

## Тепловые потоки в токовводах, содержащих высокотемпературные сверхпроводники

БУЯНОВ Ю.Л.

*Предложен приближенный аналитический метод решения и получены математические зависимости, определяющие тепловые потоки в неохлаждаемых с боковой поверхности ВТС токовводах, при разных значениях сопротивления резистивного проводника и контактного сопротивления в месте перехода тока из резистивного проводника в сверхпроводник. Выявлено соотношение между теплом, генерированным в контакте, и теплом, поступающим по резистивной секции в контакт, при разных длинах контактного соединения. Определено влияние температуры охлаждения токоввода на оптимальную плотность тока и удельный теплоприток к источнику охлаждения при разных отношениях сопротивления резистивного проводника и переходного сопротивления.*

**Ключевые слова:** высокотемпературные сверхпроводящие токовводы, расчет, оптимизация криогенных токовводов, контактное сопротивление

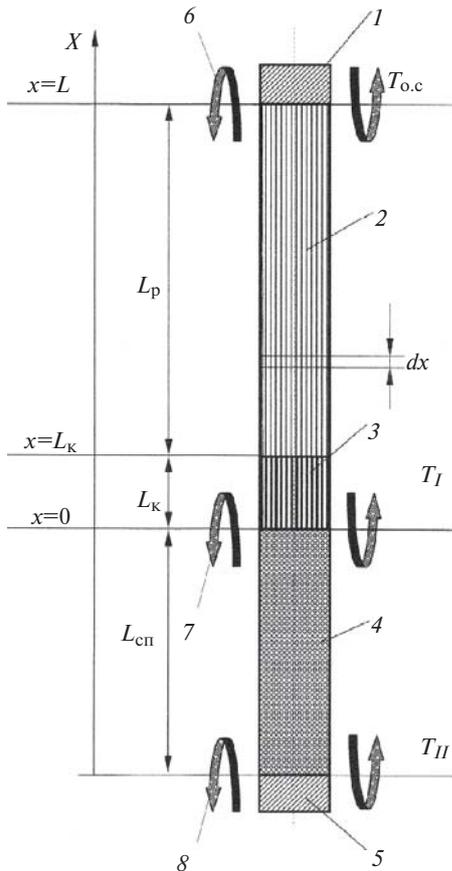
В электротехнических сверхпроводящих устройствах используются слаботочные проводники, необходимые для управления и измерения параметров, и сильноточные — для ввода и вывода энергии из сверхпроводниковых магнитов, которые применяются, в частности, в разнообразных устройствах для генерации, накопления и распределения энергии [1]. Поток тепла, поступающий по сильноточным токовводам в зону охлаждения сверхпроводникового магнита, является одним из основных в общем балансе тепла, которое для поддержания стабильной температуры охлаждения магнита необходимо отвести с помощью криогенной жидкости или криорефрижератора. С целью уменьшения тепла, распространяющегося в низкотемпературную зону в токовводе по проводнику, его холодная часть заменяется высокотемпературным сверхпроводником (ВТСП), что позволяет устранить на части длины токоввода выделение джоулева тепла.

Система охлаждения сверхпроводникового устройства должна содержать промежуточную ступень отвода тепла от резистивной секции и участка её соединения со сверхпроводником, для того чтобы температура сверхпроводниковой секции не превышала критическую температуру перехода сверхпроводника в нормальное состояние. Уровень температуры промежуточного охлаждения влияет на энергетические характеристики системы охлаждения в целом. Изменение температуры и тепло, которое генерируется в резистивной части токоввода и в контактном соединении, зависят от многих факторов: материала резистивной секции, плотности тока в ней, качества контактного соединения, температурного уровня охлаждения и условий охлаждения боковой поверхности. Пограничное условие, определяющее минимальное значение плотности тока, — отсутствие охлаждения с боковой по-

верхности. Наличие представленных в удобной для анализа форме математических зависимостей, описывающих распределение температуры и поступление по ВТСП токовводам тепла к системе охлаждения, позволяет выявить её эффективность, а также предупредить появление температурных зон, в которых сверхпроводимость не существует.

