# Аналитическое исследование уравнения мгновенной мощности трехфазной нагрузки в гиперкомплексном пространстве<sup>1</sup>

#### HOC O.B.

Одним из наиболее эффективных способов решения прикладной задачи повышения энергоэффективности трехфазных систем транспортировки, распределения и преобразования энергии является применение активных силовых фильтров (АСФ). Алгоритм управления этими полупроводниковыми преобразовательными устройствами основывается на современных теориях мгновенной мощности с привлечением элементов векторной алгебры и линейных ортогональных преобразований фазных переменных. Помимо данного подхода к организации управляющей части АСФ, требующего при технической реализации наличия высокопроизводительных программно-аппаратных средств, можно также воспользоваться математическим описанием энергетических процессов в цепях переменного тока при помощи гиперкомплексного пространства, образованного одной вещественной и тремя мнимыми единицами. В статье представлены результаты аналитического исследования кватерниона мгновенных мощностей в случае различного вида трехфазных потребителей, практическое применение которых при построении энергосберегающих систем на базе АСФ позволит выработать компенсационные воздействия с меньшим числом математических операций и без привлечения дополнительных координатных преобразований.

Ключевые слова: трехфазные электрические сети, гиперкомплексное пространство, кватернион мгновенной мощности, несимметричная и/или нелинейная нагрузка

Широкое применение полупроводниковых преобразовательных устройств приводит к появлению в трехфазных системах передачи, распределения и потребления электрической энергии переменного тока ряда негативных явлений, основными из которых являются искажения в гармонической форме токов и несимметричная загрузка распределительной линии [1]. Для исключения этих недостатков на практике используют пассивные *RLC*-фильтры соответствующего порядка, которые, однако, настраиваются лишь на узкий спектр гармоник, имеют большие массогабаритные показатели и стоимость, а также могут приводить к резонансным процессам.

По этим причинам за рубежом в диапазоне мощности до 60 МВА применяются активные силовые фильтры (АСФ) [2, 3], алгоритмы управления которыми основаны на современных теориях активной и реактивной мгновенных мощностей с использованием элементов векторной алгебры. Использование АСФ объясняется тем, что классические способы математического описания энергетических процессов в цепях переменного тока на базе интегральных оценок и гармонического разложения [4] даже при предельном быстродействии АСФ принципиально не могут обеспечить полной компенсации неактивных потоков электрической энергии из-за усреднения фазных переменных и ограниченности членов гармонического ряда.

В статье рассматривается новый подход к анализу уравнения баланса мгновенных мощностей трехфазных систем в терминах гиперкомплексных чисел, который позволяет в явном виде выделять действительную и мнимую составляющие для последующего их преобразования в компенсационные воздействия на выходе АСФ.

Математическая модель трехфазных систем в гиперкомплексном пространстве. Воспользовавшись математическим аппаратом алгебры кватернионов, представим трехфазные напряжения и токи произвольной нагрузки в следующем виде [3, 5, 6]:

$$\begin{split} \mathbf{U}_{abc} &= u_a \mathbf{o} \mathbf{q}_1 + u_b \mathbf{o} \mathbf{q}_2 + u_c \mathbf{o} \mathbf{q}_3; \\ \mathbf{I}_{abc} &= i_a \mathbf{o} \mathbf{q}_1 + i_b \mathbf{o} \mathbf{q}_2 + i_c \mathbf{o} \mathbf{q}_3, \end{split}$$

где о — символ умножения;  $u_a, u_b, u_c$  и  $i_a, i_b, i_c$  — мгновенные значения напряжений и токов;  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$  — мнимые единицы, образующие между собой правый ортонормированный Q-базис в четырехмерном гиперкомплексном пространстве  $\mathbf{H}$ , произведения которых подчиняются следующим некоммутативным правилам [7]:

$$\log_k = \mathbf{q}_k \text{ ol} = \mathbf{q}_k; \ \mathbf{q}_k \text{ oq}_l = - d_{kl} + e_{klm} \text{ oq}_m, \quad (1)$$

где 1 — действительная единица; k,l,m=1,2,3 — нижний индекс, показывающий порядковый номер  $\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_3;$   $\mathbf{d}_{kl}$  — трехмерный символ Кронекера:

$$d_{kl} = \hat{1}_{0}, \text{ при } k = l;$$

 $<sup>^1</sup>$  Работа выполнена при финансовой поддержке Германской службы академических обменов (DAAD) и Министерства образования и науки РФ в рамках совместного гранта по программе «Михаил Ломоносов».

