

* * *

Трехмерное математическое моделирование стримерного разряда в воздухе: проблемы и пути решения

БЕЛОГЛОВСКИЙ А.А.

Представлен краткий обзор литературы, посвященной математическому моделированию стримерного электрического разряда в воздухе. В качестве основной особенности пространственно-временной структуры стримерного разряда отмечен ее сложный трехмерный характер. Показано, что с ней согласуется лишь трехмерная модель, в которой напряженность поля, концентрации электронов и ионов являются функциями трех пространственных координат и времени. Однако создание таких моделей сдерживается ограниченностью доступных вычислительных ресурсов, откуда вытекает необходимость создания чрезвычайно быстродействующих алгоритмов расчета трехмерных электрических полей разряда и движения заряженных частиц. Для расчета трехмерного поля предлагается использовать итерационный конечно-разностный метод верхней релаксации, а для расчета распределений заряженных частиц — конечно-объемных схем Ван Лиры второго порядка точности.

Ключевые слова: стримерный электрический разряд, структура, трехмерная модель, обзор литературы

Импульсный стримерный электрический разряд сопровождает многие процессы, протекающие в высоковольтных электротехнологических установках: от очистки воздуха от газообразных примесей и синтеза озона до модификации поверхности материалов. Стримеры являются источниками сильного электрического поля, в котором образуются активные частицы, участвующие затем в химических реакциях в объеме воздуха и у поверхности. Поэтому математическое моделирование стримерного разряда является теоретической базой такого рода электроразрядных технологий. Стримерный

A brief review of the literature devoted to mathematical simulation of a streamer electrical discharge in air is presented. A complex 3D nature of the spatial-and-time structure is pointed out as its main specific feature. It is shown that this structure is consistent only with a 3D model, in which the field intensity and the concentration of electrons and ions are functions of three spatial coordinates and time. However, the construction of such models is retarded by limited capacities of the available computation resources, which generates the need to construct extremely fast algorithms for calculating the 3D electric fields of discharge and motion of charged particles. For calculating the 3D field it is proposed to use the iterative finite-difference upper relaxation method, and for calculating the distributions of charged particles it is suggested to use Van Leer's method of second-order accuracy finite-volume circuits.

Key words: streamer electric discharge, structure, 3D model, review of literature

разряд определяет начальные условия развития пробоя в длинных воздушных промежутках и в этом смысле влияет на электрическую прочность воздушных изоляционных промежутков энергетического оборудования, на возникновение встречного лидера при поражении объекта молнией. Поэтому математические модели стримерного разряда представляют интерес в электротехнике, электроэнергетике и других областях.

Физико-математическим моделированием стримерного разряда занимаются около 50 лет, тем не менее, удовлетворительного решения всех проблем

не найдено до сих пор. Это обусловлено сложностью как физических явлений, протекающих в разрядной плазме, так и его трехмерной пространственно-временной структурой, которая предъявляет очень высокие требования к вычислительным ресурсам (прежде всего производительности) компьютера при попытке реализовать любую модель стримерного разряда, соответствующую реальности.

Ниже представлен краткий обзор литературы, посвященной экспериментальным исследованиям, математическому моделированию импульсного стримерного разряда в воздухе и его проблемам, возникающим в ходе такого моделирования. На основе анализа литературных источников и собственных работ автор попытался наметить возможные пути решения этих проблем.

Характеристика пространственной структуры импульсного стримерного разряда. Факторы, определяющие пространственную структуру импульсного стримерного разряда в воздухе, — это одновременное развитие в разрядном промежутке множества стримеров и их ветвление [1]. Вблизи протяженного коронирующего электрода (например провода) может почти одновременно сформироваться множество стримеров. Объемные заряды, вынесенные ими в межэлектродное пространство, и поверхностные заряды на электродах формируют суммарное трехмерное электрическое поле, в котором и развиваются эти стримеры. Структура поля дополнительно усложняется из-за их ветвления [2]. Если коронирующим электродом является острие с малым радиусом кривизны, то первоначально вблизи его поверхности может сформироваться один-два стримера [2, 3]. Однако их последующее многократное ветвление также приводит к формированию сложной трехмерной структуры стримерного разряда.

Интенсивность ветвления зависит от полярности напряжения, приложенного к коронирующему электроду [3]. При положительной полярности оно интенсивнее, чем при отрицательной. Это обусловлено тем, что в формировании и развитии стримеров определяющую роль играет фотоионизация газа излучением разряда [4]. Влияние фотоионизации на распространение положительного стримера много больше, чем на распространение отрицательного.

На ветвление стримеров существенно влияет также структура электрического поля, в котором они развиваются. Так, в системе электродов «провод—плоскость» они ветвятся, в основном, в плоскости, перпендикулярной проводу [2].

Еще одним фактором, влияющим на ветвление, является длина разрядного промежутка. Например,

в [5] говорится о двух-трех стримерных головках на расстоянии до 1 см от коронирующего электрода (иглы). Это связано с тем, что стримеры проходят столь малое расстояние за короткое время, когда ветви не успевают сформироваться.

Легко видеть, что во всех упомянутых случаях стримерного разряда в воздухе (положительного и отрицательного, в коротких и длинных разрядных промежутках) ветвление стримеров является важнейшим фактором, определяющим его пространственную структуру. С коронирующего электрода может стартовать один или множество стримеров, но каждый из них ветвится, возможно, неоднократно. Поэтому в разрядном промежутке одновременно развивается множество стримеров, образующих в межэлектродном пространстве сложную трехмерную структуру [6].

Следовательно, любая математическая модель, претендующая на сколь-нибудь полное описание процессов, протекающих на стримерной стадии разряда в воздухе, должна учитывать трехмерный характер его структуры.

