

## Преобразование линеаризованных дискретных структурных динамических моделей импульсных преобразователей

БЕЛОВ Г.А.

*Предложена основанная на теории смещенного  $z$ -преобразования методика упрощающих преобразований линеаризованных дискретных структурных динамических моделей импульсных преобразователей постоянного напряжения (ППН) в режиме прерывистого тока. Методика является общей для всех трех рассматриваемых схем – понижающей, повышающей и инвертирующей. Преобразуемые модели основаны на предложенных автором дискретных структурных динамических моделях силовых частей ППН. Основной особенностью, затрудняющей их широкое применение на практике, является наличие в них до четырех замкнутых контуров с импульсными элементами, работающими синхронно, но не синфазно; присутствуют также импульсные элементы, осуществляющие амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ) как первого, так и второго рода. В результате преобразований получены структурные модели, в которых исключен внутренний контур с идеальным импульсным элементом, через который осуществляется отрицательная обратная связь по току дросселя, охватывающая динамическое звено с передаточной функцией, равной операторной проводимости дросселя. Существенно упрощен внутренний контур с импульсным элементом, выполняющим АИМ второго рода, через который осуществляется отрицательная обратная связь по выходному напряжению ППН. Обратная связь охватывает два последовательно включенных динамических звена модели силовой части.*

**Ключевые слова:** импульсный преобразователь, режим прерывистого тока, дискретные динамические структурные модели, упрощающие преобразования, смещенное  $z$ -преобразование

Структурные динамические модели, построенные из звеньев направленного действия, являются эффективным средством исследования систем управления, в частности импульсных преобразователей постоянного напряжения (ППН), позволяют использовать современные методы анализа и синтеза импульсных систем автоматического регулирования [1–7].

Структурные модели импульсных ППН можно разделить на дискретные и непрерывные (усредненные), нелинейные и линеаризованные, точные и приближенные. Существует такое множество разновидностей конкретных структурных моделей, что зачастую затруднительно установить их взаимосвязь друг с другом и достоверность получаемых по ним результатов. Поскольку импульсные преобразователи с замкнутыми системами управления представляют собой нелинейные дискретные системы, наибольшей достоверностью обладают результаты, полученные по их дискретным моделям, которые сложны и трудно воспринимаются практическими специалистами.

Нелинейные структурные модели [5, 8] используются для расчета переходных процессов при больших возмущениях. Однако они неудобны для анализа устойчивости и расчета стандартных показателей качества процессов, таких как запасы устойчивости, показатель колебательности и др., а также для синтеза замкнутых систем управления

ППН. Это связано с тем, что в нелинейных структурных моделях ППН отсутствует единственный управляющий вход, на который подавалось бы управляющее воздействие от широтно-импульсного модулятора (ШИМ). В связи с этим производится линеаризация нелинейных структурных моделей в окрестности установившегося режима ППН.

Использование линеаризованных структурных моделей усложняется тем, что в режиме прерывистого тока (РПТ) силового дросселя ППН линеаризованные дискретные структурные модели оказываются значительно сложнее, чем в режиме непрерывного тока (РНТ) [9]. Линеаризованные дискретные структурные модели ППН для РНТ достаточно просты и широко используются для анализа и синтеза ППН, а модели для РПТ существенно усложняются, поскольку для основных расчетов приходится учитывать влияние не одного, как в РНТ, а трех идеальных импульсных элементов, работающих синхронно, но не синфазно.

Большинство импульсных преобразователей постоянного напряжения в настоящее время проектируется исходя из необходимости работы в РНТ при номинальной нагрузке. Однако при уменьшении среднего значения тока нагрузки до граничного значения происходит переход в РПТ [10]. Преобразователь оказывается также в РПТ при питании аппаратуры, работающей в режиме ожидания, когда потребляемый от ППН ток резко уменьшает-

ся [15]. При этом динамические параметры силовой части (коэффициенты передачи управляющего и возмущающих воздействий, значения «полюсов и нулей» передаточной функции) изменяются скачком. Коэффициент передачи управляющего воздействия, каковым является приращение длительности включенного состояния силового транзистора  $Dt_1$ , при переходе в РПТ уменьшается; «полнос» передаточной функции, обусловленный индуктивностью силового дросселя, исчезает [11]. Смещается в область более высоких частот и «полнос» передаточной функции, обусловленный емкостью выходного конденсатора и нагрузкой. Подобные изменения параметров силовой части ППН могут вызывать нежелательные изменения характеристик ППН с замкнутыми системами управления и потребовать перестройки параметров системы управления.

В связи с этим исследованиям динамики и разработкам систем управления импульсных ППН в РПТ уделялось и уделяется серьезное внимание [3, 11–14]. Однако основная часть результатов, касающихся анализа и синтеза ППН с замкнутыми системами управления в РПТ, получена с использованием непрерывных моделей [11–14] и требует проверки по дискретным моделям.

Сложность линеаризованных дискретных структурных моделей ППН для РПТ препятствует расширению их использования при решении задач анализа и синтеза ППН.

В статье обосновываются преобразования, приводящие к существенному упрощению линеаризованных дискретных структурных моделей импульсных ППН понижающего, повышающего и инвертирующего типов. В предполагаемой публикации результатов дальнейших исследований, посвященных усредненным структурным моделям, обнаруживается тесная связь между рассматриваемыми линеаризованными дискретными и усредненными моделями, которые представляют собой по существу единую систему моделей. Эта связь облегчает практическое использование этих моделей, повышает уверенность в достоверности получаемых результатов.

**Постановка задачи.** На рис. 1 представлены известные линеаризованные структурные динамические модели силовых частей импульсных ППН [9], из сравнения которых видно, что общим для всех схем является наличие в РПТ внутреннего контура обратной связи по току дросселя через импульсный элемент  $IЭ2$  (отсутствует в РНТ), который существенно усложняет строгий анализ моделей; основная часть этих моделей от входа импульсного элемента  $IЭ1$  до выхода отличается напряжением схе-

мы  $u_{сх}$ , которое входит в качестве коэффициента передачи пропорционального звена.

Это напряжение определяется как  $u_{сх} = u_{вх}(t_1) + u_{д.пр}$ ;  $u_{сх} = u_{вх}(t_1) + u_{д.пр}$ ;  $u_{сх} = u_{вх}(t_1) + u_{ввых}(t_1) + u_{д.пр}$ , соответственно, для понижающей, повышающей и инвертирующей схем, где  $u_{вх}(t_1)$  и  $u_{ввых}(t_1)$  – мгновенные значения входного и выходного напряжений в момент выключения силового транзистора;  $u_{д.пр}$  – прямое падение напряжения на силовом диоде. Модели для повышающей и инвертирующей схем отличаются также наличием ключа  $K3$  между звеньями  $G(p)$  и  $Z(p)$ , которого нет в модели для понижающей схемы, здесь

$$G(p) = \frac{1}{Lp + r} = \frac{1}{\frac{L}{r}p + \frac{1}{\frac{r}{L}}}; \quad Z(p) = \frac{R(1 + t_C p)}{1 + T_C p}, \quad (1)$$

где  $T_L = L/r$  – постоянная времени цепи дросселя;  $t_C = r_C C$ ,  $T_C = (R + r_C)C$  – постоянные времени цепи выходного конденсатора;  $R$  – сопротивление нагрузки; предполагается, что параллельно с  $R$  включен источник дополнительного тока нагрузки  $i_{н.д}(t)$ .