 $\mathbf{e}_{klm}$  — антисимметричный по нижним индексам трехмерный символ Леви—Чивиты, который удовлетворяет равенствам

$$e_{123} = e_{231} = e_{312} = 1$$
;  $e_{213} = e_{321} = e_{132} = -1$ 

и равен нулю, если два или все три индекса равны друг другу.

При данном способе представления фазных переменных процесс энергопотребления однозначно определяется кватернионом мгновенной мощности [3, 5, 6, 8]:

$$\mathbf{P}_{abc} = \mathbf{U}_{abc} \mathbf{o} \mathbf{I}_{abc} = \operatorname{scal} \mathbf{P}_{abc} + \operatorname{vect} \mathbf{P}_{abc}, \quad (2)$$

где  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$  =  $p_{abc}$  ol — скалярная (действительная) часть  $\mathbf{P}_{abc}$  с вещественным коэффициентом

$$p_{abc} = -(u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c); (3)$$

 $\mathrm{vect}\mathbf{P}_{abc} = q_a \mathrm{o}\mathbf{q}_1 + q_b \mathrm{o}\mathbf{q}_2 + q_c \mathrm{o}\mathbf{q}_3$ , — векторная (мнимая) часть  $\mathbf{P}_{abc}$ , в которой вещественные коэффициенты вычисляются по формулам

$$q_a = u_b i_c - u_c i_b; \ q_b = u_c i_a - u_a i_c; \ q_c = u_a i_b - u_b i_a.$$

Как видно из правой части (2), в уравнении баланса мгновенных мощностей в явном виде присутствуют  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$  и  $\mathrm{vect}\mathbf{P}_{abc}$ , что позволяет разделить поток электрической энергии переменного тока в единицу времени на две различные составляющие, создавая таким образом теоретические основы для построения энергосберегающих систем с силовыми полупроводниковыми устройствами компенсации [7].

Вещественные коэффициенты кватерниона мгновенной мощности при симметричном линейном трехфазном потребителе. Проанализируем уравнения баланса мгновенных мощностей (2) в гиперкомплексном пространстве H для случая линейно зависимой системы фазных напряжений:

$$\begin{split} u_{a} &= u_{m} \cos \mathsf{W}t; \\ u_{b} &= u_{m} \cos (\mathsf{W}t - 120^{\circ}); \\ u_{c} &= u_{m} \cos (\mathsf{W}t + 120^{\circ}), \end{split} \tag{4}$$

где  $u_m$  — максимальное мгновенное значение гармонического напряжения с угловой частотой w=  $100 \mathrm{p} \ \mathrm{c}^{-1}$ .

При данном допущении и чисто резистивном симметричном потребителе в соответствии с (3) скалярная часть кватерниона  $\mathbf{P}_{abc}$  будет постоянной величиной с численным значением [6]:

$$scal \mathbf{P}_{abc} = -1.5 u_m i_m - \overline{P}_{abc} = const,$$

где  $i_m$  — амплитуда фазного тока, а мнимая составляющая будет отсутствовать (vect $\mathbf{P}_{abc}$  = 0).

В свою очередь, при активно-реактивной нагрузке с одинаковым фазовым сдвигом ј всех трех токов относительно соответствующих напряжений

$$i_a = i_m \cos(wt + j);$$
  
 $i_b = i_m \cos(wt - 120^\circ + j);$  (5)  
 $i_c = i_m \cos(wt + 120^\circ + j),$ 

скалярная часть  $\mathbf{P}_{abc}$  и вещественные коэффициенты vect $\mathbf{P}_{abc}$  будут постоянными величинами в функции угла

$$scal\mathbf{P}_{abc} = -\frac{3}{2} u_m i_m \cos \mathbf{j} = const;$$

$$q_a = q_b = q_c = \frac{\sqrt{3}}{2} u_m i_m \sin \mathbf{j} = const,$$

в результате чего норма кватерниона мгновенной мощности также будет неизменна во времени:

$$\|\mathbf{P}_{abc}\| = p_{abc}^2 + q_a^2 + q_b^2 + q_c^2 = \overline{P}_{abc}^2 = \text{const.}$$
 (6)

