

* * *

Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора. Ч. 2*

ШАКИРОВ М.А.

Представлена новая формула (модель) принципа действия силового трансформатора, вытекающая из характера распределения вектора Пойнтинга в промежутке между его первичной и вторичной обмотками. На базе этого принципа получены развернутые 4Т-образные схемы замещения и векторные диаграммы с локализациями на них всех магнитных потоков в окне и стали трансформатора. Подтверждена достоверность возникновения как при установившемся, так и при внезапном коротком замыкании одной из обмоток, одновременно в различных частях магнитопровода сверх- и антипотоков. Делается вывод о необходимости пересмотра теории трансформатора. Это утверждение предопределено работами многих авторов, выступавших с критикой его Т- и П-образных схем замещения. В данной статье показано, что решение проблемы возможно только при более глубоком понимании физических основ работы трансформатора.

Ключевые слова: трансформатор, первичная и вторичная обмотки, магнитный поток, векторная диаграмма, схема замещения, короткое замыкание, напряженность магнитного поля, напряженность электрического поля

Передача энергии в идеализированном трансформаторе с обмотками конечной толщины. С энергетической точки зрения важнейшим является вопрос: как в схеме замещения отобразить наращивание мощности \dot{S}_1 в первичной обмотке и отдачу мощности \dot{S}_2 в нагрузку? Ответ кроется в учете конечной толщины обмоток шириной a и b (рис. 1). В этом случае соотношения для потоков (7)–(9) в идеализированном трансформаторе принимают вид:

$$\dot{F}_1 = \dot{F}_a + \dot{F}_a', \quad (36)$$

$$\dot{F}_d = \dot{F}_a' - \dot{F}_b', \quad (37)$$

$$\dot{F}_2 = \dot{F}_b' - \dot{F}_b. \quad (38)$$

Примечание 5. Для уяснения физических процессов необходимо помимо распределения напряженности магнитного поля $H(r)$ (показано в нижней час-

ти рис. 1,б) знать и распределение напряженности электрического поля $E(r)$, которая определяется из закона электромагнитной индукции:

$$\dot{\Phi} E(r) dt = 2\pi r E(r) = \frac{dF(r)}{dt}; \quad \dot{E}(r) = \frac{j\omega F(r)}{2\pi r}, \quad (39)$$

где $F(r)$ – поток, охватываемый круговым контуром радиусом r с центром на оси стержня (рис. 1). Формулы для комплексных величин $\dot{H}(r)$ и $\dot{E}(r)$ в отдельных областях окна трансформатора приведены в Приложении 3. Там же представлены типовые кривые зависимостей от радиуса r модуля и фазы вектора Пойнтинга $\dot{P}(r) = \dot{E}(r)\dot{H}(r)$. Кривые показывают, что в рабочих режимах в толще первичной обмотки происходит его постепенное нарастание, а в толще вторичной обмотки – ослабление. Активная мощность транспортируется через коридор между обмотками без потерь, т.е.

$$2\pi r h \operatorname{Re}(\dot{P}_d(r)) = \text{const}, \quad (40)$$

* Окончание. Начало см. в № 9.

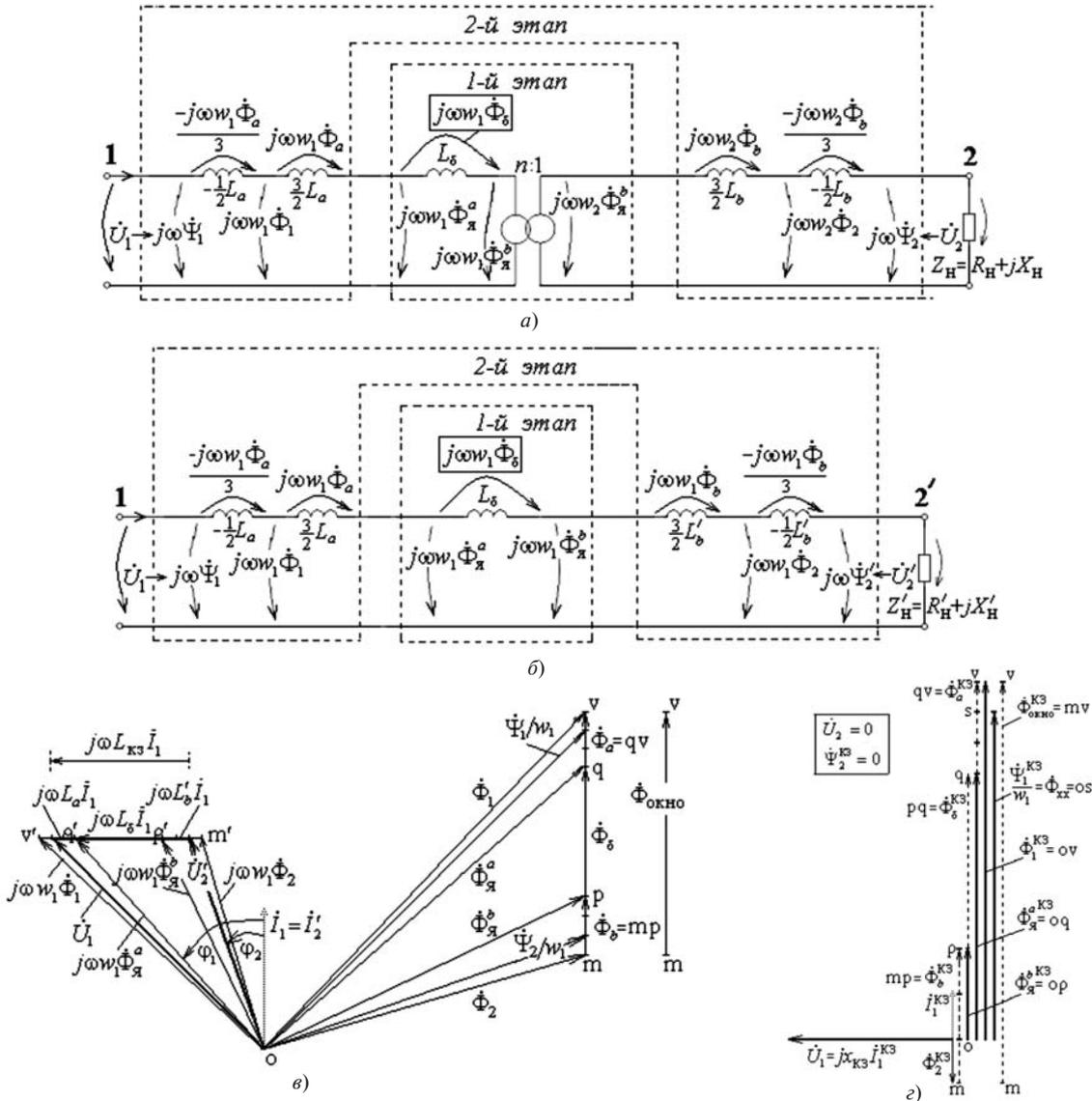


Рис. 4. Этапы наращивания схемы замещения идеализированного трансформатора (а) и ее 4Т-модель с приведенными параметрами (б); развернутая векторная диаграмма для случая активно-индуктивной нагрузки (в) и в режиме КЗ (з)

где $\mathbf{P}_d(r)$ – вектор Пойнтинга в коридоре.

Вспользуемся правилом (35) для отображения на схеме замещения толщины внутренней обмотки. В ней напряженность магнитного поля изменяется по линейному закону (рис. 1,б):

$$H_a(x) = \frac{x}{a} H_d = \frac{x}{a} \frac{w_1 I_1}{h}$$

где x – координата по оси r , причем $x=0$ соответствует внутренней стороне внутренней обмотки.

