

формы могут быть снижены за счет подбора материала резца, выбора режимов резания, применения СОЖ и т.п. [7].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Никольский А.А.** Устойчивость самообучающихся электроприводов подачи металлорежущих станков и точность процессов самообучения. — Электричество, 2007, №5.
2. **Кацевич В.Л., Никольский А.А., Спанаки К.Д.** Двухканальные самообучающиеся электроприводы подачи станков для обточки автомобильных поршней. — Наука и промышленность России, 2002, № 6–7.
3. **Кацевич В.Л., Королев В.В., Никольский А.А.** Применение самообучающихся электроприводов подачи токарных станков для повышения точности формы серийных деталей. — Мехатроника, автоматизация, управление, 2004, № 5.
4. **Никольский А.А., Бычкова Е.В.** Разработка самообучающихся двухканальных электроприводов с линеаризованными пьезокомпенсаторами в точном канале. — Электричество, 2010, №10.
5. **Никольский А.А.** Математическая модель нелинейных явлений в пьезоэлектрических двигателях и датчиках. — Электричество, 1990, №12.

\* \* \*

## Символьный анализ линейных электрических цепей с автономными подсхемами методом нулловых схем

КУРГАНОВ С.А., ФИЛАРЕТОВ В.В.

*Диакоптический метод нулловых схем обобщен на цепи с произвольными автономными подсхемами, которые имеют меньшее число полюсов по сравнению с соответствующими неавтономными подсхемами. Для обобщенного метода требуется многократно меньшее число операций умножения и объединения множеств, что позволяет получить символьные отклики от многих воздействий в дробно-рациональной форме.*

**Ключевые слова:** *символьный анализ, диакоптика, определитель схемы, схемно-алгебраическая формула, нуллов*

**О методах символьной диакоптики.** Диакоптические методы используются как для численного [1], так и для символьного [2, 3] анализа сложных электрических цепей. Расширенный однородный координатный базис [2] позволяет учитывать произвольные линейные элементы. Однако использование токовых переменных усложняет редукцию внутренних узлов подсхем. Кроме того, параметр элемента схемы может находиться в матрице более одного раза, что проявляется в избыточности формируемых выражений. Другим недостатком этих выражений является наличие многочисленных опе-

6. **Никольский А.А.** Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. — М.: Энергоатомиздат, 1988.

7. **Сулов А.Г., Петрешин Д.И.** Определение закона управления для адаптивной технологической системы при обеспечении заданных параметров качества поверхностного слоя деталей машин при механической обработке. — СТИН, 2010, № 1.

[10.06.11]

*Авторы: Никольский Алексей Анатольевич окончил факультет электрификации и автоматизации промышленности и транспорта МЭИ в 1972 г. Защитил докторскую диссертацию (1991 г.) по тематике управления точными двухканальными электроприводами с пьезокомпенсаторами в точном канале. Ведущий научный сотрудник кафедры автоматизированного электропривода МЭИ.*

*Королев Владимир Викторович окончил факультет электрификации и автоматизации промышленности и транспорта МЭИ в 1970 г. Защитил кандидатскую диссертацию (1985 г.) по тематике оптимального управления электроприводами. Старший научный сотрудник кафедры автоматизированного электропривода МЭИ.*

*The diacoptic method of nullor circuits is generalized for circuits containing independent arbitrary subcircuits the number of poles in which is fewer than that in the corresponding non-independent subcircuits. The generalized method requires several times fewer number of theoretical-multiple operations, and its use makes it possible to obtain symbolic responses to many inputs in fractional-rational form.*

**Key words:** *symbolic analysis, diacoptics, circuit determinant, circuit-algebraic formula, nullor*

раций деления, что практически исключает их преобразование к дробно-рациональной форме, необходимой для аналитических исследований.

Метод схемных миноров [3] обеспечивает формирование числителя и знаменателя символьной функции без операций деления в дробно-рациональном виде. Однако на этапе объединения подсхем образуются взаимно уничтожающиеся слагаемые вследствие взаимосвязей схемных миноров [4].

