Взаимосвязанные электромеханические системы четырехроторных вибрационных установок

ЕПИШКИН А.Е., ШЕСТАКОВ В.М.

Предложены рациональные структуры механической части четырехроторных вибрационных установок (ВУ). Разработано математическое описание электромеханических систем (ЭМС), определены способы оптимизации динамики взаимосвязанных автоматических систем, обеспечивающие получение управляемых пространственных колебаний платформы. Выполнено имитационное моделирование ЭМС ВУ в заданном диапазоне квазиустановившихся режимов, подтвердившее эффективность применения установок в промышленности и на испытательных стендах.

Ключевые слова: электромеханические системы, вибрационные установки, математические модели, способы построения и оптимизации

Вибрационные установки (ВУ) с дебалансными роторами (ДР) широко применяются в ряде отраслей промышленности, а также при испытаниях изделий на виброустойчивость. Исследованию динамики электромеханических систем (ЭМС) одно-, двух- и трехроторных ВУ посвящены работы [1 – 3]. Увеличение числа ДР с индивидуальным электроприводом позволяет расширить спектр колебательных режимов рабочего органа (платформы). Авторами разработана также структура ЭМС шестироторных ВУ [4], реализующих взаимосвязанное управление объектом по шести координатам (трем линейным и трем угловым), что дало возможность получить множество пространственных колебаний платформы. Вместе с тем аналогичный результат можно достигнуть при меньшем числе ДР.

Целью статьи является разработка ЭМС четырехроторных ВУ, для чего решаются задачи:

создание рациональных кинематических схем и математических моделей механической части ВУ;

определение структур и способов оптимизации динамики систем автоматического управления (САУ) установками;

имитационное исследование ЭМС ВУ в заданной области квазиустановившихся режимов.

Кинематические схемы и математическое описание механической системы виброустановок. Расчетные кинематические схемы четырехроторных ВУ (вид спереди, сверху и сбоку) представлены на рис. 1, где обозначены: 1-4 – роторы; m_6 , m_{Π} – масса дебалансов и платформы (Π); ρ_6 , ϕ_{6i} , F_i – Rational structures of the mechanical part of four-rotor vibration installations are proposed. A mathematical description of the electromechanical systems is developed, and methods for optimizing the dynamics of automatic systems are determined using which controlled spatial vibration of the shake table is obtained. The electromechanical systems of vibration installations are simulated in the specified range of quasi steady-state operating modes, and the effectiveness of using such installations in the industry and in test rigs is confirmed from the simulation results.

K e y w o r d s : electromechanical systems, vibration installations, mathematical models, construction and optimization methods

радиусы инерции, углы поворота и вынуждающие силы ДР; φ_{Π} , ψ_{Π} , χ_{Π} — углы поворота Π относительно осей Z, Y, X; c, b — эквивалентная жесткость и демпфирование пружинных виброизоляторов (ΠB). Пары ДР расположены симметрично относительно центра инерции ВУ, а их оси направлены так, чтобы получить гармонические колебания Π по координатам y_{Π} , z_{Π} , x_{Π} , φ_{Π} , ψ_{Π} , χ . Управляя скоростью и взаимным расположением ДР, можно получить определенный спектр пространственных колебаний виброплатформы с регулируемыми амплитудами $y_{\Pi\min} < y_{\Pi} < y_{\Pi\max}$, $z_{\Pi\min} < z_{\Pi} < z_{\Pi\max}$, $x_{\Pi\min} < x_{\Pi} < n_{\Pi\max}$, причем минимальные (нулевые) значения получаются при противофазном, а максимальные — при синфазном вращении роторов по соответствующим координатам.

Для получения динамических моделей ВУ используются уравнения Лагранжа 2-го рода, на основании которых строятся сепаратные модели механической части установок по координатным осям *Y*, *Z*, *X*. Пространственные модели ВУ формируются при имитационном моделировании в программной среде Matlab—Simulink.

Уравнения динамики механической части виброустановок. Вначале рассмотрим динамику ВУ с прямоугольным расположением ДР (рис.1,*a*).

