

Круговой виток с разрезом над тонкостенным листовым проводником в магнитно-импульсной обработке металлов

ГНАТОВ А.В.

Проведен анализ электромагнитных процессов в индукторной системе для магнитно-импульсной обработки металлов, состоящей из плоского «незамкнутого» кругового витка, расположенного над тонкостенной немагнитной проводящей листовой заготовкой. Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов в рассматриваемой индукторной системе. По полученным аналитическим соотношениям даны численные оценки и построены объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности индуцированного тока.

Ключевые слова: магнитно-импульсная обработка металлов, индукторная система, электромагнитные процессы, тонкостенная листовая заготовка, вихревые токи

При исследовании электромагнитных процессов в качестве инструментов магнитно-импульсной обработки металлов (МИОМ) применяются одновитковые соленоиды, которые представляются замкнутыми круговыми контурами, что позволяет существенно упростить решение поставленной задачи, так как вводится условие аксиальной симметрии [1 — 4]. В реальных условиях виток не может быть замкнутым круговым контуром, поскольку он является элементом цепи, включаемым последовательно с источником мощности. Он имеет разрез, и функция, описывающая азимутальное распределение возбуждающего тока, терпит разрыв второго рода [5].

Возбуждение вихревых токов в тонкостенных металлах в отличие от случая массивных и достаточно хороших проводников происходит в условиях интенсивного проникновения действующих электромагнитных полей. Исследование этих процессов для МИОМ является весьма актуальной и практически значимой задачей. Физически «прозрачный» проводник есть прямая противоположность «идеальному» проводнику. Поэтому анализ процессов возбуждения вихревых токов в физически противоположных идеализациях позволит дать максимальную оценку существующим природным различиям и выявить наиболее интересные направления в дальнейших исследованиях ситуаций, соответствующих процессам в реальных конструкциях инструментов магнитно-импульсных технологий [6, 7].

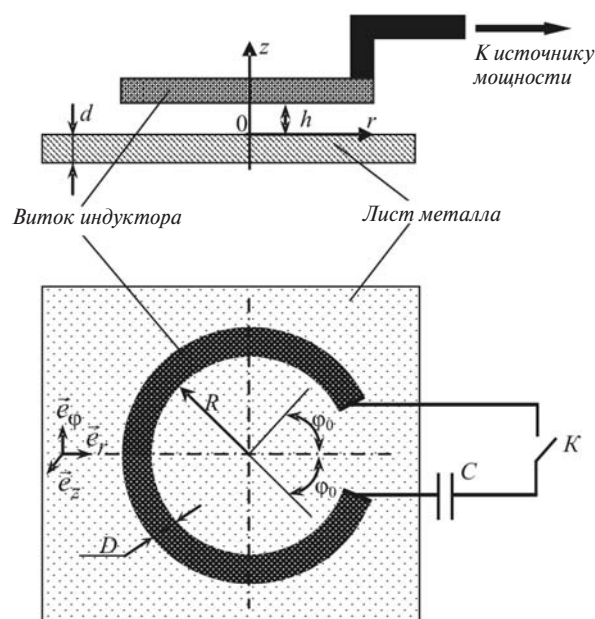
Цель настоящей работы — расчёт пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского «незамкнутого» кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла.

Поля и токи. Расчет. Расчётная модель представлена на рис. 1, где \vec{e}_r , \vec{e}_j , \vec{e}_z — направляющие орты в выбранной цилиндрической системе координат.