Модели для схем на рис. 1, б и в отличаются от модели на рис. 1, а наличием дополнительной ветви прямой связи через звено с коэффициентом передачи  $i_L(t_1)$ . Известно, что эта связь приводит к тому, что модели для повышающего и инвертирующего ППН становятся неминимально-фазовыми [14]. Модели на рис. 1, б и в схем ППН отличаются друг от друга длительностью замкнутого состояния ключа  $K1$ , которая составляет соответственно  $t_1 + t_c$  и  $t_c$ , где  $t_c$  – время спада до нуля тока дросселя.

Ключи  $K1$ – $K3$ , замыкающиеся на время, указанное под их изображением, осуществляют амплитудно-импульсную модуляцию 2-го рода [19]. Точный учет их функционирования может существенно усложнить анализ схем. Ветвь с ключом  $K1$ , передающим возмущающее воздействие  $Du_{вх}(t)$ , не входит в замкнутый контур и не влияет на устойчивость замкнутой системы. Нестабильность выходного напряжения, вызванная возмущением  $Du_{вх}$ , обычно рассчитывается приближенно по усредненной (непрерывной) модели. Изменение выходного напряжения  $u_{ввых}(t)$  в импульсных ППН за период переключений  $T$  мало. Поэтому без существенной погрешности ключ  $K2$  в схемах на рис. 1 можно заменить последовательным соединением идеального импульсного элемента, срабатывающего в момент замыкания ключа, и формирователя прямоугольных импульсов с длительностью, равной времени замыкания ключа. Через ключ  $K3$  за время  $t_c$  передается быстроизменяю-

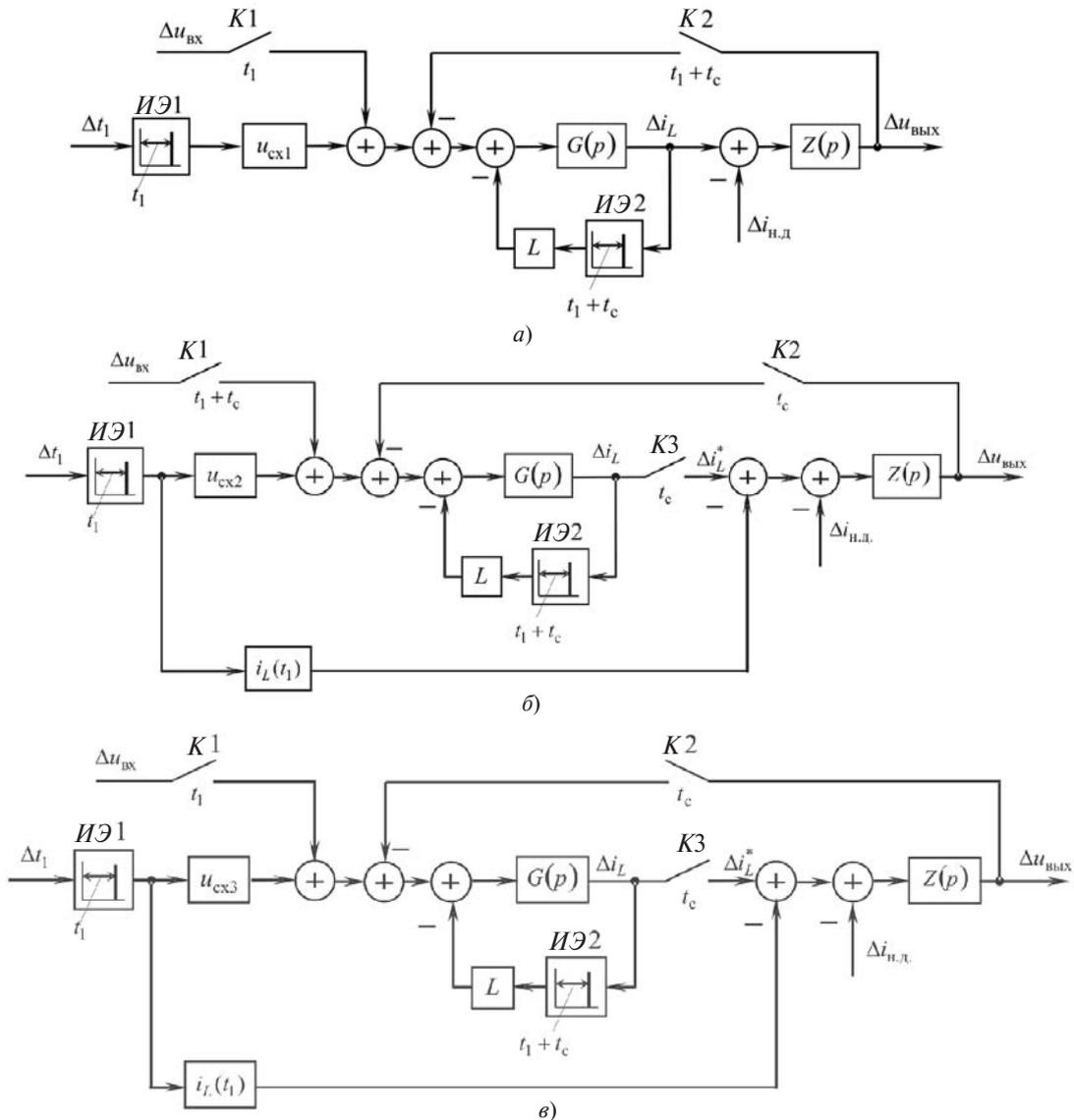


Рис. 1. Линеаризованные дискретные структурные динамические модели силовых частей импульсных ППН в РПТ: а – понижающего; б – повышающего; в – инвертирующего

щийся сигнал  $\Delta i_L$ , влияние ключа  $K3$  просто учитывается в ходе дальнейших преобразований.

Преобразования структурных моделей проведем на примере ППН с одноконтурной системой управления [16, 17].