**Схема ВТСП токоввода.** На рис. 1 со схематическим изображением ВТСП токоввода можно выделить три участка (секции): резистивный, на котором ток течёт в нормальном проводнике; контактный, где происходит переход тока из нормального проводника в сверхпроводник, и участок с ВТСП проводником. Для результативной работы ВТСП токоввода необходимо, чтобы температура ВТСП участка была меньше критической температуры перехода ВТСП проводника в нормальное состояние. Для того чтобы обеспечить эти условия, необходимо предварительно охладить верхнюю часть ВТСП участка криогенной жидкостью, например жидким азотом, или холодным газом (при некоторой фиксированной температуре  $T_I$ ), который охлаждается криокулером или поступает из криорефрижератора. Сверхпроводниковое устройство (например охлаждаемый жидким гелием сверхпроводящий магнит) находится при температуре криостатирования  $T_{II}$ . Возможна также схема, при которой охлаждение на температурных уровнях  $T_I$  и  $T_{II}$  осуществляется криокулерами с применением теплопроводных тепловых мостов без использования криогенных жидкостей. В верхней части токоввода тепло отводится за счёт естественной конвекции в окружающую среду при температуре резистивной секции  $T_L$ .

**Уравнения теплового баланса.** Рассматривая одномерное стационарное температурное поле в токовводе, когда в тонких лентах и проводах темпе-



**Рис. 1.** Схема ВТСП токовода:  $T_{o.c}$  — температура окружающей среды;  $T_I$  — температура промежуточного охлаждения (I ступень охлаждения);  $T_{II}$  — температура охлаждения сверхпроводникового устройства (II ступень охлаждения);  $x$  — осевая координата; длины:  $L_k$  — контактного участка;  $L_p$  — резистивной секции;  $L$  — общая (резистивного и контактного участков);  $L_{сп}$  — сверхпроводниковой секции; 1 — клеммный элемент для присоединения токовода к шине источника питания; 2 — резистивный участок; 3 — контактный участок; 4 — ВТСП участок; 5 — соединительный элемент со сверхпроводниковым устройством; 6, 7, 8 — отвод тепла на температурном уровне  $T_{o.c}$ ,  $T_I$ ,  $T_{II}$  соответственно

температура изменяется только в направлении координаты  $x$ , запишем дифференциальные уравнения теплового баланса элементарных объемов  $dv = dxS$  ( $S$  — площадь поперечного сечения) для каждого из трёх показанных на рис. 1 секций токовода (индексы 1–3):

$$\frac{d}{dx}[q_1(T)] + I_1^2 dR_1(T) / dv = w_1;$$

$$\frac{d}{dx}[q_2(T)] + \frac{I_2^2(x) dR_2(T) + I_2^2(x) dR_k(T)}{dv} = w_2; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}[q_3(T)] = w_3,$$

где  $I_1$  — ток в резистивной секции 1;  $I_2(x)$  — ток в контактной секции 2;  $dI_2(x)$  — ток, переходящий на элементарном участке из нормального проводника в сверхпроводник;  $dR_1$ ,  $dR_2$  — сопротивления нормального проводника на участках токовода 1 и 2;  $dR_k$  — переходное (поверхностное) сопротивление

контактного соединения;  $l$  — коэффициент теплопроводности;  $q = l(T) \frac{dT}{dx}$  — плотность теплового потока в секциях 1–3;  $w$  — тепловой поток на единицу объема, отводимый от боковой поверхности соответствующего участка токовода.

Тепловое состояние резистивной секции и контактного участка определяет энергетические затраты, необходимые для компенсации тепла, генерированного в этих частях токовода, и влияет на работу ВТСП секции. Наиболее напряжённый тепловой режим в случае, когда отсутствует охлаждение токовода холодным газом вдоль его боковой поверхности ( $w_1 = w_2 = w_3 = 0$ ), а тепло к источнику холода отводится только с торцевой поверхности. Устанавливая зависящие от температуры коэффициенты теплопроводности и удельного сопротивления нормального металла в резистивной секции и на контактном участке среднеинтегральными, получаем из системы (1) для элементарных участков секций 1–3 уравнения:

$$\frac{d^2 T_1}{dx^2} + j_1^2 (r_1 / l_1) = 0; \quad (2)$$

$$\frac{d^2 T_2}{dx^2} + (r_2 / l_2) j_2^2(x) + \frac{R_k I_k^2}{R_z} \frac{dj_2(x)}{dx} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{d^2 T_3}{dx^2} = 0, \quad (4)$$