Краткий обзор математических моделей стримера. Математическое описание физических процессов в стримерном разряде базируется на гидродинамической модели [1, 7], позволяющей сравнительно просто и, в то же время, корректно [8] описать динамику развития стримерного разряда. В ней распределение скалярного потенциала поля j , вектора напряженности поля E и концентраций заряженных частиц N_i описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных, включающей:

уравнение Пуассона

$$\Delta j = -\rho / \epsilon_0; \quad (1)$$

уравнение связи между потенциалом и напряженностью:

$$E = -\text{grad}(j); \quad (2)$$

и уравнения неразрывности потока заряженных частиц:

$$\partial N_i / \partial t + \text{div}(N_i v_i) = S_i. \quad (3)$$

Число уравнений неразрывности (3) равно числу разновидностей частиц, учитываемых в модели. Например, если в ней фигурируют электроны ($i = e$), а также обезличенные положительные ($i = \leftarrow$) и отрицательные ионы ($i = \rightarrow$), то в модель входят три уравнения (3) для $i = e$, \leftarrow и \rightarrow . Тогда N_e , N_+ и N_- — концентрация электронов, положительных и отрицательных ионов соответственно; v_e , v_+ и v_- — их скорости; S_i — наработка частиц

i -го сорта в единице объема в единицу времени за счет ударной ионизации, прилипания электронов, развала отрицательных ионов, рекомбинации, фотоионизации и других процессов.

В (1) $r = (N_+ - N_e - N_-)e$, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м. Уравнения (1)–(3) дополняются начальными условиями (НУ) и граничными условиями (ГУ) для концентраций частиц, отражающими физические представления об условиях развития стримера, заложенных в модель, а также ГУ для потенциала на электродах.

Что же касается правых частей уравнений неразрывности S_i , то известно два способа их определения: расчёт по выбранным компонентам разрядной плазмы [9, 10] и по обобщённым коэффициентам скорости реакций [11]. Первый способ получил наибольшее распространение в расчётах, в которых необходимо оценить скорость выхода активных компонентов плазмы (например, при расчёте устройств для очистки воздуха от вредных газообразных примесей). Второй способ из-за своей простоты широко применяется в работах, целью которых является решение принципиальных вопросов математического моделирования стримерного разряда в условиях, когда хорошо известны обобщённые коэффициенты (прежде всего, в воздухе [2, 12]). При этом он позволяет получить вполне удовлетворительные данные по динамике стримера [11].

На этапе совершенствования методов расчёта электрического поля и движения частиц в модели разряда первоочередной интерес представляет динамика изменения объёмного заряда, а именно образования свободных электронов, положительных и отрицательных ионов, а также скорости их дрейфа. При этом конкретный состав разрядной плазмы не принципиален, что позволяет учитывать процессы рождения и гибели заряженных частиц через обобщённые коэффициенты элементарных реакций, а это, в свою очередь, значительно упрощает математическую модель.

Виды моделей стримера различаются заложенными в них предположениями о характере распределения заряженных частиц в стримере.

Исторически первыми получили распространение квазидвумерные модели, иногда называемые полуторамерными (1,5D). Впервые подобная модель была предложена в [13, 14], а затем развивалась многими авторами на протяжении последующих 40 лет [11, 15–17]. В 1,5D-модели предполагается, что радиус стримера фиксирован, все параметры (концентрация заряженных частиц, напряжённость поля) изменяются только в направлении распространения стримера, а в его поперечном

сечении они постоянны и принимаются равными значениям, вычисленным на оси стримера. Таким образом, 1,5D-модель включает одномерные уравнения неразрывности потока частиц (3) и двумерное уравнение Пуассона (1).

Квазидвумерные модели используются для описания развития длинных стримеров [18] и плазмохимических процессов в них [19, 20], в моделировании взаимодействия параллельно распространяющихся стримеров [21], а также при попытках построения математических моделей ветвления стримеров [22] и стримерной короны, учитывающих ветвление [23–25].

Принципиальным недостатком 1,5D-моделей является наличие в них внешнего параметра – радиуса стримера. Задавая его по результатам экспериментов (например, описанных в работах [2, 5]), можно добиться хорошего соответствия расчётных и экспериментальных данных [11, 24]. Однако результаты современных экспериментальных исследований [3, 26] и двумерного математического моделирования [27] (о нем речь пойдет ниже) свидетельствуют о том, что радиус стримера в ходе его распространения в промежутке не остается постоянным. Он увеличивается по мере удлинения стримера за счет ионизационного расширения стримерного канала. Особенно сильно этот эффект выражен в сравнительно длинных воздушных разрядных промежутках (длиной примерно 5 см и более), а также при высоких средних значениях напряженности электрического поля (около 8 кВ/см и более). Таким образом, предположение, лежащее в основе квазидвумерных моделей стримера, – о неизменности его радиуса – далеко не всегда справедливо.

Кроме того, применение 1,5D-моделей не для расчета одиночного стримера, а для описания взаимодействия нескольких стримеров, распространяющихся в промежутке, может быть не вполне обоснованным. При этом представляется грубым другое основное предположение этой модели – о неизменности параметров стримера в его поперечном сечении. Очевидно, его можно принять только в том случае, если расстояние между стримерными каналами много больше их радиуса. Это условие тем более не выполняется при моделировании ветвления стримеров.

В этой связи можно ограничить область применения квазидвумерных моделей в первую очередь оценочными расчетами развития одиночных стримеров в многосантиметровых воздушных промежутках, а также одновременного распространения параллельных стримеров на большом расстоянии друг от друга.

Развитием квазидвумерных моделей стримера являются модели с ионизационным расширением стримерного канала [7, 28]. Однако их недостатком остается, как и для 1,5D-моделей, осреднение параметров по сечению канала, что приводит к неточностям в расчёте.

От упомянутых проблем свободны двумерные (2D) модели стримера, в которых полагается, что концентрация заряженных частиц и напряжённость поля изменяются как в направлении распространения стримера, так и в поперечном направлении. Единственным упрощением здесь является допущение о их независимости от третьей координаты, т.е. азимутального угла цилиндрической системы координат, в которой ось вращения совпадает с направлением распространения разряда. Таким образом, 2D-модель включает в себя двумерные уравнения неразрывности (3) и Пуассона (1), записанные в цилиндрической системе координат. Благодаря этому радиус стримера не задаётся, как в 1,5D-модели, а определяется из результатов расчёта.

Совместное решение системы уравнений (1)–(3) в постановке 2D является более ресурсоемкой задачей, чем реализация 1,5D-модели. Поэтому она была решена лишь в 80-е годы. Первыми известными автору работами, в которых описана полноценная 2D-модель, являются статьи [29, 30], где она была использована для расчета развития электронных лавин, лавинно-стримерного перехода [30] и стримеров [29] в коротком разрядном промежутке, заполненном азотом.

В дальнейшем двумерные модели развивались рядом авторов и использовались ими для изучения лавинно-стримерного перехода [31], влияния фотоионизации на развитие разряда в воздухе [32–34], динамики распространения стримера в длинном (более 10 см) промежутке [27] и его остановки в слабом поле [35] и даже моделирования начальной фазы ветвления стримера [11, 40].