На рис. 2,а представлена структурная динамическая модель понижающего ППН с одноконтурной системой управления, преобразованная путем переноса точки суммирования опорного напряжения  $\Delta U_{оп}$  и напряжения обратной ветви  $K_d \Delta u_{вых}$  на вход импульсного элемента ИЭ1. Такая структурная схема, кроме элементов, составляющих модель силовой части (рис. 1,а), содержит также делитель напряжения с коэффициентом передачи  $K_d$ , усилитель ошибки с передаточной функцией  $W_{yo}(p)$  и широтно-импульсный модулятор с коэффициентом передачи  $K_{шим}$ . Важной задачей анализа является определение дискретной передаточной функции разомкнутого основного контура системы:

$$W(z, \theta) = \frac{Dy(z, \theta)}{Dt_1(z, \theta)}, \quad (2)$$

где  $Dy(z, \theta)$ ,  $Dt_1(z, \theta)$  – смещенные  $z$ -преобразования сигналов обратной связи  $Dy(t)$  и на входе импульсного элемента ИЭ1  $Dt_1(t)$ ;  $0 \leq \theta \leq 1$ ,  $\theta_1 = t_1 / T$ .

Ключи  $K1$  и  $K2$  (рис. 1,а) заменены на идеальные импульсные элементы ИЭ3 и ИЭ4, к выходам которых подключены формирующие звенья с передаточными функциями:

$$W_{\Phi.31}(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pt_1}); \quad (3)$$

$$W_{\Phi.32}(p) = \frac{1}{p}[1 - e^{-p(t_1+t_c)}].$$

Для схемы на рис. 2,а справедливы следующие операторные уравнения:

$$Dy(p) = W_{11}(p)Dt_1^*(p) + W_{12}(p)Dt_L^*(p) +$$

$$\begin{aligned}
 &+ W_{13}(p)Du_{\text{ВЫХ}}^*(p) + W_{14}(p)Du_{\text{ВХ}}^*(p) + \\
 &\quad + W_{15}(p)Di_{\text{Н.Д}}(p); \\
 &Di_L(p) = W_{21}(p)Dt_1^*(p) + W_{22}(p)Di_L^*(p) + \\
 &\quad + W_{23}(p)Du_{\text{ВЫХ}}^*(p) + W_{24}(p)Du_{\text{ВХ}}^*(p); \quad (4) \\
 &Du_{\text{ВЫХ}}(p) = W_{31}(p)Dt_1^*(p) + W_{32}(p)Di_L^*(p) + \\
 &\quad + W_{33}(p)Du_{\text{ВЫХ}}^*(p) + W_{34}(p)Du_{\text{ВХ}}^*(p) + \\
 &\quad + W_{35}(p)Di_{\text{Н.Д}}(p). \quad (5)
 \end{aligned}$$

Здесь  $W_{11}, W_{15}, W_{21}, W_{24}, W_{31}, W_{35}$  – передаточные функции.

Стандартный способ определения передаточной функции (2) состоит в том, что записываются и ре-

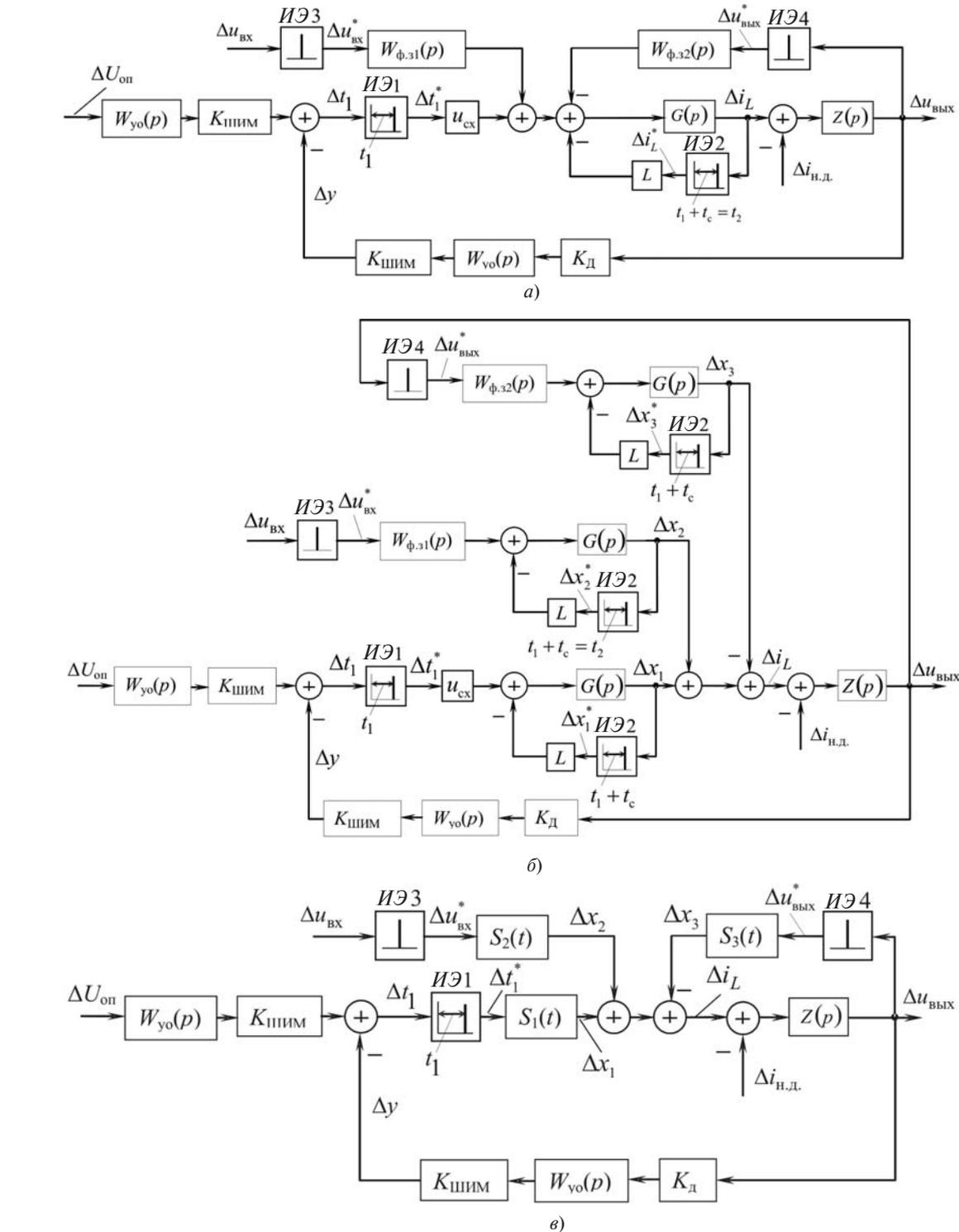


Рис. 2. Линеаризованные структурные динамические модели понижающего ППН в РНТ с одноконтурной системой управления: а – исходная; б и в – преобразованные