Уравнение поступательного движения платформы по оси *Y*

$$m_0 \ddot{y}_{\Pi} + b_y \dot{y}_{\Pi} + c_y y_{\Pi} + m_0 g = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y} + F_{4Y}, \quad (1)$$



Рис. 1. Расчетные кинематические схемы виброустановок: a - c прямоугольным расположением ДР; $\delta - c$ крестообразным расположением ДР

где F_{iY} – проекции вынуждающих сил F_i (*i*=1,...,4) на ось *Y*; $F_{iY} = m_6 \rho_6 (\ddot{\varphi}_{6i} \sin \varphi_{6i} - \dot{\varphi}_{6i}^2 \cos \varphi_{6i})$; $m_0 = m_{\Pi} + 4m_6$ – общая масса платформы с дебалансами; $m_o g$ – сила тяжести платформы; c_Y , b_Y – продольная (осевая) жесткость и демпфирование ПВ.

Уравнение углового движения платформы относительно ос
и ${\it Y}$

 $J_{0Y} \ddot{\psi}_{\Pi} + b_z a^2 \dot{\psi}_{\Pi} + c_z a^2 \psi_{\Pi} =$

где
$$J_{0Y} = J_{\Pi Y} + 3m_6 r^2 + 2m_6 h^2$$
 — общий момент инерции платформы; M_{iY} — проекции вынуждающих моментов относительно оси *Y*:

 $=M_{1Y}+M_{2Y}+M_{3Y}+M_{4Y},$

(2)

$$\begin{split} M_{1Y} = & m_6 \rho_6 h[-\ddot{\varphi}_{61} \sin(\varphi_{61} + \varphi_{\Pi}) - \dot{\varphi}_{61}^2 \cos(\varphi_{61} + \varphi_{\Pi})]; \\ M_{2Y} = & m_6 \rho_6 h[\ddot{\varphi}_{62} \sin(\varphi_{62} + \varphi_{\Pi}) + \dot{\varphi}_{62}^2 \cos(\varphi_{62} + \varphi_{\Pi})]; \end{split}$$

$$M_{3Y} = m_6 \rho_6 r [-\ddot{\varphi}_{63} \sin(\varphi_{63} + \chi_{\Pi}) - \dot{\varphi}_{63}^2 \cos(\varphi_{63} + \chi_{\Pi})];$$

$$M_{4Y} = m_{6}\rho_{6}r[\ddot{\varphi}_{64}\sin(\varphi_{64} + \chi_{\pi}) + \dot{\varphi}_{63}^{2}\cos(\varphi_{64} + \chi_{\pi})];$$

 c_z, b_z — поперечная (тангенциальная) жесткость и демпфирование ПВ.

Уравнение поступательного перемещения платформы по ос
и ${\cal Z}$

$$m_0 \ddot{z}_{\Pi} + b_z \dot{z}_{\Pi} + c_z z_{\Pi} = F_{3z} + F_{4z}, \qquad (3)$$

где $F_{iz} = m_{\mathfrak{G}} \rho_{\mathfrak{G}} [\ddot{\varphi}_{\mathfrak{G}i} \cos \varphi_{\mathfrak{G}i} + \dot{\varphi}_{\mathfrak{G}i}^2 \sin \varphi_{\mathfrak{G}i}], i = 3,4.$

Уравнение углового движения платформы по ос
и ${\cal Z}$

$$J_{0Z}\ddot{\phi}_{\Pi} + b_{Y}a^{2}\dot{\phi}_{\Pi} + c_{Y}a^{2}\phi_{\Pi} = M_{3Z} + M_{4Z}, \quad (4)$$

где $J_{0Z} = J_{\pi Z} + 2m_{6}r^{2} + 2m_{6}\rho^{2};$ $M_{iZ} = m_{6}\rho_{6}r[\mp\ddot{\phi}_{6i}\sin(\phi_{6i} + \chi_{\pi})\pm\dot{\phi}_{6i}^{2}\cos(\phi_{6i} + \chi_{\pi})];$

верхний знак действителен для i=3, нижний для i=4.

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси *X*

$$m_0 \ddot{x}_{\Pi} + b_X \dot{x}_{\Pi} + c_X x_{\Pi} = F_{1X} + F_{2X}, \qquad (5)$$

где $F_{1x} = m_6 \rho_6 (\ddot{\varphi}_{6i} \cos \varphi_{6i} + \dot{\varphi}_{6i}^2 \sin \varphi_{6i}).$

Уравнение углового движения платформы относительно ос
и \boldsymbol{X}

$$J_{0X}\ddot{\chi}_{\Pi} + b_y d^2 \dot{\chi}_{\Pi} + c_y d^2 \chi_{\Pi} = M_{1X} + M_{2X}, \quad (6)$$

где $J_{0X} = J_{\Pi X} + 2m_6 h^2 + 2m_6 \rho^2$.

