its control. — International Journal of Electrical, Electronics and Computer Engineering 1(1), 2012, pp. 91–98.

8. Sullivan C.R., Sanders, S.R. Models for induction machines with magnetic saturation of the main flux path. — IEEE Trans. On Industry Applications 31(4), 1995, pp. 907–914.

[23.01.14]

Авторы: Баль Владимир Борисович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1976 г. В 1982 г. защитил в МЭИ кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование линейных шаговых электродвигателей». Доцент кафедры электромеханики МЭИ.

Тан Тхун Аунг (Мьянма) окончил магистратуру МЭИ в 2010 г. Аспирант кафедры электромеханики МЭИ.

Mathematical Modeling of an Inductor Machine Taking into Account Saturation of Its Magnetic Circuit

V.B. BAL' and TAN THUN AUNG

The mathematical model of an inductor machine using which saturation of the magnetic circuit can be taken into account without resorting to its current calculation is presented. The machine is modeled using the conventional equations for electrical equilibrium of phases and the equations for the machine magnetic circuit. The inductor machine torque is calculated using an equation in which magnetic circuit saturation is taken into account. The proposed modeling method makes it possible to take into account saturation of the inductor machine's tooth zone.

Key words: inductor machine, mathematical model, magnetic circuit, saturation, torque

REFERENCES

1. Sipailov G.A., Kononenko E.V., Khor'kov K.A. *Elektricheskie mashiny* (Electrical machines). Moscow. Publ. «Vysshaya Shkola», 1987, 288 p.
2. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskie mashiny* (Electrical machines). Moscow. Publ. «Vysshaya Shkola», 2005, 654 p.
3. Kuznetsov V.A., Kuzmichev B.A. *Ventil'no-induktornye dvigateli* (AC converter-fed and inductive motors). Moscow. Publ. «MPI», 2003, 72 p.
4. Tan Tkhun Aung, Bal' V.B. *Elektrichestvo (Electricity)*, 2012, № 11, pp. 63–66.
5. Liwei Wang, Jatskevich J., Including Magnetic Saturation in Voltage-Being-Reactance Induction Machine Model for

EMTP-Type Solution, Power Systems. — IEEE Transactions on, vol.25, no.2, 2010, pp. 975–987.

6. Vasan Prabhu V., Mahesh K.S., Renuka C., «Simulation of Switched Reluctance Machine for Linear and Nonlinear Model», Intern. Conf. on Computer, Communication and Electrical Technology-ICCET 2011, 18th & 19th March, 2011, pp. 333–339.

7. Prasad N., Jain S., Simulation of Switched Reluctance Motor for Performance Analysis Using MATLAB/SIMULINK Environment and use of FPGA for its control. — International Journal of Electrical, Electronics and Computer Engineering 1(1), 2012, pp. 91–98.

8. Sullivan C.R., Sanders, S.R. Models for induction machines with magnetic saturation of the main flux path. — IEEE Trans. On Industry Applications 31(4), 1995, pp. 907–914.

Author: Bal' Vladimir Borisovich graduated from the Electromechanical Department of the Moscow Power Engineering Institute (MPEI) in 1976. In 1982 he received the degree of Cand. Techn. Sci. from the MPEI. He is a Associate Professor at the MPEI.

Tan Tkhun Aung (M'yanma) graduated from the Magistracy of the MPEI in 2010. He is a Post-Graduate Student at the MPEI.