шаются уравнения для  $z$ -преобразований переменных, соответствующие операторным уравнениям (4), в результате  $z$ -преобразование  $Du(z, \theta)$  выражается линейно через  $Dt_1(z, \theta)$ . В отличие от этого, для упрощения, сначала преобразуем второе уравнение (4):

$$Di_L(z, \theta) = \begin{cases} z^{-1} W_{21}(z, 1 + e^{-\theta_1}) Dt_1(z, \theta_1), & 0 \leq \theta \leq \theta_1, \\ W_{21}(z, e^{-\theta_1}) Dt_1(z, \theta_1), & \theta_1 \leq \theta \leq 1, \\ z^{-1} W_{22}(z, 1 + e^{-\theta_2}) Di_L(z, \theta_2), & 0 \leq \theta \leq \theta_2, \\ W_{22}(z, e^{-\theta_2}) Di_L(z, \theta_2), & \theta_2 \leq \theta \leq 1, \\ + W_{23}(z, \theta) u_{\text{ВЫХ}}(z, 0) + W_{24}(z, \theta) u_{\text{ВХ}}(z, 0), \end{cases} \quad (6)$$

где  $\theta_2 = (t_1 + t_c) / T = g + g_c$ ,  $W_{21}(z, \theta)$ ,  $W_{22}(z, \theta)$ ,  $W_{23}(z, \theta)$ ,  $W_{24}(z, \theta)$  – передаточные функции.

**Преобразование структурной модели понижающего ППН.** Покажем, что благодаря особым свойствам контура внутренней обратной связи по току дросселя уравнение (6) может быть существенно упрощено. Для этого переносом точек суммирования сигналов с выходов звеньев  $W_{\phi.31}(p)$  и  $W_{\phi.32}(p)$  через звено  $G(p)$  преобразуем структурную схему (рис. 2,а) к виду, представленному на рис. 2,б, где

$$Di_L(p) = Dx_1(p) + Dx_2(p) - Dx_3(p); \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Dx_1(p) &= W_{21} Dt_1^*(p) + W_{22}(p) Dx_1^*(p); \\ Dx_2(p) &= W_{22} Dx_2^*(p) + W_{24}(p) Du_{\text{ВХ}}^*(p); \end{aligned} \quad (8)$$

$$Dx_3(p) = W_{22} Dx_3^*(p) - W_{23}(p) Du_{\text{ВЫХ}}^*(p).$$

Подставив (8) в (7), получим второе уравнение (4), где

$$Di_L^*(p) = Dx_1^*(p) + Dx_2^*(p) - Dx_3^*(p). \quad (9)$$

Это подтверждает правильность структурной схемы на рис. 2,б.

Перейдя от уравнений (8) к их  $z$ -преобразованиям и решая эти уравнения при подстановке в них значения  $\theta = \theta_2$ , получаем:

$$\begin{aligned} Dx_1(z, \theta_2) &= \frac{W_{21}(z, e_2 - \theta_1)}{1 - z^{-1} W_{22}(z, 1)} Dt_1(z, \theta_1); \\ Dx_2(z, \theta_2) &= \frac{W_{24}(z, \theta_2)}{1 - z^{-1} W_{22}(z, 1)} Du_{\text{ВХ}}(z, 0); \\ Dx_3(z, \theta_2) &= \frac{W_{23}(z, \theta_2)}{1 - z^{-1} W_{22}(z, 1)} Du_{\text{ВЫХ}}(z, 0), \end{aligned} \quad (10)$$

откуда с учетом дискретных передаточных функций  $W_{21}(z, \theta)$ ,  $W_{22}(z, \theta)$ ,  $W_{23}(z, \theta)$ ,  $W_{24}(z, \theta)$  следуют выражения:

$$\begin{aligned} Dx_1(z, \theta_2) &= \frac{u_{\text{СХ1}}}{L} d_1^{e_2 - \theta_1} Dt_1(z, \theta_1); \\ Dx_2(z, \theta_2) &= \frac{1}{r} (d_1^{e_2 - \theta_1} - d_1^{e_2}) Du_{\text{ВХ}}(z, 0); \\ Dx_3(z, \theta_2) &= \frac{1}{r} (1 - d_1^{e_2}) Du_{\text{ВЫХ}}(z, 0). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставив (11) в формулы  $z$ -преобразований (8), получим:

$$\begin{aligned} Dx_1(z, \theta) &= K_1(\theta) Dt_1(z, \theta_1); \\ Dx_2(z, \theta) &= K_2(\theta) Du_{\text{ВХ}}(z, 0); \\ Dx_3(z, \theta) &= K_3(\theta) Du_{\text{ВЫХ}}(z, 0), \end{aligned} \quad (12)$$

где передаточные функции

$$\begin{aligned} K_1(\theta) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq \theta \leq \theta_1, \\ \frac{u_{\text{СХ1}}}{L} d_1^{e_2 - \theta_1}, & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \\ 0, & \theta_2 \leq \theta \leq 1; \end{cases} \\ K_2(\theta) &= \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - d_1^{\theta}), & 0 \leq \theta \leq \theta_1, \\ \frac{1}{r} (d_1^{\theta - \theta_1} - d_1^{\theta}), & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \\ 0, & \theta_2 \leq \theta \leq 1; \end{cases} \\ K_3(\theta) &= \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - d_1^{\theta}), & 0 \leq \theta \leq \theta_2, \\ 0, & \theta_2 \leq \theta \leq 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

Как видно из (12) и (13),  $z$ -преобразования составляющих тока дросселя  $Di_L(t)$  не содержат переменной  $z$ , что соответствует указанному ранее устранению в передаточной функции силовой части полюса, обусловленного дросселем.

С учетом (9) и (12) справедливо равенство

$$\begin{aligned} Di_L(z, \theta) &= K_1(\theta) Dt_1(z, \theta_1) + K_2(\theta) Du_{\text{ВХ}}(z, 0) - \\ &- K_3(\theta) Du_{\text{ВЫХ}}(z, 0), \end{aligned} \quad (14)$$

которое при подстановке в первое и третье дискретные уравнения, соответствующие (4), позволяет существенно облегчить определение передаточной функции (2), что, однако, является предметом отдельного исследования. Здесь рассмотрим только упрощения структурной модели на рис. 2,б, которые основываются на соотношениях (12)–(14).