Энергия магнитного поля, запасаемая в толще обмотки:

$$W_a^M = \int_0^a \frac{\rho}{2} H_a^2 da \gg \int_0^a \frac{\rho}{2} (H_a(x))^2 da dx =$$

$$= \frac{m_0 H_d^2}{2} \rho D_a h \int_0^a \frac{a}{\rho} dx \approx \frac{m_0 \rho D_a}{6h} w_1^2 I_1^2$$

В соответствии с правилом (35) продольную индуктивность, отображающую наращивание вектора Пойнтинга в толще внутренней обмотки, можно определить из выражения

$$L_a = \frac{W_a^M}{I_1^2} = \frac{m_0 \rho D_a}{3h} w_1^2 = \frac{m_0 s_a}{3h} w_1^2 \quad (41)$$

Наращивание схемы первого этапа путем подсоединения к ней индуктивности показано на рис. 4,а, где она представлена двумя слагаемыми – отрицательной $-L_a/2$ и положительной индуктивностью $3L_a/2$, что позволило отобразить на схеме поток F_a . В толще внутренней обмотки имеем:

$$\oint_a \mathbf{e} \cdot d\mathbf{l} = \int_a \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_a \mathbf{D} \cdot d\mathbf{x} = \frac{\mu_0 \mu_r D_a}{2h} w_1 I_1 = \frac{3 L_a I_1}{2 w_1}$$

Умножив обе части этого выражения на $j\omega$, трудно получить из него соотношение для напряжения на L_a -элементе:

$$j\omega L_a I_1 = \frac{2}{3} j\omega w_1 F_a, \tag{42}$$

которое можно представить в виде двух частей:

$$j\omega \frac{3L_a}{2} I_1 = \frac{2}{3} j\omega w_1 F_a; \tag{43}$$

$$- j\omega \frac{L_a}{2} I_1 = \frac{j\omega w_1 F_a}{3}, \tag{44}$$

что также отображено на втором этапе наращивания схемы замещения (рис. 4,а). Явное представление на схеме потоков F_a и F_a^a позволяет, следуя соотношению (36), увидеть на ней и поток F_1 , входящий множителем в напряжение $j\omega w_1 F_1$, показанное на рис. 4,а. Действительно, согласно 2-му закону Кирхгофа для контура, включающего напряжения, выраженные через потоки F_1 , F_a и F_a^a , можем записать:

$$j\omega w_1 F_1 = j\omega w_1 F_a + j\omega w_1 F_a^a, \tag{45}$$

что совпадает с уравнением (36), помноженным на $j\omega w_1$.

Аналогичным образом можно показать, что индуктивность, отображающая передачу мощности S_2 из толщи внешней обмоткой в нагрузку, равна

$$L_b = \frac{\mu_0 s_b}{3h} w_2^2. \tag{46}$$

Индуктивность L_b , как и L_a на рис. 4,а, представлена двумя частями – отрицательной ($-L_b/2$) и положительной ($3L_b/2$) – для явного отображения на схеме магнитных потоков F_b и F_2 . Согласно 2-му закону Кирхгофа обход в схеме (рис. 4,а) по контуру, включающему напряжения, выраженные через эти потоки, дает уравнение

$$j\omega w_2 F_2 = j\omega w_2 F_b - j\omega w_2 F_b, \tag{47}$$

которое совпадает с (38), помноженным на $j\omega w_2$. Явная демонстрация потоков на схеме идеализированного трансформатора, в которой вторичная обмотка приведена к первичной, представлена на рис. 4,б, где $L_\phi = n^2 L_b$, $Y_\phi = n Y_2$ и т.д. Их поперечная локализация в виде четырех поперечных стрелок дает основание называть схему приведенной 4Т-образной схемой замещения идеализированного трансформатора.

Как видно, все индуктивности схемы замещения идеализированного трансформатора оказались функциональными (табл. 1), т.е. играющими конкретную полезную роль в транспортировке мощности из первичной обмотки во вторичную и далее в нагрузку. Их сумма – обычная индуктивность K_3 со стороны внутренней обмотки, равная

$$L_{K3} = L_a + L_d + L_\phi. \tag{48}$$

Реактивная мощность, потребляемая этими индуктивностями из первичной цепи, обеспечивает движение потока основной мощности через идеализированный трансформатор.

Примечание 6. Из сказанного следует, что называть перечисленные продольные индуктивности, являющиеся частями внутренней индуктивности трансформатора, ни поодиночке, ни вместе (в сумме) индуктивностями рассеяния не корректно и противоречит физическому смыслу, как противоречит здравому смыслу, например, называть колеса и кор-

Таблица 1

Обозначение	Формула	Функция (назначение)
L_a	$\frac{\mu_0 w_1^2 s_a}{h \cdot 3}$	наращивание передаваемой мощности во внутренней обмотке
L_d	$\frac{\mu_0 w_1^2 s_d}{h}$	передача мощности в <i>коридоре</i> между обмотками
L_b	$\frac{\mu_0 w_2^2 s_b}{h \cdot 3}$	отдача мощности из вторичной обмотки в нагрузку
L_ϕ	$\frac{\mu_0 w_1^2 s_b}{h \cdot 3}$	

пуса автомашин или самолетов издержками транспортировки.

Схемы (рис. 4) подтверждают, что при х.х. магнитные потоки в стали идеализированного трансформатора равны друг другу:

$$\mathcal{F}_1^{x,x} = \mathcal{F}_a^{(x,x)} = \mathcal{F}_b^{(x,x)} = \mathcal{F}_2^{x,x} = \mathcal{F}_{x,x} = \frac{U_1}{j\omega w_1}, \quad (49)$$

тогда как потоки в толще его обмоток и поток между обмотками в этом режиме

$$\mathcal{F}_a^{x,x} = \mathcal{F}_b^{x,x} = \mathcal{F}_d^{x,x} = 0. \quad (50)$$

Однако в общем случае потоки в различных частях магнитопровода трансформатора не равны друг другу, т.е. в любом режиме работы за исключением случая х.х.

$$\mathcal{F}_1 \neq \mathcal{F}_a \neq \mathcal{F}_b \neq \mathcal{F}_2.$$

Взаимосвязь между ними иллюстрируется на развернутой векторной диаграмме (рис. 4,в), построенной для случая активно-индуктивной нагрузки. Электрическая и магнитная ее части подобны и могут быть получены друг из друга простым поворотом на 90°. Соответственные точки обозначены одинаковыми буквами *m* и *mϕ* *p* и *pϕ* и т.д. Для лучшей обозримости значение индуктивности КЗ $L_{кз}$ принято завышенным. В действительности в рабочих режимах длина, например, вектора $j\omega L_{кз} I_1$ на порядок меньше напряжения на нагрузке U_2 ; точно так же поток в окне $\mathcal{F}_{окн}$ на порядок меньше потока в боком стержне \mathcal{F}_2 и т.д.

Сверх- и антипоток при установившемся КЗ внешней обмотки идеализированного трансформатора. Анализ режима КЗ трансформатора при номинальном напряжении важен как для понимания физических основ его работы при перегрузках, так и для опровержения ошибочного мнения, в частности, в [21, с. 75]: «... при перегрузках поток в стальном сердечнике резко уменьшается и при КЗ падает почти до нуля». В действительности это не так, и при КЗ на одних участках магнитопровода поток может оказаться даже больше потока х.х., т.е. $\mathcal{F}_k^{кз} > \mathcal{F}_{x,x}$ (такой поток называется сверхпоток КЗ *k*-го участка), а на других – принять направление, противоположное потоку х.х. (такой поток называется антипоток). При КЗ внешней обмотки, т.е. при $Z_{\phi} = 0$ в схеме (рис. 4,б), имеет место ток КЗ, представленный на векторной диаграмме (рис. 4,з):

$$I_1^{кз} = \frac{U_1}{j\omega L_{кз}}; \quad (51)$$

так же обозначены магнитные потоки в стали и окне трансформатора. Все они располагаются вдоль вектора $I_1^{кз}$, причем поток в боковом ярме $\mathcal{F}_2^{кз}$ направлен навстречу вектору тока. Потоки в окне представлены пунктирными векторами, а в стали – сплошными. Добавлен вектор *mπ* полного потока в окне $\mathcal{F}_{окн}^{кз} = \mathcal{F}_a^{кз} + \mathcal{F}_d^{кз} + \mathcal{F}_b^{кз}$. Видно, что $\mathcal{F}_1^{кз}$ больше $\mathcal{F}_{x,x}$ и, следовательно, ведет себя как сверхпоток при КЗ, тогда как $\mathcal{F}_2^{кз}$ выступает как антипоток при КЗ, т.е. направлен навстречу $\mathcal{F}_{x,x}$. Согласно 2-му закону Кирхгофа для контура, включающего на схемах (рис. 4) напряжение $j\omega w_1 I_1$, можем записать:

$$j\omega w_1 I_1^{кз} = U_1 - \frac{L_a}{2} \frac{dI_1^{кз}}{dt} = U_1 - \frac{L_a}{2L_{кз}} \frac{dU_1}{dt} \quad (52)$$

