

Интегральное управление с максимальным быстродействием полууправляемыми выпрямителями

ИСХАКОВ А.С., ПОСПЕЛОВ В.Я., СКОВПЕНЬ С.М.

Предложен метод построения систем управления с ключевыми элементами, описываемых линейным разностным уравнением второго порядка, который позволяет получить максимальное быстродействие выпрямителя. Метод реализуется за счет дополнительных обратных связей по координатам системы, в качестве которых используются физические переменные. Основан метод на разложении матрицы линеаризованной системы на нильпотентную матрицу и матрицу обратной связи. Преобразование переменных не проводится в отличие от известного метода аperiodического управления, где такому разложению удовлетворяет матрица преобразованной системы. Вычислительная процедура сводится к решению линейной задачи относительно элементов матрицы обратной связи. Метод может служить теоретической основой для создания систем регулирования преобразователями, к которым предъявляются максимально высокие требования по динамическим показателям как в номинальном режиме, так и при отклонениях от него, вызванных воздействием возмущений.

Ключевые слова: системы с ключевыми элементами, дискретные системы, разностные уравнения, нильпотентная матрица, аperiodическое управление, широтно-импульсный преобразователь

Для получения пропорциональной характеристики вход–выход управляемых выпрямителей (УВ) используются управляющие алгоритмы с накоплением сигнала ошибки за интервал дискретности в цифровой или аналоговой форме. Существуют различные варианты его исполнения, наиболее простым является аналоговый, получивший название интегрального управления [1], согласно которому управляющий импульс для переключения вентилей формируется в момент, когда сигнал, пропорциональный интегральному значению выходного напряжения, становится равным нулю. Однако на практике этот закон фактически не применяется из-за ограниченной области устойчивости, существенно меньшей области регулирования. Так, для симметричного УВ область устойчивости совпадает с областью выпрямительного режима, а неустойчивым является режим инвертирования. Для полууправляемых УВ использование интегральной системы управления по условиям устойчивости возможно только в начальной области из-

A method for constructing control systems with switch elements described by a linear second-order difference equation is proposed, the use of which makes it possible to obtain the maximal response speed of the rectifier. The method is implemented owing to additional feedbacks for the system coordinates represented by physical variables. The method is based on decomposing the matrix of the linearized system into a nilpotent matrix and a feedback matrix. Unlike the well-known method of aperiodic control in which the matrix of a transformed system satisfies such decomposition, the variables are not subjected to transformation. The calculation procedure boils down to solving a linear problem with respect to the feedback matrix elements. The proposed method can serve as a theoretical basis for constructing control systems of converters that must meet the highest requirements for their dynamic performance characteristics during operation at rated parameters and with deviations from them caused by disturbances.

Key words: systems with switch elements, discrete systems, difference equations, nilpotent matrix, aperiodic control, pulse-width converter

менения угла отпирания, поэтому полного регулирования выпрямленного напряжения не достигается.

Отмеченное ограничение эффективно устраняется предложенным в [2] способом управления на основе метода инвариантного преобразования разностных уравнений, в соответствии с которым формируется дополнительная обратная связь (ДОС) по разности дискретной переменной. Коэффициент ДОС не остается постоянным, а должен изменяться в функции управляющего сигнала по закону, обеспечивающему равенство нулю корня характеристического уравнения линеаризованного разностного уравнения во всем диапазоне регулирования. Такое решение позволяет получить не только устойчивый переходный процесс в неустойчивой области, но и обеспечить в малой окрестности точки равновесия его сходимость с максимальным быстродействием. В этом случае длительность процесса не превышает порядка разностного уравнения, что для УВ с обратной связью по выходно-

му напряжению составляет один интервал. Скорость сходимости процесса для симметричного УВ, как показано в [2], остаётся близкой к максимальной и при больших отклонениях, когда проявляется нелинейность уравнения. Таким образом, этот метод можно рассматривать в качестве теоретической базы для создания регуляторов напряжения УВ с пропорциональной характеристикой вход-выход, обладающих наивысшими среди существующих типов систем управления динамическими свойствами.

В статье указанный вывод распространяется на полупроводниковые выпрямители, отличающиеся от симметричных, характеризуемых одним уравнением, наличием полупроводимого режима, описываемого иным уравнением. Показана возможность достижения не только устойчивой работы с интегральной системой в полном диапазоне регулирования, но и быстродействия, близкого практически к максимальному.