Примем следующие допущения:

бесконечно протяжённый в поперечных направлениях лист толщиной d выполнен из немагнитного металла с удельной электропроводностью σ ;

виток индуктора расположен над поверхностью пластины на расстоянии h , его радиус R , поперечные размеры настолько малы, что влияние металла витка на электромагнитные процессы несущественно, и математически расположение возбуждающего тока индуктора можно описать произведени-



ем дельта-функций Дирака $\delta(z-h)\delta(r-R)$;

Рис. 1. Плоский «незамкнутый» виток над тонкостенным листом металла

в местах соединения витка (соответствующие токопроводы перпендикулярны его плоскости) и источника мощности имеет место «разрыв» по азимуту, описываемый функцией (типа «скачок»):

$$f(j) = h(j - j_0) - h(j - (2\rho - j_0)), \quad (1)$$

где $h(j)$ – ступенчатая функция Хевисайда; $2j_0$ – значение «разрыва» в витке, выраженное в терминах азимутального угла;

по витку протекает азимутальный ток плотностью

$$j_{j_i}(t, r, j, z) = j(t) \delta(r - R) \delta(z - h) f(j), \quad (2)$$

где $j(t)$ – амплитудно-временная зависимость; t – время.

Временные характеристики возбуждающего тока таковы, что $\omega t \ll 1$, где ω – характерная циклическая частота сигнала; $t = m_0 g d^2$ – характерное время диффузии в металлический лист [2, 8]. Согласно принятым допущениям в системе возбуждается электромагнитное поле с векторами напряжённости $\mathbf{E} = \{E_r, 0, E_j, 0, E_z, 0\}$ и $\mathbf{H} = \{H_r, 0, H_j, 0, H_z, 0\}$. Полную совокупность уравнений Максвелла в пространстве изображений по Лапласу для нулевых начальных условий запишем в виде:

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{H}(p, r, j, z) &= j_{j_i}(p, r, j, z) + g \mathbf{E}(p, r, j, z); \\ \text{rot} \mathbf{E}(p, r, j, z) &= - p m_0 \mathbf{H}(p, r, j, z); \\ \text{div} \mathbf{H}(p, r, j, z) &= 0; \quad \text{div} \mathbf{E}(p, r, j, z) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где p – параметр преобразования Лапласа;

$$\begin{aligned} j_{j_i}(p, r, j, z) &= L\{j_{j_i}(t, r, j, z)\}; \\ \mathbf{H}(p, r, j, z) &= L\{\mathbf{H}(t, r, j, z)\}; \\ \mathbf{E}(p, r, j, z) &= L\{\mathbf{E}(t, r, j, z)\}. \end{aligned}$$

Разъясняющие примечания:

1. Необходимо подчеркнуть, что допущение о форме возбуждающего тока с азимутальным разрывом первого рода исключает влияние токоподводов, перпендикулярных плоскости витка, но не противоречит требованию непрерывности линий тока – $\text{div} j_{j_i}(t, r, j, z) = 0$, формально вытекающему из системы (3). Принятая модель расчёта предполагает их замкнутость в элементах разрядного контура (рис. 1), частью которого является и виток, а не в пространстве между местами его подсоединения к источнику за счёт априори пренебрежимо малых значений токов смещения.

2. На рис. 1 приведена схема подключения, на которой токоподводы в «разрезе» расположены перпендикулярно плоскости чертежа, т.е. перпендикулярно плоскости собственно самого витка и плоскости проводника под ним. Такое расположе-

ние токопроводов дает возможность пренебречь влиянием возбуждаемых ими электромагнитных процессов (физически это обусловлено характером процесса возбуждения электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля: так как токопровод перпендикулярен рассматриваемой плоскости и имеет достаточную протяженность, то его влиянием можно пренебречь [8–10]).

3. Источник мощности – емкостный накопитель находится на достаточно большом расстоянии, его влияние и влияние токоподводов на исследуемые электромагнитные процессы несущественно [2, 5, 7].

Интегрирование уравнений Максвелла проводилось в выделенных областях с однородными электрофизическими характеристиками и последующим обобщением решений с применением интегрального преобразования Лапласа [2–4, 6, 8, 9].