Если выразить $I_1^{кз}$ через поток $\mathcal{F}_{x,x}$, т.е., пользуясь (49), записать уравнение

$$U_1 = j\omega w_1 \mathcal{F}_1^{x,x} = j\omega w_1 \mathcal{F}_{x,x} \quad (53)$$

и подставить его правую часть (52), то нетрудно получить связь между потоком в стержне в режимах КЗ и х.х. в виде

$$\frac{\mathcal{F}_1^{кз}}{\mathcal{F}_{x,x}} = \frac{\mathcal{F}_1^{кз}}{\mathcal{F}_1^{x,x}} = \frac{U_1}{U_1 - \frac{L_a}{2L_{кз}} \frac{dU_1}{dt}} = \frac{1}{1 - \frac{L_a}{2L_{кз}} \frac{d}{dt}} \quad (54)$$

где

$$\underline{L}_a = L_a / L_{кз}. \quad (55)$$

Используя аналогичные обозначения для других индуктивностей:

$$\underline{L}_d = L_d / L_{кз}; \quad \underline{L}_b = L_b / L_{кз}, \quad (56)$$

из диаграммы (рис. 4,з) можно получить аналогичные (54) соотношения для других потоков в режиме КЗ идеализированного трансформатора, как показано в табл. 2, где $k_1^{кз,внеш} = \mathcal{F}_q / \mathcal{F}_{x,x}$ – коэффициент магнитного состояния для *q*-го участка (верхний индекс указывает, что он определен при КЗ внешней обмотки).

Схемы (рис. 4) можно назвать развернутыми схемами замещения идеализированного трансфор-

Таблица 2

Область (участок) трансформатора	$\underline{F}_k = \frac{\underline{F}_k}{F_{x,x}}$	Примечание
Стержень	$k_{ст}^{кз.внеш} = \underline{F}_{-1} = 1 + \frac{1}{2} \underline{L}_a$	$\underline{F}_{-1}^{кз}$ назван сверхпоток, так как $F_1^{кз} > F_{x,x}$
Левый участок стыкового ярма	$\underline{F}_{-я}^{акз} = 1 - \underline{L}_a$	—
Правый участок стыкового ярма	$\underline{F}_{-я}^{бкз} = \underline{L}_b$	—
Боковое ядро	$k_{бок}^{кз.внеш} = \underline{F}_{-2} = -\frac{1}{2} \underline{L}_b$	$\underline{F}_{-2}^{кз}$ назван антипоток, так как $\left \arg F_2^{кз} - \arg F_{x,x} \right = 180^\circ$
Внутренняя обмотка	$k_a^{кз.внеш} = \underline{F}_{-a} = \frac{3}{2} \underline{L}_a$	—
«Коридор» между обмотками	$k_d^{кз.внеш} = \underline{F}_{-d} = \underline{L}_d$	—
Внешняя обмотка	$k_b^{кз.внеш} = \underline{F}_{-b} = \frac{3}{2} \underline{L}_b$	—

матора, решающими задачу отображения всех электрических и магнитных величин в любом режиме его работы. Этого удалось достичь благодаря разбиению каждой из индуктивностей L_a и L_b на отрицательную и положительную составляющие с целью выявления потоков в стержне и боковом ядре. При этом наглядную схемную демонстрацию получили и потокосцепления обмоток, удовлетворяющие согласно схемам (рис. 4) условиям:

$$\underline{Y}_1 = w_1 \underline{F}_1 - \frac{w_1 \underline{F}_a}{3}; \tag{57}$$

$$\underline{Y}_2 = w_2 \underline{F}_2 + \frac{w_2 \underline{F}_b}{3}. \tag{58}$$

Еще одно достоинство схем (рис. 4) – возможность на их основе, принимая во внимание отображенные на них магнитные потоки в стали, сделать еще один, третий, шаг в наращивании схем дополнительными элементами, учитывающими потери в обмотках и в стали.

Сверх- и антипоток при внезапном КЗ внешней обмотки идеализированного трансформатора. Из табл. 2 следует, что антипоток в боковом ядре при установившемся КЗ внешней обмотки можно определить как поток, направленный встречно сверхпоток в сердечнике в этом же режиме. Такое оп-

ределение удобно для понимания смысла антипотока при внезапном КЗ внешней обмотки. Для исследования потоков в переходном процессе следует воспользоваться схемой (рис. 5,а), отличающейся от схемы на рис. 4,б заменой $j\omega$ оператором d/dt и добавлением активного сопротивления КЗ $r_{кз} = R_1 + R_2$ (для мощных трансформаторов $\text{tg} \varphi_{кз} = \omega L_{кз} / r_{кз} \gg 1$ и $j_{кз} \approx 0$). Постоянная времени короткозамкнутой цепи (рис. 5,а), равная $t_{кз} = L_{кз} / r_{кз}$, для таких трансформаторов существенно превышает период колебаний напряжения $T = 2\pi / \omega$.

Как известно, наиболее опасным для трансформатора является случай, когда внезапное КЗ происходит в момент прохождения напряжения

$$u_1 = U_m \sin(\omega t + \gamma_u) \tag{59}$$

через нуль (т.е. при $\gamma_u = 0$). Тогда ток описывается уравнением

$$i_1^{кз}(t) \approx I_{1m}^{кз} e^{-\frac{t}{t_{кз}}} \cos \omega t \tag{60}$$

Опасность состоит в появлении при $t \approx \pi / \omega = T/2$ ударного тока КЗ

$$i_{1уд}^{кз}(t) \approx I_{1m}^{кз} e^{-\frac{t}{2t_{кз}}} + 1 \tag{61}$$

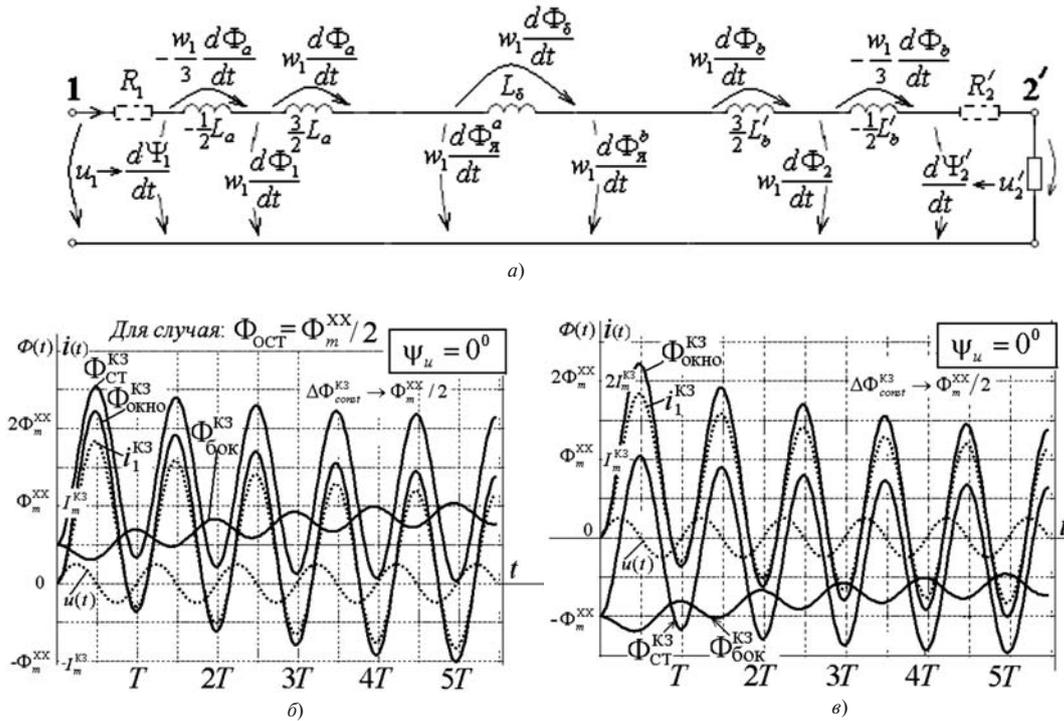


Рис. 5. Схема замещения идеализированного трансформатора с учетом активных сопротивлений обмоток (а); переходные процессы при включении предварительно закороченного трансформатора (б) и при внезапном КЗ с холостого хода (в)