Диакоптический метод нулловых схем (НС) позволяет получать символьные выражения без взаимно уничтожающихся слагаемых как при ана-

лизе подсхем, так и при их объединении [4–7]. Нулловые схемы подсхемы строятся на ее полюсах и содержат только нуллы и идеальные проводники, эквивалентные параллельному соединению норатора и нуллатора; НС с их весовыми коэффициентами образуют схемно-алгебраическую формулу (САФ) определителя подсхемы [5], предназначенную для объединения неавтономных подсхем, которые получаются из исходной схемы удалением всех независимых источников (НИ) и ветви отклика. При этом число полюсов у схемы увеличивается в общем случае на удвоенное число НИ и пару полюсов ветви отклика, а искомым отклик получается с использованием традиционного принципа наложения. Это приводит к многократному увеличению числа НС и объема проверок на их совместимость.

Неявный принцип наложения – использование автономных подсхем – позволяет многократно сократить число НС [7]. Однако такой подход применим для цепей, в которых независимые источники и ветвь искомого отклика находятся в разных подсхемах. Целью статьи является обобщение метода нулловых схем для объединения автономных подсхем произвольного типа, содержащих как независимые источники, так и ветвь отклика.

**Типы автономных подсхем.** На рис. 1 показана схема из  $n$  подсхем, которые содержат произвольные линейные элементы, в том числе управляемые источники (УИ). Подсхемы не имеют между собой управляющих связей. Подсхемы с номерами  $1$  и  $n$  являются автономными, причем подсхема  $1$ , содержащая НИ, называется *подсхемой первого типа*, а подсхема  $n$  с ветвью искомого отклика (тока  $I$  или напряжения  $U$ ) – *подсхемой второго типа*. Если подсхема  $n$  содержит как ветвь искомого отклика, так и НИ, то она называется *подсхемой третьего типа*. Подсхемы с номерами  $2 \dots (n-1)$  могут быть как автономными (первого типа с произвольным числом НИ), так и неавтономными.

**Нахождение нулловых схем автономных подсхем.** Для формирования множества НС автономных подсхем используется понятие определителя автономной подсхемы (подсхемы с НИ) [8]. Для

раскрытия определителя автономной подсхемы первого типа необходимы формулы выделения не только сопротивлений, проводимостей и УИ [6], но и НИ [8]:

$$D = \underline{E}_i D_i (\underline{E}_i \text{ норатор; } \underline{E}_j = 0, j = 1 \dots s, j \neq i; \underline{J}_l = 0, l = 1 \dots r) + D^i (\underline{E}_i = 0); \tag{1}$$

$$D = \underline{J}_k D_k (\underline{J}_k \text{ норатор; } \underline{J}_l = 0, l = 1 \dots r, l \neq k; \underline{E}_j = 0, j = 1 \dots s) + D^k (\underline{J}_k = 0), \tag{2}$$

где  $D$  – определитель подсхемы;  $i$  и  $k$  – номера выделяемых источников ЭДС и тока соответственно;  $D_i$  и  $D_k$  – определители подсхемы, в которой источники ЭДС  $\underline{E}_i$  и тока  $\underline{J}_k$  соответственно заменены на норатор противоположного направления, а все остальные НИ нейтрализованы (величины равны нулю);  $D_i$  и  $D_k$  – определители подсхемы, в которой НИ  $\underline{E}_i$  и  $\underline{J}_k$  соответственно нейтрализованы;  $s$  и  $r$  – число источников ЭДС и тока соответственно.

В результате рекурсивного выделения всех элементов подсхемы первого типа получаются как равновесные, содержащие одинаковое число нораторов и нуллаторов, так и неравновесные НС, в которых число нораторов на единицу больше числа нуллаторов [5]. Неравновесные НС формируются за счет НИ, поскольку при их выделении по формулам (1) и (2) образуется норатор, а соответствующий ему нуллатор находится в подсхеме  $n$ .

