

## Аппроксиматоры синусоидальных функций в электроприводах с управлением моментом исполнительных двигателей

КАРЖАВОВ Б.Н.

*Статья продолжает работы автора, посвященные исследованию электроприводов с управлением моментом исполнительных двигателей. Рассматривается построение множительных устройств, выполненных на базе квазисинусоидальных аппроксиматоров синусоидальных функций и используемых в электроприводах с моментным управлением исполнительными двигателями. Показаны особенности построения аппроксиматоров, применяемых в формирователях управляющих сигналов усилителей мощности приводов, а также в преобразователях сигналов синхронного генератора в реверсивный сигнал датчика скорости, в том числе и в зависимости от числа фаз. Получены выражения, характеризующие качество аппроксимации. Даны примеры использования аппроксиматоров в различных электроприводах.*

**Ключевые слова:** электропривод, управление, множительное устройство, аппроксиматоры синусоидальных функций, особенности применения аппроксиматоров, критерий качества

В электрических приводах (ЭП), в которых применяется способ управления моментом исполнительным двигателем (ИД) [1], широко используются различные множительные устройства (МУ), построенные в том числе и на базе аппроксиматоров синусоидальных функций (АСФ). Множительные устройства применяются в формирователях управляющих сигналов (ФУС) усилителей мощности (УМ) ЭП для формирования синусоидальных (или квазисинусоидальных) выходных токов УМ, т.е. токов статора ИД. При этом для обеспечения максимально возможного момента  $M$  ИД при заданном значении токов статора необходимо поддерживать угол  $q$  между векторами результирующего тока  $I$  и магнитного потока  $\Phi$  равным  $90^\circ$  [1], так как

$$M = c_M F I \sin q. \quad (1)$$

Для этого ИД в ЭП снабжается обычно датчиком положения ротора (ДПР) или датчиком положения потока (ДПП), который и управляет МУ ФУС, обеспечивая угол  $q=90^\circ$ . Полагая, что в МУ умножается входной сигнал ФУС  $U_c$ , задающий значение выходного тока УМ, на синусоидальную функцию угла поворота  $b$  ротора ИД, можно записать (для  $j$ -й фазы)

$$I = k_j U_c \sin[b - j(j-1)], \quad (2)$$

где  $j = p/m$  для чётного числа фаз  $m$ ,  $j = 2p/m - 1$  для нечётного  $m$ ;

$$1 \leq j \leq m. \quad (3)$$

Поскольку замкнутый по углу ЭП с управлением моментом ИД имеет передаточную функцию второго порядка [1] и склонен к автоколебаниям,

то в целях снижения порядка передаточной функции и увеличения тем самым устойчивости ЭП в замкнутый контур вводят корректирующий сигнал, пропорциональный производной от угла. Часто для этого используют сигнал датчика скорости (ДС), размещенного на валу ИД, при этом выходные (механические) характеристики ЭП становятся жесткими. В качестве ДС обычно используют синхронный генератор (СГ) с преобразователем его сигналов в реверсивный сигнал постоянного тока. Отметим, что СГ является идеальным измерителем частоты вращения (особенно СГ с электромагнитной редукцией (ЭМР) частоты вращения).

Действительно, у СГ нет зоны нечувствительности, отсутствует нулевой фон, он имеет большую крутизну и высокую линейность выходной характеристики. Кроме того, к достоинствам СГ следует отнести то обстоятельство, что его выходное напряжение имеет практически синусоидальную форму (искажения очень малы). В особенности это относится к СГ с ЭМР частоты вращения. Синусоидальная форма выходного напряжения (переменной частоты) СГ дает возможность преобразовать его в реверсивный сигнал постоянного тока без пульсаций и запаздывания на выходе преобразователя сигналов (ПС) СГ. Способ преобразования заключается в умножении выходных напряжений  $m$ -фазного ( $m \geq 2$ ) СГ  $U_{Wj}$  на соответствующие тригонометрические функции  $\sin[b - j(j-1)]$  с последующим суммированием полученных произведений. В результате имеем:

$$U_{дс} = \sum_{j=1}^m U_{Wm} \sin^2[b - j(j-1)] = \frac{m}{2} U_{Wm} = c_e W. \quad (4)$$

Очевидно, реализовать такой метод можно только с помощью идеальных МУ, не вносящих помех и запаздывания в процесс формирования выходного сигнала ПС СГ и не ограничивающих диапазон измеряемых скоростей СГ. При этом необходимо обеспечить синфазность работы МУ с напряжением «своей» (умножаемой) фазы. В противном случае при наличии угла рассогласования  $\Delta\omega$  выходное напряжение датчика скорости определяется из выражения

$$U_{dc} = c_e \cos \Delta\omega W. \tag{5}$$

Во-первых, это приводит к уменьшению крутизны ДС и, во-вторых, к изменению напряжения  $U_{dc}$  при изменении угла  $\Delta\omega$  в процессе работы ЭП.

Отметим, что аналогичная ситуация создается и при возникновении угла рассогласования  $\Delta\varphi$  в ИД, тогда при  $\varphi = (90 \pm \Delta\varphi)^\circ$  значение момента рассчитывается по формуле

$$M = c_m \cos \Delta\varphi F I \tag{6}$$

со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Для обеспечения синфазной работы СГ и МУ в преобразователе сигналов датчик снабжается датчиком положения (ДПР или ДПП), который и управляет МУ в ПС генератора; ДП размещается либо на валу СГ, либо на его статоре [2]. Иногда в ЭП с ограниченным снизу диапазоном регулирова-

ния частоты вращения в качестве сигнала о положении потока используется напряжение, пропорциональное интегралу от частоты вращения, т.е. от  $U_{dc}$ .