где $I_{1m}^{\text{КЗ}}$ – ток установившегося КЗ, равный

$$I_{1m}^{\text{КЗ}} = U_m / \sqrt{(wL_{\text{КЗ}})^2 + r_{\text{КЗ}}^2}. \quad (62)$$

Множитель в скобках (61)

$$k_{\text{уд}} = \frac{i_{1\text{уд}}^{\text{КЗ}}}{I_{1m}^{\text{КЗ}}} \approx \frac{\frac{\Phi_{\text{ст}}}{\Phi_{\text{окно}}} - \frac{T}{2t_{\text{КЗ}}}}{\frac{\Phi_{\text{ст}}}{\Phi_{\text{окно}}}} \frac{\ddot{\Phi}}{\dot{\Phi}} \quad (63)$$

называют ударным коэффициентом для тока. Выражение (60) позволяет по схеме (рис. 5,а) найти

кривые изменения потоков на всех участках окна и магнитопровода при КЗ. На рис. 5,б они представлены для переходного процесса при включении напряжения сети на предварительно закороченный трансформатор при наличии остаточного намагничивания магнитопровода ($F_{\text{на}}^0 F_{\text{ост}} - F_m^{\text{х.х}}/2$), а на рис. 5,в – при внезапном КЗ внешней обмотки с режима х.х. (в этом случае, как известно, $F_{\text{на}} = -F_m^{\text{х.х}}$). Анализ кривых показывает:

1. Поскольку потоки в окне ($F_a(t)$, $F_b(t)$ и $F_d(t)$) при любых условиях пропорциональны

Таблица 3

Область (участок) трансформатора	Ударный коэффициент для потока $k_q^{\text{уд}} = F_{q\text{наиб}} / F_m^{\text{х.х}}$
Окно	$k_{\text{окн}}^{\text{уд}} = k_{\text{окн}}^{\text{КЗ.внеш}} k_{\text{уд}} \gg 2k_{\text{окн}}^{\text{КЗ.внеш}}$
Внутренняя обмотка	$k_a^{\text{уд}} = k_a^{\text{КЗ.внеш}} k_{\text{уд}} \gg 2k_a^{\text{КЗ.внеш}}$
«Коридор» между обмотками	$k_d^{\text{уд}} = k_d^{\text{КЗ.внеш}} k_{\text{уд}} \gg 2k_d^{\text{КЗ.внеш}}$
Внешняя обмотка	$k_b^{\text{уд}} = k_b^{\text{КЗ.внеш}} k_{\text{уд}} \gg 2k_b^{\text{КЗ.внеш}}$
Стержень	$k_{\text{ст}}^{\text{уд}} \gg 2k_{\text{ст}}^{\text{КЗ.внеш}} + \frac{F_{\text{на}}}{F_m^{\text{х.х}}}$
Боковое ярмо	$k_{\text{бок}}^{\text{уд}} \gg -2k_{\text{бок}}^{\text{КЗ.внеш}} + \frac{F_{\text{на}}}{F_m^{\text{х.х}}}$

току, то одновременно с ударным током в тот же момент возникнут и соответствующие ударные потоки в толщах обмоток и «коридоре» между ними, как показано в табл. 3, где $F_{qнаиб}$ – наибольшее значение потока в момент времени $t = T/2$ на q -м участке трансформатора.

2. Из физических соображений вытекает, что, так как схема (рис. 5,а) имеет первый порядок сложности, то выражения для потоков в стержне и боковом ярме помимо аperiodической и постоянной составляющих должны содержать слагаемые синусоидального установившегося режима КЗ – с амплитудой сверхпотока $k_{ст}^{кз.внеш} F_m^{x.x}$ в составе $F_{ст}^{кз.внеш}(t)$ и амплитудой антипотока $k_{бок}^{кз.внеш} F_m^{x.x}$ в составе $F_{бок}^{кз.внеш}(t)$. Этим объясняется, почему колебания потоков в стержне и боковом ярме на графиках рис. 5 находятся в противофазе. И в этом состоит смысл преемственности терминов сверх- и антипоток в динамических процессах короткозамкнутого трансформатора.

3. Постоянная составляющая потоков в стержне и боковом ярме

$$F_{const}^{кз} = DF_{const}^{кз} + F_{на}, \quad (64)$$

где $F_{на}$ – начальное значение потока в магнитопроводе; $DF_{const}^{кз}$ – постоянный магнитный поток, внедряемый в магнитопровод вследствие внезапного КЗ:

$$DF_{const}^{кз} \approx \frac{F_m^{x.x}}{2} \cos y_u. \quad (65)$$

В нашем случае $y_u = 0$, следовательно,

$$DF_{const}^{кз} \approx \frac{F_m^{x.x}}{2}; \quad (66)$$

$$F_{const}^{кз} = \frac{F_m^{x.x}}{2} + F_{на}.$$

Поэтому, достигнув установившегося режима, кривые $F_{ст}^{кз}(t)$, $F_{бок}^{кз}(t)$ на рис. 5,б колеблются относительно ординаты

$$F_{const}^{кз} = \frac{F_m^{x.x}}{2} + \frac{F_m^{x.x}}{2} = F_m^{x.x}, \quad (67)$$

а на рис. 5,в – относительно ординаты

$$F_{const}^{кз} = \frac{F_m^{x.x}}{2} - F_m^{x.x} = -\frac{F_m^{x.x}}{2}. \quad (68)$$

4. Ударное (наибольшее) значение поток в стержне принимает при $t \approx T/2$:

$$F_{ст(наиб)}^{кз} \approx F_m^{x.x} k_{ст}^{кз.внеш} + (k_{ст}^{кз.внеш} - 0,5)e^{-\frac{T}{2t_{кз}}} \frac{\ddot{\phi}}{\phi} + \frac{F_m^{x.x}}{2} + F_{на}. \quad (69)$$

Для мощных трансформаторов множитель с экспонентой близок к единице, что позволяет записать ударный коэффициент для потока в стержне в виде, приведенном в табл. 3. Присутствие в выражении $k_{ст}^{уд}$ коэффициента $k_{ст}^{кз.внеш}$ является основанием называть $F_{ст}^{кз.внеш}(t)$ сверхпотоком, тем более что в учебниках эта тема либо не обсуждается, либо ошибочно принимается $F_{ст(наиб)}^{кз} \approx 0,5 F_m^{x.x} + F_{на}$.

5. В момент, когда сверхпоток $F_{ст}^{кз.внеш}(t)$ в стержне достигает наибольшего значения, антипоток в боковом ярме равен

$$F_{бок(наим)}^{кз} \approx F_m^{x.x} k_{бок}^{кз.внеш} - (k_{бок}^{кз.внеш} + 0,5)e^{-\frac{T}{2t_{кз}}} \frac{\ddot{\phi}}{\phi} + \frac{F_m^{x.x}}{2} + F_{на}. \quad (70)$$

Для мощных трансформаторов

$$F_{бок(наим)}^{кз} \approx -2k_{бок}^{кз.внеш} F_m^{x.x} + F_{на}, \quad (71)$$

откуда следует выражение для ударного коэффициента, приведенное в табл. 3 для бокового ярма.

4Т-образная схемная модель реального трансформатора. Новый этап связан с наращиванием схем замещения (рис. 4) активными сопротивлениями $R_1, R_2 (R_{\phi})$ обмоток, а также поперечными ветвями для учета активных и реактивных потерь в стали, включая участки между баком и частями магнитопровода, как показано штриховыми линиями на схеме (рис. 6). В ней нелинейные индуктивности и параллельно подключенные к ним активные проводимости соответствуют: L_a^a, g_a^a – части стыкового ярма, примыкающего к стержню; $L_{я}^b, g_{я}^b (L_{\phi}^b, g_{\phi}^b)$ – части стыкового ярма, примыкающего к боковому ярму; L_1, g_1 – стержню; $L_2, g_2, (L_{\phi}^b, g_{\phi}^b)$ – боковому ярму.