Описание замкнутой системы. Рассматривается m -фазный полупроводимый выпрямитель, изображенный для конкретности на рис. 1,а в виде схемы со средней точкой и обратным вентилем ОВ. Источники u_1, u_2, \dots, u_m образуют симметричную систему переменных синусоидальных напряжений, вентили считаются идеальными ключевыми элементами. Регулируемым параметром является среднее значение выходного напряжения u_d .

В зависимости от фазности m и значения угла отпирания α выпрямитель может работать в непрерывном или полупроводимом режимах. В непрерывном режиме значение α изменяется от нуля до граничного значения $\alpha_{гр} = \pi/2 - \pi/m$, в полупроводимом — от $\alpha_{гр}$ до максимального $\alpha_{max} = \pi/2 + \pi/m$; далее в обозначении переменных и параметров, относящихся к указанным областям изменения α , используются соответственно индексы 1 и 2.

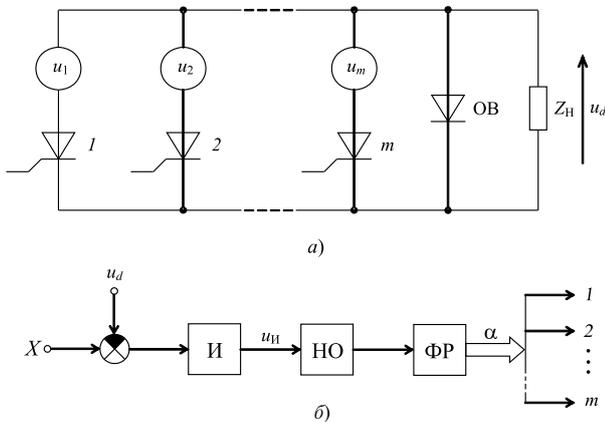


Рис. 1. Схема управляемого выпрямителя (а) и функциональная схема интегральной системы управления (б)

Регулирование выходного напряжения осуществляется интегральной системой управления [1], обобщенная функциональная схема которой, показанная на рис. 1,б, содержит интегратор И, нуль-орган НО и формирователь-распределитель управляющих импульсов ФР. Формирование управляющего импульса блоком ФР происходит при $\theta'_n = \theta_n + \alpha_n$, где $\theta_n = 2\pi n/m$ — момент естественной коммутации неуправляемых вентилях; α_n — угол отпирания тиристора на n -м интервале повторяемости; $n = 0, 1, 2, \dots$, когда сигнал на входе НО, представляющий выходной сигнал интегратора $u_{и}$, становится равным нулю. На вход интегратора поступает разность сигнала управления X и выпрямленного напряжения u_d . Период интегрирования определяется выражением:

$$\frac{1}{\theta_{и}} \int_{\theta'_n}^{\theta'_{n+1}} (X - u_d) d\theta = 0, \tag{1}$$

где $\theta = \omega t$; $\omega = 2\pi f$; f — частота переменного напряжения; $\theta_{и}$ — постоянная интегратора.

В установившемся режиме, характеризуемом равенствами $X = \text{const}$, $\alpha_n = \alpha_{n+1} = \alpha$, из (1) следует выражение для характеристики вход-выход, представляющей пропорциональную зависимость среднего значения выходного напряжения выпрямителя от сигнала управления

$$U_d = \frac{m}{2\pi} \int_0^{2\pi/m} u_d d\theta = X, \tag{2}$$

которая не зависит от режима, амплитуды, формы кривой напряжения питающей сети и его частоты. Именно в этом заключается ценность интегральной системы управления, однако, как отмечалось, на практике она не используется из-за наличия области неустойчивой работы. Предложенный в [2] метод не только позволяет обеспечить устойчивое функционирование и для полупроводимых выпрямителей, но и достичь практически максимального быстродействия во всем диапазоне регулирования.