Равновесные НС появляются во втором слагаемом формул (1) и (2) при нейтрализации всех НИ, поэтому их весовые коэффициенты не содержат параметров НИ. Такие НС называются равновесными НС без параметров НИ в отличие от рассматриваемых ниже равновесных НС с весовыми коэффициентами, содержащими НИ. Равновесные НС без параметров НИ могут участвовать в формировании как знаменателя, так и числителя искомого отклика, а неравновесные НС – только числителя.

Для нахождения НС автономной подсхемы второго типа применяются формулы выделения ветвей

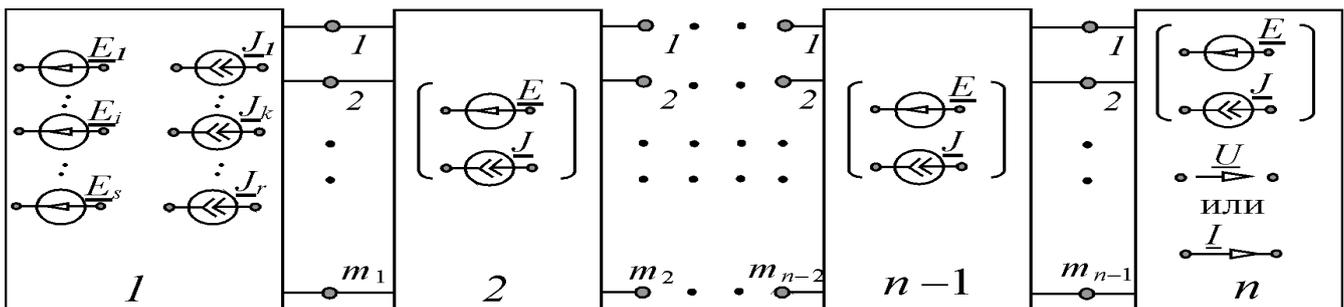


Рис. 1. Объединение автономных и неавтономных подсхем

искомого напряжения или тока, которые соответственно имеют вид:

$$D = D(\underline{U} \text{ нуллатор}) + D_{\underline{U}}; \quad (3)$$

$$D = D(\underline{I} \text{ нуллатор}) + D_{\underline{I}}, \quad (4)$$

где верхний и нижний индексы означают удаление ветви и замену ее на идеальный проводник (стягивание) соответственно.

Первое слагаемое в (3) и (4) образует неравновесные НС, содержащие нуллаторов на единицу больше числа нораторов. Второе слагаемое в этих формулах содержит равновесные НС без параметров НИ. Эти неравновесные и равновесные НС участвуют в формировании числителя и знаменателя отклика соответственно. Нуллаторные схемы подсистемы третьего типа формируются как с помощью формул (3) и (4) выделения ветвей откликов, так и формул (1) и (2) выделения НИ. При этом первое слагаемое в (3) и (4) будет включать не только неравновесные, но и равновесные НС с параметрами НИ. Эти НС будут участвовать в формировании числителя искомого отклика.

**Перечисление базисных НС.** За основу для построения САФ как неавтономных, так и автономных подсистем приняты *базисные нуллаторные схемы*, при перечислении которых не учитываются направления аномальных элементов [6]. В дальнейшем базисные нуллаторные схемы называются для краткости нуллаторными схемами – НС.

Максимальное число равновесных и неравновесных НС определяется как сумма возможных вариантов подключения нуллаторов к полюсам подсистемы [5]. Данные о числе равновесных и неравновесных НС автономной подсистемы (АП) приведены в

таблице. В поз. 1–11 и 12–17 рис. 2 приведены все 11 равновесных и 6 неравновесных НС для автономной трехполюсной подсистемы первого типа [7].

Общее число НС произвольной автономной подсистемы первого и второго типа одинаково  $N_{a1} = N_{a2}$  (таблица) и находится как сумма числа равновесных и неравновесных НС. Множества равновесных НС у подсистем первого и второго типа совпадают, а неравновесные НС для подсистемы второго типа получаются из НС подсистемы первого типа с тем же числом полюсов путем взаимной замены нораторов и нуллаторов.

