

## Оптимизация режимов работы гидротепловых энергетических систем при краткосрочном планировании графиков нагрузки электростанций

ЛЕТУН В.М., ОБОСКАЛОВ В.П.

*Представлена практическая реализация принципиально нового и эффективного метода оптимизации режима работы гидротепловой энергосистемы. На примере гипотетической энергосистемы, состоящей из одной тепловой электростанции и двух гидростанций (прототипов реальных гидростанций), проведены расчеты по оптимизации режима работы энергосистемы на восьмичасовом интервале времени. В представленной постановке задачи задано интегральное ограничение по объему расходуемой воды на гидростанциях за период оптимизации режима, учитывается изменение напора воды на гидростанциях, в процессе расчета осуществляется выбор на каждом часе оптимального состава работающих гидроагрегатов. Расчет завершается вычислением технико-экономических показателей. Время расчета – 10 с. Проведено сравнение эффективности результатов по предлагаемому методу и по постановке задачи с одним из возможных вариантов упрощенной постановки и соответствующей методики решения этой задачи.*

**Ключевые слова:** энергосистема, гидростанция, гидроагрегат, напор воды, мера эффективности

Судьба решения многих сложных проблем складывалась весьма непросто, что вынуждало разработчиков методов решения вносить определенные упрощения в постановку задач, жертвуя эффективностью результата. В сложившихся условиях это был оправданный вариант решения проблемы: лучше иметь хотя бы что-то, чем ничего. К таким проблемам можно отнести задачу расчета оптимальных режимов работы гидротепловых энергосистем при краткосрочном планировании (на предстоящие сутки) графиков нагрузки электростанций. Участие в процессе оптимизации режимов гидростанций (ГЭС) совместно с тепловыми электростанциями (ТЭС) существенно усложняет решение задачи. Это связано с необходимостью реализации в процессе решения трех основных условий, касающихся ГЭС: учет изменения напора воды при изменении ее электрической мощности; учет изменения состава работающего оборудования при различных нагрузках и выполнение условия по сработке заданного объема воды в течение всего периода оптимизации.

В [1] предпринята попытка решения этой задачи с изложением теоретической основы предлагаемого метода, который обеспечивает ее решение избегая существенных упрощений. Цель статьи – на конкретном примере показать эффективность предлагаемой методики при оптимизации режимов гидротепловых энергосистем.

Различные попытки решения этой задачи с известными упрощениями описаны в [2–7].

Далее приведено краткое описание постановки задачи и метода ее решения, основанного на использовании многошагового процесса принятия решений [8].

Для гидротепловой энергосистемы, состоящей из  $n$  электростанций:  $m$  ТЭС и  $n - m$  ( $n > m$ ) ГЭС, с энергетическими характеристиками для ТЭС

$$Z_i = f_i(P), \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (1)$$

для ГЭС для напора  $H_k$

$$Q_{j,k} = j_{j,k}(P_j, H_k), \quad j = 1, 2, \dots, n - m. \quad (2)$$

Для заданной нагрузки потребления

$$P_H = \{P_H^t\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3)$$

необходимо определить графики нагрузки ТЭС и ГЭС:

$$P = \{P_i^t\}, \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

где  $P_i^t$  ( $1 \leq i \leq m$ ) – электрические нагрузки ТЭС;  $P_i^t$  ( $m + 1 \leq i \leq n$ ) – то же ГЭС, минимизирующие целевую функцию

$$Z = \min_{i,t} \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^T Z_i^t \quad (5)$$

при соблюдении условий:  
по балансу мощностей

$$P_H^t - \sum_{i=1}^n P_i^t + p^t = 0, \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad (6)$$

по предельным значениям мощностей электростанций

$$P_{i \min}^t \leq P_i^t \leq P_{i \max}^t, \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad t = 1, 2, \dots, T;$$

по объему расходуемой воды на  $j$ -й ГЭС за весь период оптимизации режима

$$Q_{j,0} = \sum_{t=1}^T (Q_{j \min}^t + \int_{P_{j \min}^t}^{P_{\text{тек}}^t} q_j^t(P) dP). \quad (8)$$

Здесь  $Q_{j \min}^t$  - минимальный расход воды в нижний бьеф  $j$ -й ГЭС;  $q_j^t(P)$  - относительный прирост расхода воды на  $j$ -й ГЭС.

Решение сложной проблемы достигается использованием идеи организации многошагового процесса принятия решений начиная с некоторого начального состояния системы. Под начальным состоянием системы подразумевается матрица электрических нагрузок электростанций за все часы периода оптимизации:

$$P^{(0)} = \{P_{i,t}^{(0)}\}, \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

В матрице начального состояния системы (9) мощностям всех гидростанций за все часы периода оптимизации соответствуют их минимальные электрические нагрузки:

$$P_{i \min}^t; \quad i = m + 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T, \quad (10)$$

а все ТЭС (в этих условиях) загружаются оптимально с учетом условия (6).

