

3. Филиппов Ю.В., Вобликова В.А., Пантелеев В.И. Электросинтез озона. — М.: Изд-во МГУ, 1987.
4. Manley T.C. The electrical characteristics of the ozonator discharge. — Trans. of the electrochemical society, 1943, vol. 84.
5. Хеммингер, Хене Г. Калориметрия. Теория и практика. — М.: Химия, 1990.
6. Mostov P., Neuringer J., Rigney D. Optimum charging efficiency for space system. — Proc. IRE, 1961, vol. 49, №5.
7. Полищук Ю.А. Исследование системы заряда емкостного накопителя в режиме постоянной мощности: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1969.

[31.03.11]

\* \* \*

*Авторы: Пашин Михаил Михайлович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. В 1968 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Техника высоких напряжений». Ведущий научный сотрудник ФГУП ВЭИ.*

*Лысов Николай Юрьевич окончил Институт электроэнергетики МЭИ (ТУ) в 2008 г. Научный сотрудник ФГУП ВЭИ.*

## Минимизация потерь активной мощности в магнитных системах переменного тока

АБДУЛЛАЕВ Я.Р.

*Предложен метод минимизации потерь активной мощности в стали и меди в магнитных системах электромагнитных устройств переменного тока. Критериями минимизации метода, основанного на геометрической оптимизации магнитной системы, являются коэффициенты принципа соразмерности. Проведена минимизация потерь мощности в электромагнитных устройствах с обмоткой напряжения и токовой обмоткой.*

**Ключевые слова:** электромагнитные устройства, магнитные системы переменного тока, геометрическая оптимизация, принцип соразмерности

Известно, что с уменьшением потерь активной мощности в электромагнитных устройствах переменного тока различного назначения (дроссели, измерительные трансформаторы, реле, преобразователи перемещений и усилий и т.д.) технико-экономические показатели этих устройств повышаются. Снизить потери активной мощности в магнитных системах переменного тока (МСПТ) возможно не только путем использования в конструкциях устройств электротехнических сталей и электропроводниковых материалов с улучшенными характеристиками, но и правильным выбором геометрии конструкции магнитной системы (МС).

В статье методом геометрической оптимизации размеров конструкций МСПТ минимизируются активные сопротивления  $r$  обмотки возбуждения (ОВ), потери активной мощности  $P_{10}$  в обмотках ОВ, короткозамкнутом витке (КЗВ)  $P_K$  и стальных участках магнитопровода  $P_C$ . Критериями оптимизации являются безразмерные коэффициенты принципа соразмерности  $n_a = b/a$ ,  $n_c = b/c$ ,  $n_0 = h_0/c_0$  [3]. При этом площади сердечника маг-

*A method for minimizing active power losses in iron and copper in the magnetic systems of electromagnetic AC devices is proposed. The coefficients used in the proportionality principle serve as minimization criteria in a method central to which is geometrical optimization of the magnetic system. The proposed method is illustrated by an example of minimizing power losses in electromagnetic devices containing voltage and current windings.*

**Key words:** electromagnetic devices, AC magnetic systems, geometric optimization, proportionality principle

нитопровода  $S_c = ab$  и ОВ  $S_c = c_0 h_0$  принимаются заданными постоянными параметрами, так как они соответственно определены через известные значения магнитной индукции в сердечнике  $B_{max}$  и ампер-витков ОВ  $F = Iw$ .

В электромагнитных устройствах с токовыми обмотками значение тока  $I$  в обмотке при изменении воздушного зазора якоря  $d$  остается постоянным ( $I = const$ ). В то же время в устройствах с обмотками напряжения ( $U = const$ ) при увеличении зазора якоря ток в катушке возрастает, так как при этом индуктивность катушки  $L$  уменьшается [1, 2]. Из-за этого методики определения потерь активной мощности при  $I = const$  и  $U = const$  различаются. В первом случае  $P_{10} \sim I^2$ , а во втором  $P_{10} \sim U^2$ . То же самое относится к потерям активной мощности  $P_c$  в стальных участках МС. Кроме этого, некоторые МСПТ содержат КЗВ, которые также обуславливают потери  $P_K$ . В итоге общие потери  $P$  определяются как сумма потерь  $P_{10}$ ,  $P_C$  и  $P_K$ , что дополнительно усложняет определение потерь активной мощности в МСПТ. Схемы наиболее распро-

страненных МСПТ показаны на рис. 1–3, где указаны основные размеры конструкций.

С учетом вышеизложенного в статье предложены решения следующих задач:

1. Определение основных размеров и параметров МС через безразмерные коэффициенты принципа соразмерности  $n_0 = h_0 / c_0$ ,  $n_a = b / a$ ,  $n_c = b / c$ .

2. Выбор методов определения потерь активных мощностей для различных МСПТ [3].

3. Минимизация потерь активной мощности в токовой обмотке ( $I = \text{const}$ ), обмотке напряжения ( $U = \text{const}$ ) и КЗВ.

4. Определение оптимальных значений геометрических размеров магнитопровода и ОВ.

5. Минимизация потерь активных мощностей в стали расщепленного полюса однофазного электромагнита.

При расчетах используются выражения: для сопротивлений ОВ и КЗВ

$$Z = U / I = r_{10} + r + j(x_{1s} + x_m); \quad (1)$$

$$r_{10} = r_1 \frac{l_1 w_1^2}{k_{31} S_{01}}; \quad r_k = r_k \frac{l_k w_k^2}{k_k S_k}; \quad (2)$$

$$x = x_s + x_m = s x_m; \quad (3)$$

для ампер-витков ОВ и КЗВ

$$F_1 = j_1 k_{31} S_{01}; \quad F_2 = j_k k_k S_{02}; \quad F_2 = b_2 F_1; \quad (4)$$

для магнитных сопротивлений стальных и воздушных участков

$$Z_m = \frac{I_1}{F_0} = R_m + jX_m; \quad (5)$$

$$R_m = r_R \frac{l_m}{S_c}; \quad X_m = r_x \frac{l_m}{S_c}; \quad R_d = \frac{d}{m_0 S_c}; \quad (6)$$

для потерь активной мощности  $P_{10}$ ,  $P_K$  и  $P_c$

$$P_{10} = I^2 r_{10}; \quad P_K = I_K^2 r_K; \quad P_c = I^2 r_{\sim}; \quad (7)$$

для температуры перегрева ОВ и КЗВ

$$t_1 = \frac{P_{10} + P_K + P_c}{k_T S_{ox}}; \quad t_k = \frac{P_K}{k_T S_{ox}}, \quad (8)$$