Общее число НС подсистемы третьего типа  $N_{a3}$  (таблица) включает удвоенное число равновесных НС, поскольку такие подсистемы характеризуются равновесными НС как с параметрами НИ, так и без них. Неравновесные НС подсистемы третьего типа содержат на один нуллатор больше, чем нораторов, т.е. так, как НС подсистемы второго типа.

Для сравнения чисел НС различных подсистем в таблице приведены отношения числа НС неавтономной подсистемы к числу НС соответствующей автономной подсистемы первого, второго и третьего типа. В первом варианте эти отношения даны для одного заземленного, а во втором – для одного незаземленного НИ. В первом случае число полюсов неавтономной подсистемы увеличивается на 1, а во втором – на 2 по сравнению с автономной подсистемой. При этом число НС неавтономной подсистемы увеличивается по сравнению с НС автономной подсистемы первого или второго типа в 5–14 и 50–280 раз соответственно, а по сравнению с числом НС третьего типа в 3–9 и 30–180 раз. При дальнейшем увеличении числа НИ (третий и четвертый вариант таблицы) использование неавто-

Число полюсов АП, $m$	Максимальное число НС АП				Отношение числа НС НП к числу НС АП для вариантов							
	Равновесные НС АД (НС НП) $N_H$	Неравновесные НС АП	Всего НС АП первого и второго типов $N_{a1}=N_{a2}$	Всего НС АП третьего типа $N_{a3}$	первый		второй		третий		четвертый	
					$c_1 = c_2$	$c_3$	$c_1 = c_2$	$c_3$	$c_1 = c_2$	$c_3$	$c_1 = c_2$	$c_3$
					1 заземленный НИ		1 незаземленный НИ		2 незаземленных НИ		3 незаземленных НИ	
3	11	6	17	28	5,1	3,1	56	34	13948	8468	7,3640 <sup>6</sup>	4,4740 <sup>6</sup>
4	87	55	142	229	6,7	4,2	95	59	35329	21907		
5	952	650	1602	2554	8,4	5,3	148	93	78103	48990		
6	13513	9661	23174	36687	10,2	6,5	211	137				
7	237113	197477	434590	671703	11,5	7,5	285	186				
8	5016728	3839801	8855529	13872257	14,4	9,0						

Примечания: Для первого варианта расчет выполнен по формулам:  $c_1 = c_2 = N_H(m+1)/N_{a1}(m)$ ;  $c_3 = N_H(m+1)/N_{a3}(m)$ ; для второго  $c_1 = c_2 = N_H(m+2)/N_{a1}(m)$ ;  $c_3 = N_H(m+2)/N_{a3}(m)$ ; для третьего  $c_1 = c_2 = N_H(m+4)/N_{a1}(m)$ ;  $c_3 = N_H(m+4)/N_{a3}(m)$ ; для четвертого  $c_1 = c_2 = N_H(m+6)/N_{a1}(m)$ ;  $c_3 = N_H(m+6)/N_{a3}(m)$ .

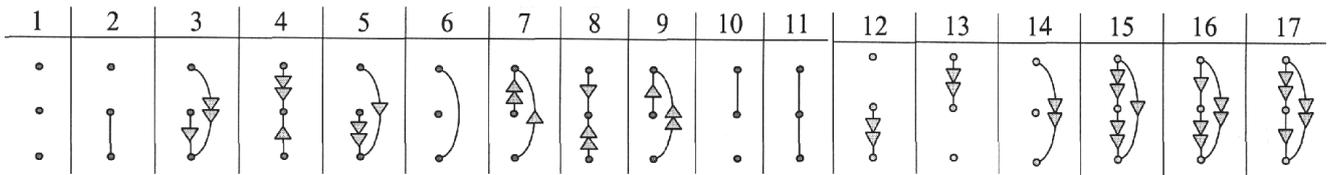


Рис. 2

номных подсхем для символьного анализа не представляется возможным из-за резкого роста числа НС. Следует отметить, что расчет указанных отношений НС при трех НИ (четвертый вариант таблицы) выполнен с использованием максимального числа НС  $N_H(9) = 125121009$  для неавтономной подсхемы с девятью полюсами [6].