Таким образом, обобщая вышеизложенный материал, можно сделать следующие выводы применительно к линейному симметричному трехфазному потребителю [6]:

при чисто активных цепях с одинаковыми параметрами во всех трех фазах скалярная часть кватерниона мгновенной мощности представляет собой постоянную величину  $\overline{P}_{abc}$ , а мнимая составляющая отсутствует;

при сбалансированной активно-реактивной нагрузке норма  $\|\mathbf{P}_{abc}\|$ , действительная часть  $p_{abc}$ о и коэффициенты мнимой составляющей  $q_a,q_b,q_c$  неизменны во времени и при переходе к действующим значениям полностью совпадают с классическими выражениями для вычисления квадрата полной мощности, а также ее ортогональных проекций в виде активной и реактивной составляющих за исключением знака  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$ . При этом скалярные величины в отличие от среднеквадратичных значений описывают мгновенные режимы работы трехфазных систем и имеют дополнительный параметр, характеризующий пространственное положение  $\mathrm{vect}\mathbf{P}_{abc}$ .

Обобщенный случай линейной трехфазной нагрузки с параметрической асимметрией фазы a. Выполним аналитическое исследование (2) для случая линейного несимметричного потребителя, у которого ток фазы a отличается как по амплитуде  $i_{ma}$ , так и по угловому сдвигу ј  $_a$ :

$$i_a = i_{ma} \cos(wt + j_a);$$
  
 $i_b = i_m \cos(wt - 120^\circ);$  (7)  
 $i_c = i_m \cos(wt + 120^\circ).$ 

При использовании тригонометрических формул с аргументом в функции двойного угла скалярная часть  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$  и вещественные коэффициенты  $q_b,q_c$  раскладываются на три слагаемых:

$$p_{abc} = (B + \overline{P}_{abc}) + A\sin 2wt + B\cos 2wt; \qquad (8)$$

$$q_b = 0.5(\sqrt{3}A + B + (\sqrt{3}B + A)\sin 2wt - (\sqrt{3}A + B)\cos 2wt);$$
(9)

$$q_c = 0.5(\sqrt{3}A - B + (\sqrt{3}B - A)\sin 2wt - (\sqrt{3}A + B)\cos 2wt),$$
(10)

где A,B — амплитудные значения вторых гармоник  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$ , сдвинутых относительно друг друга на четверть периода:

$$A = 0.5 u_m i_{ma} \sin j_a; \ B = 0.5 u_m (i_m - i_{ma} \cos j_a),$$
причем

$$q_a = u_b i_c - u_c i_b = 0.$$

С учетом полученных выше гармонических разложений (9) и (10) норма векторной части кватерниона мгновенной мощности  $\|\text{vect}\mathbf{P}_{abc}\|$  будет включать в себя:

среднее смещение

$$0.50(0.5A^2 + 3B^2);$$

удвоенные гармоники

$$4AB\sin 2wt + (B^2 - 3A^2)\cos 2wt$$
;

четвертые гармоники

- 
$$AB\sin 4wt + 0.50(A^2 - B^2)\cos 4wt$$
. (11)

По аналогии норма скалярной части  $\|\operatorname{scal} \mathbf{P}_{abc}\|$  с учетом линейной комбинации (8) содержит: среднюю составляющую

$$(B + \overline{P}_{abc})^2 + 0.50(A^2 - B^2);$$

удвоенные гармоники

$$2A(B + \overline{P}_{abc})\sin 2wt + 2B(B + \overline{P}_{abc})\cos 2wt;$$

четвертые гармоники

$$AB \sin 4wt - 0.50(A^2 - B^2)\cos 4wt.$$
 (12)

Как нетрудно заметить, формулы (11) и (12) являются обратными по отношению друг к другу, поэтому данные тригонометрические функции с аргументом 4wt отсутствуют в норме  $\mathbf{P}_{abc}$ , которая, в свою очередь, определяется выражением

$$\|\mathbf{P}_{abc}\| = 0.750u_m^2 \circ (2i_m^2 + i_{ma}^2 - i_m^2 \cos 2wt + i_{ma}^2 \cos 2(wt + j_a),$$

причем при  $i_{ma} = i_m$  и  $j_a = 0$  последнее равенство вырождается в (6).