Разностные уравнения выпрямителя и область устойчивости. Выражение для мгновенного значения выходного напряжения относительно момента отпирания имеет вид:

$$u_d = \begin{cases} U_m \cos\left(\theta - \frac{\pi}{m} + \alpha_n\right) & \text{при } \theta \in \left[0; \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{m} - \alpha_n\right]; \\ 0 & \text{при } 0 > \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{m} - \alpha_n, \end{cases}$$

и подстановка его в (1) после интегрирования приводит к математической модели полупроводимого выпрямителя, которая в зависимости от значения α_{n+1} описывается двумя разностными уравнениями:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= X \left(\frac{2\pi}{m} + \alpha_{n+1} - \alpha_n \right) - U_m \sin \left(\alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} \right) + \\
 &\quad + U_m \sin \left(\alpha_n - \frac{\pi}{m} \right) = 0 \text{ при } \alpha_{n+1} \leq \alpha_{гр}; \\
 F_2 &= X \left(\frac{2\pi}{m} + \alpha_{n+1} - \alpha_n \right) - U_m \left[1 - \sin \left(\alpha_n - \frac{\pi}{m} \right) \right] = 0 \\
 &\quad \text{при } \alpha_{n+1} \geq \alpha_{гр}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Из (3) в установившемся режиме следует зависимость (2) с известными выражениями для U_d в непрерывном и полупроводимом режимах:

$$U_d = \begin{cases} U_{d1} = \frac{U_m m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha & \text{при } \alpha \in [0; \alpha_{гр}]; \\ U_{d2} = \frac{U_m m}{\pi} \left[1 - \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{m} \right) \right] & \text{при } \alpha \in [\alpha_{гр}; \alpha_{\max}]. \end{cases} \quad (4)$$

Линеаризация уравнений (3) в окрестности α приводит к уравнениям:

$$\begin{aligned}
 a_{11} \delta \alpha_{n+1} + a_{10} \delta \alpha_n &= 0 \text{ при } \alpha \in [0; \alpha_{гр}]; \\
 a_{21} \delta \alpha_{n+1} + a_{20} \delta \alpha_n &= 0 \text{ при } \alpha \in [\alpha_{гр}; \alpha_{\max}], \quad (5)
 \end{aligned}$$

где $\delta \alpha_n = (\alpha_n - \alpha)$ – малое отклонение с коэффициентами:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{dF_1}{d\alpha_{n+1}} = X - U_m \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{m} \right); \\
 a_{10} &= \frac{dF_1}{d\alpha_n} = -X + U_m \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{m} \right); \\
 a_{21} &= \frac{dF_2}{d\alpha_{n+1}} = X; \quad a_{20} = \frac{dF_2}{d\alpha_n} = a_{10}.
 \end{aligned}$$

Подстановка коэффициентов (5) в условия устойчивости [3] для полупроводимого режима $a_{21} + a_{20} > 0$, $a_{21} - a_{20} > 0$ приводит к неравенству

$$\frac{m}{\pi} \left[1 - \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{m} \right) \right] - \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{m} \right) > 0, \quad (6)$$

определяющему критическое значение угла отпирания, превышение которого приводит к потере устойчивости системы:

$$\alpha_{кр} = \frac{\pi}{m} - \frac{\pi}{2} + 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{m} \right)^2 + 1}}. \quad (7)$$

Область $\alpha(m)$ для полупроводимого режима заключена между зависимостями $\alpha_{\max}(m)$ и $\alpha_{гр}(m)$, показанными на рис. 2,а. Зависимость $\alpha_{кр}(m)$ разделяет эту область на устойчивую и неустойчивую подобласти, последняя для наглядности заштрихована.