где  $j_1$ ,  $j_2$  — плотность тока в соответствующей секции;  $r$  — удельное сопротивление;  $L_k$  — длина контактного участка;  $R_2$  — сопротивление нормального проводника на этом участке;  $R_k$  — боковое поверхностное сопротивление, через которое ток перетекает в сверхпроводник.

**Изменение температуры и теплового потока на различных участках токовода.** При фиксированных температурах охлаждения  $T_I$  и  $T_{II}$  рассмотрим изменение температуры и теплового потока на участках 1 и 2 путём совместного решения уравнений (2) и (3). Поток тепла по высокотемпературному сверхпроводнику на участке 3, который определяется из (4), зависит только от разности температур  $T_I - T_{II}$ , коэффициента теплопроводности и геометрических размеров сверхпроводника. Определение теплового потока на участках 1 и 2 более сложное.

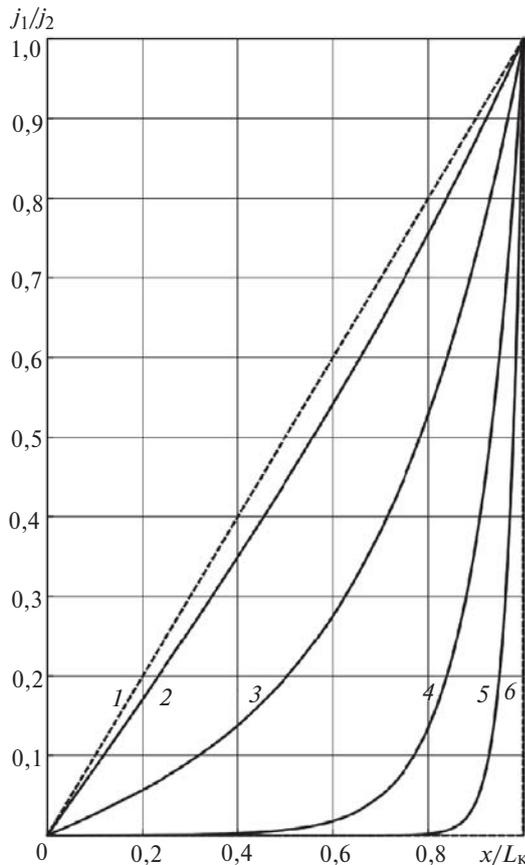
Установим нулевое значение осевой координаты  $x$  (см. рис. 1) в начале контактного участка. Ток (и, соответственно, плотность тока  $j_1$ ) в резистивной части токовода имеют постоянное значение. В контактной секции ток переходит из нормального металла, например меди, в сверхпроводник. Поэтому плотность тока в нормальном металле  $j_2$ , кон-

тактирующим с ВТСП проводом, изменяется на длине  $L_K$  от постоянного значения  $j_1$  в резистивной секции, т.е.  $(j_2)_{x=L_K} = j_1 = I_1/S$ , до нуля  $(j_2)_{x=0} = 0$ .

Изменение плотности тока в контактном соединении на длине  $L_K$  в направлении оси  $x$  зависит от соотношения между сопротивлением (вдоль этой оси) нормального проводника  $R_2$  и поверхностным (контактным) сопротивлением  $R_K$ , через которое ток перетекает в сверхпроводник. На основе [2] с учётом принятого направления оси  $x$  [3] можно записать, что плотность тока  $j_2(x)$  в нормальном проводнике контакта определяется из соотношения

$$\frac{j_2}{j_1} = \frac{\text{sh}[\sqrt{R_2/R_K}(x/L_K)]}{\text{sh}\sqrt{R_2/R_K}} \quad (5)$$