где  $r_{10}$  и  $r_k$  – активные сопротивления ОВ и КЗВ;  $r_{\sim}$  – приведенное активное сопротивление, обусловленное потерями в стали и КЗВ;  $x_{1s}$  и  $x_m$  – индуктивное сопротивление рассеяния и основное индуктивное сопротивление ОВ, соответствующие потокам рассеяния и рабочему магнитному потоку  $\Phi_0$ ;  $r_1$  и  $r_k$  – удельные электрические сопротивле-

ния проводников ОВ и КЗВ;  $r_R$  и  $r_x$  – удельные активные и реактивные магнитные сопротивления стали;  $k_{31}$  и  $k_k$  – коэффициенты заполнения медью ОВ и КЗВ;  $s$  – коэффициент рассеяния магнитных потоков;  $j_1$  и  $j_2$  – плотность токов в ОВ и КЗВ;  $I_{cp1}$  и  $I_k$  – средняя длина витков проводников в ОВ и КЗВ;  $l_m$  – средняя длина пути рабочего магнитного потока  $\Phi_0$ ;  $R_m$  и  $X_m$  – активные и реактивные магнитные сопротивления стальных участков;  $R_d$  – магнитное сопротивление воздушного участка  $d$ , через которое проходит магнитный поток  $\Phi_0$ ;  $t_1$  и  $t_k$  – температура перегрева ОВ и КЗВ.

Ниже индексы «1» и «к» в формулах относятся соответственно к ОВ и КЗВ. К рис. 1 и 2,б относятся формулы с индексами «к».

Обозначения в приведенных выражениях общеизвестны [1–5] и пояснений не требуют. Выражения (2) и (7) учитывают температуру перегрева  $t_1$  и  $t_k$  обмоток [3, 5].

**Определение линейных размеров и основных расчетных параметров через безразмерные величины.** Для упрощения решения задач оптимизации представим линейные размеры и основные параметры через безразмерные величины. Используя обозначения, приведенные на рис. 1 и 2, определяем габаритные размеры магнитной системы для однофазного электромагнита и индуктивного преобразователя перемещений (рис. 1–3):

$$A = 2c \frac{3}{03} 1 + \frac{n_c \frac{H}{\Phi}}{n_a \frac{H}{\Phi}}; \quad B = c_0 (2 + n_c);$$

$$H = d_{\max} + c \frac{3}{03} n_0 + 2 \frac{n_c \frac{H}{\Phi}}{n_a \frac{H}{\Phi}} \quad (9)$$

где

$$n_a = b / a; \quad n_c = b / c; \quad n_0 = h_0 / c_0;$$

$$b = c n_c; \quad a / c = n_c / n_a; \quad 4D_k \ll (2a + 2c_0);$$

$$4D_k \ll (b + 2c_0); \quad 2D_k \ll (2a + h_0); \quad c = c_0. \quad (10)$$

Для МС преобразователя усилий (рис. 3) получим:

$$A = 4a + 2c = 2c \frac{3}{03} 1 + \frac{n_c \frac{H}{\Phi}}{n_a \frac{H}{\Phi}} \quad (10a)$$

$$B = b + 2c_0 + 4D_k \gg b + 2c = c(2 + n_c); \quad (10б)$$

$$H = x_{\max} + h_0 + h_k + 2a = x_{\max} + n_0 c_0 + n_e 2c_k + 2a =$$

$$= x_{\max} + c \frac{3}{03} n_0 + n_e 2 \frac{c_k}{c} + 2 \frac{n_c \frac{H}{\Phi}}{n_a \frac{H}{\Phi}} \quad (10в)$$

где  $x = x_{\max}$ ;  $h_c = x_{\max} + h_0 + h_k$ ;  $c_0 \gg c$ ;  
 $n_{e2} = h_k / c_k$ ;  $4D_k \ll (b + 2c_0)$ .

Периметры поперечных сечений стержней магнитопровода  $\Pi_c$  и ОВ  $\Pi_0$ :

$$\Pi_c = 2(a + b) = 2a(1 + n_a) = 2N_c \sqrt{S_c}; \quad (11)$$

$$\Pi_0 = 2(c_0 + h_0) = 2c_0(1 + n_0) = 2N_0 \sqrt{S_0}, \quad (12)$$

где

$$N_c = \frac{1 + n_a}{\sqrt{n_a}}; \quad N_0 = \frac{1 + n_0}{\sqrt{n_0}}. \quad (13)$$

Поперечные сечения ОВ  $S_0$  и стержня магнитопровода  $S_c$ :

$$S_0 = c_0 h_0 = n_0 c_0^2; \quad S_c = ab = n_a a^2 = c_0^2 \frac{n_c^2}{n_a}. \quad (14)$$

В соответствии с (6) активное и реактивное магнитное сопротивление стальных участков через  $\Pi_0$  можно определить как

$$R_m = \frac{r}{S_c} (\Pi_0 + a\check{y}); \quad X_m = \frac{r_x}{S_c} (\Pi_0 + a\check{y}), \quad (15)$$

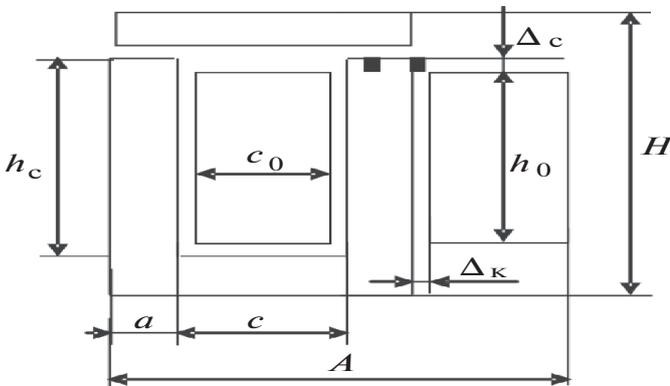
где

$$L_m = 2(2a + h_c + c) = \Pi_0 + a\check{y} \quad (15a)$$

$$a\check{y} = 4a + 10D_k + 2D_c = D + 4\sqrt{\frac{S_c}{n_a}};$$

$$D = 10D_k + 2D_c; \quad c = c_0 + 3D_k; \quad h_c = h_0 + D_c + 2D_k;$$

$$a = \sqrt{\frac{S_c}{n_a}}; \quad c_0 = \sqrt{\frac{S_0}{n_0}}.$$



а)

Толщина стенки каркаса ОВ  $D_k \gg (0,5 \text{ ё } 1,0) \cdot 10^{-3}$  м.