Не останавливаясь на математических операциях, запишем в окончательном виде аналитическую пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного в тонкостенном листовом металле полем «разомкнутого» витка индуктора:

$$\begin{aligned} J_j^2(t, r, j) &= \frac{tR}{(8d^2)} \frac{dj(t)}{dt} \sum_{n=0}^{\infty} F_n(j_0) \cdot \\ &\cdot [J_{n+1}(lR) - J_{n-1}(lR)] [J_{n+1}(lr) - J_{n-1}(lr)] \cdot \\ &\cdot e^{-lh} \frac{(1 - e^{-ld})}{l} \cos(nj) dl, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$F_n(j_0) = \begin{cases} \int_0^{2\pi} \frac{2 \sin(nj_0)}{pn} \frac{\partial}{\partial \theta} n^1 0, \\ \int_0^{2\pi} \frac{j_0}{p} \frac{\partial}{\partial \theta} n=0; \end{cases}$$

$J_n(lr)$ – функция Бесселя n -го порядка; l – параметр преобразования.

Достоверность выражения (4) можно установить предельным переходом к зависимости, которая может быть получена из формул авторской работы для поля аксиально-симметричного витка над тонкостенным проводящим листом.

Так, для «замкнутого» витка с $j_0 \gg 0$ уравнение (4) принимает вид:

$$\begin{aligned} J_j^2(t, r, j) &= - \frac{tR}{(2d^2)} \frac{dj(t)}{dt} \sum_{n=0}^{\infty} J_1(lR) J_1(lr) \cdot \\ &\cdot e^{-lh} \frac{(1 - e^{-ld})}{l} \cos(nj) dl. \end{aligned} \quad (5)$$

Формула (5) с точностью до обозначений совпадает с выражением для азимутальной составляющей вихревого тока, возбуждаемой тонким (ширина стремится к нулю) аксиально-симметричным витком [1, 2, 6].

Следует обязательно подчеркнуть, что временная зависимость индуцированного тока, как и в случае витка без разреза, остаётся равной первой производной от возбуждающего тока индуктора.

Численные оценки. Зависимость (4) преобразуем к виду, удобному для проведения численных оценок. Введём новую переменную интегрирования $x = l/R$, тогда $l = x/R$, $dl = 1/R$, $x \in [0, \pi]$.

Результат после необходимых преобразований запишем в виде относительной безразмерной величины

$$J_{\text{отн}} = - \frac{J_f^{(2)}(t, r, f)}{\frac{\partial}{\partial t} \frac{R}{2d^2} \frac{\partial j(t)}{\partial t}}$$

$$J_{\text{отн}} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(j_0) [J_{n+1}(x) - J_{n-1}(x)] e^{-x \frac{d}{R}} \cos(nj) dx. \quad (6)$$

Для выполнения конкретных расчетов примем исходные данные: $R = 0,025$ м; $h = 0,0025$ м; $d = 0,001$ м.

Результаты вычислений оформлены в виде объёмных эпюр (рис. 2–4, где Q – угол «разрыва» в витке, отн. ед.); здесь же для сравнения приведены аналоги, полученные ранее для идеально проводящей среды (массивный проводник) в [11].

Графические зависимости даны в относительных единицах с нормировкой на амплитуду радиальной плотности индуцированного тока в аксиально-симметричной системе, которая при $\omega t \gg 0,01$ и токе индуктора около 50 кА (характерные значения [2, 5, 7, 8]) составляет примерно 1600 А/м.

«Провалы» на эпюрах соответствуют «разрывам» в витке.

Все зависимости имеют существенную практическую значимость для проектирования инструментов в различных режимах магнитно-импульсной обработки металлов. Первый режим – это случай резкого поверхностного эффекта, когда имеют место высокие значения рабочих частот и отсутствует проникновение поля сквозь металл обрабатываемой заготовки (идеальный проводник) [11]. Практически это режим традиционной МИОМ, успешно отработанный в технологических процессах штамповки массивных проводников [8]. Второй режим реализуется при низких значениях частот, ко-