Следует сказать, что одним из возможных решений по построению множительного устройства (которое, на мой взгляд, в наибольшей степени удовлетворяет указанным выше требованиям) является применение в нем ФУС и в ПС генератора – резисторно-ключевых схем (РКС), т.е. последовательного соединения электронного ключа и резистора. Для построения МУ используется в общем случае  $N$  РКС (см. ниже). Поскольку ключи РКС управляются сигналами ДП [2], то и выходов у него должно быть  $N$  (т.е. ДП должен быть  $N$ -фазным или снабжен преобразователем числа фаз с  $N$  выходами). Так как МУ на РКС умножает входной сигнал на абсолютную величину синусоидальной функции  $\sin|b - j(j-1)|$ , то входной сигнал МУ должен быть парафазным ( $+U_c$  и  $-U_c$ ) (см. рис. 1). Выходным сигналом МУ является суммарный ток  $N$  РКС, включенных параллельно. Ток в РКС определяется проводимостью резистора, которая рассчитывается по формуле

$$G_{ij} = G_m \cos[b_0 + b(i-1) - j(j-1)], \tag{7}$$

где  $b = 2\pi / N$  и  $j = 2\pi / m$  или  $b = \pi / N$  и  $j = \pi / m$  – для нечетных или четных  $N$  и  $m$ , соответственно;

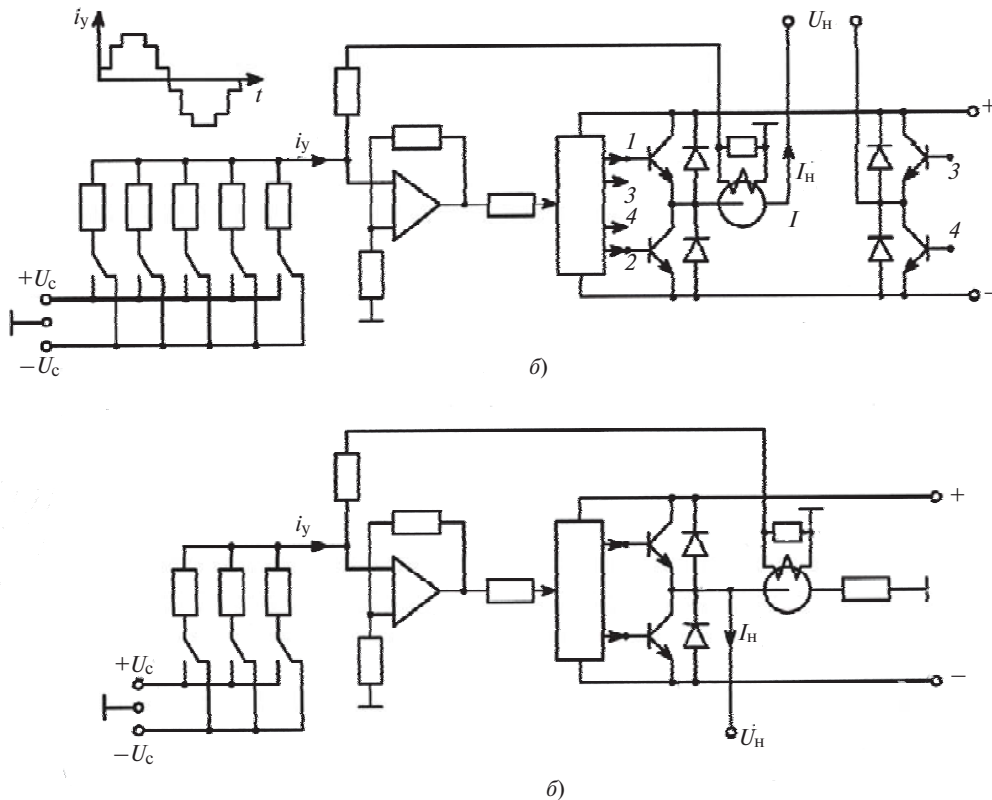


Рис. 1. Схема одной (первой) фазы усилителя мощности с формирователем управляющих сигналов, построенным на базе резисторно-ключевых схем: а – для двухфазного ( $m = 2$ ) УМ с формированием выходного тока; б – для трехфазного ( $m = 3$ ) УМ с формированием выходного напряжения

$b_0 = \frac{p}{2}$  ( $= q$ ) – для МУ, применяемого в ФУС;  
 $b_0 = -\frac{p}{2}$  (так как ЭДС  $E = -\frac{dF}{dt}$ ) – для МУ, применяемого в ПС СГ.

Можно показать, что выходной сигнал (в виде тока), формирующийся как сумма токов  $N$  РКС, т.е.

$$i_j = i_{\text{ВЫХ}} = \sum_{i=1}^N \dot{a} i_{ij}, \quad (8)$$

где

$$i_{ij} = U_c G_m \cos[b_0 + b(i-1) - j(j-1)] \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n[\omega t - b_0 - b(i-1)], \quad (9)$$

определяется выражением

$$i_j = U_c G_m \sum_{l=1}^{\infty} \sin \omega t + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{2N/lm1} \cdot \sin[(2N/lm1)\omega t - 2N/lb_0 - j(j-1) \frac{\ddot{y}}{p}]. \quad (10)$$

Форма кривой выходного тока МУ представляет собой многоступенчатую (квазисинусоидальную) кривую с числом ступеней в полупериоде, равным числу  $N$  РКС (см. рис. 1,а, где показана также кривая выходного тока при  $N=6$ )\*. Отметим, что форма кривой выходного тока МУ по существу является аппроксимирующей кривой (с постоянным шагом квантования) синусоиды, поэтому такое МУ можно назвать аппроксиматором синусоидальной функции (АСФ).