На рис. 2 показано изменение плотности тока вдоль контактного участка для разных соотношений  $R_2/R_K$ . При малом значении  $R_K$  (большим значением отношения  $R_2/R_K$ ) ток перетекает в сверхпроводник на малой части длины контакта  $DL_K \ll L_K$ , а при большом сопротивлении контактной поверхности протекает в контакте по всей



**Рис. 2.** Изменение отношения плотностей тока  $j_2/j_1$  вдоль относительной длины контактного участка  $x/L_K$ ;  $x$  – осевая координата;  $L_K$  – длина контактного участка;  $j_1 = (j_2)_{x=L_K}$  – плотность тока в точке  $x = L_K$ ;  $j_2(x)$  – плотность тока в контактном участке: 1 –  $R_2/R_K \ll 0$ ; 2 –  $R_2/R_K = 1$ ; 3 – 10; 4 – 100; 5 – 1000; 6 –  $R_2/R_K \gg \infty$

длине нормального проводника  $L_K$ . При  $R_2/R_K \ll 0$  значение  $j_2/j_1 = x/L_K$  (штриховая линия 1). Также можно представить граничный случай  $R_2/R_K \gg \infty$ , при этом  $j_2/j_1 = 0$  (линия 6).

Найдём изменение температуры и теплового потока в нормальном проводнике резистивной секции  $T_1, Q_1$  и на контактном участке  $T_2, Q_2$ . Полагаем, что площади поперечного сечения нормального проводника в обеих секциях равны ( $S = S_1 = S_2$ ). Тогда после совместного решения системы уравнений (2) и (3) можно получить выражения, определяющие температуру и тепловой поток по оси  $x$ :

$$T_1 = G_1 + G_2 x - \frac{r_1}{2l_1} j_1^2 x^2; \quad (6)$$

$$Q_1 = l_1 \frac{\partial}{\partial x} G_2 - \frac{r_1}{l_1} j_1^2 x; \quad (7)$$

$$T_2 = G_3 + G_4 x - \frac{r_2}{4l_2} j_1^2 \frac{\text{ch}(2\sqrt{y}x)}{y \text{sh}^2(\sqrt{y}L_K)}; \quad (8)$$

$$Q_2 = l_2 \frac{\partial}{\partial x} G_4 - \frac{r_2}{2l_2} j_1^2 \frac{\text{sh}(2\sqrt{y}x)}{y \text{sh}^2(\sqrt{y}L_K)}; \quad (9)$$

где  $y = \frac{R_2/R_K}{L_K^2}$ .

При граничных условиях:  $(T_1)_{x=L} = T_L$ ;  $(T_1)_{x=L_K} = (T_2)_{x=L_K}$ ;  $(Q_1)_{x=L_K} = (Q_2)_{x=L_K}$ ;  $(T_2)_{x=0} = T_I$  постоянные интегрирования равны:

$$G_1 = \frac{L[(a_2 + a_4)l_2 - a_3L_K] + a_1(l_1 - l_2)L_K}{l_1L_K + l_2(L - L_K)}; \quad (10)$$

$$G_2 = \frac{a_3L_K - (a_2 - a_1 + a_4)l_2}{l_1L_K + l_2(L - L_K)};$$

$$G_3 = a_4; \quad G_4 = \frac{(a_1 - a_2 - a_4)l_1 - a_3(L - L_K)}{l_1L_K + l_2(L - L_K)};$$

где  $a_1 = T_L + \frac{r_1(j_1L)^2}{2l_1}$ ;

$$a_2 = \frac{j_1^2 r_1 L_K^2}{2l_1} - \frac{r_2}{2l_2} \frac{\text{ch}^2(\sqrt{y}L_K)}{y \text{sh}^2(\sqrt{y}L_K)};$$

$$a_3 = j_1^2 \frac{r_1 L_K}{l_1} - \frac{r_2}{2} \frac{\text{sh}^2(2\sqrt{y}L_K)}{\sqrt{y} \text{sh}^2(\sqrt{y}L_K)};$$

$$a_4 = T_I + \frac{j_1^2 r_2}{4l_2 y \text{sh}^2(\sqrt{y}L_K)}.$$

Тепловой поток, поступающий в контактный участок из резистивной секции  $(Q_1)_{x=L_K} = (Q_2)_{x=L_K}$ , определяется из уравнения

$$(Q_2)_{x=L_K} = \frac{S}{L_p + L_{L_K}} \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} l_1 (T_L - T_I) + j_1 \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} r \frac{\frac{\epsilon}{\epsilon} L^2 - L_K^2}{2} - L_p L_K \frac{\ddot{\epsilon}}{\epsilon} + L r \frac{\frac{\epsilon}{\epsilon} L}{2 \epsilon} - \frac{L_K \coth \sqrt{y} L_K}{\sqrt{y}}$$