**Объединение подсхем.** В первую очередь объединяются подсхемы с наименьшим числом полюсов как до, так и после объединения. При одинаковом числе полюсов преимущество получают подсхемы с меньшим числом НС. Такой порядок объединения сокращает число проверок на совместимость подсхем.

При объединении пары подсхем каждая НС первой подсхемы проверяется на совместимость с каждой НС второй подсхемы. Совместные пары НС образуют НС объединенной подсхемы. Последнее объединение соответствует исходной схеме и характеризуется алгебраическим выражением в виде суммы числителя и знаменателя искомого отклика.

*Алгоритм объединения двух подсхем.* 1. Перебор всех пар НС выбранных подсхем и выполнение для каждой пары операций 2–5.

2. Математическое объединение множеств узлов и ветвей двух НС. Общие узлы, не являющиеся внешними узлами объединенной НС, образуют множество ее внутренних узлов. Собственные узлы подсхем и общие узлы, являющиеся внешними узлами объединенной НС, образуют множество ее внешних узлов.

3. Проверка пары НС на совместимость. Пара НС совместима (невырождена), если: 1) имеется путь от каждого внутреннего узла к внешнему узлу; 2) отсутствуют контуры из нуллаторов или нораторов; 3) нет сечения из нуллаторов или нораторов,

охватывающего внутренние узлы. Если пара НС несовместима, то следует отбросить ее и перейти к проверке следующей пары НС.

4. Редукция внутренних узлов объединенной НС с помощью операций: 1) выделение нуллора [6]; 2) замена параллельного соединения нуллатора и норатора идеальным проводником; 3) удаление внутреннего узла вместе с последовательным соединением нуллатора и норатора; 4) исключение внутреннего узла вместе с идеальным проводником, соединяющим его с внешним узлом.

5. Занесение полученной НС в формируемую САФ. Для этого НС приводится к одной из уже имеющихся в САФ НС с помощью эквивалентных преобразований: 1) изменение направления одного из аномальных элементов со сменой знака весового коэффициента; 2) взаимное изменение номеров у аномальных элементов. Если такое приведение невозможно, то в САФ заносится новое слагаемое в виде этой НС и весового коэффициента, который определяется как произведение коэффициентов соответствующих НС подсхем.

Если объединение начинается с неавтономных и автономных (первого типа) подсхем, а подсхема второго или третьего типа подключается последней, то на промежуточных этапах объединения явного выделения равновесных и неравновесных НС не требуется. При последнем  $(n-1)$ -м объединении подсхем учитывается, что выражение знаменателя образуется объединением равновесных НС без параметров НИ, а выражение числителя – объединением неравновесных НС подсхем первого и второго типа. Если объединяются подсхемы первого и третьего типа, то числитель формируется как из неравновесных НС, так и равновесных НС с параметрами НИ и без них. При этом определители

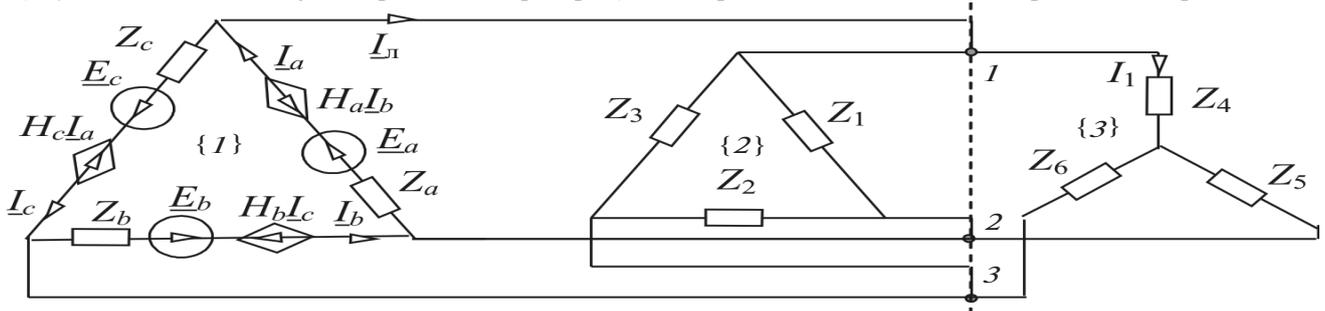


Рис. 3. Схема замещения синхронного генератора с двумя нагрузками

объединенных НС могут принимать значения 1, -1 и 0 [7].