Активные сопротивления ОВ и КЗВ определяются как

$$r_{10} = m_{\check{y}}^3 \frac{\Pi_c}{\Pi} + 8D_k + 4\sqrt{\frac{S_0}{n_0}} \frac{\Pi}{\Pi} \quad (16)$$

$$r_k = m_{\check{y}} (2a_2 + 4c_k + 2\sqrt{n_a S_c}), \quad (17)$$

где

$$m_{\check{y}} = \frac{r_1 w_1^2}{k_{30} S_0}; \quad m_{\check{y}} = \frac{b_k^2 w_k^2 r_k}{k_k S_k}; \quad l_{cp} = l_a + 4c_0;$$

$$l_a = 2(a + b + 4D_k) = \Pi_c + 8D_k; \quad (18)$$

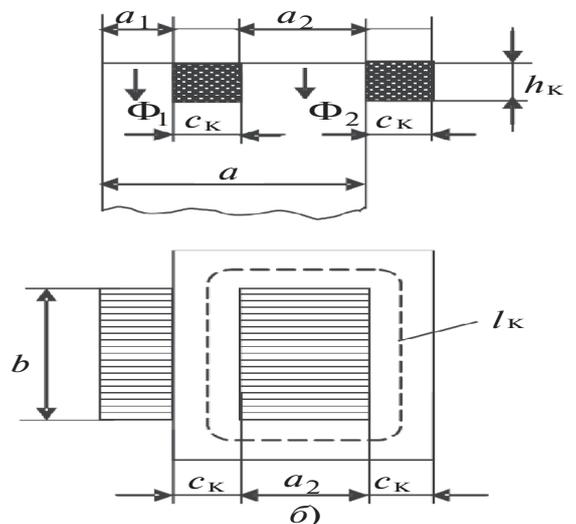
$$l_k = 2(a_2 + b + 2c_k) = 2a_2 + 4c_k + 2\sqrt{n_a S_c}. \quad (19)$$

Площадь охлаждения ОВ через коэффициент  $n_0$  и периметр  $\Pi_c$  определяется как

$$S_{ox} = n_0 c_0 (l_a + 8c_0) = n_0 c_0 (\Pi_c + 8D_k + 8c_0). \quad (20)$$

В статье [3] с целью определения размеров магнитной системы постоянного тока с учетом принципа соразмерности основные линейные размеры и параметры выражены через безразмерные величины и даны пояснения к вышеприведенным обозначениям.

Из (11) – (16) нетрудно заключить, что магнитные ( $R_m$  и  $X_m$ ) и электрическое ( $r_{10}$ ) сопротивления МС прямо пропорциональны периметрам  $\Pi_c$  и  $\Pi_0$ . Поскольку эти размеры соответственно зависят от безразмерных коэффициентов  $N_c$  и  $N_0$  или от критериев оптимизации  $n_a$  и  $n_0$ , то минимизацию потерь активной мощности  $P_{10}$  следует провести



б)

Рис. 1. Магнитная система однофазного электромагнита с расщепленным полюсом

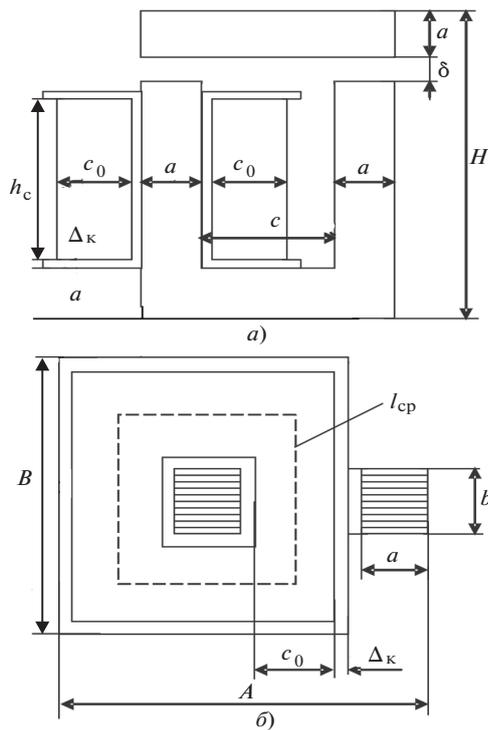


Рис. 2. Магнитная система индуктивного преобразователя перемещений

на основе выражений (7) и (11)–(16). Эти выражения учитывают температуру перегрева  $t_1$  и  $t_k$  (или зависимости удельных электрических сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  соответственно от  $t_1$  и  $t_k$ ) и влияние коэффициентов  $n_a$ ,  $n_c$  и  $n_0$  на основные параметры и размеры МС.

**О методах определения потерь активной мощности в магнитных системах переменного тока.** Мощность активных потерь  $P$  в магнитных системах переменного тока может быть определена двумя методами: по энергетическим диаграммам и методом приведенного электрического сопротивления. В соответствии с энергетической диаграммой мощность  $P$ , подведенная к ОВ, расходуется на нагрев проводников в ОВ  $P_{10} = I^2 r_{10}$  и КЗВ  $P_k = I_k^2 r_k$ , а остальная часть ( $P_c$  в сердечнике) приходится на потери на гистерезис и вихревые токи:

$$P = P_{10} + P_k + P_c. \quad (21)$$

Этот метод позволяет выразить отдельные мощности ( $P_{10}$ ,  $P_k$ ,  $P_c$ ) через геометрические размеры ОВ, КЗВ и сердечника. Следовательно, появляется возможность минимизировать потери мощности по отдельности.

Согласно методу приведенного электрического сопротивления из схемы замещения магнитной цепи определяется эквивалентное магнитное сопротивление:

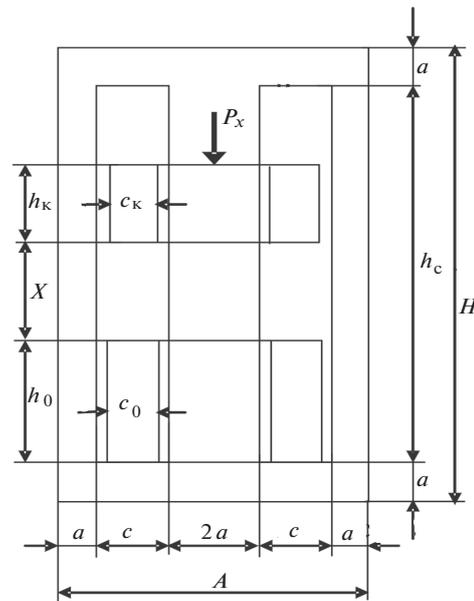


Рис. 3. Магнитная система преобразователя усилий

$$Z_{me} = R_{me} + jX_{me}, \quad (22)$$

а далее с учетом (1) и (20) определяется комплексное электрическое сопротивление ОВ. Приведенное активное сопротивление  $r_{\sim}$  обусловлено магнитными потерями в стали и КЗВ:

$$r_{\sim} = \frac{ww^2 X_{me}}{Z_{me}^2} = \frac{ww_1^2}{Z_{me}} \sin q, \quad (23)$$

где  $Z_{me}^2 = R_{me}^2 + X_{me}^2$ ;  $q = \arctg \frac{X_{me}}{R_{me}}$ .