Анализ (10) показывает, что в кривой выходного тока МУ, кроме искомой основной (первой) гармоники, присутствуют и высшие гармоники с номерами и амплитудами:

$$n = 2N/lm1; a_n = \frac{a_1}{2N/lm1}. \quad (11)$$

Отметим, что в таких МУ это единственный источник искажений синусоиды в аппроксиматоре, причём поддающихся расчёту. При этом отклонение аппроксимирующей кривой от синусоиды (ошибка аппроксимации) зависит от числа  $N$  РКС и может быть сколь угодно малым. В качестве критерия качества квазисинусоидальной кривой  $P(x)$  АСФ, кроме номера первой из высших гармоник ( $n = 2N - 1$ ) и её относительной амплитуды ( $a_n = 1/(2N - 1)$ ), используются также коэффициент гармоник ( $k_r$ ) и среднее значение абсолютной ошибки аппроксимации ( $DA$ ).

Указанные критерии определяются выражениями:

$$k_r = \sqrt{\sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{(2N/lm1)^2}} = \sqrt{\frac{p^2}{(2N)^2} \operatorname{cosec}^2 \frac{p}{2N} - 1} \quad (12)$$

или при  $N > 4$

$$k_r \gg \frac{p}{2N\sqrt{3}} \gg \frac{0,907}{N}; \quad (13)$$

$$DA = \int_0^{p/2} P(x) \cdot \sin x |dx = 2 \operatorname{tg} \frac{p}{4N}; \quad (14)$$

при большом числе  $N$

$$DA = \frac{p}{2N} \gg \frac{1,57}{N}. \quad (15)$$

Однако для построения МУ, входящих в ФУС ЭП, могут быть выставлены и другие требования, в частности по размаху пульсации момента  $DM$  или по частоте и амплитуде первой гармоники  $f_{1п}$  и  $a_{1п}$  пульсации момента.

Выражение для момента ИД, работающего от УМ с рассматриваемым ФУС (при условии, что поток  $\Phi$  имеет синусоидальную форму) [2]:

$$M = M_m \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{(2N/l-1)(2N/l+1)} \cos 2N/l \frac{\ddot{y}}{p}. \quad (16)$$

Пульсация момента  $DM$  определяется вторым членом в (16), её размах можно определить следующим образом. Выбрав поочередно значения  $b=0$  и  $b=p/2$  и найдя разность полученных результатов, получаем значение (пренебрегая 1 по сравнению с  $4N^2$ ):

$$\frac{DM}{M_m} = \frac{1}{2N^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^2} \cos 0 - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^2} \cos N/p \frac{\ddot{y}}{p} \quad (17)$$

или, учитывая, что  $\cos N/p l = (-1)^l$  [3],

$$\frac{DM}{M_m} = \frac{1}{2N^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{p^2}{6} + \frac{p^2}{12} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{8N^2}, \quad (18)$$

т.е.

$$\frac{DM}{M_m} = \frac{1,23}{N^2}. \quad (19)$$

Очевидно [см. (17)], частота и амплитуда первой гармоники пульсации равны:

$$f_{1п} = 2Nf_1; \quad (20)$$

$$a_{1п} = \frac{2}{4N^2 - 1} \gg \frac{0,5}{N^2}. \quad (21)$$

\* Здесь проводимость первой ( $i=1$ ) РКС для первой ( $j=1$ ) фазы равна нулю.

Таким образом, зная требования, предъявляемые к ЭП, можно выбрать необходимое число  $N$  РКС в АСФ ФУС, воспользовавшись рассмотренными выше критериями качества АСФ.

По мнению автора, наиболее информативной оценкой качества аппроксимации кривой тока статора с точки зрения пульсации момента являются частота и амплитуда первой гармоники пульсации [(см. (20) и (21)], а не размах пульсации (19). Объясняется это тем, что отклонение углового положения вала ИД ( $Db$ ) от заданного определяется формулой [4]:

$$Db = M/8JN^4 l^4 w_1^2,$$

где  $J$  — момент инерции вращающихся частей;  $b = w_1 t$ , откуда следует, что воздействие второй гармоники на угол  $Db$  в 16 раз меньше, чем первой, и им, как правило, можно пренебречь.

Следует сказать, что структура АСФ, построенных на РКС (да и самой РКС), зависит от того, в каком приборе используется данный АСФ (в ФУС или в ПС СГ), а также от числа (чётное оно или нечётное) фаз  $m$  в ЭП.

Так, для ФУС в АСФ используются РКС с ключами, снабженными перекидными контактами, или применяются два ключа с одинарным контактом, работающими в противофазе (см. рис. 1).

При этом, если число фаз чётное ( $m = 2^l$ ), то проводимость резисторов рассчитывается по (8), а число РКС в АСФ каждой фазы ФУС оказывается равным  $N$  или  $N - 1$ , как показано на рис. 1,а для первой ( $j = 1$ ) фазы. Здесь проводимость резистора первой ( $i = 1$ ) РКС равна нулю.

В УМ с формированием выходного напряжения (рис. 1,б), используемых в моментных ЭП с раздельным регулированием тока и напряжения ИД (см., например, [1], рис. 6), при нечетном числе (или кратном нечетному числу) фаз  $m = (2n + 1)l$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $l = 1, 2, 3, \dots$ , число  $N \phi$  РКС в АСФ при условии соединения фаз в звезду может быть существенно уменьшено за счет применения так называемого усеченного синусного (в данном случае косинусного) распределения параметров в фазах АСФ [2].

Для этого проводимость резисторов в РКС должна быть рассчитана по формуле

$$G_{ij} = G_m \{ \cos [b_0 + b(i-1) - j(j-1)] - Y \}, \quad (22)$$

где  $G_m$  — наименьшее значение  $G_{ij}$  из ряда  $1 \leq j \leq m$  в (7);

$$Y = (-1)^{l+c} \sin \frac{\pi}{m} [b_0 + b(i-1) - (2c-1) \frac{p}{2m} \frac{\pi}{m}] \quad (23)$$

где  $c = 1, 2, 3, \dots, m$ .

