

Электричество, 2015, № 9, с. 55–64.

Линеаризация усредненных структурных динамических моделей импульсных преобразователей постоянного напряжения в режиме прерывистого тока

БЕЛОВ Г.А.

Уточняются ранее обоснованные автором нелинейные усредненные структурные модели импульсных преобразователей постоянного напряжения (ППН) в режиме прерывистого тока (РПТ) с учетом прямого падения напряжения на силовом диоде и эквивалентного последовательного сопротивления (ЭПС) выходного конденсатора. Обоснование линеаризованных структурных моделей в РПТ оказывается намного сложнее, чем в режиме непрерывного тока (РНТ). Ток дросселя в РПТ представляет собой последовательность импульсов треугольной формы, для определения длительности которых необходимо рассчитывать длительность спада тока на каждом периоде переключений T . Длительность спада тока, в свою очередь, нелинейно зависит от длительности включенного состояния силового транзистора, задаваемой широтно-импульсным модулятором (ШИМ), а также от входного и выходного значений напряжения силовой части. Указанная сложность преодолевается без учета обычно используемого допущения о равенстве нулю активного сопротивления силовой цепи силового дросселя, что позволяет получить более общие, точные и в то же время достаточно простые соотношения для расчета параметров предлагаемых линеаризованных структурных моделей. Предлагаемая методика обоснования моделей едина для всех трех схем ППН (понижающей, повышающей, инвертирующей). Показана возможность получения линеаризованных усредненных моделей из ранее обоснованных линеаризованных дискретных структурных моделей, которые являются элементами единой системы структурных динамических моделей импульсных ППН.

Ключевые слова: импульсный преобразователь, усредненные структурные динамические модели, режим прерывистого тока, линеаризация моделей, связь усредненных и дискретных моделей

Усредненные структурные модели имеют большое значение для теории и практики. Их использование намного упрощает приближенный анализ и синтез систем управления импульсными преобразователями постоянного напряжения (ППН) [1–3]. Для каждой из трех основных схем силовой части ППН (понижающей, повышающей, инвертирующей) модели можно разделить: на нелинейные для

режима непрерывного тока (РНТ) силового дросселя; нелинейные для режима прерывистого тока (РПТ); линеаризованные для РНТ; линеаризованные для РПТ. Таким образом, минимальное число усредненных структурных моделей равно 12. Различаются также модели, полученные без учета активного сопротивления цепи силового дросселя (при $r=0$) и учитывающие влияние этого сопротив-

ления. В зарубежной литературе широкое распространение получили не структурные, а схемные усредненные модели силовой части [1], которые затрудняют использование теории автоматического управления при анализе и синтезе. Из сказанного очевидно, насколько разнообразно множество встречающихся в литературе усредненных динамических моделей ППН.

Наиболее просто обосновываются нелинейные и линеаризованные структурные модели для РНТ. Сложнее обосновать такие модели для РПТ [4], поскольку ток дросселя в этом случае представляет собой последовательность импульсов треугольной формы, для определения длительности которых необходимо рассчитывать длительность спада тока t_c на каждом периоде переключений T , в то время как в РНТ время t_c определяется очень просто: $t_c = T - t_1$, где t_1 — длительность включенного состояния силового транзистора, задаваемая широтно-импульсным модулятором (ШИМ) в составе системы управления. Необходимость учета нелинейной зависимости t_c от t_1 , входного $u_{вх}$ и выходного $u_{вых}$ напряжений существенно усложняет линеаризацию модели в РПТ. Большинство известных линеаризованных структурных моделей ППН для РПТ получено в предположении $r = 0$, например [5]. Однако такой подход при кажущейся простоте в ряде случаев не обеспечивает требуемую точность расчетов.

В статье уточняются ранее обоснованные нелинейные усредненные структурные модели импульсных ППН в РПТ [4] с учетом прямого падения напряжения на силовом диоде $u_{д.пр}$ и эквивалентного последовательного сопротивления (ЭПС) r_c выходного конденсатора и обосновывается единая методика линеаризации этих моделей. Показана возможность получения линеаризованных усредненных моделей из ранее обоснованных линеаризованных дискретных структурных моделей. Падение напряжения $u_{д.пр}$ учитывается в преобразователях с низким выходным напряжением во многих современных методиках расчетов ППН, применяемых зарубежными фирмами, например [6]. Учет сопротивления r_c необходим, поскольку в современных ППН частота $1/t_c$ оказывается в полосе пропускания разомкнутого контура регулирования (здесь $t_c = r_c C$, C — емкость выходного конденсатора).

Предлагаемая методика едина для всех трех схем ППН, основывается на простых и в то же время наиболее точных (при использовании метода усреднения) соотношениях для определения времени спада тока дросселя t_c , в которых учитывается активное сопротивление r . Единственным упрощающим допущением, вызывающим определенную

погрешность в расчетах, является предположение о том, что входное $u_{вх}$ и выходное $u_{вых}$ напряжения постоянны на периоде T и равны их средним значениям. Однако эти допущения практически неминусуются при использовании метода усреднения.

Уточнение нелинейных усредненных структурных моделей импульсных ППН в РПТ. В связи с тем, что методика обоснования нелинейных усредненных моделей с учетом падения напряжения $u_{д.пр}$ и сопротивления r_c мало отличается от изложенной в [4] и др., приведем ее только применительно к модели силовой части понижающего ППН (рис. 1,а).