Известно, что смещенное  $z$ -преобразование  $X(z, \theta)$  соответствует функции времени  $x(t)$ , обозначаемой как  $x(n, \theta)$ , где время  $t = nT + \theta T$ ,  $n$  – целое число, называемое дискретным временем,  $\theta$  – смещение ( $0 \leq \theta \leq 1$ ) [19, 20]. Поскольку частные передаточные функции (13) не зависят от  $z$ , то изображе-

ниям (12) с учетом обозначения  $d = e^{-T/T_L}$  соответствуют функции времени, отсчитываемые от такового момента времени ( $n = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 Dx_1(t) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{u_{cx1}}{L} e^{-(t-t_1)/T_L} Dt_1(t_1), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases} \\
 Dx_2(t) &= \begin{cases} \frac{1}{r}(1 - e^{-t/T_L}) Du_{вх}(0), & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r}[e^{-(t-t_1)/T_L} - e^{-t/T_L}] Du_{вх}(0), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases} \\
 Dx_3(t) &= \begin{cases} \frac{1}{r}(1 - e^{-t/T_L}) Du_{вых}(0), & 0 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Кривые составляющих тока дросселя, соответствующие (15), представлены на рис. 3,а. Сигналы  $Dx_1(t)$ ,  $Dx_2(t)$ ,  $Dx_3(t)$  в схеме на рис. 2,б представляют собой последовательности импульсов, показанной на рис. 3,а формы. Эти импульсы могут быть сформированы в цепях, составленных из последовательно включенных идеальных импульсных элементов ИЭ1, ИЭ3, ИЭ4 и формирующих звеньев с функциями  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$ ,  $S_3(t)$ , описывающими один

импульс на их выходе; время  $t$  отсчитывается от момента срабатывания импульсного элемента, к выходу которого подключается формирующее звено.

Тогда линеаризованная структурная динамическая модель понижающего ППН (рис. 2,б) может быть представлена в виде, показанном на рис. 2,в. Эта модель существенно проще исходной (рис. 2,а) благодаря исключению замкнутого контура, состоящего из линейного динамического звена  $G(p)$  и импульсного элемента ИЭ2. Одновременно упрощаются и основной контур системы, включающий импульсный элемент ИЭ1, и внутренний контур обратной связи по напряжению, включающий импульсный элемент ИЭ4.

Для проверки полученных соотношений были определены вариации тока дросселя  $Di_L(t)$  приближенным методом для всех трех схем.

В частности, формулы для понижающей схемы показывают, что составляющая вариации тока дросселя  $Di_L = Dx_1 + Dx_2 - Dx_3$ , вызванная управляющим воздействием  $Dt_1$ , на интервале  $t_1$  отсутствует, а на интервале  $t_c$  приближенно равна

$$Dx_1(t) = \frac{u_{cx1}}{L} e^{-(t-t_1)/T_L} Dt_1;$$

составляющая, вызванная  $Du_{вх}$ , приближенно равна

$$Dx_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{r}(1 - e^{-t/T_L}) Du_{вх}, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r}[e^{-(t-t_1)/T_L} - e^{-t/T_L}] Du_{вх}, & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c. \end{cases}$$

Составляющая, вызванная  $Du_{вых}$ , приближенно равна

$$Dx_3(t) = \frac{1}{r}(1 - e^{-t/T_L}) Du_{вых}$$

на обоих интервалах  $t_1$  и  $t_c$ . Во время бестоковой паузы, естественно, все три составляющие отсутствуют.

Полученные приближенные формулы для составляющих тока  $Di_L(t)$  полностью подтверждают точные равенства (15). Отличие заключается только в том, что в (15) входят значения воздействий  $Dt_1(t_1)$ ,  $Du_{вх}(0)$ ,  $Du_{вых}(0)$  в строго определенные моменты времени, а в выражение  $Di_L(t)$  для понижающего ППН – значения  $Dt_1$ ,  $Du_{вх}$ ,  $Du_{вых}$ , которые постоянны на рассматриваемом периоде  $T$ .

**Преобразование структурной модели повышающего ППН.** Используя обоснованную в [9] линеаризованную структурную динамическую модель силовой части (рис. 1,б), структурную модель повышающего ППН с одноконтурной системой управления можно представить в виде рис. 4,а и б. В данном случае справедливы уравнения, аналогичные (4), из которых нас будет интересовать второе:

$$Di_L(p) = W_{21}(p)Dt_1^*(p) + W_{22}(p)Di_L^*(p) +$$

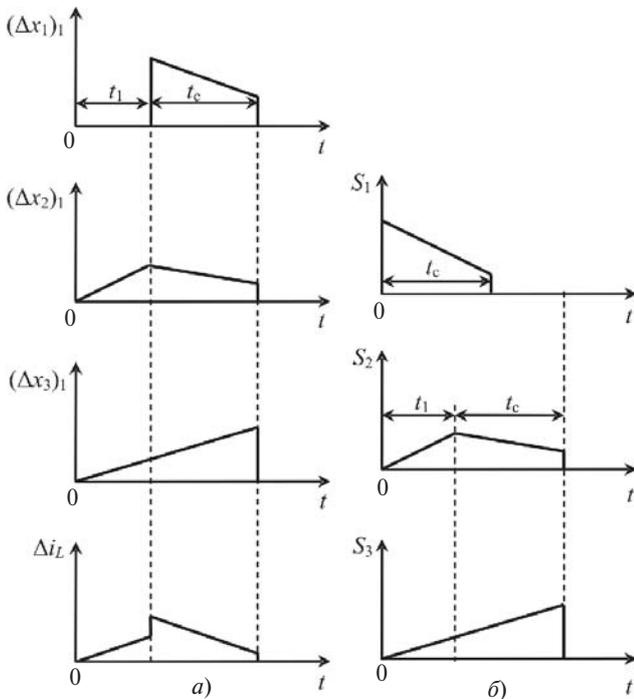


Рис. 3. Форма составляющих импульса тока дросселя понижающего ППН при положительных значениях вариаций  $Dt_1(t_1)$ ,  $Du_{вх}(0)$ ,  $Du_{вых}(0)$  (а); форма графиков функций, описывающих один импульс формирующих звеньев (б)



том передачи  $Di_L(t_1)$ . Прямая связь приводит к тому, что передаточная функция разомкнутого основного контура повышающего ППН становится неминимальнофазовой.

Для модели повышающего ППН (рис. 4,б) остаются справедливыми уравнения (7)–(9), но с другими выражениями для передаточных функций  $W_{23}(p)$  и  $W_{24}(p)$ .

Переходя от уравнений (8) к  $z$ -преобразованиям, подставив в них  $e = e_2$ , получим:

$$\begin{aligned} Dx_1(z, e_2) &= \frac{W_{21}(z, e_2, e_1)}{1 - z^{-1}W_{22}(z, 1)} Dt_1(z, e_1); \\ Dx_2(z, e_2) &= \frac{(W_{24})_2(z, e_2)}{1 - z^{-1}W_{22}(z, 1)} Du_{вх}(z, 0); \\ Dx_3(z, e_2) &= - \frac{(W_{23})_2(z, e_2)}{1 - z^{-1}W_{22}(z, 1)} Du_{вых}(z, 0). \end{aligned} \quad (18)$$

С учетом выражений для передаточных функций найдем формулы для изображений при  $e = e_2$ :

$$\begin{aligned} Dx_1(z, e_2) &= \frac{u_{cx}}{L} d_1^{e_2 - e_1} Dt_1(z, e_1); \\ Dx_2(z, e_2) &= \frac{1}{r} (1 - d_1^{e_2}) Du_{вх}(z, 0); \\ Dx_3(z, e_2) &= \frac{1}{r} (1 - d_1^{e_2 - e_1}) Du_{вых}(z, e_1). \end{aligned} \quad (19)$$