При этом должно выполняться условие

$$(c-1) \frac{p}{m} \leq b_0 + b(i-1) \leq c \frac{p}{m},$$

для чего соответствующим образом выбирают значение  $c$ , которое определяет номер интервала в полупериоде (от 0 до  $p$ ) изменения угла  $[b_0 + b(i-1)]$ , число которых равно числу фаз  $m$ .

На рис. 2 представлены графики функций, входящих в (20) и (23), а также — результирующая кривая, ограниченная фигурными скобками в (22), без учёта дискретности изменения угла  $b(N \phi / \pi)$  и при  $m = 3$ . Результирующая кривая определяет амплитуду параметра  $A_{ij}$  для  $i$ -й РКС в  $j$ -й фазе ФУС. Отметим, что в результирующей кривой образуется нулевая зона  $p/3$  рад (при  $m = 3$ ). На практике это означает, что проводимость резисторов некоторых РКС становится равной нулю, эти схемы исключаются из состава АСФ  $j$ -й фазы ФУС (рис. 1,б). Число оставшихся РКС в АСФ составляет не более

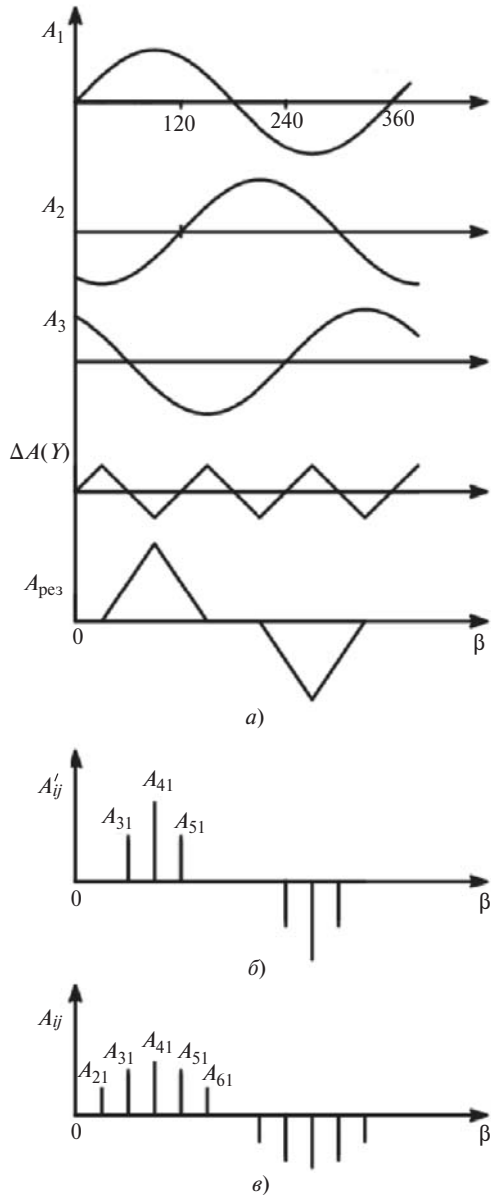
$$N \phi \leq \frac{m-1}{m} N. \quad (24)$$

При этом в кривой фазового напряжения УМ также образуется нулевая зона, а в спектре кривой появляются дополнительные гармоники (в частности, кратные трем). Однако при соединении фаз УМ в звезду последние уничтожаются, так как в линейном выходном напряжении (и выходном токе) УМ они вычитаются. Объясняется это тем, что выражение (23) инвариантно к номеру фазы ФУС (в нём отсутствует  $j$ ) и в линейный параметр  $A_{л} = A_{\phi j} - DA_{\phi} - A_{\phi(j-1)} + DA_{\phi} = A_{\phi j} - A_{\phi(j-1)}$  значение  $DA_{\phi}$  не входит.

Усеченное синусное распределение можно использовать и в ИД для расчёта числа витков в обмотке статора, если она соединена в звезду.

На рис. 1,б показана схема АСФ, построенная в соответствии с (22), т.е. с использованием усеченного синусного распределения проводимостей РКС, а на рис. 3 — формирование выходного (линейного) параметра (в данном случае напряжения) УМ с таким АСФ. Из рис. 3 следует, что форма линейного напряжения и, соответственно, линейного тока в обмотке статора ИД совпадает с формой тока при полном синусном распределении [см. (7)] проводимостей в РКС (сравнить рис. 1,а и рис. 3). Но в первом случае число РКС в АСФ равно  $N \phi = 5$ , а во втором  $N \phi = 3$ . Однако общее число РКС в ФУС в первом случае равно 10, а во втором 9.

Следует отметить, что аналогичная картина имеет место и при использовании таких АСФ для построения ПС СГ. Так, для преобразования напряжения СГ с чётным числом фаз обмотки используются РКС с ключами, имеющими перекид-