Основным недостатком двумерных моделей является заложенное в их основу допущение об аксиально-симметричном характере распределений концентрации заряженных частиц и напряжённости поля. Оно не отвечает сформулированному выше тезису о трехмерном характере структуры стримерной короны. Двумерные модели предназначены для расчета разряда в системах электродов, обладающих аксиальной симметрией, причем только в том случае, если направление распространения стримера совпадает с осью вращения системы. Поэтому 2D-модели еще меньше подходят для полноценного математического описания ветвления стримера, чем 1,5D-модели.

Единственный путь решения проблемы моделирования стримерной стадии электрического разряда в воздухе, отвечающий имеющимся данным о ее пространственной структуре, – создание трехмерной (3D) модели, в которой распределения концентраций заряженных частиц и напряжённости поля являются функциями трех координат в декартовой или цилиндрической системе.

Первая известная автору попытка реализовать 3D-модель стримера была предпринята в конце 90-х годов XX-го века [36]. Однако в литературе есть предположение о наличии погрешностей в примененной в нейметодике учета фотоионизации излучением разряда [37].

В литературе известны другие трехмерные модели стримерного разряда.

В [38] представлена 3D-модель разряда в субмиллиметровом промежутке «острие–плоскость», построенная на основе конечно-элементного вычислительного алгоритма. В [39] он был использован уже для 3D-моделирования разряда в миллиметровом воздушном промежутке между двумя параллельными плоскостями. Однако авторам не удалось добиться высокой производительности, достаточной для описания разряда в промежутках длиннее 1 мм.

Автору [40] удалось смоделировать начальную стадию ветвления стримера в системе «острие–плоскость», используя свою трехмерную конечно-разностную модель. К сожалению, в статье не показаны результаты расчета дальнейшего развития ветвящегося стримера. Можно предположить, что небольшой объем представленных результатов 3D-моделирования, как и в предыдущем случае, обусловлен недостатком вычислительных ресурсов.

Экономичная трехмерная модель начальной стадии разряда в однородном поле представлена в [41], где был использован конечно-разностный алгоритм, основанный на быстром преобразовании Фурье. Это позволило получить быстрый программный код, однако исключило его перенос на системы электродов с резко неоднородным полем и сузило таким образом область его применения. Созданная 3D-модель успешно применена для исследования взаимодействия двух стримеров, развивающихся в однородном поле на малом расстоянии друг от друга.

Таким образом, видно, что возможности трехмерного моделирования стримерного разряда ограничены доступными вычислительными ресурсами.

Проблема решения уравнений разряда. Отмеченный дефицит вычислительных ресурсов при трехмерном математическом моделировании стримерного электрического разряда в воздухе связан с

особенностями итерационного алгоритма совместного решения уравнений (1)–(3). Оно организуется в виде последовательности шагов во времени. Каждый шаг начинается с решения уравнения (1) и расчета распределения напряженности поля с помощью (2). Правая часть уравнения (1) определяется концентрациями заряженных частиц, рассчитанными на предыдущем шаге. После этого из решения уравнений (3) находятся концентрации электронов и ионов, являющиеся, в свою очередь, исходными данными для решения уравнения (1) на следующем шаге.

Таким образом, в ходе решения системы уравнений, описывающей протекающие в разряде процессы, необходимо многократно решать уравнения Пуассона (1) и неразрывности (3).

Проблема расчета трехмерного поля электрического разряда. Итак, первой задачей, которую приходится многократно решать при математическом моделировании разряда, является решение уравнения Пуассона (1) относительно потенциала j и последующий расчет распределения напряженности поля через соотношение (2). В общем случае она не имеет аналитического решения из-за сложной конфигурации электродов и распределения объемного заряда в пространстве между ними. Поэтому решать ее приходится численно.

В расчётных значениях напряженности допускаются погрешности не более 1%. Это обусловлено тем, что связь между интенсивностью процессов рождения заряженных частиц и напряженностью поля является нелинейной. Поэтому погрешности в напряженности в несколько процентов могут привести к отклонениям в расчетных значениях концентрации заряженных частиц в десятки процентов [24], что недопустимо. Затраты машинного времени на расчет поля с высокой точностью достигают 90% суммарных затрат [24].

Из сказанного следует, что основными критериями выбора численного метода являются высокая точность (примерно 1% в значениях напряженности) и быстродействие. Последнее требование обусловлено итерационным характером описанного алгоритма совместного решения уравнений (1)–(3): в случае моделирования стримерного разряда число его шагов достигает сотен тысяч [24]. Численное решение уравнения (1) отыскивается на каждой итерации, занимая большую часть ее длительности. Поэтому время его решения следует минимизировать.

В технике и электрофизике высоких напряжений широко применяются интегральные численные методы [42]: интегральных уравнений (МИУ) и эквивалентных зарядов (МЭЗ), а также конечных элементов (МКЭ) [43] и конечных разностей

(МКР) [44]. Рассмотрим целесообразность их применения для расчета полей электрических разрядов.

Интегральные методы эффективны, прежде всего, когда невелико число расчетных точек, в которых необходимо определить параметры поля. Например, МЭЗ успешно применяется в квазидвумерной математической модели стримера [7, 9, 17, 24], в которой напряженность рассчитывается только на его оси. Для этой задачи выработаны рекомендации, обеспечивающие погрешности расчета напряженности поля не более 0,5% [24]. Однако в дву- и трехмерных моделях разряда расчет нужно проводить во всем межэлектродном пространстве. Число расчетных точек в нем слишком велико, и применение МЭЗ требует неприемлемо больших затрат машинного времени.

Сегодня МКЭ является своего рода «промышленным стандартом» при расчете электрических, магнитных, тепловых и других полей в электротехнике, машиностроении и т.д. Однако и он недостаточно быстр для моделирования разрядных процессов и используется при расчетах в очень коротких, миллиметровых, промежутках [38, 45].

Поэтому при математическом моделировании различных форм электрических разрядов чаще всего применяются различные модификации МКР [44]. Его суть заключается в следующем. В расчетной области создается конечно-разностная (КР) сетка с прямоугольными ячейками. Частные производные в (1) замещаются их КР аппроксимациями, и полученная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) решается относительно неизвестных значений потенциалов в узлах сетки. Значения напряженности в узлах определяются из уравнения связи (2), причем в нем также выполняется замена частных производных на их КР аппроксимации.