После преобразований с учетом передаточных функций получим формулы для изображений составляющих тока силового дросселя, выраженные через значения  $Dt_1(z, e_1)$ ,  $Du_{вх}(z, 0)$ ,  $Du_{вых}(z, e_1)$ :

$$\begin{aligned} (Dx_1)_2(z, \theta) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq \theta \leq e_1, \\ \frac{u_{cx}}{L} d_1^{\theta - e_1} Dt_1(z, e_1), & e_1 \leq \theta \leq e_2, \\ 0, & e_2 \leq \theta \leq 1; \end{cases} \\ (Dx_2)_2(z, \theta) &= \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - d_1^{\theta}) Du_{вх}(z, 0), & 0 \leq \theta \leq e_2, \\ 0, & e_2 \leq \theta \leq 1; \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

$$(Dx_3)_2(z, \theta) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \theta \leq e_1, \\ \frac{1}{r} (1 - d_1^{\theta - e_1}) Du_{вых}(z, e_1), & e_1 \leq \theta \leq e_2, \\ 0, & e_2 \leq \theta \leq 1. \end{cases}$$

Обратим внимание на то, что правые части выражений (20) не содержат явно переменную  $z$  и соответствуют безынерционным звеньям с коэффициентами передачи:

$$\begin{aligned} K_1(\theta) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq \theta \leq e_1, \\ \frac{u_{cx}}{L} d_1^{\theta - e_1}, & e_1 \leq \theta \leq e_2, \\ 0, & e_2 \leq \theta \leq 1; \end{cases} \\ K_2(\theta) &= \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - d_1^{\theta}), & 0 \leq \theta \leq e_2, \\ 0, & e_2 \leq \theta \leq 1; \end{cases} \\ K_3(\theta) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq \theta \leq e_1, \\ \frac{1}{r} (1 - d_1^{\theta - e_1}), & e_1 \leq \theta \leq e_2, \\ 0, & e_2 \leq \theta \leq 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

Из (20), (21), как и в случае понижающего ППН, следует, что сигналы  $Dx_1(t)$ ,  $Dx_2(t)$ ,  $Dx_3(t)$  представляют собой последовательности импульсов, форма которых при  $Dt_1(t_1) > 0$ ,  $Du_{вх}(0) > 0$ ,  $Du_{вых}(t_1) > 0$  показана на рис. 5,а.

Согласно (20) составляющие вариации тока дросселя при отсчете времени от начала периода описываются выражениями:

$$\begin{aligned} (Dx_1)_2(t) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{u_{cx}}{L} e^{-(t - t_1)/T_L} Dt_1(t_1), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases} \\ (Dx_2)_2(t) &= \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - e^{-t/T_L}) Du_{вх}(0), & 0 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases} \\ (Dx_3)_2(t) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r} (1 - e^{-(t - t_1)/T_L}) Du_{вых}(t_1), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T. \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

В отличие от понижающего в повышающем ППН через двухполюсник  $Z(p)$  проходит ток силового диода  $Di_d(t)$ , который при замкнутом ключе КЗ (см. рис. 4,а и б) совпадает с током  $Di_L(t)$ . Следовательно, функции, описывающие один импульс на выходах формирующих звеньев, показанных в схеме на рис. 4,в, имеют вид:

$$\begin{aligned} (S_1)_2(t) &= \begin{cases} \frac{u_{cx}}{L} e^{-t/T_L}, & 0 \leq t \leq t_c, \\ 0, & t_c \leq t \leq T; \end{cases} \\ (S_2)_2(t) &= \begin{cases} \frac{1}{r} [1 - e^{-(t+t_1)/T_L}], & 0 \leq t \leq t_c, \\ 0, & t_c \leq t \leq T; \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

$$(S_3)_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{r}(1 - e^{-t_1/T_L}), & 0 \leq t \leq t_c, \\ 0, & t_c \leq t \leq T. \end{cases}$$

Преобразованные структурные модели понижающего (рис. 2,б) и повышающего (рис. 5,б) ППН отличаются наличием в модели повышающего ППН дополнительной ветви прямой связи с коэффициентом передачи  $i_L(t_1)$ . При этом функция  $(S_1)_2(t)$  не может суммироваться с  $i_L(t_1)$ , а передаточная функция формирующего звена  $(S_1)_2(p) \ll (S_1)_2(t)$  может. Другое отличие состоит в том, что импульсный элемент ИЭД в модели на рис. 4,б генерирует дельта-импульсы с запаздыванием на  $t_1$  относительно тактовых моментов времени.

Полученные автором формулы для  $i_L(t_1)$  повышающего ППН подтверждают правильность соотношений (20)–(23), поскольку составляющие тока дросселя  $Di_L = Dx_1 + Dx_2 - Dx_3$  согласно полученным формулам равны:

$$Dx_1(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{u_{cx2}}{L} e^{-(t-t_1)/T_L} Dt_1, & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \end{cases}$$

$$Dx_2(t) = \frac{1}{r}(1 - e^{-t/T_L}) Du_{BX}, \quad 0 \leq t \leq t_1 + t_c;$$

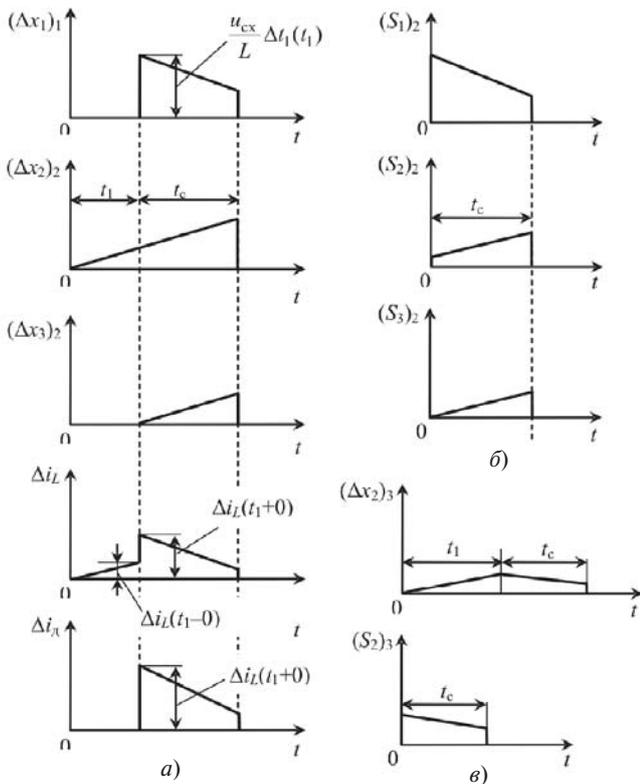


Рис. 5. Форма составляющих тока дросселя повышающего ППН при  $Di_1(t_1) > 0$ ,  $Du_{BX}(0) > 0$ ,  $Du_{ВВХ}(0) > 0$  (а); графики функций, описывающих один импульс формирующих звеньев (б); кривые для инвертирующего ППН (в)

$$Dx_3(t) = \frac{1}{r}[1 - e^{-(t-t_1)/T_L}] Du_{ВВХ}, \quad 0 \leq t \leq t_1 + t_c.$$