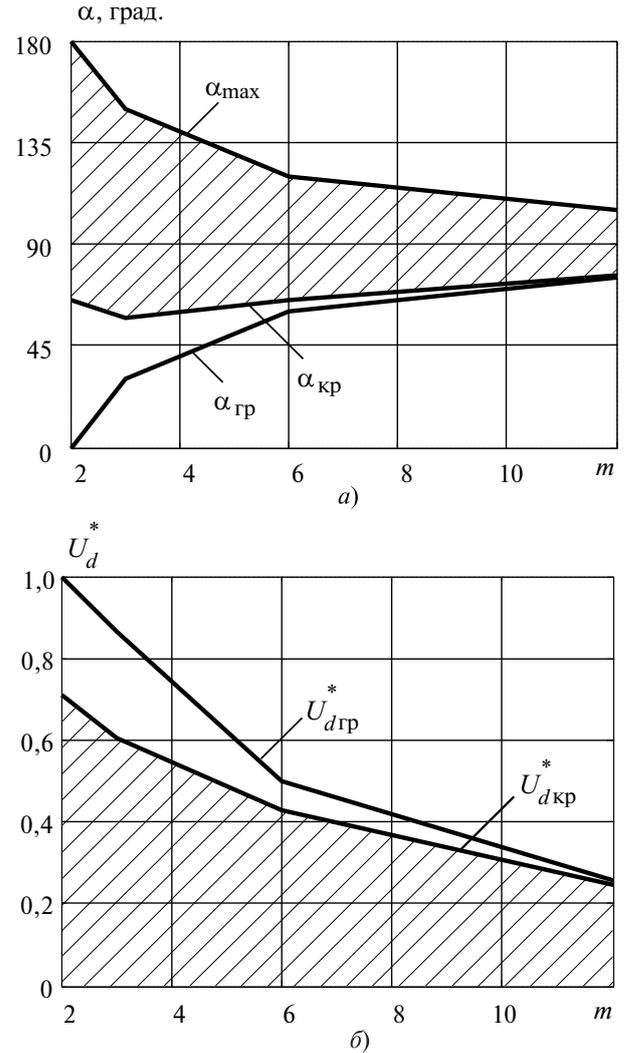


Рис. 2. Области устойчивой работы выпрямителя в полупроводимом режиме

Значение напряжения для $\alpha_{гр}$ вытекает из (4):

$$U_{дгр}^* = \frac{U_{дгр}}{u_{d0}} = \sin \frac{\pi}{m}, \quad (8)$$

где $U_{дгр} = U_d(\alpha = \alpha_{гр})$; $u_{d0} = U_d(\alpha = 0)$ – максимальное значение U_d , из второй формулы (4) следует выражение для напряжения при $\alpha_{кр}$

$$U_{дкр}^* = \frac{U_{дкр}}{U_{d0}} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{m} \left[\left(\frac{m}{\pi} \right)^2 + 1 \right]}, \quad (9)$$

где $U_{дкр} = U_d(\alpha = \alpha_{кр})$.

На рис. 2,б зависимость $U_{дгр}^*(m)$ разделяет область регулирования на области с непрерывным и полупроводимыми режимами, в последней зависимость $U_{дкр}^*(m)$ выделяет неустойчивую подобласть,

также заштрихованную; из графика ясно видно, что выпрямитель при $m > 2$ практически неработоспособен.

Предложенный в [2] способ управления позволяет не только устранить неустойчивость, но и добиться во всем диапазоне регулирования практически максимального быстродействия. Такое управление основано на методе преобразования разностного уравнения (3), названным инвариантным преобразованием неподвижной точки, сохраняющим её значение, в данном случае значение угла α . В преобразованное уравнение введен специальный параметр, который является функцией сигнала X и амплитуды U_m . Функция формируется так, чтобы обеспечить равенство нулю корня линейного уравнения (5), тогда в окрестности α переходный процесс сходится за один шаг, т.е. с максимальным быстродействием.

Итак, если при регулировании сигнала X исходная система попадает в неустойчивую область, то в преобразованной системе происходит изменение специального параметра, в результате чего сохраняется равенство нулю значения корня линеаризованного уравнения. Тем самым обеспечивается максимальное быстродействие в окрестности α не только для одного сочетания X и U_m , но и в заданной области их изменений, в том числе и при значениях X , при которых угол α превышает критический уровень (7).

Инвариантное преобразование неподвижной точки разностного уравнения. Различные способы инвариантного преобразования рассмотрены в [2], наиболее простым из них является линейное преобразование. Оно заключается в добавлении к левой части разностного уравнения (3) слагаемого, пропорционального разности $\Delta\alpha_n = \alpha_{n+1} - \alpha_n$, равной нулю в положении равновесия; в итоге преобразованные уравнения приобретают вид:

$$\begin{aligned} F_{1\Delta} &= X \left(\frac{2\pi}{m} + \alpha_{n+1} - \alpha_n \right) - U_m \sin \left(\alpha_{n+1} + \frac{\pi}{m} \right) + \\ &+ U_m \sin \left(\alpha_n - \frac{\pi}{m} \right) + h \Delta\alpha_n = 0 \text{ при } \alpha_{n+1} \leq \alpha_{гр}; \\ F_{2\Delta} &= X \left(\frac{2\pi}{m} + \alpha_{n+1} - \alpha_n \right) - U_m \left[1 - \sin \left(\alpha_n - \frac{\pi}{m} \right) \right] + \\ &+ h \Delta\alpha_n = 0 \text{ при } \alpha_{n+1} \geq \alpha_{гр}, \end{aligned} \quad (10)$$

где h – специальный параметр, подлежащий вычислению.