Для схемы на рис. 1,а справедливы уравнения:

$$L \frac{di_L}{dt} = \begin{cases} -r_1 i_L - u_{вых} + u_{вх}, & 0 \leq t \leq t_1, \\ -r_2 i_L - u_{вых} - u_{д.пр}, & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases} \quad (1)$$

$$C \frac{du_C}{dt} = \begin{cases} i_L - \frac{u_{вых}}{R} - i_{н.д}, & 0 \leq t \leq t_1, \\ i_L - \frac{u_{вых}}{R} - u_{д.пр}, & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ -\frac{u_{вых}}{R} - i_{н.д}, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases} \quad (2)$$

$$u_{вых} = u_C + t_c \frac{du_C}{dt}, \quad (3)$$

где t_1 , t_c — длительность включенного состояния силового транзистора и спада тока дросселя; T — период переключений силового транзистора; $t_c = r_c C$ — постоянная времени выходного конденсатора; r_1 , r_2 — активные сопротивления цепи силового дросселя на интервалах t_1 , t_c ; для общности нагрузка ППН представлена параллельным соединением активного сопротивления R и источника дополнительного тока нагрузки $i_{н.д}(t)$.

Интегрируя (1) за время $t_1 + t_c$, получаем:

$$-r_1 \int_0^{t_1} \dot{i}_L dt - r_2 \int_{t_1}^{t_1+t_c} \dot{i}_L dt - \int_0^{t_1+t_c} \dot{u}_{вых} dt + \int_0^{t_1} \dot{u}_{вх} dt - u_{д.пр} t_c = 0.$$

Разделив это равенство на период T , с учетом выражений для средних значений тока $i_L(t)$ и напряжений $u_{вых}(t)$, $u_{вх}(t)$

$$i_{Lcp} = \frac{1}{T} \int_0^{t_1+t_c} \dot{i}_L dt; \quad u_{вых.ср} = \frac{1}{T} \int_0^{t_1+t_c} \dot{u}_{вых} dt; \\ u_{вх.ср} = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} \dot{u}_{вх} dt \quad (4)$$

и приближенных равенств

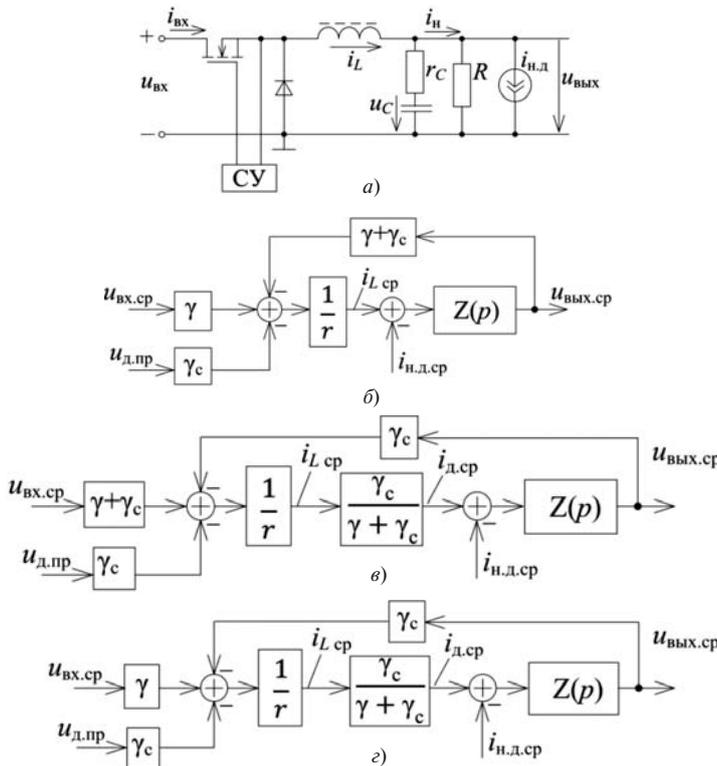


Рис. 1. Схема силовой части понижающего импульсного ППН (а); нелинейные усредненные структурные модели в РПТ понижающего (б), повышающего (в) и инвертирующего (з) ППН; СУ – система управления

$$\int_0^{t_1} \dot{i}_L dt = \frac{t_1}{t_1+t_c} \int_0^{t_1+t_c} \dot{i}_L dt; \quad \int_{t_1}^{t_1+t_c} \dot{i}_L dt = \frac{t_c}{t_1+t_c} \int_0^{t_1+t_c} \dot{i}_L dt; \quad (5)$$

$$\int_0^{t_1+t_c} \dot{u}_{\text{ВЫХ}} dt = (t_1+t_c)u_{\text{ВЫХ.СР}}; \quad \int_0^{t_1} \dot{u}_{\text{ВХ}} dt = t_1u_{\text{ВХ.СР}}$$

найдем

$$i_{L\text{СР}} = \frac{1}{r} [u_{\text{ВХ.СР}}g - u_{\text{ВЫХ.СР}}(g+g_c) - u_{\text{Д.ПР}}g_c], \quad (6)$$

где $g = t_1 / T$; $g_c = t_c / T$; r – усредненное значение активного сопротивления цепи силового дросселя;

$$r = \frac{r_1 t_1 + r_2 t_c}{t_1 + t_c}.$$

Далее будем полагать $r_1 = r_2 = r$.

Интегрируя (2) за период T и деля на T , получаем

$$C \frac{Du_C(T)}{T} = i_{L\text{СР}} - \frac{1}{R} u_{\text{ВХ.СР}} - i_{\text{Н.Д.СР}},$$

где $Du_C(T)$ – приращение мгновенного значения напряжения $u_C(T)$ за период T . Приняв в этом равенстве основное допущение метода усреднения

$$\frac{Du_C(T)}{T} = \frac{du_{C\text{СР}}}{dt}, \quad (7)$$

получим дифференциальное уравнение для усредненной переменной $u_{C\text{СР}}$

$$C \frac{du_{C\text{СР}}}{dt} = i_{L\text{СР}} - \frac{1}{R} u_{\text{ВЫХ.СР}} - i_{\text{Н.Д.СР}}. \quad (8)$$

Нетрудно убедиться в том, что (3) остается справедливым и для средних значений $u_{C\text{СР}}$ и $u_{\text{ВЫХ.СР}}$.