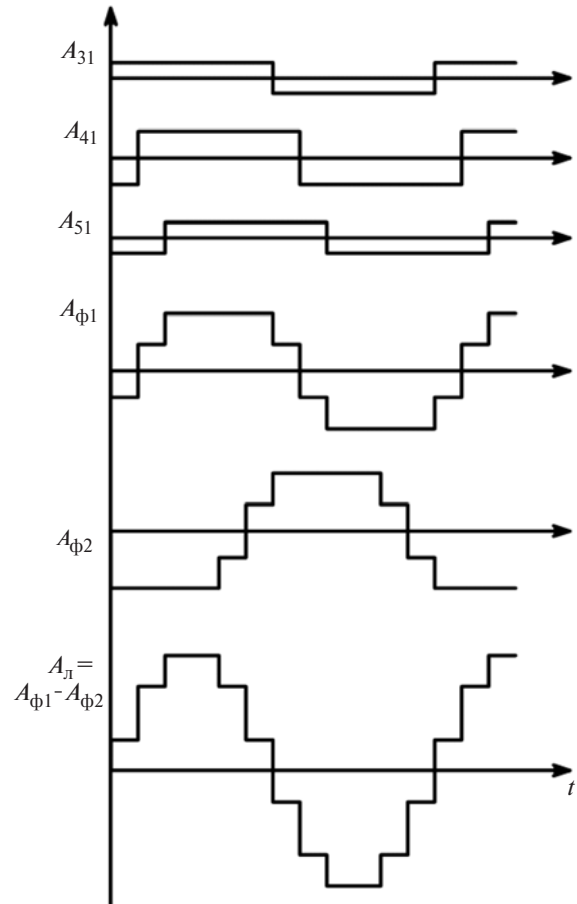
**Рис. 2.** Формирование выходных параметров УМ при усечённом синусном распределении проводимости резисторов в РКС: *a* –  $m = 3, N \in \mathbb{N}$ ; *b* –  $m = 3, N = 6$ ; *c* –  $m = 3, N = 6$  при полном синусном распределении проводимости РКС;  $A_j = A_m \sin[b - \frac{2\rho}{3}(j-1)]$ ,  $A_m = 1$

ные контакты, а обмотки СГ снабжены средним выводом (рис. 4). Формирование выходного сигнала ПС СГ осуществляется в соответствии с (4) при учёте выражения, ограниченного фигурными скобками в (10).

В представленной на рис. 4 схеме ПС СГ с квазисинусоидальными АСФ  $N=6, m=2$ . Выходной сигнал (ток) ДС определяется по аналогии с (16) [2]:

$$i_{dc} = i_{Wm} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{(2Nl-1)(2Nl+1)} \cos 2Nl\beta, \quad (25)$$

при этом размах пульсации выходного напряжения ДС



**Рис. 3.** Временные диаграммы работы УМ с усечённым синусным распределением проводимости РКС при  $m = 3, N = 6$

$$\frac{DU_W}{U_W} = \frac{1,23}{N^2}, \quad (26)$$

а частота и амплитуда первой гармоники пульсации равны:

$$f_{п1} = 2Nf_1; \quad a_{п1} = \frac{2}{4N^2 - 1} \gg \frac{0,5}{N^2}. \quad (27)$$

Отметим, что, как правило, на выходе ДС устанавливаются интегрирующий фильтр (в идеале – интегратор, см. ниже рис. 5). В этом случае выражение для пульсации выходного сигнала ДС будет иметь вид (для  $n$ -й гармоники) с учетом  $b = \omega_1 t$ :

$$DU_{dc\phi(n)} = \frac{U_{dc}}{4N^3 l^3 \omega_1}. \quad (28)$$

Отсюда следует, что пульсация, вызванная наличием второй гармоники в (25), составляет 1/8 пульсации, вызванной первой гармоникой. Поэтому для предварительных расчётов (в том числе для расчёта фильтра) можно учитывать только первую гармонику пульсации (27). В том случае, если ДС разрабатывается для ЭП с МСУ, это вполне допустимо, поскольку, в конечном счёте, колебания ско-



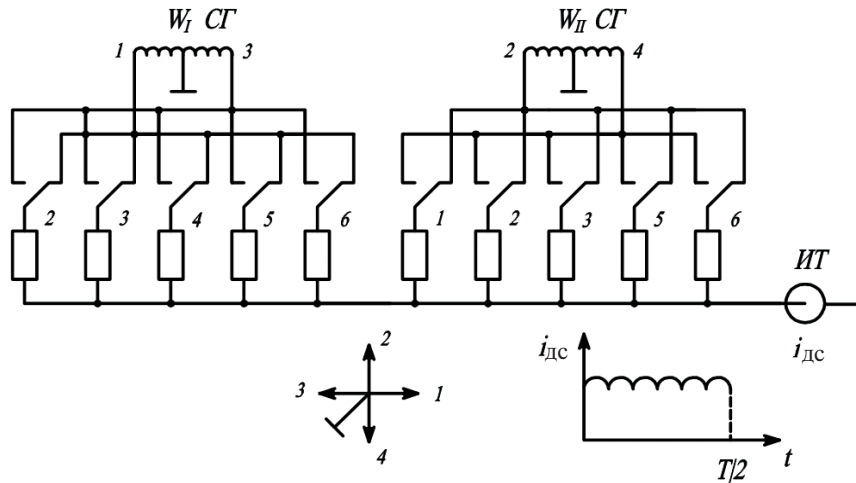


Рис. 4. Схема преобразователя сигналов (ПС) синхронного генератора (СГ) в реверсивный сигнал постоянного тока – в сигнал датчика скорости (ДС)  $i_{дс}$ ; ИТ – измеритель тока;  $m = 2, N = 6$

рости приводят к колебаниям угла  $Db$ , а  $Db_1 / Db_2 = 16$  (см. выше).

На рис. 4 показана также форма тока  $i_{дс}$  (при  $N = 6$ ). Анализ работы ДС с таким АСФ показывает, что ДС эквивалентен  $N$ -фазному двухполупериодному выпрямителю тока, т.е. представляет собой одновременно преобразователь числа фаз  $m$  в  $N$  и  $N$ -фазный выпрямитель тока, протекающего в РКС.