Далее на каждом шаге многошагового процесса проводится преобразование (от шага к шагу) состояния системы (см. рис. 1). В основе преобразования лежит выбор на каждом шаге пары электростанций –  $i$ -й ТЭС и  $j$ -й ГЭС, и часа  $t$ , для которых мера эффективности  $l$  максимальна:

$$l = \lim_{DP_i^t, DP_j^t \rightarrow 0, DQ_j^t} \frac{DZ_i^t}{DQ_j^t} = \frac{\epsilon_i^t (1 - s_j^t)}{q_j^t (1 - s_i^t)}, \quad (11)$$

где  $DZ_i^t$  - уменьшение затрат на топливо на  $i$ -й ТЭС при разгрузке ее на  $DP_i^t$ ;  $DQ_j^t$  - увеличение расхода воды на  $j$ -й ГЭС при загрузке ее на  $DP_j^t$ ;  $\epsilon_i^t$  - относительный прирост затрат на топливо на  $i$ -й ТЭС;  $q_j^t$  - то же расхода воды на  $j$ -й ГЭС;  $s_i^t$ ,  $s_j^t$  - то же потерь активной мощности  $i$ -й ТЭС и  $j$ -й ГЭС.

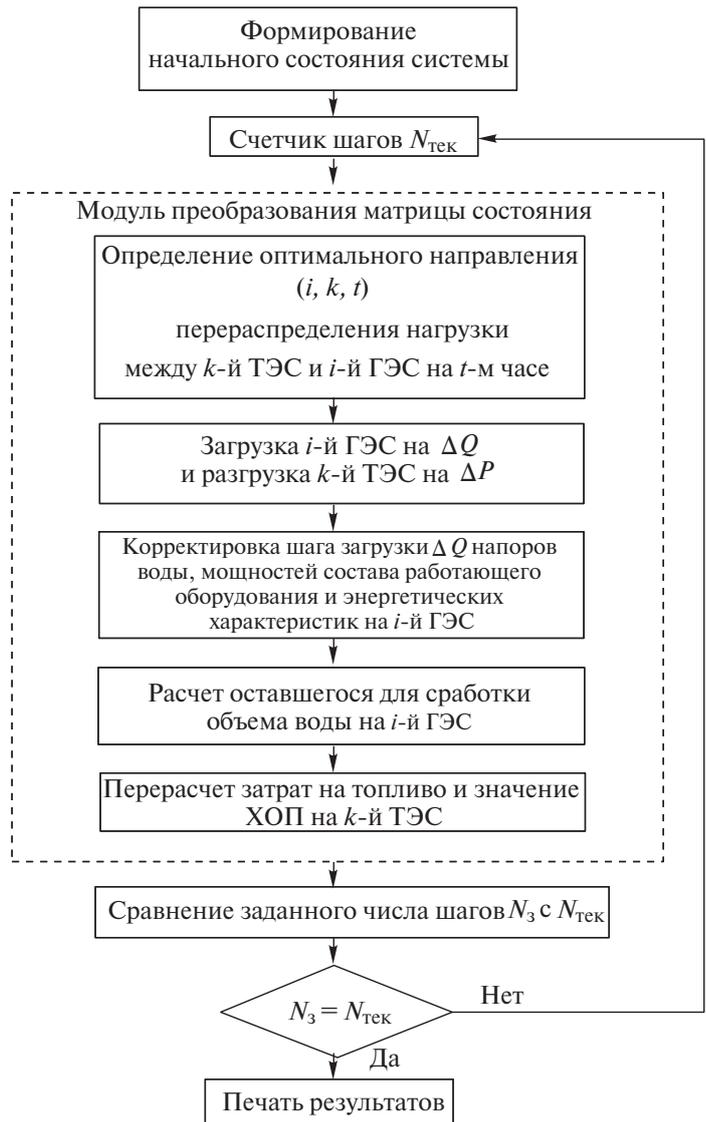


Рис. 1

Однако с учетом условия (11) в процессе перераспределения на каждом шаге нагрузки между ТЭС и ГЭС оптимальный результат не будет достигнут. Дело в том, что при таком подходе сравнение гидростанций между собой по экономичности осуществляется только лишь по значениям относительного прироста  $q$ , оставляя за кадром такой важный экономический показатель, как заданный объем расходуемой воды за весь период оптимизации режима. Если бы объемы воды на всех ГЭС на рассматриваемом шаге были равны, то процедура перераспределения на этом шаге была бы корректной. И только на этом шаге, потому что на последующих шагах оставшиеся объемы воды на гидростанциях вновь будут отличаться.

В [1] доказана важная теорема, которая гласит, что если в задаче оптимизации режима работы гидротепловой энергосистемы хотя бы для одной ГЭС умножить расходные характеристики и заданный

объем расходуемой воды на некоторое положительное число  $K$ , то результат оптимального решения в новых условиях не изменится (в Приложении приводится доказательство этой теоремы).