В прямых методах упомянутая СЛАУ решается методом прогонки (МП) [44, 46]. При условии корректного построения КР сетки он удовлетворяет требованиям по точности. Однако он неэкономичен, т.е. требует очень больших затрат машинного времени и памяти реализующего компьютера. Это делает МП неприменимым при моделировании стримерного разряда.

В итерационных методах конечных разностей (ИМКР) [44, 46, 47] решение СЛАУ относительно потенциалов в узлах КР сетки организуется в виде последовательности приближений, для каждого из которых предшествующее приближение является начальным условием для вычисления последующего. Такой подход эффективен при решении системы дифференциальных уравнений (1)–(3). Их совместное решение также организуется в виде по-

следовательности шагов во времени, и при достаточно малом временном интервале, который их разделяет, распределения потенциала на двух последовательных шагах отличаются мало. Поэтому если использовать распределение потенциала, полученное на одном шаге решения системы (1)–(3) в качестве начального условия для поиска решения уравнения Пуассона на новом шаге, потребуется сравнительно небольшое число шагов ИМКР.

Конкретное число шагов ИМКР, которое требуется для отыскания решения уравнения Пуассона, при прочих равных условиях зависит от способа организации итераций. В сравнительно простых задачах, в которых КР сетка содержит до нескольких десятков тысяч узлов, применяются методы Якоби и Зейделя [44]. В них число итераций $n_{ит}$, необходимое для достижения заданной точности, пропорционально числу узлов сетки n . В задачах ТЭВН успешно применялся метод продольно-поперечной прогонки, называемый также методом переменных направлений (МПН) [46]. В нем $n_{ит} \approx \sqrt{n}$. Известны также методы, в которых $n_{ит} \approx \ln(n)$ (это локально-одномерный метод (ЛОМ) [46]) или $n_{ит} \approx n^{0,25}$ (поперечно-треугольный метод [47]).

Выбирая метод решения уравнения Пуассона, следует учитывать, что реальные затраты машинного времени определяются не только числом итераций $n_{ит}$, но и числом математических операций, выполняемых на каждой из них. Например, в методе Зейделя используются простейшие итерационные формулы, а в ЛОМ и МПН на каждой итерации многократно применяется прогонка, требующая большего объема вычислений [44, 46]. Поэтому разница во времени счета между методом Зейделя с одной стороны и ЛОМ и МПН с другой много меньше, чем в числе итераций.

Для сокращения времени счета разработаны многосеточные методы [47]. Вначале решение уравнения Пуассона находится каким-либо из упомянутых ИМКР на грубой сетке с крупным шагом, который выбирается так, чтобы минимизировать время решения и воспроизвести основные особенности структуры поля, не слишком заботясь о точности решения. Затем шаг сокращается в 2 раза (если речь идет о трехмерном поле, число узлов сетки n увеличивается в 8 раз соответственно) и отыскивается уточненное решение, причем предыдущее решение, полученное на более грубой сетке, используется в качестве начальных условий. После этого шаг сетки уменьшается еще в 2 раза и т.д., пока не будет достигнута заданная точность. Такой алгоритм позволяет быстро решить уравнение Лапласа (т.е. (1) при $r=0$), но при решении системы (1)–(3) он малоэффективен, поскольку на каждой его итерации решение начинается с самого начала.

В литературе известен также локально-адаптивный многосеточный метод (ЛАМС) [48], в котором уточнение КР сеток проводится только в областях с резко неоднородным полем (например в головке стримера). Однако его применение в трехмерных моделях проблематично из-за сложности стыковки областей с различными КР сетками.

Для улучшения сходимости ИМКР разработаны релаксационные методики, в которых после каждой итерации проводится релаксация: окончательный результат определяется в виде сочетания нового и предшествующего приближений, взятых с заданными весовыми коэффициентами. Они выбираются так, чтобы минимизировать число итераций. Приводимые в литературе данные позволяют предположить, что релаксационные методы могут быть эффективными при КР решении уравнения Пуассона.

Необходимо отметить, что численное решение уравнения Пуассона при небольших погрешностях в потенциале может приводить к значительным отклонениям в напряженности [49], на что редко обращают внимание в литературе, посвященной численным методам, особенно учебно-методической. Это обусловлено тем, что при малых расхождениях в значениях потенциала в отдельных частях расчетной области могут быть большие различия в их градиентах, что в соответствии с (2) ведет к большим расхождениям в значениях напряженности.

Метод решения уравнения Пуассона должен выбираться исходя из критериев минимизации погрешностей в значениях напряженности поля и снижения затрат машинного времени. Результаты сопоставления упомянутых выше итерационных КР методов по двум указанным критериям приведены в работах [49–51] на примере расчета двумерных полей с объемным зарядом (плоскопараллельных и плоскомеридианных).

Из представленных данных можно заключить, что наилучшую сходимость и наименьшее время счета обеспечивает метод верхней релаксации (МВР) [44, 51] при условии корректного выбора коэффициента релаксации (соответствующие рекомендации для аксиально-симметричного поля сформулированы в статье [51]). Затраты машинного времени снижаются по сравнению с широко применяемым итерационным КР методом Зейделя более чем в 100 раз, причем экономия возрастает с увеличением числа узлов КР сетки n . Применение МВР позволяет также добиться необходимой точности (1%) в значениях напряженности поля.

Автор данной статьи применил МВР для расчета трехмерного электрического поля с объемным зарядом [52] и реализовал на его основе трехмерную математическую модель лавинной и стример-

ной стадий разряда в воздухе [53]. Полученные результаты подтвердили высокую эффективность МВР при моделировании разрядных процессов.

Вместе с тем, решены не все проблемы применения этого метода в моделях разряда в газах. Требуется решения задача оптимального выбора коэффициента релаксации при расчете трехмерного поля. Необходимо исследовать влияние геометрии электродов и распределения объемного заряда между ними на это значение. Следует изучить зависимость затрат машинного времени, расходуемого на расчеты, от коэффициента релаксации. Лишь на этой основе можно будет сформулировать рекомендации по применению МВР в задачах 3D-моделирования стримерного разряда.

Проблема расчета трехмерных распределений концентраций заряженных частиц. Второй задачей, которую необходимо многократно решать в итерационном алгоритме совместного решения системы (1)–(3), является решение уравнений неразрывности потока заряженных частиц (3) относительно их концентрации N_i .