где  $L=L_p + L_K$  – общая длина резистивной секции и контактного участка;  $L = l_1 / l_2$ . Из (9) можно определить тепловой поток в начале контактного соединения  $(Q_2)_{x=0}$  и, следовательно, удельный тепловой поток  $(q_2)_{x=0} = (Q_2)_{x=0} / I$ , поступающий на температурный уровень промежуточного (предварительного) охлаждения  $T_I$ :

$$(q_2)_{x=0} = [j_1 (L_p + L_{L_K})] \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} l_1 (T_L - T_I) + j_1 \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} r \frac{\frac{\epsilon}{\epsilon} L^2 - L_K^2}{2} - L_p L_K \frac{\ddot{\epsilon}}{\epsilon} + L r \frac{\frac{\epsilon}{\epsilon} L}{2 \epsilon} - \frac{L_p \coth \sqrt{y} L_K}{\sqrt{y}} \tag{11}$$

**Выделение тепла в контактом участке.** Используя (8) и (9), можно в любой точке контактного участка определить значение температуры и количество тепла, передаваемого в единицу времени на этом участке. Рассмотрим выделение тепла в соединении элемента ВТСП проводника с медной лентой равной толщины и ширины. Нижний торец медной ленты охлаждается жидким азотом. Принято: общая длина резистивной части и контактного участка  $L=L_p + L_K = 1$  м; площадь поперечного сечения нормального проводника  $S = db$ , где ширина ленты  $b = 4$  мм и ее толщина  $d = 1$  мм соответствуют характерным значениям параметров ВТСП лент. Расчётные удельные сопротивления  $r_1, r_2$  и коэффициенты теплопроводности  $l_1, l_2$  нормального металла в резистивной части и на контактом участке, соответственно, отвечают среднеинтегральным значениям удельного сопротивления меди М1 в диапазонах между температурой окружающей среды  $T_L = 300$  К и принятым критическим значением температуры  $T_{кр} = 95$  К и в диапазоне  $[T_{кр}, T_L = 80$  К]. Рассмотрены случаи соединений между нормальным металлом и сверхпроводником, у которых длина паяных контактов составляет от 10 до 100 мм.

На рис. 3 показано изменение теплового потока вдоль координаты  $x$  на интервале  $0 \leq x \leq L_K$  при различных соотношениях между сопротивлением нормального проводника и поверхностным сопротивлением при  $T_I = 80$  К и плотности тока  $j_1 = 5$  А/мм<sup>2</sup>. Видно, что в широком интервале измене-

ния параметра  $R_2 / R_K$  (от 1000 до 1), т. е. когда поверхностное сопротивление значительно меньше сопротивления нормального металла или когда их значения близки, тепловые потоки в контактом соединении (при принятых в расчёте геометрических параметрах и теплофизических свойствах) по абсолютному значению мало отличаются на всей длине контактного соединения. Только в случае, когда поверхностное сопротивление много больше сопротивления нормального проводника, происходит резкий рост значения  $Q_2$  из-за увеличения выделения джоулева тепла в контакте.