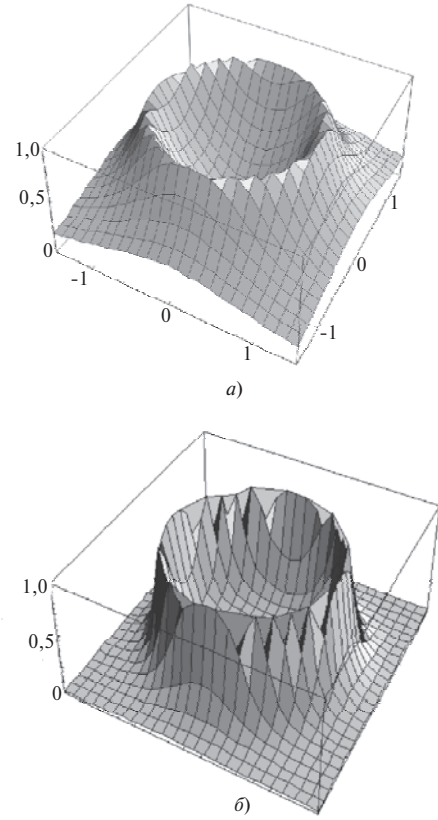


Рис. 2. Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного аксиально-симметричным витком (без «разрыва»): а – в металле тонкостенного листа; б – на поверхности идеального проводника

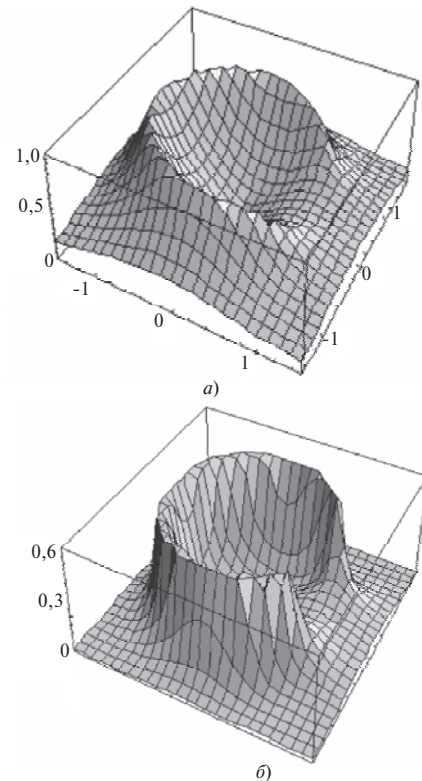


Рис. 3. Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного витком с «разрывом», $Q = 0,2$: а – в металле тонкостенного листа; б – на поверхности идеального проводника

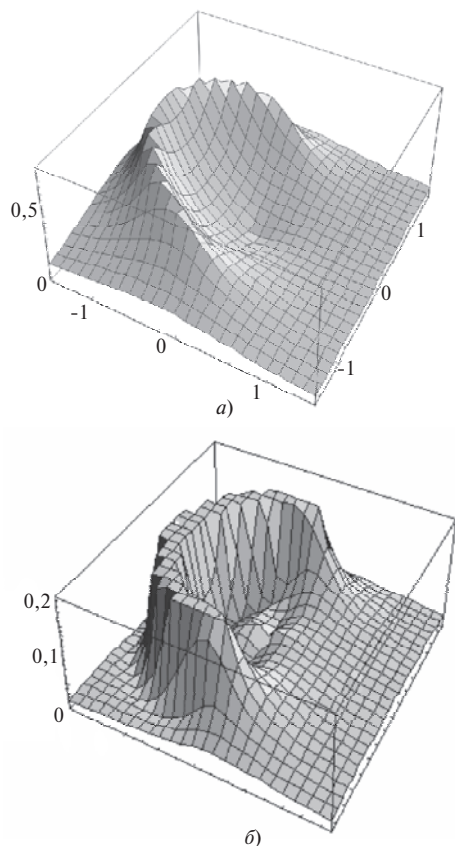


Рис. 4. Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного витком с «разрывом», $Q = 0,5$: *a* — в металле тонкостенного листа; *b* — на поверхности идеального проводника

гда процессы проникновения весьма значительны, а обрабатываемый металл становится «прозрачным» для действующих магнитных полей. Практически это режим нового направления в обработке металлов с помощью энергии импульсных полей, успешно развивающийся в последние 20, 30 лет [2].