В качестве графической иллюстрации представленных выше аналитических выражений было выполнено цифровое моделирование режимов работы несимметричной трехфазной нагрузки с напряжениями и токами вида (4), (7) в программном продукте «МАТLAB» R2008b. Линейный несимметричный потребитель содержал чисто резистивные цепи в фазах b и c с одинаковым значением активного сопротивления  $r_b = r_c = R = 125$  Ом, а также фазу a с параметрами:  $r_a = 0.5R$  Ом;  $L_a = 75$  мГн.

На рис. 1 представлены фазные токи, а на рис. 2 — траектория движения изображающей точки в трехмерном подпространстве  ${\bf H}$ , образованном одной действительной 1 и двумя мнимыми  ${\bf q}_2, {\bf q}_3$  единицами; траектория описывает гармонический закон изменения вещественных коэффициентов  $p_{abc}, q_b, q_c$  вида (8)—(10).

На рис. 3 представлены пространственно-временные зависимости  $\|\operatorname{scal}\mathbf{P}_{abc}\|$  и  $\|\operatorname{vect}\mathbf{P}_{abc}\|$ , кото-

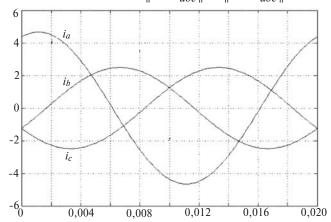
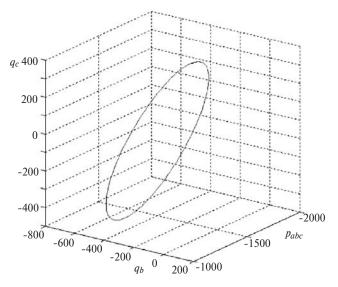
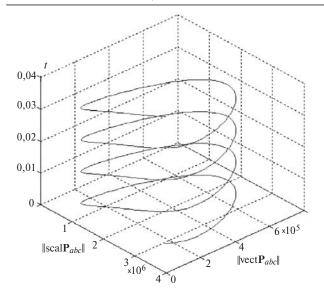


Рис. 1. Фазные токи активно-реактивной несимметричной трехфазной нагрузки



**Рис. 2.** Вещественные коэффициенты  $\mathbf{P}_{abc}$  в трехмерном подпространстве **H**, образованном 1,**q**<sub>2</sub>,**q**<sub>3</sub>



**Рис. 3.** Траектория движения изображающей точки, описывающей временное изменение норм скалярной и векторной частей  $\mathbf{P}_{abc}$ 

рые имеют сложный пульсирующий характер вследствие их функциональной зависимости от второй и четвертой гармоник.

Обобщая полученные в данном разделе статьи теоретические результаты аналитического исследования кватерниона мгновенной мощности в случае токовой асимметрии вида (7), можно сделать выводы:

любое отличие параметров линейной нагрузки одной из фаз от двух других будет приводить к появлению векторной составляющей кватерниона мгновенной мощности, причем вещественный коэффициент мнимой части, отвечающий за несимметричный участок электрической цепи, будет равен нулю. На основании этого можно заключить, что  $\text{vect}\mathbf{P}_{abc}$  образуется вследствие нарушения фазными переменными условия симметрии и отвечает за потоки электрической энергии переменного тока в единицу времени, которые не потребляются от источника и циркулируют в цепях потребителя. Данное утверждение также вытекает из однофазного случая, при котором  $\text{vect}\mathbf{P}_{abc} = 0$ ;

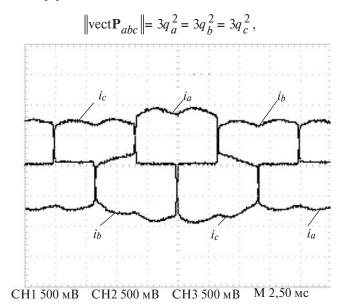
вещественные коэффициенты скалярной  $p_{abc}$  и мнимой частей  $\mathbf{P}_{abc}$  содержат средние составляющие, отвечающие, соответственно, за преобразование электрической энергии на стороне потребителя и классическую реактивную мощность сдвига, относительно которых происходят гармонические колебания с удвоенной частотой;