Индуктивное сопротивление рассеяния  $x_{s1}$ , и основное индуктивное сопротивление  $x_m$  ОВ определяются так:

$$x_{s1} = ww_1^2 L_{1s}; \quad (24)$$

$$X_m = \frac{ww_1^2 R_{me}}{Z_{me}^2} = \frac{ww_1^2}{Z_{me}^2} \cos q, \quad (25)$$

где  $L_{1s}$  – магнитная проводимость потоков рассеяния ОВ.

Эквивалентные активное  $R_{me}$  и реактивное  $X_{me}$  магнитные сопротивления включают в себя магнитные сопротивления стальных участков  $R_m$ ,  $X_m$ , КЗВ  $R_{M2}$ ,  $X_{M2}$  и воздушных участков якоря  $R_{d1}$  и  $R_{d2}$ . Аналитические выражения для магнитных сопротивлений  $Z_{me}$ ,  $R_{me}$  и  $X_{me}$  не позволяют в явной форме и отдельно определить зависимости активных мощностей  $P_c$  и  $P_k$  от геометрических размеров МС. Это усложняет сравнительный ана-

лиз потерь мощностей  $P_C$  и  $P_K$ . Поэтому в ряде случаев для расчета и минимизации активных мощностей  $P_{10}$ ,  $P_C$  и  $P_K$  удобно использовать метод энергетических диаграмм.

Метод приведенного электрического сопротивления проще использовать в следующих случаях:

1. Магнитные системы не имеют КЗВ (рис. 2). В этом случае  $P_K = 0$ , а сопротивление  $r_{\sim}$  обусловлено только потерями в стали  $P_C$ . Этот вариант охватывает МС индуктивных преобразователей перемещений, измерительных трансформаторов напряжения, электромагнитных реле тока и напряжения. Эти устройства имеют токовые катушки и катушки напряжения [1]. В этом случае для приведенного активного сопротивления  $r_{\sim}$  и основного индуктивного сопротивления  $x_m$  ОБ, а также для потерь в стали  $P_C$  имеем следующие выражения:

$$r_{\sim} = \frac{ww_1^2 R_{mc}}{(R_{mc} + R_{md})^2 + X_{mc}^2}; \quad x_m = \frac{ww_1^2 (R_{mc} + R_{md})}{(R_{mc} + R_{md})^2 + X_{mc}^2}; \quad (26)$$

$$P_C = I^2 r_{\sim} = \frac{F^2 w X_{mc}}{(R_{mc} + R_{md})^2 + X_{mc}^2}. \quad (27)$$

2. Магнитная система содержит КЗВ, потери в котором  $P_K$  значительно больше потерь в стали  $P_C$  (рис. 1,а). При условии  $P_C = 0$  справедливы выражения:

$$r_{\sim} = \frac{ww^2 R_{mk}}{(R_{md} + R_{mk})^2 + X_{mk}^2}; \quad (28)$$

$$x_m = \frac{ww^2 (R_{md} + R_{mk})}{(R_{md} + R_{mk})^2 + X_{mk}^2};$$

$$P_K = I^2 r_{\sim} = \frac{F^2 w X_{mk}}{(R_{md} + R_{mk})^2 + X_{mk}^2}. \quad (29)$$

К этому варианту относятся МС однофазных электромагнитных реле тока, напряжения и преобразователей усилий с КЗВ, а также МС измерительных трансформаторов тока. В этих МС магнитные сопротивления стальных участков значительно меньше магнитного сопротивления КЗВ  $Z_{mk} = R_{mk} + jX_{mk}$ . Составляющие  $R_{mk}$  и  $X_{mk}$  определяются через активное  $r_k$  и реактивное  $x_k$  сопротивления КЗВ [1]:

$$Z_{mk} = \frac{jWw_k^2}{r_k + jx_k}; \quad R_{mk} = \frac{Ww_k^2 x_k}{Z_k^2}; \quad X_{mk} = \frac{Ww_k^2 r_k}{Z_k^2},$$

где  $Z_k^2 = r_k^2 + x_k^2$ .

**Минимизация потерь активной мощности в токовой обмотке.** Из выражения  $P_{10} = I^2 r_{10}$  следует, что при условии  $I = \text{const}$  минимальное значение потерь активной мощности  $P_{10}$  в токовой обмотке МС определяется только минимальным значением активного сопротивления обмотки  $r_{10}$ . Учитывая выражения (11) и (16) для мощности  $P_{10}$ , можно написать:

$$P_{10} = F^2 m_{\text{ж}}^2 \frac{3}{8} 2 N_c \sqrt{S_c} + 8 D_k + 4 \sqrt{\frac{S_0}{n_0}} \frac{\text{ж}}{\text{ш}} \quad (30)$$

где  $m_{\text{ж}} = \frac{r_1}{k_{30} S_0}$ ;  $F = Iw$ .

Значения коэффициента  $m_{\text{ж}}$  и ампер-витков  $F$  известны из предварительного расчета МС. Поэтому для минимизации мощности  $P_{10}$  необходимо минимизировать значение сопротивления  $r_{10}$  или значение периметра поперечного сечения сердечника  $\Pi_c$ . С этой целью согласно (13) определим условие, при выполнении которого значение коэффициента  $N_c$  будет минимальным. Приравняв нулю производную

$$\frac{dN_c}{dn_a} = \frac{d}{dn_a} \frac{\frac{3}{8} (1 + n_a)}{\sqrt{n_a}} = 0,$$

находим

$$\sqrt{n_a} = \frac{1 + n_a}{2\sqrt{n_a}}.$$

Отсюда получаем условие  $n_a = 1$  (при  $a = b$ ). На рис. 4,а приведен график функциональной зависимости  $N_c(n_a)$ . При  $n_a = 1$  для коэффициента  $N_c$  имеем:

$$N_c = \frac{1 + n_a}{\sqrt{n_a}} = 2.$$

В этом случае значение периметра поперечного сечения сердечника минимальное:

$$\Pi_{c \min} = 2 N_c \sqrt{S_c} = 4 \sqrt{S_c}.$$

Тогда для минимальных значений активного сопротивления  $r_{10}$  и мощности активных потерь  $P_{10}$  получаем:

$$r_{10} = 4 m_{\text{ж}}^2 \frac{3}{8} \sqrt{S_c} + \sqrt{\frac{S_0}{n_0}} + 2 D_k \frac{\text{ж}}{\text{ш}} \quad (31)$$

$$P_{10} = I^2 r_{10} = m_0 \frac{F^2 \frac{3}{8} \sqrt{S_c} + \sqrt{\frac{S_0}{n_0}} + 2 D_k \frac{\text{ж}}{\text{ш}}}{S_0} \quad (32)$$

где  $m_0 = \frac{4r_1}{k_{30}}$ ;  $F = Iw$ .