 $M_{iX} = m_6 \rho_6 h[\mp \ddot{\varphi}_{6i} \sin(\varphi_{6i} + \varphi_{\Pi}) \pm \dot{\varphi}_{6i}^2 \cos(\varphi_{6i} + \varphi_{\Pi})];$ верхний знак действителен для *i* =1, нижний для *i*=2.

Уравнения движения дебалансных роторов

$$J_{i} \ddot{\phi}_{5i} = M_{\pm i} - M_{ci} - M_{5i}, \ i = 1,...,4,$$
(7)

где $J_i = J_{6i} + m_6 \rho_6^2$ — моменты инерции дебалансов, приведенные к валу двигателей; M_{di} — моменты приводных электродвигателей; M_{ci} — моменты сопротивления ДР вследствие сухого и вязкого трения; M_{6i} — гармонические моменты сопротивления дебалансов, причем

$$\begin{split} M_{61} &= m_6 \rho_6 [\ddot{y}_{\pi} \sin \varphi_{61} + \ddot{x}_{\pi} \cos \varphi_{61} + g \sin \varphi_{61} - \\ &-h(\ddot{\psi}_{\pi} \cos \varphi_{61} + \ddot{\chi}_{\pi} \sin \varphi_{61})]; \\ M_{62} &= m_6 \rho_6 [\ddot{y}_{\pi} \sin \varphi_{62} + \ddot{x}_{\pi} \cos \varphi_{62} + g \sin \varphi_{62} + \\ &+h(\ddot{\psi}_{\pi} \cos \varphi_{62} + \ddot{\chi}_{\pi} \sin \varphi_{62})]; \end{split}$$

$$M_{63} = m_{6} \rho_{6} [\ddot{y}_{\Pi} \sin \varphi_{63} + \ddot{z}_{\Pi} \cos \varphi_{63} + g \sin \varphi_{63} - -r(\ddot{\psi}_{\Pi} \cos \varphi_{63} + \ddot{\varphi}_{\Pi} \sin \varphi_{63})];$$

$$M_{64} = m_{6} \rho_{6} [\ddot{y}_{\Pi} \sin \varphi_{64} + \ddot{z}_{\Pi} \cos \varphi_{64} + g \sin \varphi_{64} + +r(\ddot{\psi}_{\Pi} \cos \varphi_{64} + \ddot{\varphi}_{\Pi} \sin \varphi_{64})].$$

В схеме ВУ с крестообразным расположением роторов (рис. $1, \delta$) некоторые уравнения динамики претерпят изменения. В частности, угловое движение платформы относительно оси *Y* будет отсутствовать. Уравнение углового движения платформы относительно оси *Z* примет вид:

$$J_{0Z}\ddot{\phi}_{\Pi} + b_{y}a^{2}\dot{\phi}_{\Pi} + c_{y}a^{2}\phi_{\Pi} = M_{1Z} + M_{2Z}, \quad (8)$$

где $J_{0Z} = J_{\Pi Z} + 2m_{\rm b}r^2;$

 $M_{iZ} = m_6 \rho_6 r [\pm \ddot{\varphi}_{6i} \sin(\varphi_{6i} - \varphi_{\Pi}) \mp \dot{\varphi}_{6i}^2 \cos(\varphi_{6i} - \varphi_{\Pi})];$ верхний знак действителен для *i*=1, нижний для *i*=2.

Уравнение углового движения платформы относительно ос
и \boldsymbol{X}

$$J_{0X}\ddot{\chi}_{\Pi} + b_{y}d^{2}\dot{\chi}_{\Pi} + c_{y}d^{2}\chi_{\Pi} = M_{3X} + M_{4X}, \quad (9)$$

где
$$J_{0X} = J_{\Pi X} + 2m_6 h^2$$
;
 $M_{iX} = m_6 \rho_6 h [\mp \ddot{\phi}_{6i} \sin(\phi_{6i} - \chi_{\Pi}) \pm \dot{\phi}_{6i}^2 \cos(\phi_{6i} - \chi_{\Pi})].$