временные зависимости норм действительной и векторной частей кватерниона мгновенной мощности содержат постоянное смещение относительно нуля, а также вторые и четвертые гармоники, причем последние имеют одинаковые значения с обратными знаками, поэтому отсутствуют в  $\|\mathbf{P}_{abc}\|$ ;

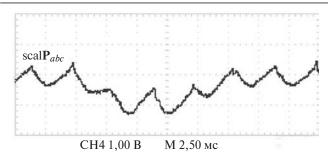
отличие в максимальных мгновенных значениях тока и наличие углового смещения в любой из фаз увеличивают  $\|\mathbf{P}_{abc}\|$  за счет появления колебательных составляющих в функции удвоенной угловой частоты, что, в свою очередь, ухудшает энергетические характеристики трехфазной системы. При этом среднее значение vect $\mathbf{P}_{abc}$  зависит не только от  $\mathbf{j}$ , как это было в случае симметричной линейной нагрузки с токами вида (5), но и от амплитуды, что приводит к необходимости полной компенсации мнимой части  $\mathbf{P}_{abc}$ .

Обобщенный случай произвольной нелинейной трехфазной нагрузки. Как показывает аналитическое исследование кватерниона мгновенной мощности несимметричной нелинейной нагрузки, основанное на использовании ряда Фурье, наличие искажений в гармонической форме периодических токов вызывает одновременное появление в скалярной  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$  и векторной  $\mathrm{vect}\mathbf{P}_{abc}$  частях переменных составляющих, которые пульсируют относительно соответствующих средних значений [6]. В качестве графической иллюстрации процесса энергопотребления в электрических цепях данного типа на рис. 4-6 изображены экспериментальные осциллограммы фазных токов и вещественных коэффициентов  $\mathbf{P}_{abc}$  несимметричного мостового выпрямителя, вход которого подключен к источнику с фазными напряжениями вида (4) и амплитудным значением  $u_m = 200$  B, а выходы катодной и анодной групп — к активно-индуктивной нагрузке r= 910 Ом, L= 19,8 мГн.

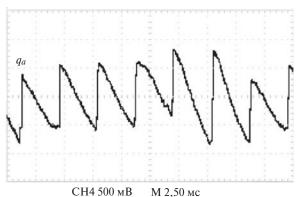
При этом в трехфазной нагрузке без нулевого провода, подключенной к источнику с симметричными напряжениями вида (4), справедливо равенство [6]:



**Рис. 4.** Фазные токи, потребляемые от источника несимметричной нелинейной нагрузкой



**Рис. 5.** Скалярная часть  ${\bf P}_{abc}$  несимметричного мостового выпрямителя



**Рис. 6.** Вещественный коэффициент  $\operatorname{vect} \mathbf{P}_{abc}$  фазы a

что позволяет связать вещественные коэффициенты  $\text{vect}\mathbf{P}_{abc}$  со скалярной частью на основании следующего выражения:

$$scal\mathbf{P}_{abc} = -\mathbf{e}_{klm} oq_k + 2(u_l i_m - u_k i_k),$$

где k,l,m — обозначения фаз a,b,c, аналогичные нижним индексам из правил умножения мнимых единиц (1).

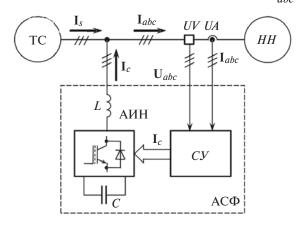
Алгоритм мгновенной компенсации. Как следует из представленных выше результатов анализа процесса энергопотребления в гиперкомплексном пространстве Н, для снижения потерь в трехфазных системах передачи, распределения и преобразования электрической энергии необходимо компенсировать векторную часть кватерниона мгновенной мощности  $\mathrm{vect}\mathbf{P}_{abc}$ , а также его переменную скалярную составляющую  $\mathrm{scal}\widetilde{\mathbf{P}}_{abc}$  =  $\mathrm{scal}\mathbf{P}_{abc}$  -  $\mathrm{scal}\overline{\mathbf{P}}_{abc}$  , которые обусловлены одновременным негативным действием асимметрии и нелинейности цепей нагрузки [5]. Технически данное требование реализуется подключением полупроводникового устройства активной фильтрации между трехфазной сетью TC и несимметричной нелинейной нагрузкой HH, как показано на рис. 7, где АИН – автономный инвертор напряжений; C – конденсаторная батарея; L- выходной дроссель; СУ - система управления, формирующая на основании текущей информации с датчиков тока *UA* и напряжений *UV* компенсационные воздействия в соответствии с законом [3, 6]:

$$\mathbf{I}_c = \frac{-1}{u_a^2 + u_b^2 + u_c^2} \mathbf{U}_{abc} \circ (\operatorname{scal}\widetilde{\mathbf{P}}_{abc} + \operatorname{vect}\mathbf{P}_{abc} - \mathsf{D}\overline{p}),$$

здесь  $D\bar{p}$  — активные потери в силовых цепях АСФ [9]. В результате кватернион токов источника

$$\mathbf{I}_{s} = \mathbf{I}_{abc} - \mathbf{I}_{c} = -\frac{\mathcal{E}_{s} \operatorname{scal} \overline{\mathbf{P}}_{abc} + D\overline{p} \stackrel{\ddot{o}}{\div}}{\mathcal{E}_{abc} + u_{b}^{2} + u_{b}^{2} + u_{c}^{2} \stackrel{\dot{c}}{\div}}{\mathcal{E}_{abc}} \mathbf{U}_{abc}$$

однозначно определяется гармоническим законом изменения вещественных коэффициентов  $\mathbf{U}_{abc}$ .



**Рис. 7.** Упрощенная функциональная схема трехфазной системы с  $AC\Phi$ 

Как видно из рис. 7, в структуре силового полупроводникового устройства активной фильтрации отсутствует внешний источник электрической энергии, что обусловливает высокую энергоэффективность процессов компенсации по мгновенным значениям. В свою очередь, управляющая часть  $AC\Phi$  не требует наличия высокопроизводительных программно-аппаратных средств, так как выработка задающих воздействий  $\mathbf{I}_c^*$  упрощается по сравнению с классическими методами [5] и происходит без привлечения линейных ортогональных преобразований исходного базиса.

Заключение. Применение алгебры кватернионов для анализа трехфазных систем переменного тока позволяет устранить ряд теоретических противоречий современных подходов к математическому описанию процесса энергопотребления [1, 2], таких, например, как представление скалярной мгновенной мощности в форме трехмерной величины, отсутствие строгого определения векторного произведения применительно к матрицам-столбцам и т.д. [3].

Для повышения энергоэффективности трехфазных систем необходимо исключать из общего потока электрической энергии в единицу времени мнимую часть кватерниона мгновенной мощности  $\text{vect}\mathbf{P}_{abc}$ , а также переменную составляющую скалярной компоненты  $\text{scal}\mathbf{P}_{abc}$ . Как показано в [3, 6], практическая реализация данных условий позволит

обеспечить гармонический закон изменения потребляемых от источника токов с нулевым или опережающим угловым сдвигом относительно соответствующего напряжения.

#### \_СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ \_

- 1. **Akagi H.** Active Harmonic Filters. Proc. of the IEEE, 2005, vol. 93, No. 12, pp. 2128–2141.
- 2. **Teke A., Saribulut L., Meral M.E., Tumay M.** Active Power Filter: Review of Converter Topologies and Control Strategies. G.U. Journal of Science, 2011, pp. 283–289.
- 3. **Шалыгин К.А., Нос О.В.** Активные силовые фильтры в задачах повышения качества электрической энергии. Научный вестник НГТУ, 2013, № 4 (53), с. 191–202.
- 4. Зиновьев Г.С. Прямые методы расчета энергетических показателей вентильных преобразователей. Новосибирск: Изд. НГУ, 1990. 220 с.