В результате в коэффициентах линеаризованных уравнений (10) появляется данный параметр h :

$$a_{11} = \frac{dF_{1\Delta}}{d\alpha_{n+1}} = X + h - U_m \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{m} \right);$$

$$\begin{aligned} a_{10} &= \frac{dF_{1\Delta}}{d\alpha_n} = -X - h + U_m \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{m} \right); \\ a_{21} &= \frac{dF_{2\Delta}}{d\alpha_{n+1}} = X + h; \quad a_{20} = \frac{dF_{2\Delta}}{d\alpha_n} = a_{10}. \end{aligned} \quad (11)$$

Система, описываемая линейным разностным уравнением, достигает положения равновесия за конечное число шагов, равное порядку уравнения, если все коэффициенты, кроме стоящего при переменной со старшим индексом, равны нулю, эти равенства именуется условиями максимального быстродействия. Рассматриваемая система описывается уравнением первого порядка вида (5), поэтому условием максимального быстродействия для нее являются вытекающие из (11) равенства:

$$\begin{aligned} a_{10} &= 0 \text{ при } \alpha \in [0; \alpha_{гр}]; \\ a_{20} &= 0 \text{ при } \alpha \in [\alpha_{гр}; \alpha_{max}]; \end{aligned} \quad (12)$$

Так как $a_{10} = a_{20}$, то из (11) и (12) находим зависимость параметра h от сигнала X , угла α и амплитуды U_m :

$$h = h(\alpha, U_m, X) = U_m \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{m} \right) - X. \quad (13)$$

Значения X и α связаны соотношениями (2) и (4), поэтому из (4) параметр α можно исключить и привести его зависимость от двух параметров в таком виде:

$$h = \begin{cases} h_1(U_m, X) = U_m \cos \arccos \left(\frac{\pi}{m} \frac{X}{U_m \sin \frac{\pi}{m}} - \frac{\pi}{m} \right) - X \\ \text{при } \alpha \in [0; \alpha_{гр}]; \\ h_2(U_m, X) = U_m \cos \arcsin \left(1 - \frac{2\pi}{m} \frac{X}{U_m} - \frac{\pi}{m} \right) - X \\ \text{при } \alpha \in [\alpha_{гр}; \alpha_{max}]. \end{cases} \quad (14)$$

Обозначив $X^* = X / U_{d0}$, $h^* = h / U_{d0}$, перепишем (14) в относительном виде как функцию одного параметра:

$$h^* = \begin{cases} h_1^*(X^*) = \frac{\pi}{m \sin \frac{\pi}{m}} \cos \arccos \left(X^* - \frac{\pi}{m} \right) - X^* \\ \text{при } \alpha \in [0; \alpha_{гр}]; \\ h_2^*(X^*) = \frac{\pi}{m \sin \frac{\pi}{m}} \cos \arcsin \left(1 - 2X^* \sin \frac{\pi}{m} \right) - X^* \\ \text{при } \alpha \in [\alpha_{гр}; \alpha_{max}]. \end{cases} \quad (15)$$

Зависимости $h^*(X^*)$ для различных m построены на рис. 3. Если выпрямитель предполагается использовать для получения единственного значения U_d^* , то выбранный по нему из графиков параметр h^* также остается постоянным. При необходимости регулирования U_d^* изменение параметра h^* должно осуществляться в соответствии с графиками по нелинейным зависимостям, что можно осуществить, предусматривая их программную или аппаратную реализацию. Освещение практических аспектов реализации этих возможностей нуждается в отдельном изложении.