Отметим, что в отличие от метода нулловых схем на основе неавтономных подсхем здесь не требуется дополнительных операций объединения исходной схемы с НС числителя и знаменателя [7].

**Анализ несимметричного синхронного генератора с нагрузкой.** Схема замещения генератора [1] с нагрузкой приведена на рис. 3.

*Применение автономной подсхемы третьего типа для нахождения тока  $I_L$ .* Подсхема 1 (рис. 3) является автономной подсхемой третьего типа, а подсхемы 2 и 3 – неавтономными подсхемами. Схемно-алгебраическая формула подсхемы 1 подразделяется на две подформулы:  $D_1^1$  содержит равновесные НС без параметров НИ, а  $D_1^2$  – равновесные НС с параметрами НС. Первая подформула САФ содержит все 11 слагаемых с равновесными НС из рис. 2:

$$D_1^1 = W_1^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_2^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_3^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_4^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_5^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_6^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_7^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_8^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_9^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_{10}^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_{11}^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right|, \quad (5)$$

где  $W_1^1 = H_a H_b H_c + Z_a Z_b Z_c$ ;  $W_2^1 = H_a H_b$ ;  $W_3^1 = H_a H_c$ ;  $W_4^1 = H_c H_b$ ;  $W_5^1 = Z_a H_b$ ;  $W_6^1 = Z_b H_c$ ;  $W_7^1 = Z_c H_a$ ;  $W_8^1 = Z_a Z_b$ ;  $W_9^1 = Z_a Z_c$ ;  $W_{10}^1 = Z_b H_c$ ;  $W_{11}^1 = H_a + H_b + H_c + Z_a + Z_b + Z_c$ .

Вторая подформула САФ имеет вид

$$D_1^2 = V_1^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + V_2^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + V_3^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + V_4^1 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right|, \quad (6)$$

где  $V_1^1 = [H_b \underline{E}_c - \underline{E}_b (Z_c + H_c)] H_a + Z_b (-Z_a \underline{E}_c + \underline{E}_a (Z_c + H_c))$ ;  $V_2^1 = \underline{E}_a (Z_c + H_c) - \underline{E}_c (Z_a + H_a)$ ;  $V_3^1 = \underline{E}_b (Z_a + H_a) - \underline{E}_a (Z_b + H_b)$ ;  $V_4^1 = \underline{E}_c (Z_b + H_b) - \underline{E}_b (Z_c + H_c)$ .

Схемно-алгебраическая формула подсхемы 2 включает 5 из 11 НС трехполюсной неавтономной подсхемы (графа 2 таблицы):

$$D_2 = W_1^2 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_2^2 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_3^2 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_4^2 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right| + W_5^2 \left| \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right|, \quad (7)$$

где  $W_1^2 = Z_1 Z_2 Z_3$ ;  $W_2^2 = Z_1 Z_3$ ;  $W_3^2 = Z_1 Z_2$ ;  $W_4^2 = Z_2 Z_3$ ;  $W_5^2 = Z_1 + Z_2 + Z_3$ .

Схемно-алгебраическая формула подсхемы 3 содержит те же НС, что САФ (7) подсхемы 2, но с другими весовыми коэффициентами:

$$W_1^3 = Z_4 (Z_5 + Z_6) + Z_5 Z_6; \quad W_2^3 = Z_4; \quad W_3^3 = Z_5; \quad W_4^3 = Z_6; \quad W_5^3 = 1. \quad (8)$$