- 6. **Hoc O.B.**, **Панкратов В.В.** Анализ трехфазных систем компенсации мгновенной неэффективной мощности в кватернионном базисе. Изв. вузов. Электромеханика, 2013, № 6, с. 3—8.
- 7. **Нос О.В.** Анализ различных форм представления кинематических параметров в задачах линейного преобразования трехфазных переменных. Изв. вузов. Электромеханика, 2012, № 5, с. 22-28.
- 8. **Харитонов С.А.** Алгебры кватернионов и октав в представлении электрических величин нелинейных электрических цепей с вентилями. Труды IV Международ. конф. АПЭП-1998. Новосибирск: НГТУ, 1998, т. 7, с. 31–32.
- 9. **Нос О.В., Панкратов В.В., Шалыгин К.А.** Алгоритм управления напряжением звена постоянного тока активного силового фильтра. Электротехника, 2013, № 12, с. 36—40.

[24.07.14]

Автор: Нос Олег Викторович в 1999 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка и оптимизация алгоритмов управления асинхронным электроприводом на основе метода непрерывной иерархии». Доцент кафедры «Проектирование технологических машин» Новосибирского государственного технического университета (НГТУ).

Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 5, pp. 54-59.

## Analytic Investigation of the Three-Phase Load Instantaneous Power Equation in a Hypercomplex Space

O.V. NOS

Use of active power filters (APFs) is among the most efficient ways for solving the applied problem of achieving better energy efficiency of three-phase energy transportation, distribution, and conversion systems. The algorithms for controlling these semiconductor converters are based on the modern theories of instantaneous power with involvement of elements of vector algebra and linear orthogonal transformations of phase variables. Apart from using this approach to configuring the APF control part, the technical implementation of which requires powerful computerized automation tools, it is also possible to use the mathematical description of power processes in AC circuits by means of hypercomplex space formed by one real and three imaginary units. The article presents the results from an analytical investigation of the quaternion of instantaneous powers in the case of different kinds of three-phase loads, the practical application of which in constructing energy-saving systems on the basis of APFs will make it possible to produce compensating outputs with a fewer number of mathematical operations and without involving additional transformations of coordinates.

Key words: three-phase electric networks, hypercomplex space, instantaneous power quaternion, unbalanced and/or nonlinear load

### REFERENCES

- 1. **Akagi H.** Active Harmonic Filters. Proc. of the IEEE, 2005, vol. 93, No. 12, pp. 2128–2141.
- 2. **Teke A., Saribulut L., Meral M.E., Tumay M.** Active Power Filter: Review of Converter Topologies and Control Strategies. G.U. Journal of Science, 2011, pp. 283–289.
- 3. **Shalygin K.A., Nos O.V.** *Nauchnyi vestnik NGTU in Russ.* (Scientific bulletin of the Novosibirsk State Technical University), 2013, No. 4(53), pp. 191–202.
- 4. **Zinov'yev G.S.** *Pryamye metody rascheta energeticheskikh pokazatelei ventil'nykh preobrazovatelei* (Direct calculation methods of energy indexes rectifier converters). Novosibirsk, Publ. of the Novosibirsk State University, 1990, 220 p.
- 5. Nos O.V., Pankratov V.V. Izv. vuzov. Elektromekhanika in Russ. (News of Higher Education Institutions. Electromechanics), 2012, No. 6, pp. 33–39.
- 6. Nos O.V., Pankratov V.V. Izv. vuzov. Elektromekhanika in Russ. (News of Higher Education Institutions. Electromechanica), 2013, No. 6, pp. 3–8.
- 7. **Nos O.V.** *Izv. vuzov. Elektromekhanika in Russ. (News of Higher Educstion Institutions. Electromechanics)*, 2012, No. 5, pp. 22–28.
- 8. **Kharitonov S.A.** *Trudy IV Mezhdunarod. konf. APEP 1998 in Russ* (Proc. of the IV Intern. Conf. APEP-1998). Novosibirsk, Publ. of the Novosibirsk State Technical University, 1998, vol. 7, pp. 31–32.
- 9. Nos O.V., Pankratov V.V., Shalygin K.A. *Elektrotekhnika in Russ. (Power Engineering)*, 2013, No. 12, pp. 36—40.

Author: Nos Oleg Viktorovich (Novosibirsk, Russia) — Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Novosibirsk State Technical University.