Уравнениям (6),(8) и (3), переписанным в операторной форме, соответствует структурная модель понижающего ППН в РПТ на рис. 1,б, где $Z(p)$ – операторное сопротивление выходного конденсатора с учетом сопротивления R ;

$$Z(p) = \frac{R(1+t_C p)}{1+t_C p}; \quad (9)$$

$T_C = (R+r_C)C$ – постоянная времени выходного конденсатора с учетом сопротивления нагрузки R .

Структурная модель на рис. 1,б формально отличается от известной [4] наличием дополнительной ветви с пропорциональным звеном с коэффициентом передачи g_c , на вход которого подается напряжение $u_{\text{Д.ПР}}$, и уточненным выражением (9) для $Z(p)$.

Аналогично (1)–(9) можно получить соотношения, обосновывающие уточненные нелинейные усредненные модели для повышающего и инвертирующего ППН (рис. 1,в и з) и отличающиеся от известных [4] наличием указанной дополнительной ветви и выражением (9). Как видно, в данном случае новые модели (рис. 1,б и в) не отрицают полностью старые [4], а лишь дополняют и уточняют их.

Полученные модели (рис. 1,в и з) удобны для расчета как переходных процессов, так и статических характеристик ППН. Необходимость деления на малое сопротивление r как определенное неудобство при вычислениях с использованием этих моделей устраняется преобразованием внутреннего контура обратной связи по напряжению $u_{\text{ВЫХ.СР}}$. При расчете статических характеристик в этих моделях необходимо положить $p=0$. Тогда $Z(p)=R$, и выражения для внешних характеристик в РПТ для понижающего, повышающего и инвертирующего ППН будут иметь вид:

$$(u_{\text{ВЫХ.СР}})_1 = \frac{g}{g+g_c} u_{\text{ВХ.СР}} - \frac{g_c}{g+g_c} u_{\text{Д.ПР}} - \frac{r}{g+g_c} i_{\text{Н.СР}};$$

$$(u_{\text{ВЫХ.СР}})_2 = \frac{g+g_c}{g_c} u_{\text{ВХ.СР}} - u_{\text{Д.ПР}} - \frac{g+g_c}{g_c^2} r i_{\text{Н.СР}}; \quad (10)$$

$$(u_{\text{ВЫХ.СР}})_3 = \frac{g}{g_c} u_{\text{ВХ.СР}} - u_{\text{Д.ПР}} - \frac{g+g_c}{g_c^2} r i_{\text{Н.СР}},$$

при выводе которых ток $i_{н.д.ср}$ исключен при помощи равенства

$$i_{н.ср} = \frac{u_{вых.ср}}{R} + i_{н.д.ср}. \quad (11)$$

Правильность выражений (10) подтверждается, например, тем, что на границе РНТ, где $g_c = 1 - g$, они должны совпадать с получаемыми соотношениями для РНТ.

Выражения (10) играют важную роль при расчетах как силовых частей ППН, так и установившихся режимов ППН с замкнутыми системами управления, а также при определении выходного сопротивления ППН и оценки неустойчивости выходного напряжения при изменениях тока нагрузки.

Обоснование линеаризованных усредненных структурных моделей в РПТ. Нелинейные модели на рис. 1,б–г не удобны для анализа и синтеза замкнутых систем управления ППН из-за отсутствия единственного управляющего входа, на который подавался бы управляющий сигнал g (на рис. 1 он входит в состав коэффициентов передачи нескольких звеньев). Кроме того, необходимо учитывать зависимость g_c от g , $u_{вх}$ и $u_{вых}$. Для устранения этого недостатка выполним линеаризацию моделей в окрестности точки установившегося режима. Сопротивление цепи силового дросселя на интервалах t_1 , t_c будем считать одинаковым и равным r . При определении мгновенного значения тока силового дросселя полагаем $u_{вх} = u_{вх.ср}$, $u_{вых} = u_{вых.ср}$ на периоде T . Символом «D» будем обозначать малые отклонения (вариации) токов, напряжений и длительностей временных интервалов от их установившихся значений.

Для понижающего ППН определим полный дифференциал выражения (6):

$$Di_{Lcp} = \frac{1}{r} [(u_{вх.ср} - u_{вых.ср}) Dg - (u_{вых.ср} + u_{д.пр}) Dg_c + g Du_{вх.ср} - g_c Du_{д.пр} - (g + g_c) Du_{вых.ср}]. \quad (12)$$

Для того чтобы можно было практически использовать соотношение (12), необходимо выразить Dg_c через Dg при переменных t_1 , $u_{вх.ср}$, $u_{вых.ср}$ и $u_{д.пр}$. Воспользуемся выражениями для тока i_L на интервалах t_1 нарастания тока

$$i_L = i_L^{t_1}(\text{¥})(1 - e^{-t/T_L}) \quad (13)$$

и t_c спада тока

$$i_L = [i_L(t_1) - i_L^{t_c}(\text{¥})] e^{-(t-t_1)/T_L} + i_L^{t_c}(\text{¥}), \quad (14)$$

справедливыми для всех трех схем, где $i_L^{t_1}(\text{¥})$ и $i_L^{t_c}(\text{¥})$ – асимптотические значения тока дросселя на интервалах t_1 и t_c ; $T_L = L/r$ – постоянная времени цепи силового дросселя; $i_L(t_1)$ – значение тока i_L в момент выключения силового транзистора, определяемое при $t=t_1$ из (13);

$$i_L(t_1) = i_L^{t_1}(\text{¥})(1 - e^{-t_1/T_L}). \quad (15)$$

Используя уравнение $i_L(t_1 + t_c) = 0$, с учетом (14) получаем уравнение для определения t_c :

$$e^{-t_c/T_L} = \frac{i_L^{t_c}(\text{¥})}{i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)}, \quad (16)$$

из которого

$$t_c = T_L \ln \frac{i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)}{i_L^{t_c}(\text{¥})}. \quad (17)$$