Учитывая это обстоятельство, можно упростить схему ПС СГ, используя не  $2N$ , а  $N$  ключей, поскольку все РКС работают на одну и ту же нагрузку – измеритель тока (ИТ на рис. 4). Однако радикально упростить эту схему можно, если обмотка СГ (и ДП) выполнена  $N$ -фазной. Такую обмотку можно сделать, например, в электрических машинах (ЭМ) с зубцовым шагом обмотки [2], секции которой размещены на каждом зубце. В этом случае схема ПС СГ (при  $m = 2$ ) будет иметь вид, показанный на рис. 5,а. При этом проводимость резисторов РКС для всех  $N$  фаз оказывается одинаковой, поскольку в этом случае  $i = j, b = j = p / N$ , и в (8) при  $b_0 = 0$

$$G_{ij} = G_j = G_m. \quad (29)$$

Соответственно, и выражение для выходного тока  $i_{дс}$  по аналогии с (4) будет иметь вид

$$i_{дс} = \dot{a} \sum_{j=1}^N \sin[b - j(j-1)] \text{sign} \sin[b - j(j-1)]. \quad (30)$$

Выразив величину  $\text{sign} \sin[b - j(j-1)]$  через единичную функцию [см. (9)], приходим к выражению (25).

Отметим, что обмотки СГ в схеме такого ДС выполнены с выводом от средней точки, которая заземлена ( $\wedge$ ). Однако при  $N$ , кратном нечетному

числу (в частности  $N = 2 \times 3 = 6$ ), схему ДС можно еще более упростить, выполнив ПС СГ однополупериодным с неперекидными контактами в ключах РКС, а обмотки фаз СГ – без выводов от средней точки (см. рис. 5,б). Отметим, что такую операцию можно сделать только в выпрямителях тока (но не напряжения).

Сравнивая эти две схемы ДС, можно заключить, что крутизна ДС в обеих схемах одинакова. Объясняется это тем, что при равном числе витков в обмотках СГ и при одинаковой токовой нагрузке

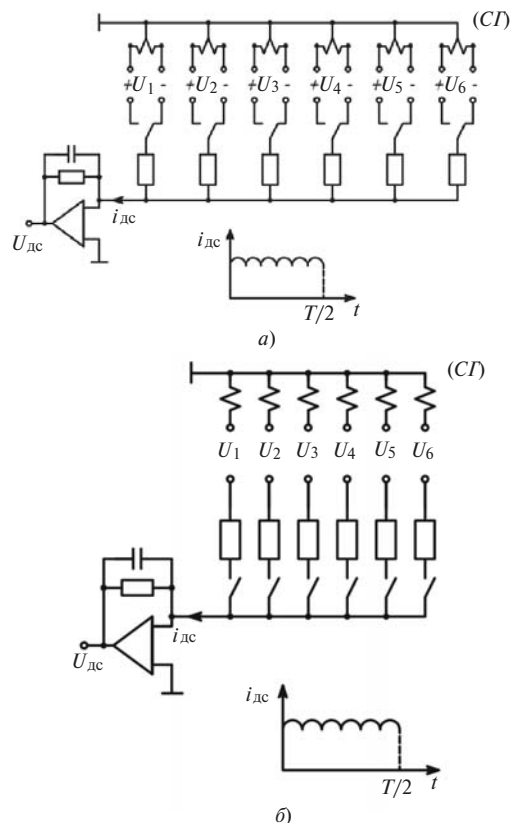


Рис. 5. Схема ПС  $N$ -фазного СГ с  $N$ -фазным датчиком положения: а – для чётного числа  $m$ ; б – для нечётного числа  $m$

на обмотки СГ крутизна последнего в первом случае (рис. 5,а) в два раза меньше, чем во втором (рис. 5,б), но коэффициент преобразования ПС СГ оказывается в два раза больше (за счёт использования двухполупериодного выпрямления).

Отметим, что формулы (26) и (27) справедливы только при условии синфазности выходных напряжений фаз СГ и выходных напряжений соответствующих фаз ДП, т.е. при  $Db=0$ . В противном случае ( $Db \neq 0$ ) на выходе ДС образуется дополнительная пульсация [4], которая может значительно (особенно при большом числе  $N$  и широком диапазоне частоты вращения) превышать значение, рассчитанное по (26) и (27). И если в статическом или близком к нему режиме, когда  $Db = \text{const}$ , можно для компенсации угла  $Db$  использовать стационарное фазовращающее устройство (ФВУ), то в динамическом режиме, когда  $Db = \text{var}$  (в основном за счёт ДП), приходится отслеживать это изменение в процессе работы ЭП. Идеальным решением для динамического режима является использование для управления ключами РКС ПС СГ напряжения, пропорционального интегралу от напряжения СГ. Однако в нижней части диапазона, особенно в низкооборотных приводах, это сделать достаточно сложно, а иногда и не нужно. Для управления ключами РКС в этом случае используют так называемый двухканальный формирователь сигналов управления (ФСУ) РКС. Он построен на базе интегрирующего фильтра (ИФ), на вход которого подаются сигналы с ДП (или с выхода ФВУ) и с выхода СГ. На выходе ИФ будет формироваться напряжение [2, 4]:

$$U_{\Phi} = \frac{k_b b_{\text{дп}} + c_e W}{1 + pT_{\Phi}}. \quad (31)$$

Параметры  $k_b$ ,  $c_e$  и  $T_{\Phi}$  выбираются так, чтобы на низких частотах (в нижней части диапазона частоты вращения)  $k_b b_{\text{дп}} \gg c_e W$ ,  $pT_{\Phi} \ll 1$ , а на высоких частотах (т.е. в верхней части диапазона)  $k_b b_{\text{дп}} \ll c_e W$ ,  $pT_{\Phi} \gg 1$ . Тогда в первом случае

$$U_{\Phi} = k_b b_{\text{дп}}, \quad (32)$$

во втором, с учетом  $W = pb$

$$U_{\Phi} = \frac{c_e}{T_{\Phi}} b. \quad (33)$$

Из (33) следует, что в той части диапазона частоты вращения, в которой в наибольшей степени сказываются погрешности ДП, сигнал не влияет на выходное напряжение ИФ и не вызывает дополнительных пульсаций в выходном сигнале ДС.