Важной особенностью стримерного разряда в газах является формирование узкого фронта ионизации, распространяющегося со скоростью, превышающей скорость движения частиц в электрическом поле [24]. Профиль этого фронта нужно определять с большой точностью, поскольку его размер и наклон существенно влияют на параметры стримера. Это обуславливает жесткие требования к алгоритмам расчета динамики заряженных частиц на стримерной стадии разряда и, прежде всего, электронов, поскольку скорость их движения на два порядка больше скорости ионов, и потому именно динамика электронов определяет структуру фронта волны ионизации.

В большинстве работ, посвященных моделированию стримерного разряда, для решения уравнений (3) применяются различные модификации метода конечных разностей. Единственной альтернативой является МКЭ, используемый в [38, 39], однако из-за невысокой производительности он не нашел более широкого применения.

Конечно-разностные методы решения уравнений неразрывности (3), представительный обзор которых выполнен в статье [62], можно разделить на две группы: КР аппроксимации (схемы) первого порядка точности и схемы высокого разрешения. Первые широко распространены при решении задач, в которых отсутствуют большие градиенты концентрации частиц [54]. Из-за простоты и устойчивости (т.е. сохранения ограниченности решения при ограниченных начальных и граничных условиях) получаемых математических моделей они применяются также при моделировании газового раз-

ряда и в настоящее время [17, 27]. Схемы высокого разрешения (второго и более высоких порядков точности) сложнее в реализации, но позволяют получить более точное решение по сравнению со схемами первого порядка.

Критичность выбора численного метода решения уравнений неразрывности впервые была отмечена в [55], где было показано, что использование схем первого порядка приводит к существенному искажению решения в области больших градиентов концентрации из-за присущей им численной диффузии. Поэтому было предложено использовать метод потоковой коррекции [56], который обладает малой численной диффузией и с хорошей точностью аппроксимирует области больших градиентов концентрации частиц. Вычислительная квазидвумерная модель, предложенная в [57], включающая метод потоковой коррекции для решения уравнений неразрывности потока частиц и метод дисков для расчета электрического поля [13], получила широкое распространение и успешно применялась при моделировании стримерного разряда в воздухе.

Существенный недостаток метода потоковой коррекции состоит в образовании микроступенек на фронте ионизации в стримере [55, 58]. Они увеличиваются за счет быстрой ионизации, что делает указанный дефект критичным при решении газоразрядных задач: из-за накопления погрешностей при совместном решении уравнений Пуассона (1) и неразрывности (3) нарушается устойчивость счета, получаются неверные результаты. Полностью избежать возникновения ступенек не удастся даже в наиболее точном варианте алгоритма потоковой коррекции на движущейся сетке [59]. Помимо этого, метод потоковой коррекции трудоёмок в реализации [58].

Существует множество подходов к разработке разностных схем высокого разрешения. В частности, в задачах гидродинамики и динамики заряженных частиц хорошо зарекомендовали себя схемы, основанные на принципе конечных объёмов. Его основная идея заключается в переходе от значений концентраций частиц в узлах КР сетки к их средним значениям в ее ячейках. Этот подход получил развитие в работах Ван Лиры [60, 61], предложившего способ построения монотонных конечно-объемных методов второго порядка точности, а также в [62, 63].

Например, в [63] изучена применимость трех схем – потоковой коррекции, Ван Лиры второго порядка точности и схемы QUICKEST [64] третьего порядка точности – для моделирования стримера. Было выявлено преимущество схем Ван Лиры и QUICKEST над потоковой коррекцией.

В [24] было сопоставлено 12 схем конечно-разностных схем первого порядка точности и конечно-объемных схем Ван Лиры второго порядка. Показано, что при совместном решении системы (1)–(3) в рамках 1,5D-модели стримера наилучших результатов удастся добиться, применяя для решения уравнения (3) конечно-объемную схему Ван Лиры «среднее гармоническое» второго порядка. Она обеспечивает не только высокую точность решения (3) в областях с высокими градиентами концентрации заряженных частиц, но и высокие точность и устойчивость всего алгоритма моделирования стримерного разряда.

Вместе с тем из приведенных в [24] материалов можно заключить, что погрешности расчета распределений концентрации заряженных частиц и напряженности поля, возникающие из-за применения в модели стримера схем первого порядка [54], невелики. Исключением является, например, прохождение стримера через область со значительным – в несколько порядков – перепадом начальной концентрации электронов [62]. Однако подобные условия нельзя считать характерными для разряда в воздухе.

Таким образом, наилучшей точности и устойчивости численного решения уравнения неразрывности (3) в математической модели стримерного разряда в воздухе можно добиться с помощью конечно-объемных схем Ван Лиры второго порядка точности. Однако для оценочных расчетов можно использовать и конечно-разностные схемы первого порядка.

Вместе с тем, требует дополнительного исследования вопрос о выборе конкретной разновидности схемы Ван Лиры для численного решения трехмерного уравнения неразрывности. Для этого следует сопоставить точность его решения с помощью различных схем, а также точность и сходимость построенного на их основе итерационного алгоритма решения системы (1)–(3).

Проблема расчета фотоионизации в стримерном разряде. В правых частях уравнений неразрывности (3) дается математическое описание физических процессов рождения и гибели заряженных частиц. В уравнениях для электронов и положительных ионов, в частности, учитывается фотоионизация газа излучением электрического разряда, которая является одним из основных механизмов, ответственных за производство начальных электронов перед головкой стримера.

В воздухе и других смесях азота и кислорода происходит фотоионизация молекул кислорода излучением молекул азота, возбужденных электронами, дрейфующими в сильном электрическом поле [65]. Возможность такого механизма обусловлена

тем, что у молекул азота есть уровни возбуждения, при дезактивации которых возникают фотоны с энергией, превышающей минимальную энергию ионизации кислорода. Интенсивность фотоионизации характеризуется числом электронов S_{ph} , порождаемых излучением разряда в единицу времени в единице объема воздуха, которое определяется выражением:

$$S_{ph}(r) = \int_{V^*} \sigma(r, \phi) v(r, \phi) N_e(r, \phi) K(|r - r\phi|) dV^*(r, \phi), \quad (4)$$

где σ – отношение числа излученных ионизирующих фотонов к числу актов ионизации; ν – частота актов ионизации; функция $K(|r - r\phi|)$ описывает перенос ионизирующего излучения; вектор r определяет положение точки разрядного промежутка, в которой излучение поглощается, а $r\phi$ – излучающего элемента объема.