В режимах как резкого поверхностного эффекта, так и интенсивного проникновения картина объёмного распределения индуцированных токов в зависимости от величины разреза в индукторе-инструменте, наличие которого является обязательным, позволяет оценить уровень неоднородности силового магнитно-импульсного воздействия и дать рекомендации по методике создания инструмента, эффективность которой обеспечивается правильным выбором геометрии рабочей зоны.

Выводы. 1. Проникновение действующего поля сквозь металл тонкостенного листа в конечном итоге приводит к «растеканию» индуцированного тока в поперечном направлении от области непосредственно под витком индуктора. Справедливость данного утверждения достаточно ярко иллюстрируется результатами расчёта для двух крайне противоположных идеализаций: «абсолютно прозрачного» и «абсолютно не прозрачного» (идеального) проводников.

2. При увеличении ширины «разреза» в случае тонкостенного листового металла амплитуда индуцированного тока непосредственно под витком индуктора становится существенно меньше, чем в случае идеального проводника. Физически данный факт можно объяснить тем, что с ростом электропроводности индуцированный ток всё более концентрируется под витком и нарушение его аксиальной симметрии отражается на амплитуде вихревых токов в большей степени, чем в случае низкой электропроводности, когда уменьшение амплитуды уже имело место за счёт диффузионных процессов и «растекания» тока в поперечных направлениях.

3. Проведенные исследования имеют практическую значимость для проектирования эффективных инструментов в технологиях с использованием энергии импульсных электромагнитных полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Бондаренко А.Ю. Вихревые токи в тонких металлических листах при магнитно-импульсной обработке металлов. — *Электричество*, 2009, № 9, с. 61–65.
2. Туренко А.Н., Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Т. 3. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями. — Харьков: ХНАДУ, 2009, 240 с.
3. Гнатов А.В. Расчет электромагнитных процессов в индукционной индукторной системе с массивным экраном конечной толщины. — *Электротехника и электромеханика*, 2009, № 5, с. 59–62.
4. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Смирнов Д.О. Цилиндрический виток конечной ширины с разрезом над идеально проводящим массивным проводником. — *Электротехника и электромеханика*, 2011, № 2, с. 56–60.
5. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Щиголева С.А. Притяжение тонкостенных металлических листов магнитным полем одновиткового индуктора. — *Электричество*, 2011, № 4, с. 55–62.
6. Батыгин Ю. В., Бондаренко А. Ю., Чаплыгин Е.А. Электродинамические процессы в цилиндрической индукционной индукторной системе для магнитно-импульсного притяжения листовых заготовок. — *Авіаційно-космічна техніка і технологія*, 2007, № 11(47), с. 109–117.
7. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю. Силы, действующие на тонкостенный проводник, в проникающем поле плоского одновиткового соленоида. — *Техническая электродинамика*, 2010, № 1, с. 9–14.
8. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверх сильных токов. — Л.: Энергоиздат, 1981, 200 с.
9. Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. Математические методы физики. — М.: Атомиздат, 1978, 397 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982, 620 с.
11. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Цилиндрический виток индуктора с разрезом как инструмент для магнитно-импульсной обработки металлов. — *Электричество*, 2011, № 12, с. 53–59.

[25.01.2012]

Автор: Гнатов Андрей Викторович в 1998 г. окончил Харьковский военный университет (ХВУ). Кандидатскую диссертацию по специальности «Вооружение и военная техника» защитил в ХВУ в 2004 г. Доцент кафедры автомобильной электроники Харьковского национального автомобильно-дорожного университета.