Опираясь на эту теорему, в рассматриваемой задаче на каждом шаге процесса будем проводить процедуру виртуального выравнивания оставшегося запаса расходуемой воды на всех ГЭС относительно оставшегося запаса расходуемой воды на произвольно выбранной ГЭС, которую будем называть базовой. Коэффициент выравнивания

$$K = \frac{Q_6^{\text{ост}}}{Q_j^{\text{ост}}}, \quad (12)$$

где  $Q_6^{\text{ост}}$  – оставшийся на  $n$ -м шаге объем воды для использования на базовой ГЭС;  $Q_j^{\text{ост}}$  – оставшийся на  $n$ -м шаге объем воды для использования на  $j$ -й ГЭС.

Принимая во внимание это обстоятельство и сделанное предположение, что в приведенном далее примере расчеты проводятся без учета сетевого фактора, мера эффективности будет

$$I = \frac{e_i^t}{Kq_j^t}. \quad (13)$$

Очевидно, что процедура виртуального выравнивания неиспользованных объемов воды на гидроэлектростанциях приведет к одновременному исчерпанию их на всех гидроэлектростанциях к концу многошагового процесса. Это один из признаков получения оптимального результата.

Опираясь на этот метод, на примере гипотетической гидротепловой энергосистемы (см. рис. 2), состоящей из одной ГЭС и двух гидроэлектростанций (прототипов реальных ГЭС), продемонстрированы результаты расчетов оптимальных режимов на 8-часовом интервале времени.

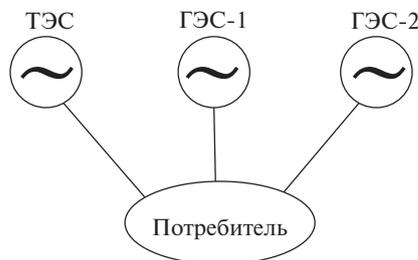


Рис. 2

Для ГЭС заданы характеристика часовых расходов топлива  $B$  зависимости от среднечасовой мощности  $P$ :  $B = 0,000067P^2 - 9,0333P + 250,0$  т.у.т./ч; 1000 МВт  $\leq P \leq$  5000 МВт; цена топлива 1000 руб./т.у.т.

**Исходные данные для ГЭС-1:** состав оборудования – 24 однотипных гидроагрегата; расходные характеристики одного гидроагрегата:

$$Q_{11} = 0,03933P^2 + 17,652P + 33,163 \text{ тыс. м}^3/\text{ч}$$

для  $H = 21$  м

$$4,0 \text{ МВт} \leq P_{11} \leq 21 \text{ МВт};$$

$$Q_{11\text{max}} = 421,2 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

$$Q_{12} = 0,39412P^2 + 18,0999P + 65,2945 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

для  $H = 15$  м

$$4,0 \text{ МВт} \leq P_{12} \leq 21 \text{ МВт};$$

$$Q_{12\text{max}} = 619,2 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

$$Q_{13} = 1,7504P^2 + 10,2944P + 118,016 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

для  $H = 11$  м

$$4,0 \text{ МВт} \leq P_{13} \leq 13,5 \text{ МВт};$$

$$Q_{13\text{max}} = 576,0 \text{ тыс. м}^3/\text{ч}.$$

Минимальный сброс воды в нижний бьеф  $Q_{1\text{min}} = 1000$  тыс. м<sup>3</sup>/ч. Суммарный объем сброса воды в нижний бьеф за 8-часовой интервал времени равен  $Q_{1,0} = 30\,000$  тыс. м<sup>3</sup>. Уровень воды нижнего бьефа  $H_{\text{н.б}} = 88$  м и верхнего бьефа  $H_{\text{в.б}} = 106$  м. Зависимость установившегося уровня воды нижнего бьефа от часового объема сбрасываемой воды (постоянного в течение определенного времени):

$$H_{\text{н.б}}^{\text{уст}} = -0,00000000185Q_1^2 + 0,0002966Q_1 + 86,456216 \text{ м}.$$

**Исходные данные для ГЭС-2:** состав оборудования – 10 однотипных гидроагрегатов; расходные характеристики одного гидроагрегата:

$$Q_{21} = 0,0333P^2 + 12,77925P + 127,095 \text{ тыс. м}^3/\text{ч}$$

для  $H = 22,5$  м

$$20,0 \text{ МВт} \leq P_{21} \leq 105 \text{ МВт};$$

$$Q_{21\text{max}} = 1836,0 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

$$Q_{22} = 0,101192P^2 + 10,85687P + 354,3857 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

для  $H = 17,5$  м

$$20,0 \text{ МВт} \leq P_{22} \leq 105 \text{ МВт};$$

$$Q_{22\text{max}} = 261,0 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

$$Q_{23} = 0,16P^2 + 19,2P + 2160,0 \text{ тыс. м}^3/\text{ч};$$

для  $H = 13,0$  м

$$20,0 \text{ МВт} \leq P_{23} \leq 65,0 \text{ МВт};$$

$$Q_{23\text{max}} = 2160,0 \text{ тыс. м}^3/\text{ч}.$$

Минимальный сброс воды в нижний бьеф  $Q_{1\text{min}} = 2000$  тыс. м<sup>3</sup>/ч. Суммарный объем сброса воды в нижний бьеф за 8-часовой интервал времени равен  $Q_{2,0} = 50000$  тыс. м<sup>3</sup>.