Интегрирование в (4) выполняется по всему излучающему объёму V^* . Описание параметров формулы (4) приведено в [66].

Описанная интегральная модель фотоионизации в атмосферном воздухе и других азотно-кислородных смесях применяется в большинстве моделей разряда в воздушной среде (см., например [32–34]).

Проблема применения этой модели фотоионизации газа в трехмерной модели стримерного разряда заключается в большом объеме необходимых вычислений. Во-первых, значения S_{ph} приходится рассчитывать в каждом узле КР сетки в расчетной области, а их число n велико и достигает 10^7 и более. Во-вторых, значения S_{ph} зависят от концентрации электронов N_e в излучающем объеме, а по мере развития разряда и соответствующего удлинения стримеров увеличивается часть межэлектродного пространства, занятая разрядной плазмой, в которой $N_e \gg 10^{13}, 10^{15}$ (фоновое значение N_e близко к 10^3 [1]). Соответственно возрастает излучающий объем V^* , по которому выполняется интегрирование в (4).

На пути решения этой проблемы можно выделить два направления.

Первое направление. Из выражения (4) следует, что интенсивность фотоионизации зависит не только от распределения N_e в излучающем объеме, но и от частоты актов ионизации ν , которая, в свою очередь, экспоненциально зависит от напряженности поля E . Поскольку E в стримере распределена неравномерно [1, 11, 17], возрастая к головке и существенно снижаясь в канале, то и интенсивность испускаемого ими излучения, очевидно, неодинакова. Целесообразно, подобно тому как это было сделано для квазидвумерной модели [67],

изучить, какой вклад в суммарный уровень фотоионизации вносят различные части стримера и исключить те элементы, вклад которых пренебрежимо мал. Это позволит существенно сократить изучаемый объем V^* в (4).

Второе направление. В литературе есть указания на возможность преобразования описанной выше интегральной модели фотоионизации в дифференциальную [68, 69]. В ней число электронов S_{ph} , порождаемых излучением разряда, вычисляется при решении дифференциальных уравнений, а не интегрирования выражения (4). Решение выполняется методом конечных разностей на той же КР сетке, что и решение системы (1)–(3). В [68, 69] приведены результаты расчета катодонаправленного стримера, полученные в рамках квазидвумерной модели. Они иллюстрируют адекватность использованной дифференциальной модели.

Заключение. В качестве основной особенности пространственно-временной структуры стримерного разряда следует отметить ее сложный трехмерный характер. Он обусловлен одновременным развитием в межэлектродном пространстве множества стартовавших с коронирующего электрода стримеров и их ветвей. Это ограничивает область применения упрощенных полутрех- и двумерных моделей стримера отдельными специфическими условиями. В общем случае лишь трехмерная модель, в которой напряженность поля, концентрации электронов и ионов являются функциями трех пространственных координат и времени, согласуется с экспериментальными данными о структуре стримерного разряда. В литературе доступны данные об успешной реализации простейших трехмерных моделей стримера, например, в однородном электрическом поле.

Создание более совершенных трехмерных моделей стримерного разряда, учитывающих ветвление, параллельное развитие стримеров и другие его особенности, в частности, сдерживается ограниченностью доступных вычислительных ресурсов. Это обуславливает, по меньшей мере, необходимость создания чрезвычайно быстродействующих алгоритмов расчета трехмерных электрических полей с объемным зарядом и фотоионизации газа излучением разряда.

Для расчета трехмерного поля электрического разряда предлагается использовать итерационный конечно-разностный метод верхней релаксации. Наилучших результатов при расчете распределений концентраций заряженных частиц можно добиться с помощью конечно-объемных схем Ван Лира второго порядка точности. Однако для оценочных расчетов можно использовать также и конечно-разностные схемы первого порядка.

Актуальной задачей в настоящее время является конкретный численный анализ возможности применения различных методов решения отдельных дифференциальных уравнений, описывающих процессы в стримерном разряде, и ускорения сходимости итерационного процесса их совместного решения. Так для эффективного применения метода верхней релаксации для расчета трехмерного электрического поля стримерного разряда следует изучить зависимость затрат машинного времени, расходуемого на расчеты (как на решение уравнения Пуассона, так и на совместное решение всех уравнений разряда), от коэффициента релаксации и выбрать его оптимальное значение. Необходимо исследовать влияние на него геометрии электродов и распределения объемного заряда между ними. Лишь на этой основе можно будет сформулировать рекомендации по применению МВР в задачах 3D-моделирования стримерного разряда. Требуется дополнительное исследование вопроса о выборе конкретной разновидности схемы Ван Лира для расчета трехмерного пространственно-временного распределения концентраций заряженных частиц в разрядной плазме. Следует сопоставить два способа ускорения расчета фотоионизации: сокращение расчетного излучающего объема на основе изучения интенсивности фотоионизации излучением из разных частей стримера и переход от интегральной модели фотоионизации к дифференциальной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бортник И.М., Белогловский А.А., Верещагин И.П. и др.** Электрофизические основы техники высоких напряжений/Под ред. И.П. Верещагина. – М.: Издат. дом МЭИ, 2010.
2. **Creyghton Y.L.M.** Pulsed positive corona discharges (Fundamental study and application to flue gas treatment). – Ph. D. Thesis – the Netherlands: Eindhoven University of Technology,, 1994.
3. **Briels T.M.P., Kos J., Winands G.J.J. et al.** Positive and negative streamers in ambient air: measuring diameter, velocity and dissipated energy. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2008, vol. 41.
4. **Nijdam S., van de Wetering F.M.J.H., Blane R. et al** Probing photo-ionization: experiments on positive streamers in pure gases and mixtures. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2010, vol. 43.
5. **Gilber A., Bastien F.** Fine structure of streamers. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1989, vol. 22.
6. **Nijdam S., Geurts C.G.C., van Veldhuizen E.M, Ebert U.** Reconnection and merging of positive streamers in air. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2009, vol. 42.
7. **Базелян Э.М., Райзер Ю.П.** Искровой разряд. — М.: Изд-во МФТИ, 1997.
8. **Eichwald O., Ducasse O., Merbahi N. et al.** Effect of order fluid models on flue gas streamer dynamics. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2006, vol.39.
9. **Aleksandrov N.L., Bazelyan E.M.** Simulation of long-streamer propagation in air at atmospheric pressure. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1996, vol.29.
10. **Дьяков А.Ф., Бобров Ю.К., Юргеленас Ю.В.** Моделирование положительного стримера в воздухе в неоднородном

электрическом поле. — Сб. научн. ст. «Физико-технические проблемы передачи электрической энергии», вып. 1/Под ред. А.Ф.Дьякова. — М.: Изд-во МЭИ, 1998.