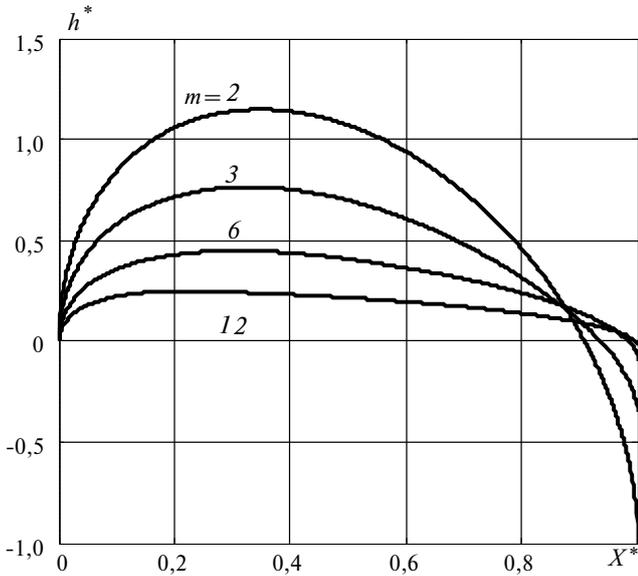


Рис. 3. Зависимости коэффициента $h^*(X^*)$ для различных значений m

Вычислительный эксперимент. С целью оценки эффективности предлагаемого способа управления сопоставим решения исходного (3) и преобразованного (10) разностных уравнений применительно к выпрямителю с $m=2$, для него $\alpha_{гр} = 0$, поэтому такой выпрямитель работает только в полуправляемом режиме. Перепишем (3), (4) и (10) для этого режима в относительном виде:

$$F_2 = F^* = X^* (\pi + \alpha_{n+1} - \alpha_n) - \frac{\pi}{2} (1 + \cos \alpha_n) = 0; \quad (16)$$

$$U_d^* = \frac{1 + \cos \alpha}{2} = X^*; \quad (17)$$

$$F_{\Delta}^* = F^* + h^* \Delta \alpha_n = 0. \quad (18)$$

В преобразованном уравнении (18) параметр h^* выбирается в соответствии с выражением (15):

$$h^* = h^*(X^*) = \frac{\pi}{2} \cos \arcsin(1 - 2X^*) - X^*. \quad (19)$$

Решение уравнений проводилось для трёх значений U_d^* , равных 0,9; 0,5 и 0,1. Обычно система регулирования выпрямителя содержит блок, ограничивающий диапазон изменения угла отпирания минимальным α_{\min} и максимальным α_{\max} значениями, при выборе начального значения $\alpha_0 = \alpha_n (n=0)$ полагалось $\alpha_0 = \alpha_{\min} = 5^\circ$ или $\alpha_0 = \alpha_{\max} = 175^\circ$.

При $U_d^* = 0,9$ решение уравнения (16), обозначенное на рис. 4,а цифрой 1, имеет достаточно быструю сходимость процесса (практически за три интервала), обусловленную близостью значения корня характеристического уравнения к нулю. Цифрой 2 отмечена кривая решения уравнения (18); отмечается некоторое улучшение сходимости процесса. В данном случае роль корректирующего сигнала $h^* \Delta \alpha_n$ явно не видна.

При $U_d^* = 0,5$ решение уравнения (16) расходится, так как корень больше единицы. Кривая реше-

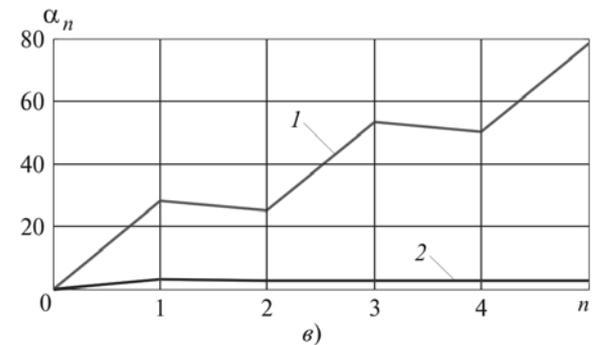
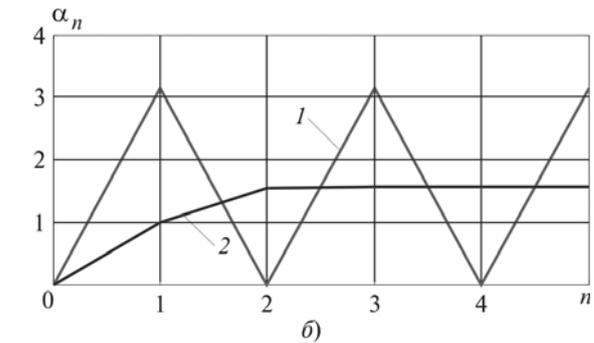
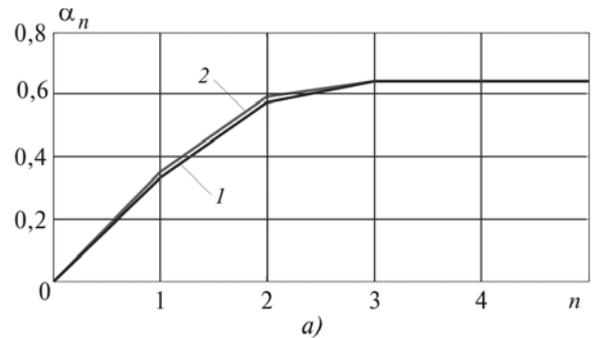