Последовательно присоединенные к ним линейные индуктивности

$$L_{dl} = \frac{m_0 s_{dl}}{h} w_1^2; \quad L_a^{оя} = \frac{m_0 s_a^{оя}}{l_a^{оя}} w_1^2; \quad L_b^{оя} = \frac{m_0 s_b^{оя}}{l_b^{оя}} w_1^2; \\ L_{d2} = \frac{m_0 s_{d2}}{h} w_1^2; \quad L_D = \frac{m_0 s_D}{h} w_1^2 \quad (72)$$

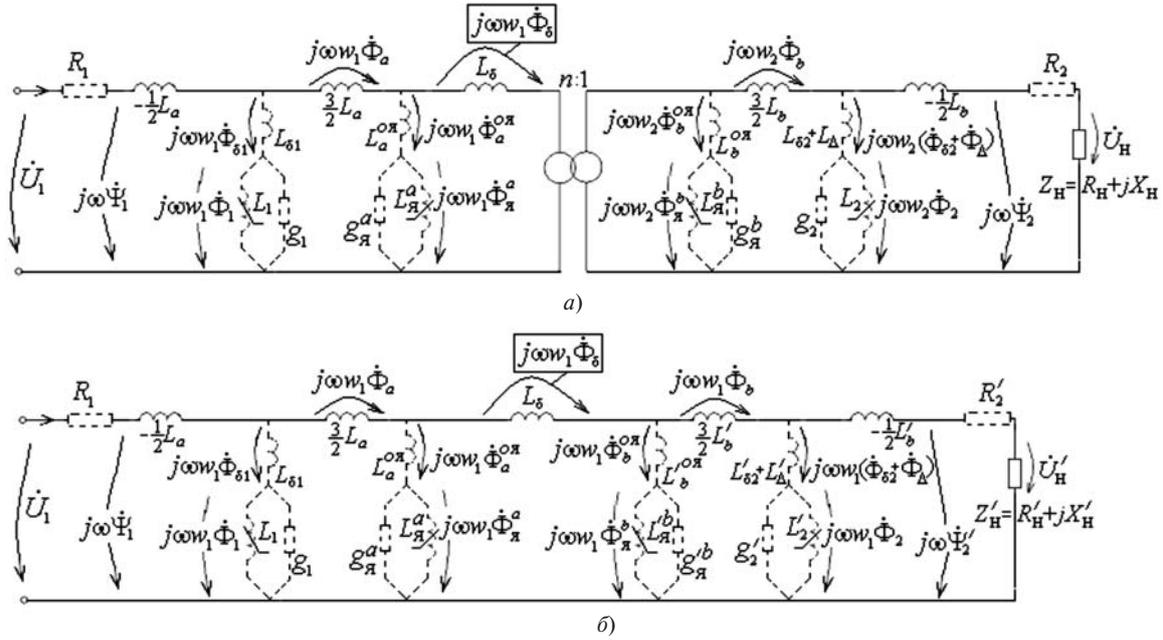


Рис. 6. Эвристическая схема замещения трансформатора (а) и его модель после приведения вторичной обмотки к первичной (б)

введены для учета магнитных потоков F_{dl} , $F_a^{оя}$, $F_b^{оя}$, F_{d2} , F_D (рис. 1), возникающих вследствие конечной магнитной проницаемости стали или ее насыщения (значения площадей $s_a^{оя}$, $s_b^{оя}$ и длин $l_a^{оя}$, $l_b^{оя}$ очевидны из смысла потоков $F_a^{оя}$, $F_b^{оя}$).

Добавление поперечных ветвей основано на известном из ТОЭ положении: стальному сердечнику катушки (с числом витков w), в котором протекает ток F_k , на схеме замещения катушки соответствует активная проводимость g_k и нелинейная индуктивная проводимость b_k , удовлетворяющие соотношениям:

$$g_k = \frac{P_{Fek}}{(wF_k)^2}; \quad b_k = \frac{1}{wL_k} = \frac{Q_{Fek}}{(wF_k)^2}, \quad (73)$$

где P_{Fek} – активные потери в сердечнике (здесь на k -м участке магнитопровода); Q_{Fek} – намагничивающая мощность на k -м участке магнитопровода, для которой можно написать следующую цепочку равенств:

$$Q_{Fek} = wF_k U_k^M = wF_k \frac{U_k^M}{F_k} = wF_k^2 R_k(F_k), \quad (74)$$

где U_k^M – падение магнитного напряжения на k -м участке магнитопровода; $R_k^M(F_k)$ – нелинейное магнитное сопротивление стали на k -м участке магнитопровода. После подстановки правой части (74) в (73) окончательно получаем

$$b_k = \frac{R_k^M(F_k)}{ww^2} = \frac{1}{wL_k(F_k)}, \quad (75)$$

где

$$L_k(F_k) = \frac{w^2}{R_k^M(F_k)} \quad (76)$$

– нелинейная индуктивность в схеме замещения катушки.

Поскольку схемные модели на рис. 6 содержат по четыре поперечные ветви, их можно условно называть 4Т-образными схемами замещения трансформатора. Поперечная ветвь, состоящая из элементов L_1 , g_1 , L_{dl} нарушает пропорцию между напряжениями на продольных индуктивностях ($-L_a/2$) и $(3L_a/2)$, имевшую место в исходных схемах (рис. 4). Поэтому на рис. 6 явное представление напряжения на индуктивности ($-L_a/2$) через поток $F_a/3$ устранено. По аналогичной причине устранено представление через поток $F_b/3$ напряжения на индуктивности ($-L_b/2$) и на индуктивности $-L\phi/2$. Несмотря на полуэвристический характер полученной 4Т-образной схемы (рис. 6,б), уравнения, составленные по 2-му закону Кирхгофа для напряжений, показанных на ней стрелками, в точности соответствуют соотношениям для магнитных потоков (7)–(9). Из нее могут быть выведены известные образные схемные модели, но не ценой отказа от реального принципа действия, а в результате упрощения принятых допущений и элементарных преобразований ее структуры, что более четко определяет место этих моделей при выполнении различных расчетов. 4Т-схема чрезвы-

чайно наглядна, однако степень ее приемлемости для описания изменений потоков в переходных процессах требует тщательной проверки путем сравнения с результатами, получаемыми по 2Т-схеме [20] или по еще более точной магнитоэлектрической схеме замещения трансформатора [22].

Заключение. Необходимость коренной перестройки теории трансформаторов предопределена усилиями авторов, выступавших на протяжении многих лет с критикой ее Т- и П-образных схем замещения. В данной статье показано, что решение этой проблемы возможно только при более глубоком понимании физических основ работы трансформаторов.

Приложение 1. «Противоборство» обмоток вытекает из следующих типовых тезисов современного учебника [19]:

1) при х.х. возникает «МДС первичной обмотки $F_0 = w_1 i_0$, создающая в магнитопроводе поток Φ »;

2) на «подключение вторичной обмотки к нагрузке» она отвечает «встречной МДС» $F_2 = w_2 i_2$, якобы «стремящейся изменить созданной МДС F_0 поток Φ »;

3) на это следует ответный ход первичной обмотки в виде дополнительного «тока, компенсирующего размагничивающее действие тока i_2 », чтобы «поддержать магнитный поток Φ постоянным».