11. **Babaeva N.Yu., Naidis G.B.** Two-dimensional modeling of positive streamer dynamics in non-uniform electric fields in air. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1996, vol.29.

12. **Соколова М.В., Сергеев Ю.Г.** Обобщенные данные по коэффициентам элементарных процессов разрядов в газе. Теория и практика электрических разрядов в энергетике/Под ред. А.Ф. Дьякова. — Пятигорск: Изд-во ЮЦПК РП «Южэнерготехнадзор», 1997.

13. **Davies A.J., Evans C.J., Llewellyn-Jones F.** Electrical breakdown of gases: the spatio-temporal growth of ionization in fields distorted by space charge. — Proc. Roy. Soc., 1964, part A, vol. 281.

14. **Davies A.J., Evans C.J.** Field distortion at gaseous discharges between parallel plate electrodes. — Proc. IEE, 1967, vol. 114, N.10.

15. **Morrow R.** Numerical modeling of time-dependent electrical breakdown in non-uniform electric fields. — Proc. 18 Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases (ICPIG XVIII), 13—17 July 1987, Swansea: Invited papers.

16. **Morrow R., Lowke J.J.** Streamer propagation in air. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1997, vol.30.

17. **Верещагин И.П., Белогловский А.А., Винокуров В.Н.** Математическая модель одиночного стримера для анализа процессов в стримерной короне. — Вестник МЭИ, 2000, №2.

18. **Александров Н.Л., Базелян Э.М., Базелян А.Э., Кочетов И.В.** Моделирование длинных стримеров в газе атмосферного давления. — Физика плазмы, т. 21, 1996, №1.

19. **Gallimberti I.** Impulse Corona Simulation for Flue Gas Treatment. — Pure & Appl. Chem. 1988, vol. 60, № 5.

20. **Aleksandrov N.L., Bazelyan E.M., Kochetov I.V.** Simulation of active species production in a flue gas by a long positive streamer. — Hakone VI. International Symposium on High Pressure, Low Temperature Plasma Chemistry, Cork, Ireland, 1998.

21. **Naidis G.B.** On streamer interaction in a pulsed positive corona discharge. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1996, vol. 29.

22. **Верещагин И.П., Белогловский А.А., Михеев А.Г., Белоусов С.В.** О моделировании ветвления стримера. — Изв. РАН. Энергетика, 2002, № 1.

23. **Верещагин И.П., Белогловский А.А.** Физико-математическое моделирование импульсной стримерной короны в воздухе. — Электричество, 2005, № 2.

24. **Пашинин И.В.** Усовершенствование методов расчета поля и движения частиц в задачах импульсной стримерной короны: Дис. ... канд. техн. наук. — М.: МЭИ (ТУ), 2007.

25. **Белогловский А.А., Пашинин И.В., Верещагин И.П. и др.** О влиянии напряженности электрического поля на ветвление стримеров в положительной стримерной короне в воздухе. — Электричество, 2008, № 1.

26. **Winands G.J.J., Liu Z., Pemen A.J.M. and others.** Temporal development and chemical efficiency of positive streamers in a large scale wire-plate reactor as a function of voltage waveform parameters. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2006, vol. 39.

27. **Pancheshnyi S.V., Starikovskii A.Yu.** Two-dimensional numerical modeling of the cathode-directed streamer development in a long gap at high voltage. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2003, vol. 36.

28. **Guo J.M., Wu J.** Streamer Radius Model and Its Assessment Using Two-dimensional Models. — IEEE Transactions on Plasma Science, 1996, vol. 24.

29. **Wu C., Kunhardt E.E.** Formation and propagation of streamers in N₂ and N₂-SF₆ mixtures. — Physical Review A, 1988, vol. 37, № 11.

30. **Kunhardt E.E., Tzeng Y.** Development of an electron avalanche and its transition into streamers. — Physical Review A, 1988, vol. 38, № 3.

31. **Kulikovskiy A.A.** Positive streamer in a weak field in air: a moving avalanche-to-streamer transition. — Phys. Rev. E., 1998, vol. 57.

32. **Kulikovskiy A.A.** The role of photoionization in positive streamer dynamics. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2000, vol. 33.

33. **Pancheshnyi S.V., Starikovskia S.M., Starikovskii A.Yu.** Role of photoionization processes in propagation of cathode-directed streamer. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2001, vol. 34.

34. **Liu N., Pasko V.P.** Effects of photoionization on similarity properties at various pressures in air. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2006, vol.39.

35. **Pancheshnyi S.V., Starikovskii A.Yu.** Stagnation dynamics of a cathode-directed streamer discharge in air. — Plasma Sources Sci. Technol., 2004, vol. 13.

36. **Kulikovskiy A.A.** Three-dimensional simulation of a positive streamer in air near curved anode. — Phys. Let. A., 1998, vol. 245.

37. **Pancheshnyi S.V., Starikovskii A.Yu.** Comments on «The role of photoionization in positive streamer dynamics». — J. Phys. D: Appl. Phys., 2001, vol. 34.

38. **Hallac A., Georghiou G.E., Metaxas A.C.** Three dimensional algorithm for transient gas discharge processes — Validation. — Proc. of the XIII International Conf. on Gas Discharges and their Applications, 2002, vol. 1.

39. **Papageorgiou L., Georghiou G.E., Metaxas A.C.** Three-dimensional numerical modeling of gas discharges at atmospheric pressure incorporating photoionization phenomena. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2011, vol. 44.

40. **Pancheshnyi S.V.** Role of electronegative gas admixtures in streamer start, propagation and branching phenomena. — Plasma Sources Sci. Technol. 2005, vol. 14.

41. **Van Veldhuizen E.M., Nijdam S., Luque A., et al.** 3-D properties of pulsed corona streamers. — Hakone XI. Orleon Island, 7—12 September, 2008.