Уровень воды нижнего бьефа  $H_{2н.б} = 67$  м и верхнего бьефа  $H_{2в.б} = 87$  м; зависимость установившегося уровня воды нижнего бьефа от часового объема сбрасываемой воды (постоянного в течение определенного времени):

$$H_{2н.б}^{уст} = -0,00000000248 + Q_2^2 0,000346252Q_2 + 64,7856336 \text{ м.}$$

Кроме того, используется необходимая информация для моделирования изменения напора воды на ГЭС при изменении ее электрической мощности.

Требуется построить оптимальный режим распределения электрической нагрузки между электростанциями при покрытии нагрузки потребления:

$$P_H (\text{МВт}) = \{1000, 2000, 3000, 2750, 3500, 4000, 3100, 2500\}$$

с минимальными затратами на израсходованное топливо на ТЭС.

Предполагается, что в процессе вычислений на 8-часовом интервале времени уровни воды верхних бьефов гидростанций не изменяются.

Начальная матрица состояния системы (9) формируется после расчета напора воды для гидростанций на границах часов 8-часового интервала времени. По заданным минимальным объемам сбрасываемой воды  $Q_{1 \min}$  и  $Q_{2 \min}$  в нижний бьеф ГЭС-1 и ГЭС-2, соответственно, и средним напорам воды на часовых интервалах времени рассчитываются значения электрической мощности гидростанций с использованием расходных характеристик гидроагрегатов. Одновременно проводится определение оптимального состава работающих гидроагрегатов, способных обеспечить заданный минимальный сброс воды в нижний бьеф гидростанций. Электрическая мощность ГЭС за каждый час 8-часового интервала времени определяется как разность нагрузки потребления и мощностей гидростанций.

Матрица состояния (9) не является допустимым решением поставленной задачи, поскольку не выполняется ограничение типа (8) для каждой из гидростанций. После выполнения каждого очередного шага многошагового процесса оптимального перераспределения нагрузки между ТЭС и ГЭС ситуация с выполнением ограничений типа (8) постепенно выправляется и может быть выполнена с любой заданной точностью.

По окончании многошагового процесса об оптимальности полученного решения можно судить по значению меры эффективности (13) для всех электростанций и на всех часах, на которых эти электростанции участвовали в процессе перераспределения нагрузки вплоть до последнего шага.

Если их меры эффективности в эти моменты времени совпадают по значению, то полученный режим оптимален по заявленному критерию и из равенства мер эффективности следует (это легко показать) классическое условие оптимальной работы энергосистемы.

Проведенные расчеты на персональном компьютере дали следующие результаты: время вычислений в пределах 10 с; число шагов в многошаговом процессе – 4000; точность отработки интегральных ограничений по объему расходуемой воды по ГЭС-1 составляет 0,14%, по ГЭС-2 – 0,07%; предельное значение (в конце процесса) коэффициента  $K = 1,257$ ; сформировавшийся состав работающего оборудования приведен в табл. 1.

Таблица 1

Время, ч	ГЭС-1		ГЭС-2	
	число агрегатов в работе	признак состояния*	число агрегатов в работе	признак состояния*
1-й	3	0	1	0
2-й	3	0	1	0
3-й	3	0	8	0
4-й	8	0	2	0
5-й	13	0	10	0
6-й	24	2	10	1
7-й	8	0	2	0
8-й	4	0	2	0

\*Признак состояния: 0 – не все агрегаты включены в работу и имеют резерв по нагрузке; 1 – все агрегаты включены в работу и имеют резерв по нагрузке; 2 – все агрегаты включены в работу и загружены по максимуму.

В табл. 2 приведены значения меры эффективности использования воды на ГЭС.

Таблица 2

Время, ч	Значение меры эффективности $I$ , т.у.т./тыс. м <sup>3</sup>	
	ГЭС-1 – ТЭС	ГЭС-2 – ТЭС
1-й	0,004	0,002
2-й	0,010	0,007
3-й	<b>0,012</b>	<b>0,012</b>
4-й	<b>0,012</b>	<b>0,012</b>
5-й	<b>0,012</b>	<b>0,012</b>
6-й	<b>0,012</b>	<b>0,012</b>
7-й	<b>0,012</b>	<b>0,012</b>
8-й	<b>0,012</b>	<b>0,012</b>

В табл. 2 полужирным шрифтом отмечены значения меры эффективности тех часов, когда перераспределение нагрузки между ТЭС и ГЭС осуществлялось до конца вычислительного процесса: эти значения практически одинаковы (с учетом округления).

На первом и втором часах значения меры эффективности достаточно малы, поэтому перераспределение нагрузки между ТЭС и ГЭС на этих часах неэффективно.

Для 4-го часа, например, можно записать:

$$e^4 / q_1^4 = 0,12 \text{ или } e^4 = 0,12q_1^4;$$

$$e^4 / q_2^4 K = 0,012 \text{ или } e^4 = 0,012 \cdot 2,257q_2^4 = 0,015q_2^4;$$

тогда

$$e^4 = 0,012q_1^4 = 0,015q_2^4.$$

Это выражение есть фрагмент классического условия оптимальной загрузки электростанций, а множители  $l_1 = 0,012$  и  $l_2 = 0,015$  суть множители Лагранжа. Аналогичные выражения можно написать для 3, 5, 6, 7 и 8-го часов.