На первом этапе объединяются подсхемы 2 и 3, имеющие наименьшее число НС – по 5. Совместными оказываются 15 пар НС (из 25): 1-1, 1-2, ..., 1-5, 2-1, 2-3, 2-4, 3-1, 3-2, 3-4, 4-1, 4-2, 4-3, 5-1, которые составляют САФ объединенной подсхемы 4 в виде (7) с весовыми коэффициентами:

$$W_1^4 = W_1^2 W_1^3; \quad W_2^4 = W_2^2 W_1^3 + W_1^2 W_2^3; \quad W_3^4 = W_3^2 W_1^3 + W_1^2 W_3^3; \quad W_4^4 = W_1^2 W_4^3 + W_4^2 W_1^3; \quad W_5^4 = W_3^2 W_2^3 + W_2^2 W_3^3 + W_4^2 W_2^3 + W_2^2 W_4^3 + W_5^2 W_1^3 + W_1^2 W_5^3 + W_4^2 W_3^3 + W_3^2 W_4^3. \quad (9)$$

На втором этапе объединяются подсхемы 4 и 1 в исходную схему. При этом числитель и знаменатель тока  $I_L$  находятся путем объединения пяти НС подсхемы 4 с 4 и 11 НС подсхемы 1 из формул (6) и (5) соответственно. Для числителя совместными являются пять пар НС (из 20): 1-5; 2-3; 2-4; 3-4 и 4-3, на основе которых формируется его выражение:

$$N = V_1^1 W_5^4 + (V_2^1 - V_1^4) W_3^4 + (V_2^1 - V_3^1) W_4^4. \quad (10)$$

Для знаменателя совместными являются 14 пар НС (из 55): 5-1; 2-2; 4-3; 3-4; 4-5; 2-6; 3-7; 2-8; 4-8; 3-9; 4-9; 2-10; 3-10; 1-11, весовые коэффициенты которых составляют его выражение:

$$D = W_{11}^1 W_1^4 + (-W_2^1 + W_6^1 + W_8^1 + W_{10}^1) W_2^4 + (-W_4^1 + W_7^1 + W_9^1 + W_{10}^1) W_3^4 + (-W_3^1 + W_5^1 + W_8^1 + W_9^1) W_4^4 + W_1^1 W_5^4. \quad (11)$$

Как видно, искомое выражение тока  $I_L$  сформировано в виде отношения формул (10) и (11), для этого потребовалось 100 операций объединения НС.

*Сравнение с методом объединения неавтономных подсхем.* Неавтономные подсхемы 1, 2 и 3 имеют 19, 5 и 5 НС соответственно. При объединении подсхем 2 и 3 требуется 25 проверок объединенных НС, при этом объединенная подсхема имеет так же, как и исходные подсхемы, 5 НС. При объединении её с подсхемой 1 требуется 95 проверок объединенных НС, при этом формируются все 95 НС исходной схемы.

При формировании числителя отклика потребуется объединение схемы с НС числителя, для этого необходимо выполнить 285 операций проверки объединенных НС. Для получения знаменателя – 95 проверок. Всего – 405 проверок, что в 4 раза больше, чем при использовании предлагаемого метода.

Применение автономных подсхем первого и второго типа для нахождения тока  $I_1$ . Аналогичный пример рассмотрен в [7], поэтому здесь приводится только результат, полученный объединением трех подсхем (рис. 3): 1) синхронного генератора – подсхемы первого типа; 2) трехфазной нагрузки в виде схемы треугольника из сопротивлений – неавтономной подсхемы; 3) нагрузки в виде схемы звезды из сопротивлений – подсхемы второго типа:

$$I_1 = [(-W_{16}^1 + W_{17}^1)W_6^4 + (-W_{15}^1 + W_{17}^1)W_7^4 + (-W_{12}^1 + W_{14}^1)W_8^4 + (-W_{13}^1 + W_{14}^1)W_9^4] / D, \quad (12)$$