Найдем полный дифференциал выражения (17), считая переменными величины $i_L(t_1)$ и $i_L^{t_c}(\text{¥})$:

$$Dt_c = T_L \frac{i_L^{t_c}(\text{¥}) \{ i_L^{t_c}(\text{¥}) [Di_L^{t_c}(\text{¥}) - Di_L(t_1)] - [i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)] [i_L^{t_c}(\text{¥})]^2 \}}{[i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)] [i_L^{t_c}(\text{¥})]^2} \quad (18)$$

$$= T_L \frac{i_L(t_1) Di_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L^{t_c}(\text{¥}) Di_L(t_1)}{[i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)] [i_L^{t_c}(\text{¥})]}.$$

Используя в последующих преобразованиях вспомогательные тождества, полученные из (16):

$$1 - e^{-t_c/T_L} = - \frac{i_L(t_1)}{i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)};$$

$$\frac{1}{i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)} = \frac{e^{-t_c/T_L}}{i_L^{t_c}(\text{¥})};$$

$$\frac{i_L(t_1)}{i_L^{t_c}(\text{¥})} = 1 - e^{t_c/T_L};$$

$$e^{-(t_1+t_c)/T_L} = \frac{i_L^{t_c}(\text{¥}) e^{-t_1/T_L}}{i_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L(t_1)}, \quad (19)$$

получаем обобщенную формулу

$$Dt_c = - \frac{T_L}{e^{-t_c/T_L} Di_L^{t_c}(\text{¥}) - i_L^{t_c}(\text{¥})} [(1 - e^{-t_c/T_L}) Di_L^{t_c}(\text{¥}) + (1 - e^{-t_1/T_L}) \cdot i_L^{t_1}(\text{¥}) - i_L^{t_1}(\text{¥})] e^{-(t_1+t_c)/T_L} Dt_1, \quad (20)$$

пригодную для всех трех схем ППН.

Для понижающего ППН (рис. 1,а) имеем выражения:

$$\begin{aligned} i_L^{t_1}(\%) &= \frac{1}{r}(u_{\text{вх.ср}} - u_{\text{вых.ср}}); \\ i_L^{t_c}(\%) &= -\frac{1}{r}(u_{\text{вых.ср}} + Du_{\text{д.пр}}); \\ Di_L^{t_1}(\%) &= \frac{1}{r}(Du_{\text{вх.ср}} - Du_{\text{вых.ср}}); \\ Di_L^{t_c}(\%) &= -\frac{1}{r}(Du_{\text{вых.ср}} + Du_{\text{д.пр}}), \end{aligned} \quad (21)$$

с учетом которых, а также равенства $g_c = t_c / T$, после преобразований получим:

$$Di_{Lcp} = (K_1)_1 Dt_1 + (K_2)_1 Du_{\text{вх.ср}} - (K_3)_1 Du_{\text{вых.ср}} - (K_4)_1 Du_{\text{д.пр}}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} (K_1)_1 &= \frac{1}{rT}(u_{\text{вх.ср}} - u_{\text{вых.ср}})[1 - e^{-(t_1+t_c)/T_L}] = \\ &= \frac{1}{rT}(u_{\text{вх.ср}} + u_{\text{д.пр}})(1 - e^{-t_c/T_L}); \\ (K_2)_1 &= \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{e} g_c - \frac{T_L}{T}(1 - e^{-t_1/T_L})e^{-t_c/T_L} \frac{\dot{u}}{u}; \\ (K_3)_1 &= \frac{1}{r} \frac{\dot{u}}{u} g_c + g_c - \frac{T_L}{T}[1 - e^{-(t_1+t_c)/T_L}] \frac{\dot{u}}{u}; \\ (K_4)_1 &= \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{e} g_c - \frac{T_L}{T}(1 - e^{-t_c/T_L}) \frac{\dot{u}}{u} \end{aligned} \quad (23)$$

(Индекс «1» означает принадлежность выражения понижающему ППН.)

Уравнению (22) соответствует структурная динамическая модель (рис. 2,а), где коэффициенты $(K_j)_1, j=1,4$ определяются выражениями (23).

Аналогично может быть выполнена линеаризация динамических моделей повышающего и инвертирующего ППН (рис. 1,б и в). Однако в них в отличие от схемы на рис. 1,а на выходное звено $Z(p)$ действует среднее значение тока силового диода, который выражается через среднее значение тока силового дросселя:

$$i_{\text{д.ср}} = \frac{g_c}{g + g_c} i_{Lcp},$$

а отклонение этого тока от установившегося значения определяется выражением

$$Di_{\text{д.ср}} = \frac{g}{g + g_c} Di_{Lcp} + i_{Lcp} \frac{(g + g_c)Dg_c - g_c(Dg + Dg_c)}{(g + g_c)^2},$$

использование которого приводит к громоздким выражениям из-за нелинейной зависимости g_c от g . Поэтому для повышающего и инвертирующего ППН будем использовать выражение

$$i_{\text{д.ср}} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+t_c} \dot{O}i_L dt,$$

где ток i_L определяется по (14); с учетом (14)

$$i_{\text{д.ср}} = \frac{T_L}{T} [i_L(t_1) - i_L^{t_c}(\%)](1 - e^{-t_c/T_L})g_c i_L^{t_c}(\%). \quad (24)$$

Выразив полный дифференциал (24) при переменных $t_1, u_{\text{вх.ср}}, i_L(t_1), i_L^{t_c}(\%), t_c$ и фиксированном t , после преобразований получим соотношение, справедливое для повышающего и инвертирующего ППН:

$$\begin{aligned} Di_{\text{д.ср}} &= i_L^{t_1}(\%)(1 - e^{-t_c/T_L})e^{-t_1/T_L} Dg + \\ &+ \frac{T_L}{T}(1 - e^{-t_c/T_L})(1 - e^{-t_1/T_L}) Di_L^{t_1}(\%) + \\ &+ \frac{\dot{e}}{e} g_c - \frac{T_L}{T}(1 - e^{-t_c/T_L}) \frac{\dot{u}}{u} Di_L^{t_c}(\%). \end{aligned} \quad (25)$$