В табл. 3 приведены графики нагрузки ТЭС и ГЭС в оптимальном режиме.

Таблица 3

Время, ч	Нагрузка, МВт			Потребление, МВт
	ТЭС	ГЭС-1	ГЭС-2	
1-й	844	43	113	1000
2-й	1843	44	113	2000
3-й	2409	63	528	3000
4-й	2448	168	134	2750
5-й	2542	273	685	3500
6-й	2797	504	699	4000
7-й	2783	168	149	3100
8-й	2323	62	115	2500

Выработка электроэнергии за 8 ч: для ГЭС-1

$$W_1 = 1326 \text{ МВт}\cdot\text{ч};$$

ГЭС-2

$$W_2 = 2536 \text{ МВт}\cdot\text{ч};$$

$$W_S = W_1 + W_2 = 1326 + 2512 = 3862 \text{ МВт}\cdot\text{ч}.$$

На рис. 3 приведены графики изменения напора воды на ГЭС-1 и ГЭС-2 при их оптимальной нагрузке.

Технико-экономические показатели ГЭС-1 и ГЭС-2 по итогам расчета оптимального режима: оптимальные затраты на топливо на ТЭС  $Z_{\text{опт}} = 4304063$  руб.; сэкономленные затраты на топливо «усилиями» ГЭС-1 и ГЭС-2 составляют, со-

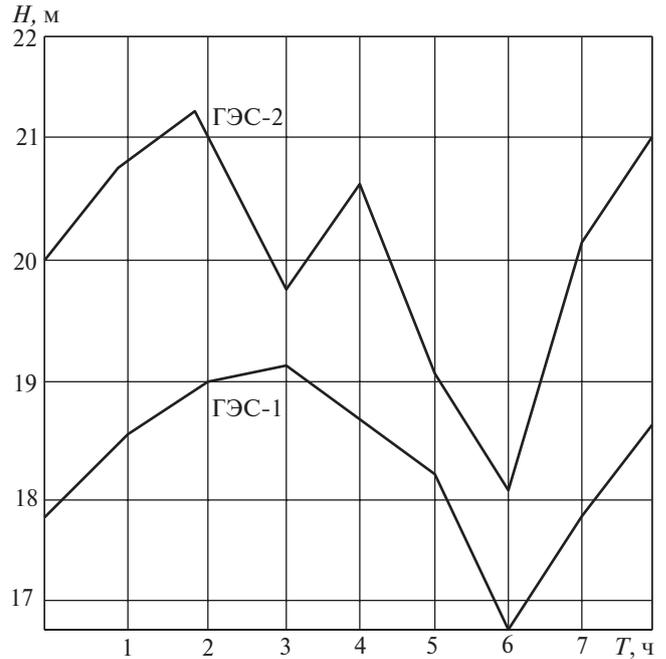


Рис. 3

ответственно, 579365 и 1085855 руб. (при принятой в расчете цене топлива 1000 руб./т.у.т.); ценовой эквивалент единицы объема воды для ГЭС-1 и ГЭС-2 19,3 и 21,7 руб./тыс.м<sup>3</sup>.

Удельное значение сэкономленных затрат на топливо на ТЭС при производстве на гидростанциях 1 МВт·ч электроэнергии составляет, соответственно, 0,437 и 0,428 руб./кВт·ч.

Сравним по эффективности загрузки электростанций в предлагаемом методе и альтернативном методе (А-методе), основанном на отдельной загрузке ГЭС и ТЭС и в котором гидростанции, по существу, «срезают» пиковую часть графика потребления (рис. 4).

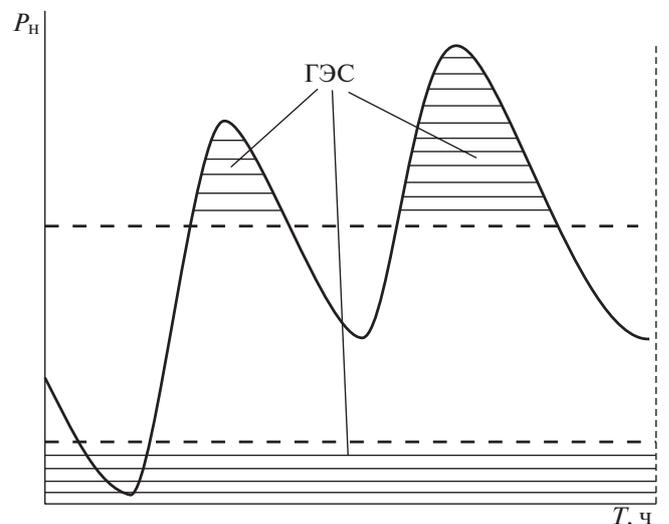


Рис. 4

В А-методе интегральное ограничение для ГЭС задается не по объему расходуемой воды, а по объему выработанной электроэнергии. Поэтому для корректности сравнения двух методов возьмем за основу объемы выработанной электроэнергии для гидроэлектростанций, полученные при оптимизации режима предлагаемым методом:

$$W_{ГЭС-1} = 1326 \text{ МВт}\cdot\text{ч} \text{ и } W_{ГЭС-2} = 2536 \text{ МВт}\cdot\text{ч}.$$

Загрузив гидроэлектростанции по указанной схеме (рис. 4) в соответствии с выработкой

$$W_{\Sigma} = W_{ГЭС-1} + W_{ГЭС-2} = 1326 + 2536 = 3862 \text{ МВт}\cdot\text{ч},$$

получим (табл. 4) графики нагрузки ГЭС-1, ГЭС-2 и ТЭС.