A Circular Turn with a Cut above a Thin-Walled Sheet Conductor in Magnetic-Impulse Processing of Metals

A.V. GNATOV

Identical solenoids are used as tools for magnetic-impulse processing of metals in studying the relevant electromagnetic processes, which are represented in an analysis by closed circular loops. The use of such assumption makes it possible to simplify the solution of the stated problem by introducing the axial symmetry condition [1–4]. In reality, a turn cannot be a closed circular loop; it is a circuit element connected in series with a power source. The turn has a cut, and the function describing the azimuthal distribution of exciting current undergoes a second-kind discontinuity [5].

Eddy currents in thin-walled metals are excited under the conditions in which the acting electromagnetic fields intensely penetrate in them. Investigation of these processes for magnetic-impulse processing of metals is a topical problem with essential significance for practical applications. Therefore, an analysis of the way in which eddy currents are excited in physically opposite idealizations will make it possible to estimate the natural differences to the fullest extent and to reveal the most interesting lines of further investigations of real designs of tools aimed at implementing magnetic-impulse technologies [6, 7].

The aim of this study is to calculate spatial and temporal distribution of eddy currents excited by the field induced by a flat «unclosed» circular turn placed above a thin-walled nonmagnetic metal sheet.

The calculation results allow a conclusion to be drawn that penetration of acting field through the metal of a thin-walled sheet leads in the final analysis to «spreading» of induced current in the transverse direction from the region lying immediately under the inductor turn. As the «cut» width increases in the case of thin-walled sheet metal, the induced current amplitude immediately under the inductor turn becomes essentially smaller than in the case of an ideal conductor. The author of the article gives a physical explanation to this fact.

Key words: magnetic-impulse processing of metals, inductor system, electromagnetic processes, thin-walled sheet billet, eddy currents

REFERENCES

1. **Batygin Yu. V., Lavinskii V.I., Bondarenko A. Yu.** *Electrichestvo (Electricity)*, 2009, pp. 61–65.
2. **Turenko A.N., Batygin Y.V., Gnatov A.V.** *Impulsnye magnitnye polya dlya progressivnykh tekhnologii. T. 3 (Impulse magnetic fields for advanced technologies)*. Khar'kovskii Natsional'nyi Avtomobil'no-dorozhnyi Universitet, 2009, 240 p.
3. **Gnatov A.V.** *Elektrotehnika i elektromekhanika (Electrical Engineering and Electromechanics)*, 2009, 5, pp. 59–62.
4. **Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Smirnov D.O.** *Elektrotehnika i elektromekhanika (Electrical Engineering and Electromechanics)*, 2011, pp. 56–60.
5. **Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Shchigoleva S.A.** *Electrichestvo (Electricity)*, 2011, 4, pp. 55–62.
6. **Batygin Yu. V., Bondarenko A.Yu., Chaplygin Ye.A.** *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya (Aircraft-space engineering and technology)*, 2007, 11 (47), pp. 109–117.
7. **Batygin Yu. V., Bondarenko A.Yu.** *Tekhnicheskaya elektrodinamika (Technical Electrodynamics)*, 2010, 1, pp. 9–14.
8. **Shneyerson G.A.** *Polya i perekhodnye protsessy v apparature sverkh sil'nykh tokov (Fields and transients in superstrong-current equipment)*. Moscow. Energoizdat, 1981, 200 p.
9. **Metuz Dzh., Uoker R.** *Matematicheskie metody fiziki (Mathematical methods of physics)*. Moscow. Atomizdat, 1978, 397 p.
10. **Landau L.D., Lifshits E.M.** *Elektrodinamika sploshnykh sred (Electrodynamics of continuous media)*. Moscow. Nauka, 1982, 620 p.
11. **Batygin Yu.V., Gnatov A.V.** *Electrichestvo (Electricity)*, 2011, 12, pp. 53–59.

Author: Andrei Viktorovich Gnatov graduated from the Kharkiv Military University (KhMU) in 1998. In 2004 he received the degree of Cand. Techn. Sci. from the KhMU. He is a Associate Professor from the Kharkiv National Road Traffic University.