С учетом выражений для повышающего ППН (рис. 1) из (25) получим

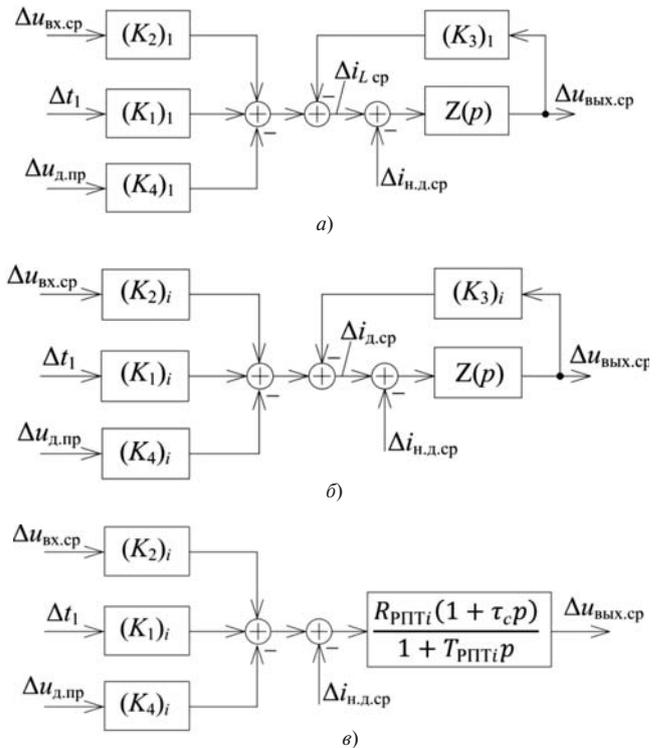


Рис. 2. Линеаризованные усредненные структурные динамические модели в РПТ: а – для понижающего ППН; б – для повышающего; в – преобразованная

$$D_{i_{д.ср}} = (K_1)_i D t_1 + (K_2)_i D u_{вх.ср} - (K_3)_i D u_{вых.ср} - (K_4)_i D u_{д.пр}, \quad (26)$$

где при $i=2$

$$\begin{aligned} (K_1)_2 &= \frac{1}{rT} u_{вх.ср} (1 - e^{-t_c/T_L}) e^{-t_1/T_L}; \\ (K_2)_2 &= \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{e} g_c - \frac{T_L}{T} (1 - e^{-t_c/T_L}) e^{-t_1/T_L} \frac{\dot{u}}{u}; \\ (K_3)_2 &= (K_4)_2 = \frac{1}{r} \frac{\dot{u}}{u} g_c - \frac{T_L}{T} [1 - e^{-t_c/T_L}] \frac{\dot{u}}{u}. \end{aligned} \quad (27)$$

Для инвертирующего ППН остаются справедливыми соотношения (26) и (27) при $i=3$.

Выражению (26) эквивалентна структурная динамическая модель для повышающего и инвертирующего ППН на рис. 2,б, которая формально отличается от модели для понижающего ППН (рис. 2,а) только тем, что на вход звена $Z(p)$ поступает сигнал $D i_{д.ср}$, а не $D i_{Lср}$.

Для удобства использования моделей (рис. 2,а и б) их необходимо преобразовать, устранив внутренний контур обратной связи по выходному напряжению. Тогда получим обобщенную структурную схему (рис. 2,в), в которой введены обозначения для преобразованных при переходе в РПТ сопротивления нагрузки

$$R_{рптi} = \frac{R}{1 + (K_3)_i R} \quad (28)$$

и постоянной времени выходного конденсатора

$$T_{рптi} = T_C \frac{1 + (K_3)_i (R||r_C)}{1 + (K_3)_i R} \quad (29)$$

для понижающего ($i=1$), повышающего ($i=2$) и инвертирующего ($i=3$) ППН. В (29) $T_C = (R + r_C)C$ – постоянная времени выходного конденсатора в РНТ. Видно, что значение $T_{рптi}$, обусловленное емкостью выходного конденсатора и сопротивлением нагрузки, в РПТ уменьшается, следовательно, соответствующий полюс смещается в область более высоких частот.

Большая часть известных динамических моделей ППН построена в предположении $r=0$, $u_{д.пр}=0$, такие модели могут рассматриваться как частные случаи моделей, полученных в данной статье. При малых значениях r (больших значениях T_L), заменяя экспоненциальные функции начальными членами их разложений в степенные ряды с учетом членов до второго порядка, получаем приближенные выражения, которые следуют и из известных моделей. Из (23) для понижающего ППН

$$(K_1)_1 = \frac{1}{L} (u_{вх.ср} + u_{д.пр}) g_c; \quad (K_2)_1 = \frac{g_c}{2fL};$$

$$(K_3)_1 = \frac{(g + g_c)^2}{2fL}; \quad (K_4)_1 = \frac{g_c^2}{2fL};$$

из (27) для повышающего

$$(K_1)_2 = \frac{u_{вх.ср} g_c}{L}; \quad (K_2)_2 = \frac{g_c (2g + g_c)}{2fL};$$

$$(K_3)_2 = (K_4)_2 = \frac{g_c^2}{2fL}$$

и инвертирующего ППН

$$(K_1)_3 = \frac{u_{вх.ср} g_c}{L}; \quad (K_2)_3 = \frac{g_c}{Lf};$$

$$(K_3)_3 = (K_4)_3 = \frac{g_c^2}{2fL}. \quad (30)$$

Связь усредненных структурных моделей (рис. 2,а и б) с дискретными структурными моделями. На рис. 3,а и б представлены уточненные структурные модели, обоснованные в [7], где $(S_j)_i(t)$, $j=1,2,3$, $i=1,2,3$ – функции, описывающие один импульс на выходе формирующих звеньев. Для понижающего ППН [7]:

$$(S_1)_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{L} u_{сх1} e^{-t/T_L}, & 0 \leq t \leq t_c, \\ 0, & t_c \leq t \leq T; \end{cases}$$

$$(S_2)_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - e^{-t/T_L}), & 0 \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{r} [(1 - e^{-(t-t_1)/T_L}) - e^{-t/T_L}], & t_1 \leq t \leq t_1 + t_c; \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T; \end{cases}$$

$$(S_3)_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{r} (1 - e^{-t/T_L}), & 0 \leq t \leq t_1 + t_c, \\ 0, & t_1 + t_c \leq t \leq T, \end{cases}$$

где время отсчитывается от момента срабатывания идеального импульсного элемента, к выходу которого подключено формирующее звено. Найдем средние значения этих функций за период переключений T :

$$(S_{1ср})_1 = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} \dot{O}(S_1)_1(t) dt = \frac{u_{сх1}}{rT} (1 - e^{-t_c/T_L});$$

$$(S_{2ср})_1 = \frac{1}{rT} \int_0^{t_1} \dot{e} \frac{1}{e} (1 - e^{-t/T_L}) dt + (e^{t_1/T_L} - 1) \int_{t_1}^{t_1+t_c} \dot{e} (e^{-t/T_L}) dt \frac{\dot{u}}{u} =$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{e} g_c - \frac{T_L}{T} (1 - e^{-t_1/T_L}) e^{-t_c/T_L} \frac{\dot{u}}{u} \quad (31)$$

$$(S_{3ср})_1 = \frac{1}{r} \frac{\dot{u}}{u} g_c + g_c - \frac{T_L}{T} [1 - e^{-(t_1+t_c)/T_L}] \frac{\dot{u}}{u}.$$

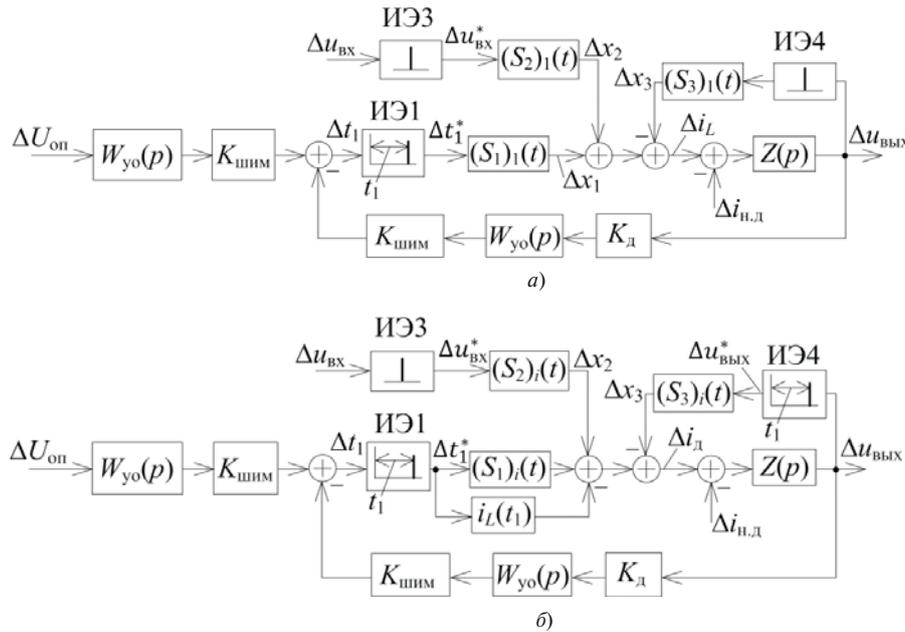


Рис. 3. Линеаризованные дискретные структурные динамические модели импульсных ППН с одноконтурной системой управления: *a* – понижающего; *б* – повышающего ($i = 2$) и инвертирующего ($i = 3$); сохранена принятая в [7] нумерация идеальных импульсных элементов ИЭ1, ИЭ3, ИЭ4

Следовательно, усредненная модель силовой части понижающего ППН (рис. 2,*a*) получается из дискретной модели силовой части (рис. 3,*a*) при замене ветвей, содержащих последовательно соединенные идеальный импульсный элемент и формирующее звено, пропорциональным звеном с коэффициентом передачи $(S_{1cp})_1$, $(S_{2cp})_1$ или $(S_{3cp})_1$. При обосновании дискретных моделей (рис. 3,*a* и *б*) не учитывались возможные изменения прямого падения напряжения на силовом диоде $Du_{д.пр}$, поэтому на рис. 3 отсутствует ветвь с входным сигналом $Du_{д.пр}$.

Сравнивая выражения (23) и (31), видим, что при учете равенства $u_{cx1} = u_{cx.ср} + u_{д.пр}$ они полностью совпадают:

$$(S_{1cp})_1 = (K_1)_1, (S_{2cp})_1 = (K_2)_1, (S_{3cp})_1 = (K_3)_1. \quad (32)$$

Аналогично из дискретной модели (рис. 3,*б*) получаются усредненные модели повышающего или инвертирующего ППН (рис. 2,*б*). Отличие состоит только в том, что в модели на рис. 3,*б* необходимо также усреднить, положив $Dt_1 = 1$, дельта-импульсы площадью $i_L(t_1)$, поступающие с выхода ИЭ1 на вход звена $Z(p)$. Результат этого усреднения равен $i_L(t_1)/T$, тогда должно выполняться равенство

$$(S_{1cp})_i - \frac{1}{T}i_L(t_1) = (K_1)_i, \quad (33)$$

где $i = 2, 3$.