Таблица 4

Время, ч	Нагрузка, МВт			Потребление, МВт
	ТЭС	ГЭС-1	ГЭС-2	
1-й	844	43	113	1000
2-й	1844	43	113	2000
3-й	2597,25	135,80	266,95	3000
4-й	2594	43	113	2750
5-й	2597,25	325,55	577,20	3500
6-й	2597,25	514,85	887,90	4000
7-й	2597,25	174,75	328	3100
8-й	2344	43	113	2500

Оценив по эффективности результат решения задачи по А-методу, получим затраты на топливо на тепловой электростанции:  $Z = 4293966$  руб. против  $4304063$  руб. в исходной задаче. Вместе с тем, при решении задачи с использованием А-метода гидроэлектростанции израсходовали, соответственно,  $34528$  и  $57202$  тыс.  $\text{м}^3$  против  $30000$  и  $50000$  тыс.  $\text{м}^3$  в исходной задаче.

Рассчитав по методике исходной задачи с интегральными ограничениями на ГЭС-1 и ГЭС-2 по объемам расходуемой воды  $34528$  и  $57202$  тыс.  $\text{м}^3$ , получим, что оптимальные затраты на топливо составят  $Z_{\text{опт}} = 4138026$  руб., т.е. на  $155940$  руб. (или  $155,9$  т.у.т.) меньше, чем в задаче, решенной по А-методу.

**Приложение.** На простом примере продемонстрированы основные принципы доказательства сформулированной в статье теоремы. Легко показать, что они достаточно просто распространяются на самый общий случай.

**Задача А.**

Задан график нагрузки потребления:

$$P_H = \{P_H^t\}, t = 1, 2, \dots, 24. \quad (\text{П-1})$$

Гипотетическая энергосистема представлена одной ТЭС и двумя ГЭС.

Исходные данные:

для ТЭС:

характеристика часовых затрат на топливо

$$Z = f_T(P) \text{ руб./ч}; \quad (\text{П-2})$$

характеристика относительных приростов затрат (ХОПЗ)

$$\epsilon = dZ / dP \text{ руб./МВт}\cdot\text{ч}; \quad (\text{П-3})$$

для ГЭС-1:

характеристика часовых расходов воды

$$Q_1 = f_1(P, H) \text{ тыс. м}^3/\text{ч}; \quad (\text{П-4})$$

характеристика относительных приростов расхода воды (ХОП)

$$q_1 = dQ_1 / dP \text{ тыс. м}^3/\text{ч}; \quad (\text{П-5})$$

интегральное ограничение по расходу воды на суточном интервале времени

$$Q_{1,0} = \int_{t=1}^{24} (Q_{1\min}^t + \int_{P_{\min}}^{P_{\text{рек}}} q_1^t dP), \quad (\text{П-6})$$

где  $Q_{1\min}^t$  – минимальный расход воды в нижний бьеф ГЭС-1;

для ГЭС-2:

характеристика часовых расходов воды

$$Q_2 = f_2(P, H) \text{ тыс. м}^3/\text{ч}; \quad (\text{П-7})$$

характеристика относительных приростов расхода воды

$$q_2 = dQ_2 / dP \text{ тыс. м}^3/\text{ч}; \quad (\text{П-8})$$

интегральное ограничение по расходу воды на суточном интервале времени

$$Q_{2,0} = \int_{t=1}^{24} (Q_{2\min}^t + \int_{P_{\min}}^{P_{\text{рек}}} q_2^t dP), \quad (\text{П-9})$$

где  $Q_{2\min}^t$  – минимальный расход воды в нижний бьеф ГЭС-2.

При условиях, включая ограничения по электрической мощности электростанций и ограничение по балансу мощности, получено оптимальное решение задачи А:

$$\begin{matrix} P_{ТЭС} = \{P_1, P_2, \dots, P_{24}\}; \\ P_{ГЭС-1} = \{P_{1,1}, P_{1,2}, \dots, P_{1,24}\}; \\ P_{ГЭС-2} = \{P_{2,1}, P_{2,2}, \dots, P_{2,24}\}; \end{matrix} \quad \begin{matrix} \ddot{y} \\ \dot{y} \\ y \end{matrix} \quad (\text{П-10})$$

для которого затраты на топливо на ТЭС составили  $Z_{\text{мин}}$ .

Теперь рассмотрим задачу В, которая отличается от задачи А заданием для ГЭС-2 соотношений (П-11), (П-12), (П-13) по сравнению, соответственно, с (П-7), (П-8) и (П-9).