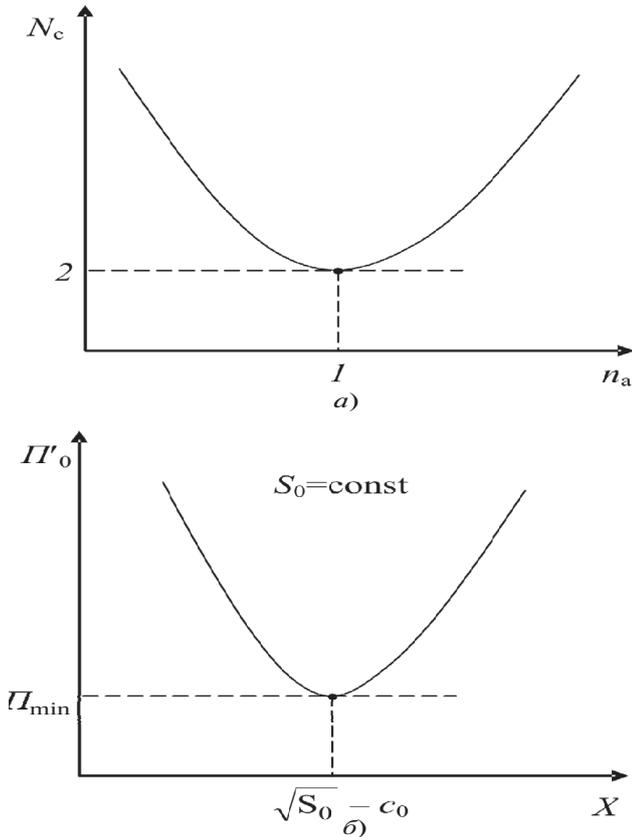


Рис. 4. Графики функциональных зависимостей  $N_c(n_a)$  и  $\Pi_0(x)$

Из (32) следует, что для минимизации потерь активной мощности в токовой обмотке необходимо увеличить значение коэффициента  $n_0 = h_0 / c_0$  и сердечник выполнить с квадратным сечением ( $a = b$  или  $n_a = 1$ ).

**Определение функциональной зависимости  $I(\Pi_0)$  для катушки напряжения.** На переменном токе в случае  $U = \text{const}$  при перемещении якоря происходит изменение тока  $I$  в катушке напряжения, так как при этом изменяются индуктивное  $x$  и полное электрическое сопротивление  $Z$  ОБ. Согласно (1) – (3) для катушки напряжения имеем

$$Z = R + jx = r_{10} + r_c + j(x_s + x_m), \tag{33}$$

где

$$R = r_{10} + r_c; \quad x_m = \frac{ww_1^2(R_m + R_d)}{(R_m + R_d)^2 + X_m^2};$$

$$r_c = \frac{ww_1^2 X_m}{(R_m + R_d)^2 + X_m^2}. \tag{34}$$

Сопротивление  $r_c$  обусловлено магнитными потерями, т.е. реактивным магнитным сопротивлением  $X_m$ . Индуктивные сопротивления рассеяния  $x_s$  и основное индуктивное сопротивление  $x_m$  определяются соответственно потоком рассеяния  $\Phi_s$  и потоком рабочего воздушного зазора  $\Phi_0$  [5].

В отличие от преобразователей усилий (рис. 3) МС однофазного электромагнита (рис. 1) и индуктивного преобразователя перемещений (рис. 2) имеют подвижный якорь. При перемещении якоря рабочие воздушные зазоры изменяются от  $d_{\min}$  до  $d_{\max}$ . Эквивалентное магнитное сопротивление двух воздушных зазоров при  $d_{\min}$  определяются как

$$R_d = \frac{2d_{\min}}{\mu_0 S_c},$$

где  $d_{\min} = 0,01 \div 0,05$  мм.

Согласно (34) с учетом (26) находим

$$r_c = \frac{ww^2 S_c}{k_2 l_m} = \frac{m_c}{l_m} = \frac{m_c}{a\ddot{y} + \Pi_0}; \quad x_m = \frac{m_0}{a\ddot{y} + \Pi_0}, \tag{35}$$

где  $m_c = w^2 S_c \frac{W}{k_2}$ ;  $m_0 = w^2 S_c \frac{W}{k_1}$ .

Коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  определяются из выражений:

$$k_1 = k_R \gamma_R + \frac{\gamma_x^2}{k_R \gamma_R}; \quad k_2 = \gamma_x + k_R^2 \frac{\gamma_R}{\gamma_x},$$

где  $k_R = 1 + R_d / R_m \gg 1,03 \div 1,05$ .

Из выражения  $U^2 = (IR)^2 + (Ix)^2$  определяем

$$I = \frac{k_u U}{s x_m}, \tag{36}$$

где  $s = 1 + x_s / x_m$  – коэффициент рассеяния;  $k_u$  – коэффициент, учитывающий падение напряжения в активном сопротивлении ОБ:

$$k_u = \sqrt{1 - \frac{\frac{3}{2} IR U^2}{U s}}. \tag{37}$$

Если принять  $IR = 0,1U$ , то значение  $k_u = 0,99$ ; а при  $IR = 0,2U$  имеем  $k_u = 0,98$ , т.е. в расчетах можно принимать  $k_u = 0,98 \div 0,99$ . Для замкнутого положения якоря ( $d_{\min} = 0,01 - 0,05$  мм) значение  $s = 1,03 \div 1,05$ .

Подставив (35) в (36), получим функциональную зависимость  $I(\Pi_0)$ :

$$I = m(a\ddot{y} + \Pi_0), \tag{38}$$

где  $m = \frac{k_u k_1 U}{w S_c s w_1^2}$ .

Найденное выражение (38) для функциональной зависимости  $I(\Pi_0)$  соответствует замкнутому положению якоря. Размеры МС переменного тока определяются для этого положения якоря. Поэтому

полученная зависимость  $I(\Pi_0)$  позволяет установить минимальное значение тока  $I$ , которое соответствует минимальному размеру  $\Pi_0$ .

**Минимизация потерь активной мощности в МС с катушкой напряжения.** Из (1) следует

$$IU = I^2 r_{10} + I^2 r_c + jI^2 x = P_{10} + P_c + jQ_1, \quad (39)$$

где  $Q_1 = I^2 x$  – реактивная мощность ОБ.

Согласно (7) и (35) при  $I = \text{const}$  имеем

$$P_c = I^2 r_c = F^2 \frac{m\check{y}}{a\check{y} + \Pi_0}. \quad (40)$$

При  $U = \text{const}$  согласно (7), (35) и (38) для катушки напряжения получаем

$$P_k = I^2 r_c = m_c m^2 (a\check{y} + \Pi_0), \quad (41)$$

где  $m\check{y} = wS_c / k_2$ .