На рис. 3 зависимость  $Q_2(x)$  показана для неохлаждаемых контактов разной длины: 50 и 100 мм. Чем меньше длина контакта, тем большее количество тепла поступает к источнику охлаждения, но при этом температура контакта остаётся ниже критической. На более длинном контакте вследствие поступления тепла из резистивной части токовода и отсутствия бокового теплоотвода на части длины контакта температура может превысить  $T_{кр}$ , значение которой в данном расчёте принималось равным 95 К, а изменение температуры вычислялось по (8). На рис. 3 изменение  $Q_2(x)$  на участках  $T > T_{кр}$  условно показано штриховой линией, так

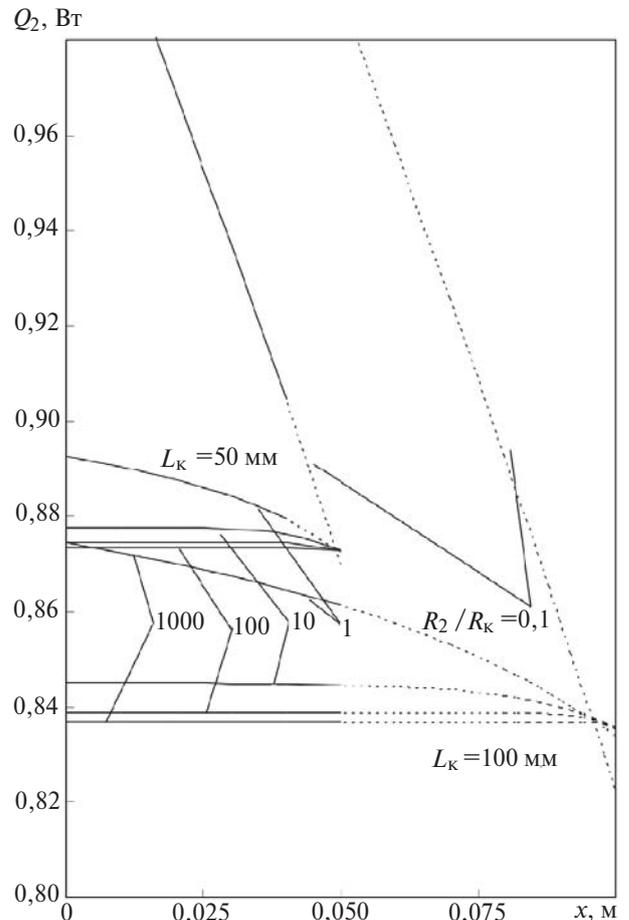


Рис. 3. Изменение теплового потока вдоль координаты  $x$  на контактом участке  $L_K$  при изменении параметра  $R_2 / R_K$

как в этом случае следует дополнительно учитывать выделение джоулева тепла в самом сверхпроводнике, которое здесь не учтено. Тепловая мощность, выделяющаяся в контактном соединении,  $DQ_K = (Q_2)_{x=0} - (Q_2)_{x=L_K}$ , определяется из выражения

$$DQ_K = j_1^2 S r_2 L_K \sqrt{R_K / R_2} \operatorname{cth} \sqrt{R_2 / R_K}.$$

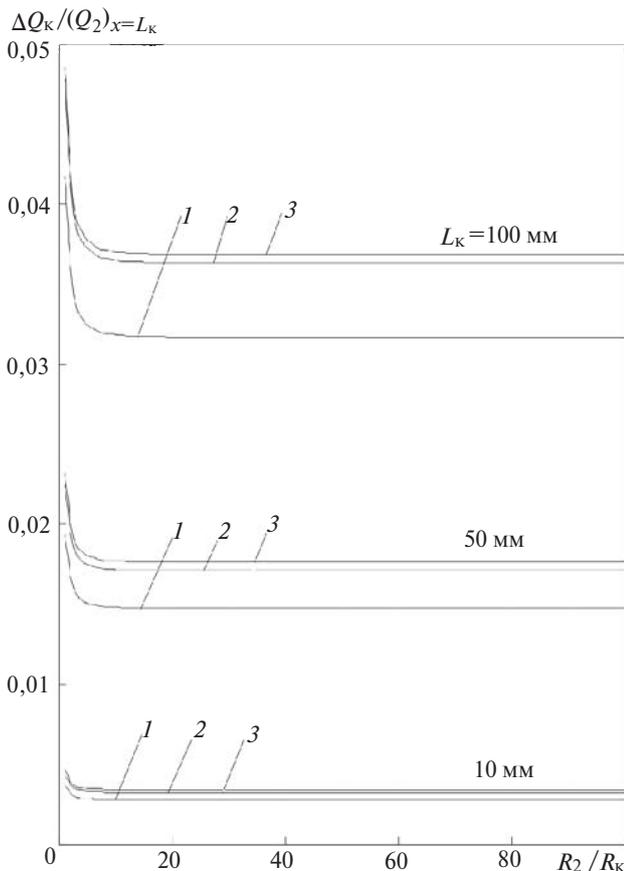
На рис. 4 показано изменение отношения  $DQ_K / (Q_2)_{x=L_K}$  в зависимости от соотношения между  $R_2$  и  $R_K$ . При  $R_2 / R_K > 1$  в контакте выделяется малое количество тепла  $DQ_K$  в сравнении с тем, которое поступает в контакт из резистивной секции  $(Q_2)_{x=L_K}$ . Такое соотношение между сопротивлениями характерно для реальных случаев.