**Задача В.** Заданный график нагрузки потребления аналогичен (П-1).

Гипотетическая энергосистема — та же, что в задаче А.

Исходные данные:

для ТЭС:

характеристика часовых затрат на топливо — см. (П-2);

характеристика относительных приростов затрат (ХОПЗ) — см. (П-3);

для ГЭС-1:

характеристика часовых расходов воды — см. (П-4);

характеристика относительных приростов расхода (ХОП) — см. (П-5);

интегральное ограничение по расходу воды на суточном интервале времени — см. (П-6);

для ГЭС-2:

характеристика часовых расходов воды

$$Q_{\text{г}} = KQ_2 = Kf_2(P, H) \text{ тыс. м}^3/\text{ч}; \quad (\text{П-11})$$

характеристика относительных приростов расхода воды (ХОП)

$$q_{\text{г}} = Kq_2 = KdQ_2 / dP \text{ тыс. м}^3/\text{ч}; \quad (\text{П-12})$$

интегральное ограничение по расходу воды на суточном интервале времени

$$Q_{\text{г},0} = KQ_{2,0} = \int_{t=1}^{24} (KQ_{2,\min}^t + \int_{P_{\min}^t}^{P_{\text{тек}}^t} q_{\text{г}}^t dP), \quad (\text{П-13})$$

где  $KQ_{2,\min}^t$  — минимальный расход воды в нижний бьеф ГЭС-2

При этих условиях, включая ограничения по электрической мощности электростанций и ограничение по балансу мощности, получено оптимальное решение задачи В:

$$\begin{aligned} P_{\text{гЭС}} &= \{P_{1,\text{г}}, P_{2,\text{г}}, \dots, P_{24,\text{г}}\}; & \ddot{u} \\ P_{\text{гЭС-1}} &= \{P_{1,\text{г-1}}, P_{2,\text{г-1}}, \dots, P_{24,\text{г-1}}\}; & \dot{y} \\ P_{\text{гЭС-2}} &= \{P_{1,\text{г-2}}, P_{2,\text{г-2}}, \dots, P_{24,\text{г-2}}\}; & \dot{p} \end{aligned} \quad (\text{П-14})$$

для которого затраты на топливо на ТЭС составили  $3_{\min}^B$ .

Легко показать, что решение (П-14) задачи В является допустимым решением задачи А. Тогда

$$3_{\min}^B > 3_{\min}^A. \quad (\text{П-15})$$

С другой стороны, решение (П-10) задачи А является допустимым решением задачи В и из этого следует, что

$$3_{\min}^A > 3_{\min}^B. \quad (\text{П-16})$$

Отсюда, принимая во внимание, что рассматриваемые задачи относятся к классу задач выпуклого программирования, они имеют единственное решение, поэтому из (П-15) и (П-16) следует:

$$3_{\min}^A > 3_{\min}^B.$$

И решения (П-10) и (П-14) совпадают, что и требовалось доказать.

**Выводы. 1.** Разработанный метод решения задачи оптимизации режима работы гидротепловой энергосистемы с заданием интегральных ограничений по расходу воды на гидростанциях и учетом изменения напора воды в процессе их загрузки позволяет осуществлять оптимальный выбор состава работающего оборудования (гидроагрегатов) в процессе загрузки ГЭС.

2. Высокая скорость расчета открывает реальную возможность для разработки программно-технического комплекса для оперативного управления режимом работы гидростанции в реальном времени.

3. Математическое моделирование изменения уровня нижнего бьефа делает возможным планирование режимов, исключаяющих подтопление важных прибрежных объектов ниже по течению реки.

4. В результате расчетов пользователь получает важную информацию по эффективности использованной воды на гидростанциях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арзамасцев Д.А., Летун В.М. Определение экономического режима гидро-тепловой энергосистемы. — Электричество, 1980, № 7, с. 47–51.
2. Горнштейн В.М. Наивыгоднейшее распределение нагрузок между параллельно работающими электростанциями. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1949, 255 с.
3. Горнштейн В.М. Наивыгоднейшие режимы работы гидроэлектростанций в энергетических системах. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1959, 248 с.
4. Горнштейн В.М., Мирошниченко Б.П., Пономарев А.В., Тимофеев В.А., Юровский А.Г. Методы оптимизации режимов энергосистем /Под ред. В. М. Горнштейна. — М.: Энергия, 1981, 336 с.
5. Александровский А.Ю., Кнеллер М.И., Коробова Д.Н., Малинин Н.К., Обрезков В.И., Резниковский А.Ш., Силаев Б.И., Тягунов М.Г., Файн И.И. Гидроэнергетика/Под ред. В. И. Обрезкова. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1988, 512 с.
6. Цветков Е.В., Алябышева Т.М., Парфенов Л.Г. Оптимальные режимы гидроэлектростанций в энергетических системах/Под ред. Е.В. Цветкова. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
7. Баринов В.А., Гамм А.З., Кучеров Ю.Н., Орнов В.Г., Руденко Ю.Н., Семенов В.А., Тимофеев В.А., Тихонов Ю.А., Цветков Е.В. Автоматизация диспетчерского управления в электро-

энергетике/Под общей ред. Ю. Н. Руденко и В. А. Семенова.– М. Изд-во МЭИ, 2000, 648 с.

8. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современная теория управления. – М.: Наука, 1969, 120с.

[26.05.15]

*Авторы: Летун Владимир Михайлович окончил математико-механический факультет Уральского государственного университета им. А.М. Горького в 1961 г. В 1985 г. в Уральском политехническом институте им. С.М. Кирова (Екатеринбург) защитил кандидатскую диссертацию «Методы определения*

*экономичных режимов гидротепловых энергосистем и ТЭС со сложными тепловыми схемами». Программист в Институте математики и механики УрО РАН.*

*Обоскалов Владислав Петрович окончил в 1963 г. электротехнический факультет Уральского политехнического института (Уральский Федеральный университет – УрФУ) (Екатеринбург). В 1999 г. защитил докторскую диссертацию «Вероятностное эквивалентирование в задачах надежности электроэнергетических систем» в Новосибирском государственном техническом университете. Профессор УрФУ.*

*Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 9, pp. 12–19.*

## Optimizing the Operating Modes of Power Systems Containing Hydraulic and Thermal Power Plants in Drawing Up Short-Term Power Plant Load Schedules

**LETUN Vladimir Mikhailovich** (*Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (Ekaterinburg, Russia) – Programmer, Cand. Sci. (Eng.)*)

**OBOSKALOV Vladislav Petrovich** (*Ural Federal University Ekaterinburg, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)*)

*Practical implementation of a fundamentally new and efficient method for optimizing the operating mode of a power system containing hydraulic and thermal power plants is presented. Calculations for optimizing the power system operating mode on an eight-hour time interval are carried out taking as an example a hypothetical power system consisting of one thermal power plant and two hydraulic power plants (which are prototypes of real hydraulic power plants). According to the present edstatement of the problem, an integral constraint is imposed on the amount of water spent at the hydraulic power plants in the period for which the operating mode is optimized, the change of water head at hydraulic power plants is taken into account, and the optimal composition of operating hydraulic power units is selected at each hour in the course of calculation. The calculation is finished with determining the technical-economic indicators. The calculation is completed within 10 s. The effectiveness of the results obtained from using the proposed method and problem statement is compared with one of possible versions of simplified problem statement and corresponding procedure for solving this problem.*

*Key words: power system, hydraulic power plant, hydraulic power unit, water head, effectiveness measure*

### REFERENCES

1. Arzamastsev D.A., Letun V.M. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1980, No. 7, pp. 47–51.

2. Gornshtein V.M. *Naivyygodneishee raspredeleniye nagruzok mezhdru parallel'no rabotayushchimi elektrostantsiyami* (The most advantageous load distribution between parallel working power stations). Moscow, Leningrad, Publ. Gosenergoizdat, 1949, 255 p.

3. Gornshtein V.M. *Naivyygodneishiye rezhimy raboty gidrostantsii v energeticheskikh sistemakh* (The most advantageous modes of operation of hydropower plants in power systems). Moscow, Leningrad, Publ. Gosenergoizdat, 1959, 248 p.

4. Gornshtein V.M., Miroshnichenko B.P., Ponomarev A.V., Timofeyev V.A., Yurovskii A.G. *Metody optimizatsii rezhimov energosistem / Pod red. V.M. Gornshteina* (Methods for optimization power system modes/Edit by V.M. Gornshtein). Moscow, Publ. Energiya, 1981, 336 p.

5. Aleksandrovskii A.Yu., Kneller M.I., Korobova D.N., Malinin N.K., Obrezkov V.I., Reznikovskii A.Sh., Silayev B.I., Tyagunov

M.G., Fain I.I. *Gidroenergetika / Pod red. V.I. Obrezkova* (Hydroelectric power/Edit by V.I. Obrezkov). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1988, 512 p.

6. Tsvetkov E.V., Alyabysheva T.M., Parfenov L.G. *Optimal'nye rezhimy gidroelektrostantsii v energeticheskikh sistemakh / Pod red. E.V. Tsvetkova* (Optimum modes hydroelectric plants in power systems/Edit. by E.V. Tsvetkov). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1984.

7. Barinov V.A., Gamm A.Z., Kucherov Yu.N., Ornov V.G., Rudenko Yu.N., Semenov V.A., Timofeyev V.A., Tikhonov Yu.A., Tsvetkov Ye.V. *Avtomatizatsiya dispetcherskogo upravleniya v elektroenergetike / Pod red. Yu.N. Rudenko i V.A. Semenova* (Automation of dispatch control in electric power engineering/Edit. by Yu.N. Rudenko and V.A. Semenov). Moscow, Publ. of the Moscow Power Engineering Institute, 2000, 648 p.

8. Bellman R., Kalaba R. *Dinamicheskoye programirovaniye i sovremennaya teoriya upravleniya* (Dynamic programming and modern control theory). Moscow, Publ. Nauka, 1969, 120 p.