Из (40) и (41) следует, что потери мощности  $P_c$  в стали при  $I = \text{const}$  обратно пропорциональны размеру  $\Pi_0$ , а при  $U = \text{const}$  с увеличением размера  $\Pi_0$  потери мощности в стали  $P_c$  возрастают.

Потери активной мощности в меди катушки напряжения определяем из выражения

$$P_{10} = I^2 r_{10} = I^2 m\check{y} l_{cp}, \quad (42)$$

которое с учетом (16) и (38) представим как

$$P_{10} = m\check{y} m^2 (a\check{y} + \Pi_0) \frac{23}{3} \Pi_c + 8D_k + 4 \sqrt{\frac{S_0}{n_0}} \frac{4}{\check{y}} \quad (43)$$

где  $m\check{y} = r_1 w^2 / k_{30} S_0$ .

Из (43) видно, что потери  $P_{10}$  в катушке напряжения существенно зависят от периметра поперечного сечения катушки напряжения  $\Pi_0$ . Определим условие, при котором значение  $\Pi_0$  минимальное. Предположим, что при постоянном значении  $S_0 = c_0 h_0$  размер  $c_0$  увеличен на величину  $x$ , а размер  $h_0$  при этом уменьшен на  $y$ . Тогда для новых значений  $c_0$  и  $h_0$  и постоянного значения поперечного сечения  $S_0$  можно записать:

$$c\check{y} = c_0 + x; \quad h\check{y} = h_0 - y;$$

$$S_0 = c\check{y} h\check{y} = (c_0 + x)(h_0 - y) = c_0 h_0.$$

При этом значение периметра становится равным

$$\Pi\check{y} = 2(c_0 + x + h_0 - y) = \frac{23}{3} c_0 + x + \frac{S_0}{c_0 + x} \frac{4}{\check{y}} \quad (44)$$

где  $h_0 - y = \frac{S_0}{c_0 + x}$ .

Если принять во внимание выражение

$$c_0 + x = \frac{S_0}{h_0 - y},$$

то вместо (44) получим другое, но равнозначное выражение:

$$\Pi\check{y} = 2(c_0 + x + h_0 - y) = \frac{23}{3} \frac{S_0}{h_0 - y} + h_0 - y \frac{4}{\check{y}}$$

Минимальное значение размера  $\Pi\check{y}$  определяем, приравняв нулю выражение для производной:

$$\frac{d\Pi\check{y}}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{23}{3} c_0 + x + \frac{S_0}{c_0 + x} \frac{4}{\check{y}} = 0 \quad (45)$$

или

$$\frac{d\Pi\check{y}}{dy} = \frac{d}{dy} \frac{23}{3} h_0 - y + \frac{S_0}{h_0 - y} \frac{4}{\check{y}} = 0 \quad (46)$$

Из (45) и (46) получаем:

$$x = \sqrt{S_0} - c_0 \quad \text{и} \quad y = h_0 - \sqrt{S_0},$$

отсюда следует

$$c\check{y} = h\check{y} = \sqrt{S_0}.$$

Тогда минимальное значение размера  $\Pi\check{y}$  определяется как

$$\Pi_{0\min} = 2(c\check{y} + h\check{y}) = 4\sqrt{S_0}. \quad (47)$$

График функциональной зависимости  $\Pi\check{y}(x)$  приведен на рис. 4,б.

Из (43) и (47) определяем минимальное значение активной мощности:

$$P_{10\min} = m\check{y} m^2 (a\check{y} + 4\sqrt{S_0})^2 (\Pi_c + 8D_k + 4 \sqrt{\frac{S_0}{n_0}}). \quad (48)$$

Анализ этого выражения показывает, что для минимизации потерь активной мощности  $P_{10}$  в обмотке напряжения необходимо выполнить условие  $n_0 = n_a = 1$ .

К результатам (47) и (48) можно прийти и другим путём, если использовать выражение для производной

$$\frac{dN_0}{dn_0} = \frac{d}{dn_0} \frac{23}{3} 1 + n_0 \frac{4}{\check{y}} = 0.$$

Зависимость  $N_0(n_0)$  аналогична зависимости  $N_c(n_a)$ , которая приведена на рис. 4,а.

**Минимизация потерь активной мощности в однофазном электромагните с расщепленным полюсом.** В однофазном электромагните с расщепленным полюсом (рис. 1) для устранения вибраций якоря не-

обходимо выполнить условия: значения магнитных потоков неэкранированного  $\Phi_1$  и экранированного  $\Phi_2$  участков полюса должны быть равны ( $\Phi_1 = \Phi_2$ ), а фазовый сдвиг между векторами  $\bar{F}_1$  и  $\bar{F}_2$  должен составить  $90^\circ$  [1]. Исходя из этих требований, для сечений и магнитных индукций участков имеем следующие соотношения:  $S_2 \gg (2 \div 4)S_{\check{y}}$ ;  $B_1 \gg (2 \div 4)B_2$ . В большинстве случаев  $B_1 \gg (1,7 \div 1,8)$  Тл. По этой причине неэкранированный участок сильно насыщается, его удельное реактивное магнитное сопротивление  $r_x$  резко возрастает. В результате мощность потерь  $P_{\check{y},\text{п}}$ , обусловленная потерями в стали неэкранированного участка, повышается. Целесообразно потери  $P_{\check{y},\text{п}}$  определять отдельно. Учитывая известные выражения [1] для реактивного магнитного сопротивления стали

$$X_m = r_x \frac{l_m}{S_c} \text{ и } X_m = \frac{2P_c}{\omega B_m^2 S_c^2}, \quad (49)$$

для потерь в стали находим

$$P_c = \frac{\omega}{2} r_x B_m^2 S_c l_m. \quad (50)$$

С учетом (15а) выражение (50) запишем как

$$P_c = m_{\check{y}} S_{\check{y}}^{\frac{3}{\text{ж}}} \Pi_0 + 4 \sqrt{\frac{S_c}{n_a}} + D_{\check{y}} \frac{\omega}{\text{ш}} \quad (51)$$

где  $m_{\check{y}} = 0,5 r_x B_m^2$ .

Согласно (50) потери в стали неэкранированного участка

$$P_{\check{y},\text{п}} = \frac{\omega}{2} r_{\check{y}} B_{m1}^2 S_1 h_k = \frac{\omega}{2} r_{\check{y}} B_{m1}^2 S_c h_k \frac{a_1}{a}, \quad (52)$$

где  $S_1 = a_1 b$ ;  $S_c = ab$ ;  $h_k$  – высота неэкранированного участка полюса.