Изменяются соответственно уравнения движения ДР:

$$\begin{split} M_{61} &= m_{6} \rho_{6} [\ddot{y}_{\Pi} \sin \varphi_{61} + \ddot{x}_{\Pi} \cos \varphi_{61} + g \sin \varphi_{61} - \\ &- r(\ddot{\varphi}_{\Pi} \sin(\varphi_{61} - \varphi_{\Pi}) - \dot{\varphi}_{\Pi}^{2} \cos(\varphi_{61} - \varphi_{\Pi}))]; \\ M_{62} &= m_{6} \rho_{6} [\ddot{y}_{\Pi} \sin \varphi_{62} + \ddot{x}_{\Pi} \cos \varphi_{62} + g \sin \varphi_{62} - \\ &- r(-\ddot{\varphi}_{\Pi} \sin(\varphi_{62} - \varphi_{\Pi}) - \dot{\varphi}_{\Pi}^{2} \cos(\varphi_{62} - \varphi_{\Pi}))]; \\ M_{63} &= m_{6} \rho_{6} [\ddot{y}_{\Pi} \sin \varphi_{63} + \ddot{z}_{\Pi} \cos \varphi_{63} + g \sin \varphi_{63} - \\ &- h(\ddot{\chi}_{\Pi} \sin(\varphi_{63} - \chi_{\Pi}) - \dot{\chi}_{\Pi}^{2} \cos(\varphi_{63} - \chi_{\Pi}))]; \\ M_{64} &= m_{6} \rho_{6} [\ddot{y}_{\Pi} \sin \varphi_{64} + \ddot{z}_{\Pi} \cos \varphi_{64} + g \sin \varphi_{64} - \\ &- h(-\ddot{\chi}_{\Pi} \sin(\varphi_{64} - \chi_{\Pi}) - \dot{\chi}_{\Pi}^{2} \cos(\varphi_{64} - \chi_{\Pi}))]; \end{split}$$

На основании уравнений (1)–(9) можно построить обобщенную динамическую структурную схему (ДСС) механической части четырехроторных ВУ в координатных осях *Y*, *Z*, *X* с соответствующими движениями платформы y_{Π} , ψ_{Π} , z_{Π} , ϕ_{Π} , x_{Π} , χ_{Π} , показанную на рис. 2.

Структура и способы оптимизации динамики САУ виброустановок. В четырехроторных ВУ с индивидуальным электроприводом ДР требуемое множество колебательных режимов можно получить как



Рис. 2. Механическая часть структурной схемы четырехроторных вибрационных установок

при управлении рассогласованием фаз дебалансов внутри пар, где ведущими в каждой паре являются 1-й и 3-й роторы $\theta_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$; $\theta_{34} = \varphi_3 - \varphi_4$, так и при управлении разностью фаз между парами дебалансов $\theta_{n13} = \varphi_1 - \varphi_3$. При использовании в САУ взаимосвязанных структур подчиненного регулирования 1-й привод выполняется ведущим с контурами тока и скорости, а ведомые приводы, регулируемые по угловому рассогласованию θ, – с контурами тока, скорости и положения.

Для надежного управления режимами работы ВУ необходимо подавление колебаний частоты вращения ДР, обусловленных гармоническим характером момента сопротивления M_{6i} , что требует достаточно высокого быстродействия САУ [5]. При этом контуры тока настраиваются на оптимум по модулю (OM) с частотами среза $\omega_{c,KT} = 200 - 250 \text{ c}^{-1}$, контуры скорости – на скорректированный оптимум (СКО) с частотами среза $\omega_{c.KC} = 100 - 120 \text{ c}^{-1}$, а контуры положения — на ОМ с $\omega_{c.кп} = 50-60 \text{ c}^{-1}$, причем для поддержания фазового рассогласования ДР необходимо, чтобы $\omega_{c.кп} > \omega_{y.n}$, где $\omega_{y.n}$ – частота упругих колебаний платформы. Указанные значения частоты среза контуров САУ относятся к электроприводам с малоинерционными двигателями ($P_{\rm H}$ до 1кВТ), применяемыми в испытательных вибростендах.

Имитационное исследование ЭМС виброустановок. Имитационное моделирование взаимосвязанной ЭМС ВУ выполнено на ЭВМ в программной среде Matlab 6.5 – Simulink 4.