42. **Белоедова И.П., Елисеев Ю.В., Колечицкий Е.С. и др.** Расчет электрических полей устройств высокого напряжения: Учебное пособие.— М.: Издат. дом МЭИ, 2008.

43. **Сильвестер П., Феррари Р.** Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. — М.: Мир, 1986.

44. **Самарский А.А., Гулин А.В.** Численные методы. — М.: Наука, 1989.

45. **Georghiou G.E., Morrow R., Metaxas A.C.** Two-dimensional simulation of streamers using the FE-FCT algorithm. — J. Phys. D: Appl. Phys., 2000, vol. 33.

46. **Калиткин Н.Н.** Численные методы. — М.: Наука, 1978.

47. **Федоренко Р.П.** Введение в вычислительную физику. — М.: Изд-во МФТИ, 1994.

48. **Матвеев Д.А.** Применение локально-адаптивного многосеточного метода решения уравнения Пуассона для расчета электрического поля стримера в двумерной модели. — Тезисы докладов Шестой МНТК студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». — М.: Изд-во МЭИ, 2000, т. 3.

49. **Верещагин И.П., Белогловский А.А., Пашинин И.В., Карева С.Н.** Об экономичном алгоритме расчета электрических полей с объемным зарядом. — Изв. Академии электротехнических наук РФ, 2008, № 2.

50. **Карева С.Н., Рощина Т.С., Белогловский А.А., Пашинин И.В.** Сходимость и точность итерационных конечно-разностных методов расчета электрических полей с объемным зарядом. — Тезисы докладов Пятнадцатой МНТК студентов и аспиран-

тов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». — М.: Издат. дом МЭИ, 2009, т.3.

51. **Павленко А.М., Белогловский А.А.** Об экономичной методике расчета самосогласованных электрических полей с объемным зарядом. — *Электричество*, 2009, № 5.

52. **Белогловский А.А., Верещагин И.П.** Об экономичном расчете трехмерных полей электрических разрядов в воздухе. — Сб. докладов Международ. конф. для молодежи «Актуальные проблемы электромагнитной обработки материалов», 21–22 октября 2010 г. — М.: Изд-во «Лайт», 2010.

53. **Верещагин И.П., Белогловский А.А.** Трехмерная математическая модель лавинной и стримерной стадий электрического разряда в воздухе. — Сб. докладов Международной конференции для молодежи «Актуальные проблемы электромагнитной обработки материалов», 21–22 октября 2010 г. — М.: Изд-во «Лайт», 2010.

54. **Courant R, Isaakson E., Rees M.** On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. — *Comm. Pure Appl. Math.*, 1952, vol. 5, № 3.

55. **Morrow R.** Numerical solution of hyperbolic equations for electric drift in strongly non-uniform electric field. — *J. Comp. Phys.* 1981, vol. 43, № 1.

56. **Boris J.P., Book D.L.** Flux-corrected transport. III. Minimal-error FCT algorithms. — *J. Comp. Phys.*, 1976, vol. 20, № 4.

57. **Morrow R., Cram L.E.** Flux-corrected transport on a non-uniform mesh in plasma boundary problems. — *Computational Techniques & Applications: (CTAC-83)*. — Ed. J. Noye & C. Fletcher. Elsevier Science Publishers B.V., Holland, 1984.

58. **Верещагин И.П., Матвеев Д.А.** Методические вопросы моделирования развития стримеров. — Сб. научн. ст. «Теория и практика электрических разрядов в энергетике»/Под ред. Дьякова А.Ф. — Пятигорск: Изд-во ЮЦПК РП «Южэнерготехнадзор», 1997.

59. **Salari K., Stainberg S.** Flux-corrected transport in a moving grid. — *J. Comp. Phys.*, 1994, vol. 111, № 1.

60. **Van Leer B.** Towards the ultimate conservative difference scheme. IV. A new approach to numerical conversion. — *J. Comp. Phys.*, 1977, vol. 23, № 2.

61. **Van Leer B.** Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second order sequel to Godunov's method. — *J. Comp. Phys.*, 1979, vol. 32, № 1.

62. **Юргеленас Ю.В.** Алгоритм расчёта динамики заряженных частиц в диффузионно-дрейфовой модели стримера. — Сб. научн. ст. «Физико-технические проблемы передачи электрической энергии», вып. 1/Под ред. А.Ф.Дьякова. — М.: Изд-во МЭИ, 1998.

63. **Bourdon A., Hassouni K., Marode E. and others.** Comparison between some numerical schemes usually adopted for the numerical modeling of the highly convective streamer propagation phenomenon. — *Proc. of the XV International Conf. on Gas Discharges and their Applications*, Toulouse, 5–10 September 2004, vol. 1.

64. **Leonard B.P.** A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation. — *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1979, vol. 19.

65. **Железняк М.Б., Мнацаканян А.Х., Сизых С.В.** Фотоионизация смесей азота и кислорода излучением газового разряда. — *ТВТ*, 1982, №3, т. 20.

66. **Сергеев Ю.Г.** Учёт фотоионизации при математическом моделировании газового разряда. — М.: Изд-во МЭИ, 1996.

67. **Михеев А.Г.** Разработка физико-математической модели ветвления стримера в воздушной среде: Дис. ... канд. техн. наук — М.: МЭИ (ТУ), 2000.

68. **Segur P., Bourdon A., Marode E. et al.** The use of an improved Eddington approximation to facilitate the calculation of photoionization in streamer discharges. — *Plasma Sources Sci. Technol*, 2006, vol. 15.

69. **Celestin S., Liu N.Y., Bourdon A. et al.** Efficient models for photoionization produced by streamer discharge in air — *Nakone XI. Orleon Island*, 7–12 September, 2008.

[27.01.11]

Автор: Белогловский Андрей Анатольевич окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1989 г. В 1994 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка метода расчета электрического поля коронного разряда в системах электродов сложной конфигурации» в МЭИ. Доцент кафедры техники и электрофизики высоких напряжений МЭИ.

* * *

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ и ЧИТАТЕЛЕЙ!

Каждый автор имеет право бесплатно получить 1 экз. журнала с его статьей.

Экземпляры номеров журнала «Электричество» за последние годы можно приобрести в редакции журнала:

111250 Москва, Красноказарменная ул., 14

(МЭИ, каф. ТОЭ, первый этаж, ком. 3-111, тел./факс 362-7485).