Для однофазных электромагнитов с расщепленными полюсами суммарные потери в стали

$$e P_c = P_c + P_{\check{y},\text{п}}$$

или

$$e P_c = m_{\check{y}} S_{\check{y}}^{\frac{3}{\text{ж}}} \Pi_0 + 4 \sqrt{\frac{S_c}{n_a}} + D_{\check{y}} \frac{\omega}{\text{ш}} + \frac{\omega}{2} r_{\check{y}} B_{m1}^2 S_c h_k \frac{a_1}{a}. \quad (53)$$

Используя численные значения размеров и параметров расщепленного полюса, приведенных в [4], определяем потери  $P_{\check{y},\text{п}}$ :

$$P_{\check{y},\text{п}} = 152 \cdot 10^{-2} \text{ Вт.}$$

Другие составляющие потерь мощности, численные значения которых приведены в [4], такие:

$P_{10} = 24,72 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}$ ;  $P_c = 28,3 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}$  и  $P_k = 54,78 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}$ , где  $P_k$  – потери активной мощности в КЗВ.

Из сравнения численных значений потерь активных мощностей видно, что потери на неэкранированном насыщенном участке расщепленного полюса значительно больше других видов потерь.

Согласно (7) потери активной мощности в КЗВ

$$P_k = I_k^2 r_k I_k^2 m_{\check{y}} (2a_2 + 4c_k + 2\sqrt{n_a S_c}). \quad (54)$$

Принимая во внимание выражения

$$I_k = b_k I \frac{w_1}{w_k}; \quad F_k = I_k w_b = b_k F, \quad (55)$$

перепишем (54) в следующем виде:

$$P_k = I^2 r_{\check{y}} = F^2 m_k (2a_2 + 4c_k + 2\sqrt{n_a S_c}), \quad (56)$$

где

$$m_k = \frac{b_k^2 r_k}{k_k S_k}; \quad r_{\check{y}} = r_{\check{y}} \frac{\text{ж}}{\text{ш}} b_k \frac{w_1 \omega^2}{w_k \omega} = (w b_k)^2 \frac{r_k I_k}{k_k S_k}. \quad (57)$$

В однофазных электромагнитах переменного тока  $w_k = 1$ ,  $k_k = 1$  и  $b_k = 0,6 \div 0,8$ . Сопротивление  $r_{\check{y}}$  представляет собой приведенное активное сопротивление КЗВ к цепи ОВ. Коэффициент  $b_k$  характеризует электромагнитную связь между ОВ и КЗВ [5, 6] и равен  $0,6 \div 0,8$ .

Поскольку

$$F = I w = m(a_{\check{y}} + \Pi_0) w, \quad (58)$$

то

$$P_k = m_{\check{y}} m_k (a_{\check{y}} + \Pi_0)^2 (2a_2 + 4c_k + 2\sqrt{n_a S_c}), \quad (59)$$

где  $m_{\check{y}} = \frac{\text{ж} k_u k_1 \omega^2}{\text{ш} \omega S_c s}$ .

Потери активной мощности  $P_{10}$  в обмотке однофазного электромагнита определяются в соответствии с выражением (43). Итак, согласно выражениям (43), (53), (56) и (59) приходим к следующим выводам:

1. Для уменьшения потерь активной мощности в стали неэкранированного участка  $P_{\check{y},\text{п}}$  необходимо уменьшить значение магнитной индукции этого участка  $B_{m1}$  (соблюдая условие снижения вибрации якоря).

2. Для снижения потерь активной мощности в КЗВ  $P_k$  требуется уменьшить размер  $\Pi_0$  (т.е. выполнить условие  $n_0 = 1$ ).

3. Минимизация потерь мощности в обмотке напряжения  $P_{10}$  возможна при условии  $n_0 = n_a = 1$ .

В электромагнитных устройствах, содержащих токовые обмотки, магнитная индукция в стали сердечника  $B_M$  зависит от ампер-витков ОВ  $F = Iw$  и магнитного сопротивления магнитной цепи  $Z_{me}$ :

$$B_m = \frac{F_m}{S_c} = \frac{\sqrt{2}F}{Z_{me}S_c},$$

где  $Z_{me}^2 = (R_{mc} + R_d)^2 + (x_{mc} + x_{mk})^2$ ;  $F_m = \frac{\sqrt{2}F}{Z_{me}}$ .

Тогда согласно (51) получим:

$$P_c = m\gamma \frac{F^2}{S_c^3} \Pi_0 + D + \sqrt{\frac{S_c}{n_a}} \frac{D}{S_c} \quad (60)$$

где  $m\gamma = r_x / Z_{me}^2$ .

Минимальное значение потерь  $P_c$  определится при условии  $n_0 = 4\sqrt{S_0}$ , поэтому

$$P_{c\min} = m\gamma \frac{F^2}{S_c^3} 4\sqrt{S_0} + 4\sqrt{\frac{S_c}{n_a}} \frac{D}{S_c} \quad (61)$$

где  $n_a \geq 1$ .

Таким образом, минимальное значение потерь в стали в магнитных системах с токовыми обмотками пропорционально квадрату заданных ампер-витков  $F$ .

Из выражений

$$F = Iw = m(\alpha + \Pi_0)w; \quad w = \frac{k_u U \sqrt{2}}{WB_m S_c}$$

получим минимальное значение ампер-витков ОВ:

$$F_{\min} = (\alpha + \Pi_0) \frac{k_1 B_m}{S \sqrt{2}}$$

или

$$F_{\min} = \frac{3}{3} D + 4\sqrt{S_0} + 4\sqrt{\frac{S_c}{n_a}} \frac{k_1 B_m}{S \sqrt{2}}, \quad (62)$$

где  $n_0 = 4\sqrt{S_0}$ .

Отсюда следует, что при условиях  $S_c = \text{const}$  и  $S_0 = \text{const}$  увеличение коэффициента  $n_a$  приводит к уменьшению минимального значения ампер-витков  $F_{\min}$ .

Согласно выражению

$$F_{\min} = jk_{31} S_0$$

минимальное значение плотности тока при  $F_{\min}$  определяется как

$$j_{\min} = \frac{3}{3} \frac{D}{S_0} + \frac{4}{S_0} \sqrt{\frac{S_c}{n_a}} + \frac{4}{\sqrt{S_0}} \frac{k_1 B_m}{S \sqrt{2}}. \quad (63)$$

Из (62) и (63) видно, что минимальные значения  $F_{\min}$  и  $j_{\min}$  определяются магнитной индукцией в стали  $B_M$  и коэффициентом принципа размерности  $n_a$ .

**Приложение. Пример расчета.** Требуется минимизировать потери активной мощности в МС однофазного электромагнита переменного тока (рис. 1). В качестве исходных данных для расчета используем значения параметров, приведенные в [2]:

$a = 12$  мм;  $b = 20$  мм;  $S_c = 240$  мм<sup>2</sup>;  $S_0 = 1040$  мм<sup>2</sup>;  $h_0 = 52$  мм;  $c_0 = 20$  мм;  $r_1 = 250$  Ом;  $r_k = 6,01 \cdot 10^{-4}$  Ом;  $w = 3000$ ;  $S_x = 0,84 \cdot 10^2$  Ом<sup>2</sup>;  $r_R = 10 \cdot 10^2$  Ом м.