Записав для повышающего ППН согласно [7] выражения $(S_i)_2(t)$, после их интегрирования найдем:

$$(S_{1cp})_2 = \frac{u_{cx2}}{rT} (1 - e^{-t_c/T_L});$$

$$(S_{2cp})_2 = \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{\dot{e}} g_c - \frac{T_L}{T} (1 - e^{-t_c/T_L}) e^{-t_1/T_L} \dot{u} \quad (34)$$

$$(S_{3cp})_2 = \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{\dot{e}} g_c - \frac{T_L}{T} [1 - e^{-t_c/T_L}] \dot{u}$$

Сравнивая (27) и (34), видим, что

$$(S_{2cp})_2 = (K_2)_2, (S_{3cp})_2 = (K_3)_2.$$

С учетом равенства (15)

$$(S_{1cp})_2 - \frac{1}{T}i_L(t_1) = \frac{1}{rT}u_{вх.ср}$$

$$\frac{\dot{e}}{\dot{e}} \frac{u_{cx2}}{r} (1 - e^{-t_c/T_L}) - (1 - e^{-t_1/T_L}) \dot{u}$$

где $u_{cx2} = u_{вх.ср} + u_{д.пр}$. Откуда, учитывая, что в данном случае

$$\frac{u_{cx2}}{u_{вх.ср}} = \frac{1 - e^{-(t_1+t_c)/T_L}}{1 - e^{-t_c/T_L}}, \quad (35)$$

найдем выражение

$$(S_{1cp})_2 - \frac{1}{T}i_L(t_1) = \frac{1}{rT}u_{вх.ср} (1 - e^{-t_c/T_L}) e^{-t_1/T_L},$$

совпадающее с первым выражением (27) и подтверждающее (32).

Записав для инвертирующего ППН согласно [7] выражения $(S_i)_3(t)$, после их интегрирования найдем:

$$\begin{aligned}
 (S_{1cp})_3 &= \frac{u_{cx3}}{rT} (1 - e^{-t_c/T_L}); \\
 (S_{2cp})_3 &= \frac{T_L}{rT} (1 - e^{-t_1/T_L})(1 - e^{-t_c/T_L}); \\
 (S_{3cp})_3 &= \frac{1}{r} \frac{\dot{e}}{\ddot{e}} g_c - \frac{T_L}{T} (1 - e^{-t_c/T_L}) \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Сравнивая выражения (27) и (36), видим, что

$$(S_{2cp})_3 = (K_2)_3, \quad (S_{3cp})_3 = (K_3)_3.$$

Проверим выполнение равенства (36) при $i = 3$ с учетом (15):

$$\begin{aligned}
 (S_{1cp})_3 \cdot \frac{1}{T} i_L(t_1) &= \frac{1}{rT} u_{вх.ср} \cdot \\
 \frac{\dot{e}}{\ddot{e}} \frac{u_{cx3}}{u_{вх.ср}} (1 - e^{-t_c/T_L}) &= (1 - e^{-t_1/T_L}) \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}
 \end{aligned}$$

В данном случае справедливо тождество (35) при замене u_{cx2} на u_{cx3} , поэтому

$$(S_{1cp})_3 \cdot \frac{1}{T} i_L(t_1) = \frac{1}{rT} u_{вх.ср} (1 - e^{-t_c/T_L}) e^{-t_1/T_L},$$

что совпадает с $(K_1)_3$ из (27).

В данной статье и в других работах автора обосновано множество структурных динамических моделей импульсных ППН, которое образует единую систему. Схема основных возможных преобразований моделей представлена на рис. 4.

Для дополнительной проверки предложенной в данной статье методики получения линеаризованных структурных моделей импульсных ППН и их параметров сравним полученные результаты с приводимыми в рекомендациях по применению микросхем TOPSwitch, предназначенных для создания обратноходовых ППН, являющихся частным случаем инвертирующего ППН [8]. В рекомендациях,

в частности, приведено выражение для передаточной функции силовой части обратноходового ППН по управляющему воздействию g , полученное при допущениях $r = 0, i_{н.д} = 0$:

$$P(p) = \frac{Du_{вых.ср}(p)}{Dg(p)} = K_p \frac{1 + p/w_{ESR}}{1 + p/w_p}, \tag{37}$$

где K_p – коэффициент усиления; w_{ESR}, w_p – частоты «нуля и полюса» передаточной функции, определяемые при наших обозначениях выражениями:

$$K_p = \frac{u_{вых.ср}}{g}; \quad w_p = \frac{2}{RC}; \quad w_{ESR} = \frac{1}{t_c}. \tag{38}$$

Отметим, что из правой части первого равенства (38) исключен коэффициент трансформации первичной обмотки трансформатора к вторичной $n_{тр}$, ошибочно введенный в [18], на что было указано в [5].

Справедливость третьего равенства (38) следует непосредственно из схемы на рис. 2, в.

Для обратноходового ППН остается справедливой нелинейная структурная модель на рис. 1, 2, если напряжение $u_{вх.ср}$ заменить на приведенное к вторичной обмотке $u_{вх.ср}^* = n_{тр} u_{вх.ср}$, под током i_{Lcp} понимать приведенный к вторичной обмотке ток намагничивания трансформатора, а индуктивность намагничивания L определять со стороны вторичной обмотки [5]. Остаются применимыми и линеаризованные структурные модели (рис. 2, б и в), если $Du_{вх.ср}$ заменить на $Du_{вх.ср}^*$, а напряжение схемы определять по формуле $u_{cx3} = u_{вх.ср}^* + u_{вых.ср} + u_{д.пр}$. Тогда согласно преобразованной структурной модели (рис. 2, в) с учетом (28)

$$K_p = T(K_1)_3 R_{рпт3} = T(K_1)_3 \frac{R}{1 + (K_3)_3 R}; \quad w_p = \frac{1}{T_{рпт3}},$$