Рис. 4. Графики переходных процессов, построенные для уравнений (16) и (18): а – $U_d^* = 0,9$; б – $0,5$; в – $0,1$ (в)

ния уравнения (18) на рис. 4,б, демонстрирующая фактически такую же сходимость, как и в случае на рис. 4,а, уже в полной мере характеризует роль коррекции.

При $U_d^* = 0,1$ приведенное на рис. 4,в решение уравнения (18), как и на рис. 4,б, демонстрирует сходимость практически с такой же скоростью.

Выводы. 1. Предложен способ интегрального управления полупроводящими выпрямителями, в основе которого лежит метод инвариантного преобразования разностного уравнения.

2. Путём введения дополнительной обратной связи обеспечивается устойчивость выпрямителя во всём диапазоне регулирования и максимальное быстродействие при малых отклонениях.

3. На примере системы стабилизации напряжения полупроводящего выпрямителя проведён вычислительный эксперимент, по результатам которого можно сделать вывод об эффективности применения инвариантного преобразования.

4. Предложенный способ управления позволяет улучшить не только динамические характеристики выпрямителя, но и обеспечить его устойчивую работу в неустойчивых областях регулирования. В частности, процесс в рассмотренной системе, описываемой разностным уравнением первого порядка, сходится за один шаг при малых отклонениях и за три-четыре шага при максимально возможных отклонениях.

* * *

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Писарев А.Л., Деткин Л.П. Управление тиристорными преобразователями. — М.: Энергия, 1975.
2. Исаков А.С., Поспелов В.Я., Сквепень С.М. Метод инвариантного преобразования уравнений в задаче стабилизации напряжения управляемых выпрямителей. — Электричество, 2004, № 4.
3. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963.

[30.01.08]

Авторы: Исаков Альберт Саитович окончил механический факультет Севастопольского приборостроительного института в 1969 г. Защитил докторскую диссертацию по динамике полупроводниковых преобразователей в 1993 г. в Московском энергетическом институте. Советник генерального директора ОАО «Концерн «Моринформсистема — АГАТ».

Поспелов Владимир Яковлевич окончил Северодвинский филиал Ленинградского кораблестроительного института в 1981 г. В 2002 г. защитил кандидатскую диссертацию. Член военно-промышленной комиссии Российской Федерации.

Сквепень Сергей Михайлович окончил Северодвинский филиал Санкт-Петербургского государственного морского технического университета (СПбГМТУ) в 1995 г. Защитил кандидатскую диссертацию по совершенствованию систем управления полупроводниковых преобразователей в 2005 г. в СПбГМТУ. Доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах» филиала СПбГМТУ — Севмашвуз в г. Северодвинске.

Зарубежная подписка на журнал «Электричество»

оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «МК-Периодика» или непосредственно в ЗАО «МК-Периодика» по адресу:

Россия, 111524 Москва, Электродная ул., 10, стр. 3

ЗАО «МК-Периодика»;

тел. (495) 672-70-12; факс (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.ru>

To effect subscription it is necessary to address to one of the partners of JSC «MK-Periodica» in your country or to JSC «MK-Periodica» directly.

Address: Russia, 111524 Moscow; 10, str.3, Elektrodna ul.

JSC «MK-Periodica»

Tel.: (495) 672-70-12; fax (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.org>