Спрашивается, когда эти «взаимные выпады» обмоток закончатся? В соответствии с представленной «логикой» на «компенсирующий ток» первичной обмотки должен возникнуть новый ответ вторичной и т.д. При таком объяснении это «противостояние» обмоток должно длиться вечно. Утверждение, будто бы «компенсирующий ток возникает одновременно с появлением i_2 », окончательно сбивает с толку, поскольку подобный переходный режим в теории цепей не известен;

4) в конце концов, все сводится к ничем не обоснованному утверждению, будто бы «основной поток Φ » создается так называемым «намагничивающим током» или «МДС F_0 намагничивающего тока, протекающего по первичной обмотке»:

$$F_0 = w_1 i_0 = w_1 i_1 - w_2 i_2. \quad (\text{П1-1})$$

Но тогда согласно этому тезису в идеализированном трансформаторе с $m_{\text{т}} = \infty$ (предел мечты электриков) «основной поток Φ » должен обратиться в нуль (поскольку в этом случае создающая его МДС (П1-1) равна нулю), что нелепо. Разъяснение, что «МДС F_1 и F_2 уравнивают друг друга в той мере, в какой это необходимо для сохранения магнитного потока Φ », явно демонстрирует, что авторы чувствуют нелепость, противоречивость и искусственность своих тезисов.

Приложение 2. То обстоятельство, что по настоящее время продолжает существовать ошибочное представление, будто бы энергия в трансформаторе передается от первичной обмотки во вторичную через железо магнитопровода, явно демонстрирует фрагмент статьи «Inside Transformer», написанной проф. Dr. J.V.Calvert (University of Denver) специально для Интернет-пользователей:

The mutual flux f is the means of transfer of energy from primary to secondary, and links both windings. In an ideal transformer, this flux requires negligibly small ampere-turns to produce it, so the net ampere-turns, primary plus secondary, is about zero. When a current is drawn from the secondary in the positive direction, ampere-turns decrease substantially. This must be matched by an equal increase in primary ampere-turns, which is caused by an increase in the current entering the primary in the positive direction. In this way, the back-emf of the primary (the voltage induced in it by the flux f) equals the voltage applied to the primary, as it must. This fundamental explanation of the operation of a transformer must be clearly understood before proceeding further.

Composed by J. V. Calvert
Created 31 January 2001
Last revised 9 June 2011

Из первой части этого фрагмента вытекает абсурдный вывод, что трансформатор с совершенным магнитопроводом работать не может, так как энергия в его магнитопроводе (при $m \rightarrow \infty$) равна нулю и передавать, следовательно, из первичной обмотки во вторичную нечего, а из второй части следует, что обмотки находятся в «состоянии войны», что также нелепо, как думать, что при ходьбе лошади ее передние ноги враждуют с задними.

Приложение 3. Функция потока $F(r)$, входящая в (39), зависит от области, в которой рассматривается изменение радиуса r (рис. 1,б). Для удобства в табл. 4 для каждой k -й области представлена формула частичного потока F_k^r , значение

которого отсчитывается от внутренней поверхности k -й области. Например, для областей в толще внутренней обмотки (ширины a), «коридоре» (ширины d) и толще внешней обмотки имеем:

$$F_a^r = \int_{(D_a - a)/2}^r \dot{m}_0 H_a(r) 2\pi r dr; \quad F_d^r = \int_{(D_a + a)/2}^r \dot{m}_0 H_d(r) 2\pi r dr;$$

$$F_b^r = \int_{(D_b - b)/2}^r \dot{m}_0 H_b(r) 2\pi r dr \text{ и т.д.}$$

В последней колонке табл. 4 показано, как с помощью частичных потоков определяется напряженность $E_k(r)$ в k -й области. В таблице $D_{\text{бок1}} = D_b + b + 2d_2$ – внутренний диаметр бокового ярма; $D_{\text{бок2}}$ – внешний, получаемый из условия равенства сечений стержня и бокового ярма, сле-

Таблица 4

Область	r	$\vec{H}(r)$	$\vec{F}(r)$	$\vec{E}(r)$
В стержне	$0 < r < \frac{D_{ст}}{2}$	0	$\vec{F}_{ст} = \frac{\vec{F}}{D_{ст}^2/4} r^2$	$\vec{E}_{ст}(r) = \frac{j\omega 2 F_1}{\rho D_{ст}^2} r$
В канале d_1	$\frac{D_a}{2} < r < \frac{D_a + d_1}{2}$	0	$\vec{F}_{d1} = F_1$	$\vec{E}_{d1}(r) = \frac{j\omega F_1}{2\rho r}$
В толще внутренней обмотки	$\frac{D_a - a}{2} < r < \frac{D_a + a}{2}$	$\vec{H}_a = \frac{w_1 I_1}{h} r - \frac{(D_a - a)/2}{a}$	$\vec{F}_a = \frac{2\rho m_0}{ha} w_1 I_1$ $\vec{F}_a = \frac{r^3}{3} - \frac{(D_a - a)r^2}{4} + \frac{(D_a - a)r^2}{48}$	$\vec{E}_a(r) = \frac{j\omega(F_1 - F_a)}{2\rho r}$
В «коридоре» между обмотками	$\frac{D_a + a}{2} < r < \frac{D_b - b}{2}$	$\vec{H}_d = \frac{w_1 I_1}{h}$	$\vec{F}_d = \frac{\rho m_0}{h} w_1 I_1$ $\vec{F}_d = r^2 - \frac{(D_a + a)^2}{4}$	$\vec{E}_d(r) = \frac{j\omega(F_1 - F_a - F_d)}{2\rho r}$
В толще внешней обмотки	$\frac{D_a - b}{2} < r < \frac{D_b + b}{2}$	$\vec{H}_b = \frac{w_1 I_1}{h} \frac{(D_b + b)/2 - r}{b}$	$\vec{F}_b = \frac{2\rho m_0}{hb} w_1 I_1$ $\vec{F}_b = \frac{r^3}{3} + \frac{(D_b + b)r^2}{4} - \frac{(D_b - b)^2 (D_b + 5b)}{48}$	$\vec{E}_b(r) = \frac{j\omega(F_2 + F_b - F_d)}{2\rho r}$
В канале d_2	$\frac{D_b + b}{2} < r < \frac{D_a + b}{2} + d_2$	0	$\vec{F}_{d2} = F_2$	$\vec{E}_{d2}(r) = \frac{j\omega F_2}{2\rho r}$

довательно, $D_{бок2} = \sqrt{D_{ст}^2 + D_{бок1}^2}$; ширина бокового ярма $D_{бок} = (D_{бок2} - D_{бок1})/2$.

Найденные по формулам табл. 4 распределения $E(r)$ для трансформатора мощностью $S_{пот} = 10/3$ ($U_{нн} = 11/\sqrt{3}$ кВ; $U_{вн} = 115/\sqrt{3}$ кВ; $w_1 = 128$; $w_2 = 1341$) при различных типах номинальной нагрузки представлены на рис. 7. Геометрия трансформатора соответствует данным, приведенным в [20]: $D_{ст} = 436,8$ мм; $h = 873,6$ мм; $D_{12} = 630,7$ мм; $d_1 = 30$ мм; $a = 41,9$ мм; $d = 50$ мм; $b = a_2 = 62,9$ мм; $d_2 = 50$ мм; $D_a = 538,8$ мм; $D_b = 743,6$ мм. По формулам табл.1 имеем: $L_a = 0,557$ мГн ($wL_a = 0,175$ Ом); $L_d = 2,33$ мГн ($wL_d = 0,732$ Ом); $L_b = 1,154$ мГн ($wL_b = 0,362$ Ом); $L_{кз} = 4,04$ мГн ($wL_{кз} = 1,27$ Ом).

Расчеты выполнены с учетом активных сопротивлений обмоток при $\text{tg} \varphi_{кз} = 17,5$.