Рис. 4. Схема возможных преобразований структурных динамических моделей импульсных ППН (возможные преобразования показаны стрелками)

где, определяя коэффициенты $(K_1)_3$, $(K_3)_3$ по формулам (30), полученным в предположении $r=0$, с учетом (29) найдем:

$$K_p = \frac{u_{\text{вх.ср}} g_c}{L_f + \frac{g_c}{R}}; T_{\text{рпт3}} = T_C \frac{1 + \frac{g_c^2}{2L_f}(R||r_C)}{1 + \frac{g_c^2 R}{2L_f}}, \quad (39)$$

где $r_C \ll R$. Для исключения g_c из (39) учтем известные из [5] соотношения, полученные при $r=0$:

$$g_c = g \frac{u_{\text{вх.ср}}}{u_{\text{вых.ср}}}; \frac{u_{\text{вых.ср}}}{u_{\text{вх.ср}}} = g \sqrt{\frac{R_{\text{н.экв}}}{2fL}},$$

где $R_{\text{н.экв}}$ – эквивалентное сопротивление нагрузки, учитывающее сопротивление R и дополнительный ток нагрузки $i_{\text{н.д.ср}}$;

$$R_{\text{н.экв}} = \frac{u_{\text{вых.ср}}}{i_{\text{н.д.ср}}} = R || \frac{u_{\text{вых.ср}}}{i_{\text{н.д.ср}}}.$$

Из последних двух соотношений следует

$$g_c = \sqrt{\frac{2L_f}{R_{\text{н.экв}}}}.$$

Тогда при $R_{\text{н.экв}} = R$, $r_C \ll R$ получим

$$K_p = \frac{u_{\text{вх.ср}}}{g_c} = \frac{u_{\text{вых.ср}}}{g}; T_{\text{рпт3}} = \frac{T_C}{2},$$

которые подтверждаются равенствами (38).

Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 9, pp. 55–64.

Linearization of the Averaged Structural Dynamic Models of DC Voltage Converters Operating in an Intermittent Current Mode

BELOV Gennadii Aleksandrovich (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.).

The averaged nonlinear structural models of impulse DC voltage converters (DCVC) that were previously substantiated by the authors are determined more exactly for an intermittent current mode (ICM) taking into account the forward voltage drop across the power diode and the equivalent series-connected impedance (ESI) of the output capacitor. The problem of substantiating linearized structural models in an ICM is much more difficult than in a continuous current mode (CCM). The choke current in an ICM is a sequence of triangular-shape impulses, the duration of which is determined based on calculating the current fall duration on each switching interval T . In turn, the current fall duration depends nonlinearly on the duration of the power transistor switched-on state, which is set by the pulse-width modulator (PWM), and on the power part's input and output voltages. The above-mentioned difficulty is surpassed without taking into account the usually adopted assumption about zero resistance of the power choke's main circuit, as a result of which it becomes possible to obtain more general but at the same time quite simple correlations for calculating the parameters of the proposed linearized structural models. The proposed model substantiation procedure is common for all three types of DCVC arrangements (step-down, step-up, and inverting). The article also demonstrates the possibility to obtain linearized averaged models based on the previously substantiated linearized discrete structural models, which are components of the unified system of structural dynamic models of impulse DCVCs.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Четти П. Проектирование ключевых источников электропитания/Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1990, 240 с.
2. Brown M. Power Supply Cookbook, Second Edition. – Newnes, 2001, 265 p.
3. Белов Г.А., Серебрянников А.В., Павлова А.А. К синтезу одноконтурной системы управления понижающими импульсными преобразователями. – Практическая силовая электроника, 2013, № 2(50), с. 26–33.
4. Белов Г.А. Структурные модели и исследование динамики импульсных преобразователей. – Электричество, 2008, № 4, с. 40–49.
5. Белов Г.А., Малинин Г.В., Семенов Ю.М. Усредненные структурные динамические модели инвертирующего импульсного преобразователя. – Практическая силовая электроника, 2013, № 4(52), с. 28–35.
6. 4,5-V to 5,2-V Input Current Mode Boost Controller. – Production Data Information. Texas Instruments Incorporated, 2008, pp. 1–36.
7. Белов Г.А. Преобразование линеаризованных дискретных структурных динамических моделей импульсных ППН. – Электричество, 2015, № 7, с. 45–55.
8. TOPSwitch-GX Flyback Design Methodology. Application Note AN-32: www.powerint.com

[24.11.14]

Автор: **Белов Геннадий Александрович** окончил факультет электронной техники Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. В 1991 г. защитил в МЭИ докторскую диссертацию «Развитие теории и разработка импульсных преобразователей постоянного напряжения». Заведующий кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета.

Key words: impulse converter, averaged structural dynamic models, intermittent current mode, linearization of models, interrelation between averaged and discrete models

REFERENCES

1. **Chetti P.** *Proektirovaniye klyuchevykh istochnikov elektropitaniya/Per. s angk.* (Project of power supply key source/Trans. from english). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1990, 240 p.
2. **Brown M.** *Power Supply Cookbook, Second Edition.* – Newnes, 2001, 265 p.
3. **Belov G.A., Serebryannikov A.V., Pavlova A.A.** *Prakticheskaya silovaya elektronika – in Russ. (Practical power electronics)*, 2013, No. 2(50), pp. 26–33.
4. **Belov G.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2008, No. 4, pp. 40–49.
5. **Belov G.A., Malinin G.V., Semenov Yu.M.** *Prakticheskaya silovaya elektronika – in Russ. (Practical power electronics)*, 2013, No. 4(52), pp. 28–35.
6. **4,5-V to 5,2-V Input Current Mode Boost Controller.** – Production Data Information. Texas Instruments Incorporated.
7. **Belov G.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 45–55.
8. **TOPSwitch-GX Flyback Design Methodology.** Application Note AN-32: www.powerint.com