**Преобразование структурной модели инвертирующего ППН.** Из сравнения структурных моделей силовой части (рис. 1,б и в) вытекает, что структурные линеаризованные модели для инвертирующего ППН совпадают с представленными на рис. 4, а–в, но имеют иные передаточные функции:

$$(W_{\phi.31})_3(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-pT_1});$$

$$(W_{24})_3(p) = G(p)(W_{\phi.31})_3(p).$$

В соотношениях (18)–(23) изменяются только вторые равенства, поскольку

$$(W_{24})_3(z, e) = \begin{cases} \frac{z(1 - d_1^e) - d_1(1 - d_1^e e_1)}{r(z - d_1)}, & 0 \leq e \leq e_1, \\ \frac{z(d_1^e e_1 - d_1^e)}{r(z - d_1)}, & e_1 \leq e \leq 1, \end{cases}$$

тогда

$$(Dx_2)_3(z, e_2) = \frac{1}{r}(d_1^{e_2} - d_1^{e_1}) Du_{BX}(z, 0);$$

$$(Dx_2)_3(z, e) = \begin{cases} \frac{1}{r}(1 - d_1^e) Du_{BX}(z, 0), & 0 \leq e \leq e_1, \\ \frac{1}{r}(d_1^e e_1 - d_1^e) Du_{BX}(z, 0), & e_1 \leq e \leq e_2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0, & e_2 \leq e \leq 1. \end{cases} \quad (24)$$

С учетом (20) и (24):

$$(Dx_1)_3(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{u_{cx3}}{L} e^{-(t-t_1)/T_L} Dt_1(t_1), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \end{cases}$$

$$(Dx_2)_3(t) = \begin{cases} \frac{1}{r}(1 - e^{-t/T_L}) Du_{BX}(0), & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r}(e^{-(t-t_1)/T_L} - e^{-t/T_L}) Du_{BX}(0), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \end{cases}$$

$$(Dx_3)_3(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r}[1 - e^{-(t-t_1)/T_L}] Du_{ВВХ}(t_1), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T. \end{cases} \quad (25)$$

Учитывая, что через двухполюсник  $Z(p)$  ток  $Dx_2(t)$  проходит только на интервале  $t_c$ , получаем

$$(S_2)_3(t) = \begin{cases} \frac{1}{r}[e^{-(t-t_1)/T_L} - e^{-t/T_L}], & 0 \leq t \leq t_c; \\ 0, & t_c \leq t \leq T. \end{cases} \quad (26)$$

Функции  $(S_1)_3(t)$  и  $(S_3)_3(t)$  совпадают с  $(S_1)_2(t)$  и  $(S_3)_2(t)$  из (23).

Полученные автором формулы для  $Di_L(t)$  инвертирующего ППН подтверждают правильность соотношений (24)–(26), поскольку согласно полученным формулам:

$$\begin{aligned} Dx_1(t) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{L} u_{\text{сх3}} e^{-(t-t_1)/T_L} D t_1(t_1), & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \end{cases} \\ Dx_2(t) &= \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - e^{-t/T_L}) Du_{\text{вх}}, & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r} (e^{-(t-t_1)/T_L} - e^{-t/T_L}) Du_{\text{вх}}, & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \end{cases} \\ Dx_3(t) &= \frac{1}{r} [1 - e^{-(t-t_1)/T_L}] Du_{\text{вых}}, \quad t_1 \leq t \leq t_1 + t_c. \end{aligned}$$

Отличие от (25) состоит только в том, что в это выражение входят значения воздействий  $D t_1(t_1)$ ,  $Du_{\text{вх}}(0)$ ,  $Du_{\text{вых}}(t_1)$  для конкретных моментов на периоде, а в полученных автором формулах для  $Di_L(t)$  эти моменты не указаны.

Таким образом, в результате преобразований получены структурные модели, в которых исключен внутренний контур с идеальным импульсным элементом, через который осуществляется отрицательная обратная связь по току дросселя, охватывающая динамическое звено с передаточной функцией, равной операторной проводимости дросселя. Существенно упрощен внутренний контур с импульсным элементом, выполняющим АИМ 2-го рода, через который осуществляется отрицательная обратная связь по выходному напряжению ППН, охватывающая два последовательно включенных динамических звена модели силовой части. Достоверность полученных моделей проверена обоснованными соотношениями для вариаций тока дросселя.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шипилло В.П., Чикотило И.И. Устойчивость замкнутой системы с широтно-импульсным преобразователем. — Электричество, 1978, № 1, с. 50–53.
2. Донской Н.В., Иванов А.Г., Никитин В.М., Поздеев А.Д. Управляемый выпрямитель в системах автоматического управления/Под ред. А.Д. Поздеева. — М.: Энергоатомиздат, 1984, 352 с.
3. Шипилло В.П., Чикотило И.И. Устойчивость замкнутой системы с тиристорным широтно-импульсным преобразователем в режиме прерывистого тока. — Электричество, 1980, № 12, с. 52–56.
4. Белов Г.А. Динамические модели инвертирующего импульсного стабилизатора напряжения. — Электричество, 1990, № 4, с. 48–51.
5. Белов Г.А. Динамика импульсных преобразователей. — Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2001, 528 с.
6. Белов Г.А. Структурные модели и исследование динамики импульсных преобразователей. — Электричество, 2008, № 4, с. 40–49.
7. Белов Г.А., Абрамов С.В. Анализ устойчивости и показателей качества переходных процессов в одноконтурной системе управления понижающим импульсным преобразователем. — Электричество, 2014, № 7, с. 49–57.
8. Белов Г.А. Нелинейные дискретные структурные динамические модели силовых частей импульсных ППН. — Силовая электроника, 2014, № 3, с. 58–61.
9. Белов Г.А. Линеаризованные дискретные структурные динамические модели импульсных ППН при модуляции момента выключения силового транзистора. — Силовая электроника, 2014, № 4, с. 74–80.
10. Белов Г.А. Расчет и анализ зависимостей размаха пульсаций тока дросселя от параметров режимов непрерывного и прерывистого тока импульсных преобразователей. — Практическая силовая электроника, 2014, № 1 (53), с. 29–36.
11. Cuk S., Middlebrook R.D. A general unified approach to modelling switching DC-to-DC converters in discontinuous conduction mode. — IEEE Power Electronics Specialists Conference Proceedings, 1977, pp. 36–56.
12. Vorperian Vatche. Simplified Analysis of PWM of Converters Using Model of PWM of Converters Using Model of PWM Switch. Part 2. Continuous Conduction Mode. — IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, vol. 26, № 3, May, pp. 497–504.
13. Ridley Raymond B. A New Continuous-Time Model for Current-Mode Control with Constant frequency, Constant on-Time, and Constant off-Time, in CCM and DCM. — IEEE Power Electronics Specialists Conference Proceedings, 1990, pp. 382–389.
14. Четти П. Проектирование ключевых источников электропитания/Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1990, 240 с.
15. Satoshi Sugahara, Kohei Yamada, Masaharu Edo, Toshiro Sato, Kiyohito Yamasawa. 90% High Efficiency and 100 W/cm<sup>3</sup> High Power Density Integrated DC-DC Converter Cellular Phones. — IEEE Transaction on Power Electronics, 2013, vol. 28, № 4, pp. 1994–2003.
16. Белов Г.А., Серебрянников А.В., Павлова А.А. К синтезу одноконтурных систем управления понижающими импульсными преобразователями. — Практическая силовая электроника, 2013, № 2 (50), с. 26–33.
17. Белов Г.А., Серебрянников А.В., Павлова А.А. Синтез одноконтурной системы управления понижающим импульсным преобразователем. — Практическая силовая электроника, 2013, № 3 (51), с. 9–15.
18. Бессекерский В.А. Цифровые автоматические системы. — М.: Наука, 1976, 576 с.
19. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963, 968 с.
20. Белов Г.А. Теория автоматического управления. Дискретные и нелинейные системы автоматического управления: Учебное пос. — Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2009, 448 с.