Из рис. 7,б видно, что в режиме КЗ вектор напряженности $\vec{E}(r)$ при некотором радиусе r_0 внутри короткозамкнутой обмотки практически изменяет свое направление на противоположное (тем резче, чем больше значение $\text{tg} \varphi_{кз}$), принимая при этом почти нулевое значение. Поскольку фаза напряженности магнитного поля $\vec{H}(r)$ во всех точках окна одинакова (совпадает с фазой тока), то одновременно с $\vec{E}(r)$ будет изменять направление и вектор Пойнтинга $\vec{\Pi}(r) = \vec{E} \times \vec{H}$, что иллюстрируется на рис. 8 и 9 кривыми для режима короткого замыка-

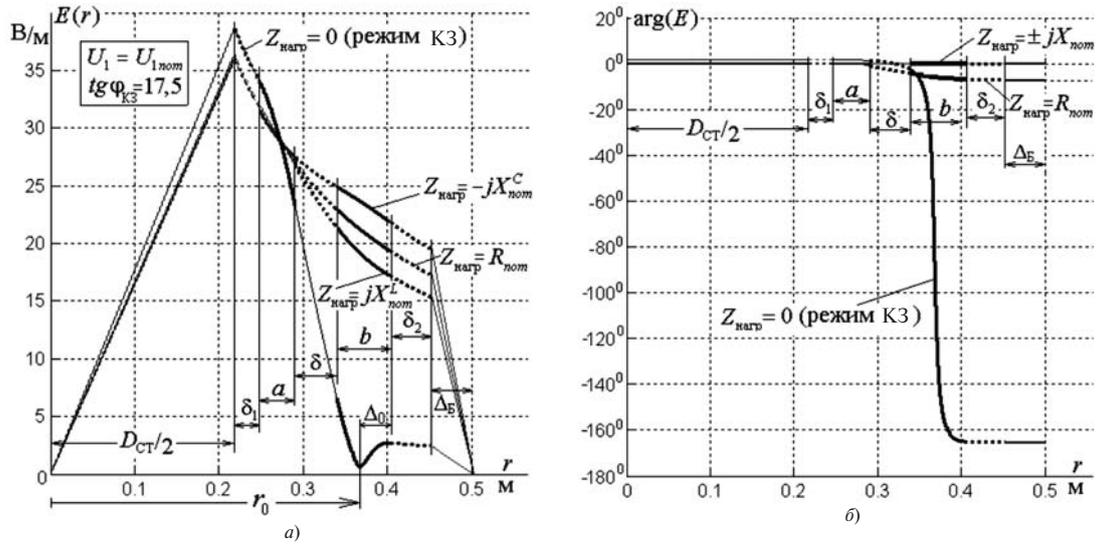


Рис. 7. Модуль (а) и фаза (б) напряженности электрического поля в идеализированном трансформаторе при активной, индуктивной и емкостной номинальных нагрузках в сравнении с кривыми режима при короткозамкнутой внешней обмотке

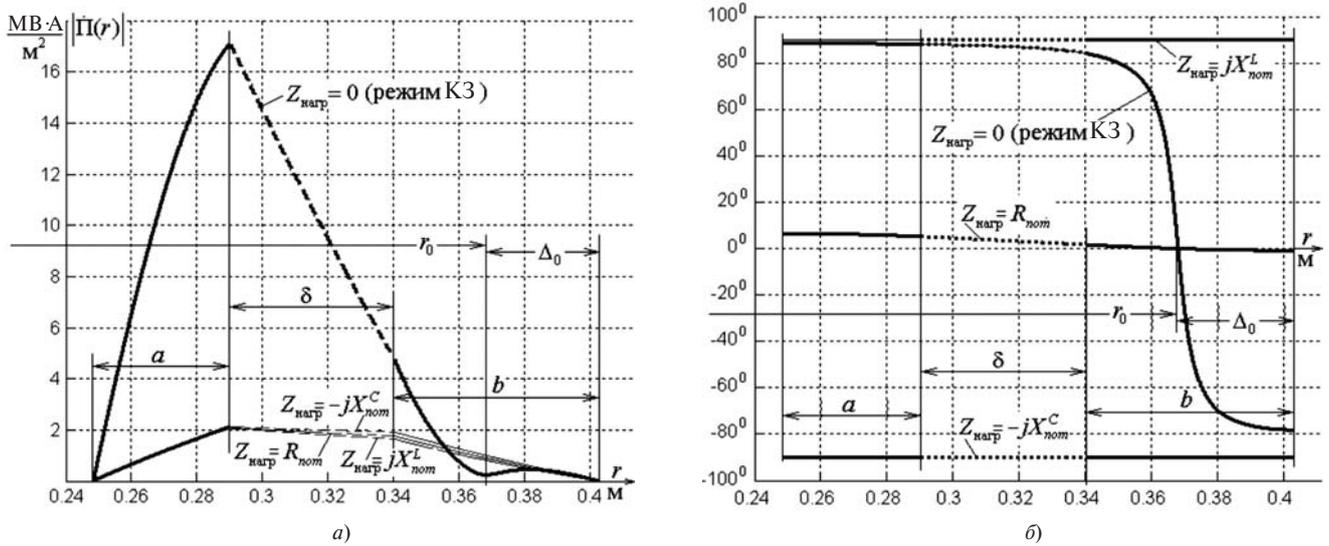


Рис. 8. Модуль (а) и фаза (б) вектора Пойнтинга в окне идеализированного трансформатора

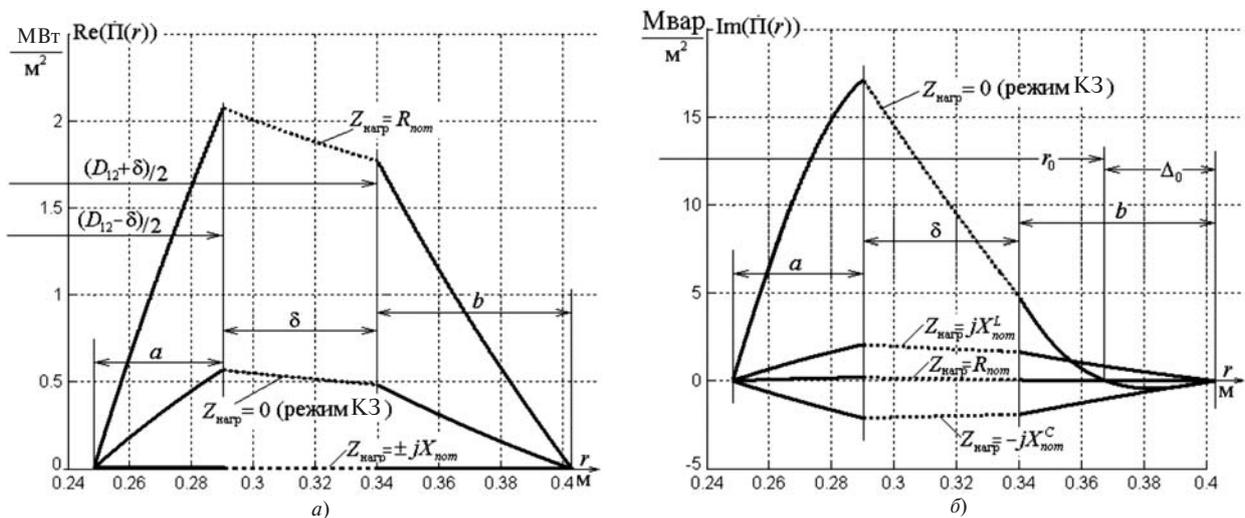


Рис. 9. Реальная (а) и мнимая (б) составляющие вектора Пойнтинга в окне идеализированного трансформатора

ния. Иначе говоря, векторы Пойнтинга на внутренней и внешней сторонах короткозамкнутой внешней обмотки практически взаимно противоположны, и внутри обмотки имеется цилиндрическая поверхность радиуса r_0 , на которой вектор Пойнтинга практически равен нулю (а его мнимая составляющая точно равна нулю).

Можно показать, что радиус нулевого, точнее почти нулевого, значения вектора Пойнтинга при КЗ внешней обмотки равен

$$r_0 = \frac{D_b + b}{2} - \frac{b}{\sqrt{3}} = R_b^{\text{нар}} - 0,577b,$$

где $R_b^{\text{нар}} = (D_b + b)/2$ – наружный радиус внешней обмотки. Таким образом, цилиндрическая поверхность с почти нулевыми значениями напряженности электрического поля и вектора Пойнтинга отстоит на расстоянии $D_0 = 0,58b$ от наружного края короткозамкнутой внешней обмотки. Для рассматриваемого примера

$$r_0 = \frac{0,7436 + 0,0629}{2} - \frac{0,0629}{\sqrt{3}} = 0,367 \text{ м};$$

$$D_0 = 0,58 \times 0,0629 = 0,0364 \text{ м},$$

что согласуется с графиками для режима КЗ на рис. 7–9. Таким образом, антипоток, составляя третью часть внутреннего потока короткозамкнутой обмотки, занимает 58%, т.е. почти 60% ее толщины. Всю остальную часть окна трансформатора, исключая зазоры d_1 и d_2 , занимает сверхпоток КЗ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Steinmetz C.P. Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena. McGraw-Hill Book Company. NY, 1897, First edition: <http://openlibrary.org>, 431 p.
2. Boyajian A. Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. – AIEE Trans., Jun. 1925, pp. 805–810.