Таким образом, рассмотренное построение ДС на базе РКС (т.е. на базе пассивных элементов) не ограничивает значение выходного сигнала ДС и может применяться в ЭП с широким диапазоном

изменения частоты вращения [2]. Однако для этого необходимо в ЭП сравнивать выходной сигнал (в виде тока  $i_{\text{н}}$ ) датчика главной обратной связи с сигналом задания (в виде тока  $i_{\text{зад}}$ ) на входе входного устройства (ВУ) ЭП (обычно в виде операционного усилителя ОУ). А уже значение ошибки (в виде тока  $i_{\text{вх}}$ ) подается на вход ОУ [1, 2]. Для скоростной системы

$$i_{\text{вх}} = i_{W_{\text{зад}}} - i_{\text{дс}},$$

для позиционной

$$i_{\text{вх}} = i_{a_{\text{зад}}} - i_{a_{\text{н}}} - i_{\text{дс}}.$$

В этом случае ОУ ограничивает значение задания тока ( $\pm U_c$  – см. рис. 1) на входе УМ, т.е., в конечном счёте, – значение тока статора ИД и его момент, повышая тем самым надёжность УМ и ИД, а также механических узлов ЭП.

При работе ЭП в ограниченном (особенно сверху) диапазоне частоты вращения в качестве выходного сигнала ДС можно использовать напряжение  $U_{\text{дс}}$ , например с выхода ОУ (рис. 5). Часто это делается с телеметрированием параметров привода в процессе его работы: такое построение ДС используется и в ЭП с цифровым датчиком угла ЦДУ. В таких случаях в качестве множительных устройств (МУ) используются функциональные цифро-аналоговые преобразователи – ФЦАП (те же АСФ, но с цифровым управлением), умножающие входной аналоговый сигнал на тригонометрические функции угла поворота вала, представленного в цифровом виде, в частности двоичным кодом. Обычно такие МУ выполняются в виде микросхем с ограниченным диапазоном входного и выходного сигналов. Микросхемы ФЦАП имеют два входа: цифровой – для подачи сигналов с ЦДУ (в цифровом виде) и аналоговый – для подачи аналогового сигнала либо в виде входного напряжения  $\pm U_c$  (для ФУС), либо в виде выходного напряжения СГ (для ПС СГ). Следует сказать, что такую структуру ФУС и ПС СГ можно применять, если ЦДУ расположен на одном валу с ИД и СГ, когда отсутствует (или скомпенсирован) угол рассогласования ( $Db=0$ ). Если же ЦДУ в ЭП используется и как датчик главной обратной связи, а входной сигнал поступает в виде постоянного тока, то привод снабжается линейным ЦАП (ЛЦАП), вход которого присоединяется к выходу ЦДУ, а выход (совместно с выходом ДС) подключается к входу ЭП. Если входной сигнал поступает в виде цифрового кода, то на ЛЦАП подаются разность входного сигнала и сигнала с ЦДУ.

Если в структуре ЭП есть механическая передача (силовой редуктор и соединительные муфты) между валом ИД и нагрузкой, на валу которой установлен ДУ, то такое решение может привести к

автоколебаниям в ЭП. При этом значение угла  $\text{Db}$  будет изменяться, что приведёт к уменьшению (в большей или меньшей степени) значения  $U_{\text{дс}}$ , причём в тот момент, когда оно должно возрасти, что ослабляет действие корректирующей связи по скорости. В некотором роде это эквивалентно положительной обратной связи по углу  $\text{Db}$ , однако через значение  $\cos \text{Db}$  – см. (5).

Для предотвращения автоколебаний нужно использовать структуру ЭП, показанную в [1, рис. 4]. Однако кардинальным решением для привода с механической передачей (МП) является разделение функций, определяющих положение потока СГ (и ИД) и угловое положение нагрузки, т.е. ЭП с МП должен быть снабжён датчиками положения ротора (или его потока) и угла нагрузки, а в качестве МУ использован АСФ на РКС. Поскольку, как правило, к ЭП с МП не предъявляют высоких требований по плавности вращения нагрузки, то число  $N$  РКС в ПС СГ (и ФУС) выбирают не более  $N=9$ , при этом часто с учетом дополнительного нагрева обмотки ИД от наличия высших гармоник в статорном токе. Большую часть (примерно 60%) дополнительного нагрева обеспечивают две первые из высших гармоник с номерами  $n=2Nml$  [см. (11) при  $l=1$ ]. Отметим, что в такой ситуации в качестве ДП предпочитают использовать набор датчиков ЭДС Холла (ДХ), размещая их в зазоре, как правило, на зубцах статора СГ [10]. При этом число ДХ выбирают равным числу РКС. Для уменьшения габаритов и массы машины обмотки СГ и ДХ размещают на статоре СД, который выполняется в виде многополюсной синхронной машины с зубцовым шагом обмотки [2]. При этом, например, для электрических рулевых приводов (ЭРП), работающих в кратковременном режиме [5], выбирается  $N=3$  для  $m=3$  или  $N=4$  для  $m=2$ ; при длительном режиме работы ЭРП обычно выбирают  $N^3$  6.

Для определения дополнительных потерь полагают, что их значение от наличия  $n$ -й гармоники обратно пропорционально квадрату её номера, поэтому можно записать [10], обозначив через  $P$  мощность потерь:

$$\frac{DP}{P} = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{(2Nl-1)^2} + \frac{1}{(2Nl+1)^2} = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2[(Nl)^2+1]}{[(2Nl)^2-1]^2}.$$

При  $N^3$  9 единицей по отношению к  $(2N)^2$  можно пренебречь и считать, что [9]

$$\frac{DP}{P} = \frac{1}{2N^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^2} = \frac{p^2}{12N^2}. \quad (34)$$

Однако при малых значениях  $N$ , например  $N=3$ , формула (34) даёт заниженный на 10% результат:  $DP/P=0,091$  вместо 0,1.