[21.11.14]

Автор: Белов Геннадий Александрович окончил факультет электронной техники Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Развитие теории и разработка импульсных преобразователей постоянного напряжения» защитил в МЭИ в 1991 г. Заведующий кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета.

## Transformation of Linearized Discrete Structural Dynamic Models of Impulse Converters for Simplifying Them

G.A. BELOV

*A procedure for carrying out simplifying transformations of linearized discrete structural dynamic models of impulse DC voltage converters (DCVCs) operating in an intermittent current mode (ICM) developed using the modified  $z$ -transform theory is proposed. The developed procedure is common for all of the three considered arrangements, namely, the step-down, step-up, and inverting ones. The models being transformed are based on the DCVC power part's discrete structural dynamic models proposed by the author. The main specific feature of these models that hinders their wide use for practical applications is that they contain up to four closed loops with impulse elements operating synchronously but not in-phase; they also contain elements performing pulse-amplitude modulation (PAM) of both the first and second kind. As a result of transformations, structural models are obtained that do not contain the inner loop with the ideal impulse element through which negative choke current feedback is implemented, which embraces the dynamic section with the transfer function equal to the operator choke admittance. The inner loop with the impulse element performing the PAM of the second kind, through which negative DCVC output voltage feedback is performed, is simplified to an essential extent. This feedback embraces two series-connected dynamic sections of the power part model.*

*Key words: impulse converter, intermittent current mode, discrete dynamic models, simplifying transformations, modified  $z$ -transform*

### REFERENCES

1. Shipillo V.P., Chikotilo I.I. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1978, No. 1, pp. 50–53.
2. Donskoi N.N., Ivanov A.G., Nikitin V.M., Pozdeyev A.D. *Upravlyayemyi vypryamitel' v sistemakh avtomaticheskogo upravleniya/Pod red. A.D. Pozdeyeva* (Controlled rectifier in automatic control systems/Edit. by A.D. Pozdeyev). Moscow, Publ. «Energoatomizdat», 1984, 352 p.
3. Shipillo V.P., Chikotilo I.I. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1980, No. 12, pp. 52–56.
4. Belov G.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1990, No. 4, pp. 48–51.
5. Belov G.A. *Dinamika impul'snykh preobrazovatelei* (Impulse converters dynamics). Cheboksary, Publ. Chuvash. State University, 2001, 528 p.
6. Belov G.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2008, No. 4, pp. 40–49.
7. Belov G.A., Abramov S.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 7, pp. 49–57.
8. Belov G.A. *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2014, No. 3, pp. 58–61.
9. Belov G.A. *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2014, No. 4, pp. 74–80.
10. Belov G.A. *Prakticheskaya silovaya elektronika – in Russ. (Practical power electronics)*, 2014, No. 1(53), pp. 29–36.
11. Cuk S., Middlebrook R.D. A general unified approach to modelling switching DC-to-DC converters in discontinuous conduction mode. – IEEE Power Electronics Specialists Conference Proceedings, 1977, pp. 36–56.
12. Vorperian Vatche. Simplified Analysis of PWM of Converters Using Model of PWM of Converters Using Model of PWM Switch. Part 2. Continuous Conduction Mode. – IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, vol. 26, № 3, May, pp. 497–504.
13. Ridley Raymond B. A New Continuous-Time Model for Current-Mode Control with Constant frequency, Constant on-Time, and Constant off-Time, in CCM and DCM. – IEEE Power Electronics Specialists Conference Proceedings, 1990, pp. 382–389.
14. Chetti P. *Proektirovaniye klyuchevykh istochnikov elektropitaniya/Per. s angl.* (Project of power supply key source/Trans. from english). Moscow, Publ. «Energoatomizdat», 1990, 240 p.
15. Satoshi Sugahara, Kohei Yamada, Masaharu Edo, Toshiro Sato, Kiyohito Yamasawa. 90% High Efficiency and 100 W/cm<sup>3</sup> High Power Density Integrated DC-DC Convertor Cellular Phones. – IEEE Transaction on Power Electronics, 2013, vol. 28, № 4, pp. 1994–2003.
16. Belov G.A., Serebryannikov A.V., Pavlova A.A. *Prakticheskaya silovaya elektronika – in Russ. (Practical power electronics)*, 2013, No. 2(50), pp. 26–33.
17. Belov G.A., Serebryannikov A.V., Pavlova A.A. *Prakticheskaya silovaya electronica – in Russ. (Practical power electronics)*, 2013, No. 3(51), pp. 9–15.
18. Bessekerskii V.A. *Stifrovyye avtomaticheskkiye sistemy* (Figures automatic systems). Moscow, Publ. «Nauka», 1976, 576.
19. Stypkin Ya.Z. *Teoriya lineinykh impul'snykh sistem* (Theory of figures impulse systems). Moscow, Publ. «Fizmatgiz», 1963, 968 p.
20. Belov G.A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Diskretnye i nelineinyye sistemy avtomaticheskogo upravleniya: Uchebnoye posobiye* (Automatic control theory. Discrete and nonlinear automatic control systems). Cheboksary, Publ. Chuvash State University, 2009, 448 p.

*Author: Belov Gennadii Aleksandrovich (Cheboksary, Russia) – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department, Chuvash State University.*