1. По ранее полученным выражениям находим:

$P_0 = 144$  мм;  $r_c = 286,6$  Ом;  $r_{\gamma} = 553,88$  Ом;  $r = 1090,48$  Ом;  $x_0 = 3726,5$  Ом;  $x = 3875,57$  Ом;  $z = 4026$  Ом;  $I = 31,45 \cdot 10^{-3}$  А;  $P_{10} = 24,72 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $P_c = 28,34 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $P_k = 54,78 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $P = 107,74 \cdot 10^{-2}$  Вт.

2. В результате минимизации потерь активной мощности находим:

$c_{\gamma} = h_{\gamma} = \sqrt{S_0} = \sqrt{1040} = 32,249$  мм;  $\Pi_{\gamma} = 4c_{\gamma} = 129$  мм;  $P_{\gamma} = 22,59 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $P_{\gamma} = 25,86 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $P_{\gamma} = 50 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $P_{\gamma} = 98,54 \cdot 10^{-2}$  Вт;  $x_{\gamma} = 4078$  Ом;  $x_{\gamma} = 4241$  Ом;  $I_{\gamma} = 28,73 \cdot 10^{-3}$  А;  $n_{\gamma} = 1$ .

Из сравнения результатов расчета видно, что при  $n_{\gamma} = h_{\gamma} / c_{\gamma} = 1$  (вместо  $n_0 = h_0 / c_0 = 2,6$ ) имеем:  $\Pi_{\gamma} < \Pi_0$  и  $I_{\gamma} < I$ ,  $P_{\gamma} < P_{10}$ ;  $P_{\gamma} < P_0$ ,  $P_{\gamma} < P$ .

**Выводы.** 1. Потери активной мощности на стальных участках магнитопровода, проводниках ОВ и КЗВ зависят от параметров электрических, магнитных и тепловых цепей электромагнитных устройств переменного тока. На основе уравнений этих цепей составлены исходные расчетные аналитические выражения, которые позволили выразить линейные размеры и основные параметры МСПТ через безразмерные величины. Минимальные значения активных электрических сопротивлений ОВ и КЗВ и потерь активной мощности зависят от габаритных размеров поперечных сечений ОВ  $\Pi_0$  и сердечника  $P_c$ .

2. В МС электромагнитных устройств переменного тока значения потерь активных мощностей в проводниках ОВ и стальных участках магнитопровода в зависимости от конструкции МС сильно различаются. На основе сравнительного анализа методов определения потерь активной мощности установлено, что метод приведенного электрического сопротивления позволяет одновременно учитывать все виды потерь активных мощностей. Однако в этом случае аналитические выражения параметров достаточно громоздки и не позволяют по

раздельности определять и сравнивать все виды потерь активных мощностей. Этот недостаток не присущ энергетическому методу, геометрической оптимизации размеров ОВ и магнитопровода. Была проведена минимизация потерь электромагнитных устройств с обмотками напряжения и токовыми обмотками. Критериями оптимизации являются коэффициенты принципа соразмерности  $n_a$ ,  $n_c$ ,  $n_0$ .

3. Активное сопротивление ОВ  $r_{10}$  прямо пропорционально периметру поперечного сечения сердечника  $P_c = 2(a+b)$  и обратно пропорционально коэффициенту принципа соразмерности  $n_0 = h_0 / c_0$ . При  $n_a = b/a = 1$  значение периметра  $P_{c \min} = 4\sqrt{S_0}$  минимально. Поэтому для минимизации потерь активной мощности в токовой обмотке необходимо выполнение условий  $n_a = 1$  и  $n_0 > 1$ .

4. Ток в катушке напряжения прямо пропорционален периметру  $P_0$ , при этом потери активной мощности  $P_{10}$  прямо пропорциональны параметрам  $P_0^2$  и  $P_c$ . При  $n_0 = h_0 / c_0 = 1$  значение периметра  $P_{0 \min} = 4\sqrt{S_0}$  минимально. Для минимизации потерь активной мощности  $P_{10}$  в катушке напряжения необходимо выполнение условий  $n_0 = 1$ ,  $n_c = 1$ .

5. Потери активной мощности  $P_c$ , обусловленные потерями в стали магнитопровода, прямо пропорциональны периметру  $P_0$  и обратно пропорциональны коэффициенту  $n_a$ . Следовательно, для минимизации активных потерь в стали  $P_c$  нужно выполнить условия  $n_0 = 1$ ,  $n_a > 1$ .

6. Из-за насыщения стали неэкранированного участка расщепленного полюса однофазного электромагнита потери активной мощности, обусловленные потерями в стали этого участка  $P_{c,п}$ , могут превышать другие виды потерь активной мощности электромагнита. Для уменьшения потерь мощности  $P_{\Sigma,п}$  следует снижать магнитную индукцию на неэкранированном участке  $B_1$  (не нарушая при этом условия снижения вибраций якоря). При условии  $n_0 = 1$  потери мощности  $P_k$  в КЗВ снижаются до минимума.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чунихин А.А. Электрические аппараты. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
2. Буткевич Г.В., Дегтярь В.Г. Задачник по электрическим аппаратам. — М.: Высшая школа, 1987.
3. Абдуллаев Я.Р., Керимзаде О.О. Определение размеров магнитной системы постоянного тока с учетом принципа соразмерности. — Электричество, 2010, № 3.
4. Абдуллаев Я.Р. Теория магнитных систем с электромагнитными экранами. — М.: Наука, 2000.
5. Абдуллаев Я.Р. Индуктивность рассеяния. — М.: Изд-во МЭИ, 1974.

[25.08.10]

*А в т о р : Абдуллаев Яшар Рухулла оглы окончил энергетический факультет Азербайджанского института нефти и химии (АЗИНХ) им. М. Азизбекова в 1963 г. Докторскую диссертацию «Теория и применение многофункциональных линейных индукционных подвесов» защитил в 1998 г. в Азербайджанском НИИ энергетики и энергопроекта. Профессор кафедры «Электрооборудование и автоматизация промышленных установок» Азербайджанской государственной нефтяной академии.*

\* \* \*

### Уважаемые авторы!

Редакция публикует при каждой статье краткие сведения об авторах. В связи с этим просим вас при направлении статьи в редакцию сообщать:

полные имена и отчества всех авторов;

какой факультет, какого вуза и когда закончил;

когда получил ученую степень, где и по какой тематике (теме) была защита; место работы и должность.

Кроме того, напоминаем, что на каждую статью следует представлять краткий (4—5 предложений) реферат на русском и английском языках (включая название), а также ключевые слова.