Данная величина получена из соотношения эффективных значений трехступенчатой кривой ( $N=3$ ) тока и его первой гармоники, равного 1,05. Поскольку мощность пропорциональна квадрату указанного соотношения, то  $P_{\text{кр}}/P_1=1,1$ . Отметим, что при увеличении числа  $N$  точность (34) увеличивается и, например, при  $N=6$  погрешность составляет 2%.

Таким образом, АСФ, построенные на базе РКС, целесообразно использовать, во-первых, в безредукторных низкооборотных ЭП с большим диапазоном регулирования частоты и высокой плавностью вращения [2] и, во-вторых, в ЭП с механической передачей (МП), в частности в ЭРП с низкими требованиями к плавности вращения (или без таковых).

Аппроксиматоры, построенные с применением ФЦАП, целесообразно использовать в низкооборотных безредукторных ЭП с высокой плавностью вращения при ограниченном диапазоне частоты вращения ИД. Сложность применения таких АСФ в ЭП с МП заключается в обеспечении устойчивости ЭП и, как правило, сокращении полосы пропускания ЭП.

В заключение следует сказать, что аппроксиматоры синусоидальных функций (АСФ), выполненные на редукторно-ключевых схемах (РКС), широко применяются в электроприводах различного назначения: в электрических рулевых приводах, в приводах интерцепторов катеров класса «Соболь», в высокоскоростном приводе шлифовального станка [2] и др. Они использовались в безредукторных низкооборотных электроприводах с высокой плавностью вращения и большим диапазоном регулирования кинофототеодолитов серии «Висмутин», а также в приводе лазерного локатора «Крона».

Рассмотренные принципы построения АСФ на РКС были использованы в электроприводе часового ведения астрономических инструментов [6], в частности радиотелескопа РТ-22 Крымской обсерватории, в питающих генераторах системы управления комплекса «Аэрофон» [6]), в приводах систем форсированного разгона моторов-маховиков [2].

Аппроксиматоры на базе ФЦАП применяются в модернизированных безредукторных ЭП комплекса «Крона». Имеются сведения о попытке использовать их в ЭРП. Но, по мнению автора статьи, это скорее дань моде, чем техническая необходимость.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каржавов Б.Н. Об управлении моментом исполнительного двигателя в электроприводах. – Электричество, 2011, № 2, с. 39–45.
2. Баранов М.В., Бродовский В.Н., Зимин А.В., Каржавов Б.Н. Электрические следящие приводы с моментным управле-



нием исполнительными двигателями. — М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2006, 240 с.

3. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. — М.: Изд-во «Наука», 1981, 800 с.

4. Каржавов Б.Н. Построение синхронных агрегатов для электроприводов с управлением моментом исполнительного двигателя. — Электричество, 2013, № 4, с. 31–38.

5. Каржавов Б.Н. Электрические рулевые приводы на базе синхронных агрегатов. — Электричество, 2014, № 10, с. 45–53.

6. **Высокоточные** системы управления и приводы для вооружения и военной техники/Под ред. В.Л. Солунина. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999, 368 с.

[16.03.15]

*Автор: Каржавов Борис Николаевич окончил радиотехнический факультет Московского электротехнического института связи в 1957 г. В 1990 г. защитил докторскую диссертацию «Приборы и устройства систем управления и специальных электроприводов». Главный научный сотрудник ЦНИИ автотоники и гидравлики (ЦНИИАГ).*

*Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 9, pp. 39–47.*

## The Approximators of Sine-Wave Functions in Electric Drives

**KARZHAVOV Boris Nikolayevich** (*Central Research Institute of Automatics and Hydraulics, Moscow, Russia*) — *Chief Scientific Researcher, Dr. Sci. (Eng.)*

*This article is a continuation of the author's works devoted to investigation of electric drives involving torque control of actuator motors. Designing the multiplying devices made on the basis of quasi sine-wave approximators of sinusoidal functions and used in electric drives with torque control of actuator motors is considered. The article also shows the specific features pertinent to designing the approximators used in the devices generating control signals for the drive power amplifiers and in the converters of signals from synchronous generators into the speed sensor's reversible signal, also depending on the number of phases. Expressions characterizing the approximation quality are obtained. Examples of using approximators in various types of electric drives are given.*

**Key words:** *electric drive, multiplying device, approximators of sinusoidal functions, specific features pertinent to applying approximators, quality criterion*

### REFERENCES

1. Karzhavov B.N. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2011, No. 2, pp. 39–45.

2. Baranov M.V., Brodovskii V.N., Zimin A.V., Karzhavov B.N. *Elektricheskiye sledyashchiye privody s momentnym upravleniyem ispolnitel'nymi dvigatelyami* (Electric servo drives equipped with torque-controlled actuator motors). Moscow, Publ. of the Bauman Moscow State Technical University, 2006, 240 p.

3. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. *Integraly i ryady. Elementarnye funktsii* (Integrals and series. Elementary functions). Moscow, Publ. Nauka, 1981, 800 p.

4. Karzhavov B.N. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 4, pp. 31–38.

5. Karzhavov B.N. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 45–53.

6. **Vysokotochnye sistemy upravleniya i privody dlya vooruzheniya i voennoi tekhniki/ Pod red. V.L. Solunina** (Head-precision control systems and drives for arms and military equipment/Edit. by V.L. Solunin). Moscow, Publ. of the Bauman Moscow State Technical University, 1999, 368 p.