где знаменатель  $D$  совпадает с выражением (11);  $W_1^2, W_2^2, W_3^2, W_4^2$  определены в (7);

$$W_{12}^1 = Z_b(Z_a E_c - H_c E_a) + H_a H_c E_b;$$

$$W_{13}^1 = Z_a(Z_c E_b - H_b E_c) + H_b H_c E_a;$$

$$W_{14}^1 = Z_c(Z_b E_a - H_a E_b) + H_a H_b E_c;$$

$$W_{15}^1 = E_b(Z_a + H_a) - E_a(Z_b + H_b);$$

$$W_{16}^1 = E_c(Z_b + H_b) - E_b(Z_c + H_c);$$

$$W_{17}^1 = E_a(Z_c + H_c) - E_c(Z_a + H_a);$$

$$W_6^3 = Z_5; W_7^3 = Z_6; W_8^3 = 1; W_6^4 = W_6^3 W_1^2;$$

$$W_7^4 = W_7^3 W_1^2; W_8^4 = W_6^3 (W_2^2 + W_4^2) + (W_7^3 + W_8^3) W_1^2;$$

$$W_9^4 = W_7^3 W_3^2.$$

Формула (12) получена объединением подсхем в порядке 2–3–1 (сначала объединяются подсхемы 2 и 3, а затем подсоединяется подсхема 1), при этом потребовалось 119 операций проверки пар НС на совместимость. Этот порядок соответствует первоочередному выбору подсхем с наименьшим числом НС. При объединении подсхем в порядке 1–2–3 и 1–3–2 требуется 158 и 163 операции соответственно.

Сравнение с решением по методу контурных токов. Определенное по методу контурных токов выражение искомого тока оказывается избыточным. Оно содержит 408 и 220 слагаемых в знаменателе и числителе соответственно, из них 310 и 174 взаимно уничтожающихся слагаемых. После использования известной математической системы Maple [9], реализующей трудоемкие алгоритмы развертки, сортировки и свертки слагаемых, символьное выражение тока содержит 152, 106 и 28 операций умножения, сложения и вычитания соответственно. При этом последовательное выражение (12), полученное с помощью предлагаемого метода, содержит значительно меньше операций – 68, 41 и 7 умножений, сложений и вычитаний соответственно.

**Выводы.** 1. Рассмотрены различные типы автономных подсхем и соответствующие им нулловые

схемы. Число таких нулловых схем во много раз меньше числа нулловых схем соответствующей неавтономной подсхемы.

2. Метод нулловых схем обобщен для анализа цепей с различными типами автономных подсхем, что позволило многократно уменьшить число проверок подсхем на совместимость и затраты при формировании символьных выражений откликов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакиров М.А. Теоретические основы электротехники: Новые идеи и принципы: Схемоанализ и диакоптика. – СПб: Изд. СПбГТУ, 2001.
2. Hassoun M.M., Lin P.M. A hierarchical network approach to symbolic analysis of large-scale networks. – IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1. Fundamental theory and applications, 1995, vol. 42, N4.
3. Филаретов В.В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям. – Электричество, 2001, №8.
4. Королёв Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Сравнение методов анализа электрических цепей по частям в символьном виде. – Тр. междунар. конф. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей» (КЛИН–2007). – Ульяновск: УлГТУ, 2007, т. 3.
5. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников. – Электричество, 2003, № 6.
6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неравновесные нулловые схемы для символьного анализа цепей методом объединения подсхем. – Тр. междунар. конф. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей» (КЛИН–2008). – Ульяновск: УлГТУ, 2008, вып. 6.
7. Курганов С.А., Филаретов В.В. Нулловые схемы автономных подсхем. – Международ. сб. научн. трудов «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей»/Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009, вып.7.
8. Коротков А.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ дискретно-аналоговых цепей с переключаемыми конденсаторами. – Электричество, 2009, № 4.
9. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. – М.: СОЛОН=Пресс, 2006.

[25.03.10]

*Авторы: Курганов Сергей Александрович окончил в 1978 г. радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (УПИ, ныне Ульяновский государственный технический университет – УлГТУ) по специальности «Конструирование и производство РЭА». В 2006 г. защитил докторскую диссертацию «Символьный анализ и диакоптика линейных электрических цепей» в СПбГПУ. Профессор, зам. заведующего кафедрой «Электроснабжение» УлГТУ.*

*Филаретов Владимир Валентинович окончил в 1982 г. радиотехнический факультет УПИ. В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте. Профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ.*