3. Марквардт Е.Г. Электромагнитные расчеты трансформаторов. – М.: ОНТИ, 1938, 136 с.

4. Пенчев П.Р. Вверху разрезанного в трансформаторе. – София: Техника, 1969, 123 с.

5. Cherry E.C. The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. – Proceedings of the Physical Society, Feb. 1949, vol. (B) 62, pp. 101–111.

6. Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnes S. Montsinger M.V. Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951, 239 с.

7. Slemmon G.R. Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. – Proc. Inst. Elect. Eng., 1953, IV, vol. 100, pp. 129–143.

8. Лейтес Л.В., Пинцов А.М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. – М.: Энергия, 1974, 192 с.

9. Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M. Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch.4, pp. 177–250.

10. Leon F., Farazmand A., Joseph. Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. – IEEE Trans. Power Delivery, October 2012, vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397.

11. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа, 2001, 327 с.

12. Брон О.Б. Электромагнитное поле как вид материи. – М.: Госэнергоиздат, 1962, 260 с.

13. Туровский Я. Техническая электродинамика. – М.: Энергия, 1974, 498 с.

14. Лейтес Л.В. Вектор Пойнтинга в реакторе и трансформаторе. – Электричество, 1978, № 7, с. 45–50.

15. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергоиздат, 1981, т. 2, 536 с.

16. Kulcarni S.V., Khararde S.A. Transformer Engineering: Design and Practice, CRC Press, Boca Raton, FL, 2004, 467 p.

17. Александров Г.Н., Шакиров М.А. Трансформаторы и реакторы: новые идеи и принципы. – СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2006, 204 с.

18. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989, 528 с.

19. Сергеев Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А. Электрические машины: Трансформаторы/Под ред. И.П. Копылова. – М.: Высшая школа, 1989, 352 с.

20. Шакиров М.А. 2Т-образные схемы замещения трансформаторов. – Электричество, 2010, № 5, с. 19–36.

Elektrichestvo (Electricity), 2014, No. 10, pp. 53–65.

The Poynting Vector and a New Theory of Transformers. Part 2

M.A. SHAKIROV

A new formula (model) describing the operating principle of a power transformer is presented, which follows from the Poynting vector distribution pattern in the gap between the transformer's primary and secondary windings. Developed 4E-shaped equivalent circuits and vector diagrams containing localized values of all magnetic fluxes in the magnetic core aperture and in the transformer iron have been obtained proceeding from this principle. It is confirmed that superfluxes and antfluxes really emerge simultaneously in different parts of the magnetic core during both steady and abrupt short-circuit faults in one of the windings. A conclusion is drawn about the need to revise the transformer theory. This statement was predetermined by works of many researchers criticized the T- and Pi-shaped equivalent networks of a transformer. It is shown that the problem can be solved only through gaining a deeper insight in the physical principles of transformer operation.

Key words: transformer, primary and secondary windings, magnetic flux, vector diagram, equivalent circuit, short-circuit fault, magnetic field strength, electric field intensity

21. **Ионкин П.А., Даревский А.И., Кухаркин Е.С., Миронов В.Г., Мельников Н.А.** Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1976, т. 2, 583 с.

22. **Шакиров М.А.** Анализ неравномерности распределения магнитных нагрузок и потерь в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения. – Электричество, 2005, № 11, с. 15–27.

[17.02.14]

Автор: Шакиров Мансур Акмелович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ, ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет – СПбГПУ) в 1967 г. В 1980 г. защитил в ЛПИ докторскую диссертацию «Разработка общих основ общей теории преобразований сложных электрических схем и применение ее к диакоптикае цепей и электромагнитных полей. Профессор кафедры теоретических основ электротехники СПбГПУ.

REFERENCES

1. **Steinmetz C.P.** Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena. McGraw-Hill Book Company. NY, 1897, First edition: <http://openlibrary.org>, 431 p.

2. **Boyajian A.** Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. – AIEE Trans., Jun. 1925, pp. 805–810.

3. **Markvardt E.G.** *Elektromagnitnye raschety transformatorov* (Electromagnetical Calculations of Transformers). Moscow. United Scientifically-Technical Publ. House, 1938, 136 p.

4. **Penchev P.R.** V'erkhu razseivaneto v transformatorite. Sofija. Technology, 1969, 123 p.

5. **Cherry E.C.** The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. – Proceedings of the Physical Society, Feb. 1949, vol. (B) 62, pp. 101–111.

6. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minne S. Montsinger M.V.** Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951, 239 с.

7. **Slemon G.R.** Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. – Proc. Inst. Elect. Eng., 1953, IV, vol. 100, pp. 129–143.

8. **Leites L.V., Pintsov A.M.** Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov (Equivalent Circuits of the Polywinding Transformers). Moscow. Publ. «Energija», 1974, 192 p.

9. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch.4, pp. 177–250.

10. **Leon F., Farazmand A., Joseph.** Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. IEEE Trans. Power Delivery, October 2012. vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397.

11. **Kopylov I.P.** *Matematicheskoye modelirovaniye elektricheskikh mashin* (Mathematical Modeling of Electrical Machines). Moscow. Publ. «Vissaya Shkola», 2001, 327 p.

12. **Bron O.B.** *Elektromagnitnoye pole kak vid materii* (The Electromagnetic Field as a Matter). Moscow. Publ. «Gosenergoizdat», 1962, 260 p.

13. **Turovskii Ya.** *Tekhnicheskaya elektrodinamika* (Technical Electrodynamica). Moscow. Publ. «Energija», 1974, 498 p.

14. **Leites L.V.** *Elektrichestvo* (Electricity), 1978, No. 7, pp. 45–50.

Author: Shakirov Mansur Akmelovich (St. Petersburg, Russia) – Doctor Techn. Sci. – Professor at the St. Petersburg State Polytechnical University.

* * *

Зарубежная подписка

на журнал «Электричество»
оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «МК-Периодика» или непосредственно
в ЗАО «МК-Периодика» по адресу:

Россия, 111524 Москва, Электродная ул., 10, стр. 3

ЗАО «МК-Периодика»;

тел. (495) 672-70-12; факс (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.ru>

To effect subscription it is necessary to address to one of the partners of JSC «MK-Periodica» in your country or to JSC «MK-Periodica» directly.

Address: Russia, 111524 Moscow; 10, str.3, Elektrodnyaya ul.

JSC «MK-Periodica»

Tel.: (495) 672-70-12; fax (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.org>

15. **Neiman L.R., Demirchyan K.S.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki* (Theoretical Principles of Electrical Engineering). Leningrad, 1981, vol. 2, 536 p.
16. **Kulcarni S.V., Khaparde S.A.** *Transformer Engineering: Desine and Practice*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2004, 467 p.
17. **Aleksandrov G.N., Shakirov M.A.** *Transformatory i reaktory: New Ideas and Principles*. St. Petersburg. Publ. of the Polytechnical University, 2006, 204 p.
18. **Zeveke G.V., Ionkin P.A., Netushil A.V., Strakhov S.V.** *Osnovy teorii tsepei* (Principles of the Circuit Theory). Moscow. Publ. «Energoatomizdat», 1989, 528 p.
19. **Sergeenkov B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A.** *Elektricheskiye mashiny: transformatory* (Electrical Machines: transformers)/Edit. By I.P. Kopylov. Moscow. Publ. «Vysshaya Shkola», 1989, 352 p.
20. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo* (Electricity), 2010, No. 5, pp. 19–36.
21. **Ionkin P.A., Darevskii A.I., Kukharkin E.S., Mironov V.G., Mel'nikov N.A.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki* (Teoretical Principles of Electrical Engineering). Moscow. Publ. «Visshaya Shkola», 1976, vol. 2, 583 p.
22. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo* (Electricity), 2005, No. 11, pp. 15–27.