Структура модели сформирована по ДСС на базе разработанных модулей механической и электрической частей ЭМС с использованием технологии подсистем (Subsystem). Приводы ДР с САУ находятся в подсистемах ServoDrive, их выходами являются моменты двигателей $M_{\pi i}$; ДР расположены в подсистемах Potor, их выходами являются проекции вынуждающих сил F_{iX} , F_{iY} , F_{iZ} и моментов $M_{iX}, M_{iY}, M_{iZ},$ действующих на виброплатформу, а также угловые скорости двигателей (дебалансов) ω_{пі}. Модель виброплатформы разделена на три подсистемы Platform с проекциями по осям X, Y, Z; выходами подсистем являются линейные $y_{\Pi}, z_{\Pi},$ x_{Π} и угловые ψ_{Π} , ϕ_{Π} , χ_{Π} движения платформы, а также их производные. Подсистема Interconnect реализует сложение проекций вынуждающих сил дебалансов в проекции суммарных сил ${\cal F}_Y,\,{\cal F}_Z,\,{\cal F}_X$ и моментов M_Y , M_Z , M_X , действующих на платформу по каждой координате.

Имитационное моделирование ЭМС осуществлено в дорезонансной зоне на скорости приводов $\omega_{di} = 0.8 \omega_{yn}$ для оценочных параметров ВУ ($\omega_{yn} \approx 30 \text{ c}^{-1}$) при различных углах рассогласования роторов. Результаты исследований представлены в виде обобщенных зависимостей параметров колебаний платформы от θ для ВУ с прямоугольным расположением ДР (рис. 1,*a*). На рис. 3,*a* построены характеристики управления линейными колебаниями в функции угла рассогласования θ_{12} при различных значениях углов θ_{n13} между парами ДР, а на рис. 3, δ – соответствующие зависимости угловых колебаний платформы. Следовательно, данная ВУ обеспечивает управление колебаниями платформы по шести степеням свободы. Вибрационная



Рис. 3. Характеристики управления линейными (*a*) и угловыми (*б*) колебаниями платформы при вариации углов рассогласования ДР

установка с крестообразным расположением ДР (рис. 1, δ) реализует управление по пяти координатам за исключением угла ψ_{Π} .

Вывод. При рациональном построении и выборе способов оптимизации взаимосвязанной ЭМС четырехроторные виброустановки обеспечивают колебательные режимы по 5–6 степеням свободы, аналогичные режимам функционирования шестироторных ВУ. Вместе с тем при равных условиях амплитуды колебаний по осям X и Z у четырехроторных ВУ будут меньше. Применение установок рассматриваемого класса целесообразно для генерирования сложных форм пространственных колебаний при испытаниях изделий различного назначения.

_СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

4. Шестаков В.М., Епишкин А.Е. Построение взаимосвязанной электромеханической системы шестироторной вибрационной установки. — Электричество, 2009, №9.

5. Шестаков В.М., Епишкин А.Е., Шаряков В.А. Динамика взаимосвязанных электромеханических систем многороторных вибрационных установок. – СПб.: СПбГПУ, 2009.

[24.06.10]

Авторы: Епишкин Александр Евгеньевич окончил Санкт-Петербургский институт машиностроения в 1998 г. по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». В 2002 г. защитил кандидатскую диссертацию «Исследование и оптимизация взаимосвязанных электромеханических систем автоматизированных вибрационных установок». Доцент кафедры электротехники, вычислительной техники и автоматизации Санкт-Петербургского института машиностроения (ЛМЗ-ВТУЗ).

Шестаков Вячеслав Михайлович окончил факультет электротехники и автоматизации Ленинградского электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина) в 1962 г. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование, разработка научных основ и способов совершенствования многодвигательных электроприводов высокопроизводительных агрегатов бумагоделательного производства». Заведующий кафедрой электротехники, вычислительной техники и автоматизации ЛМЗ-ВТУЗ.

^{1.} Управление мехатронными вибрационными установками/Под общ. ред. И.И. Блехмана, А.Л. Фрадкова. – СПб: Наука, 2001.

^{2.} Шестаков В.М., Алексеев Д.В., Епишкин А.Е. Разработка и исследование управляемой электромеханической системы двухроторного вибростенда. – Электричество, 2006, №7.

^{3.} Шестаков В.М., Епишкин А.Е. Регулируемая электромеханическая система трехроторного вибростенда. – Электричество, 2009, №2.