Отношение  $R_2 / R_K$  можно представить в виде

$$R_2 / R_K = \frac{r_2 L_K^2}{d(r_{\Pi} d_{\Pi} + w)},$$

где  $r_{\Pi} d_{\Pi}$  — произведение

удельного сопротивления припоя на толщину его слоя,  $w$  — сумма произведений удельного сопротивления слоя стабилизатора, защитной оболочки и внутренних слоев ВТСП проводника на значения



**Рис. 4.** Зависимость изменения соотношения между тепловым потоком в контактном соединении  $DQ_K$  и теплопритоком из резистивной секции в контакт  $(Q_2)_{x=L_K}$  при изменении отношения  $R_2 / R_K$  и разных значениях длины контакта  $L_K$ ; плотность тока в резистивной секции: 1 — 7 А/мм<sup>2</sup>; 2 — 6 А/мм<sup>2</sup>; 3 — 5 А/мм<sup>2</sup>

их толщины. Кроме поперечного сопротивления самого ВТСП проводника, в параметр  $w$  следует включить дополнительное поверхностное сопротивление на единицу площади, обусловленное качеством пайки контакта — полнотой заполнения припоем соединительного шва, наличием микротрещин и т.д.

При  $R_K \ll R_2$  поперечное сопротивление обусловлено в основном свойствами припоя ( $r_{\Pi} d_{\Pi} \gg w$ ). Например, если спаянные индием толщиной 0,01 мм сверхпроводник и медная лента М1, имеющие толщину  $d=1$  мм, находятся при температуре 80–95 К (в этом случае  $r_2 / r_{\Pi} \gg 0,1$ ), то в интервале  $L_K = 10–100$  мм значение  $R_2 / R_K = 10^2 - 10^4$ . При этих значениях отношение  $DQ_K / (Q_2)_{x=L_K}$ , как видно из рис. 4, минимально, т.е. генерируемое в контакте тепло значительно меньше тепла, подводимого к нему по резистивному участку, следовательно, его выделение в контакте слабо влияет на требуемый расход охлаждающего криогента. С увеличением параметра  $w$  отношение  $R_2 / R_K$  уменьшается, так как возрастает поверхностное сопротивление, при этом чем длиннее контакт, тем большего значения  $w$  можно допустить. Например, при  $R_K = R_2$  отношение  $w / r_{\Pi} d_{\Pi} = 10^2 - 10^4$  (при  $L_K = 10–100$  мм), а значение  $DQ_K$  все еще значительно меньше  $(Q_2)_{x=L_K}$ .

Если  $R_K = R_2$ , то из (5) следует, что  $j_2 = \frac{\operatorname{sh} x / L_K}{\operatorname{sh} l}$ . При этом установлено, что значения  $j_2 / j_1$ , рассчитанные по этому уравнению в диапазоне  $[x=0; L_K]$ , близки к значениям функции  $j_2 / j_1 = x / L_K$ , которая имеет этот вид при  $R_K \gg R_2$ . Это обстоятельство позволяет найти простые уравнения для определения тепловой нагрузки, вызванной теплопритоком по тоководу, и определить количество тепла, поступающего на температурный уровень  $I$  ступени охлаждения при максимальном и минимальном значениях поверхностного сопротивления.

**Минимальное и максимальное выделение количества тепла в контакте.** В случае малого поверхностного сопротивления в контактном соединении уравнения, определяющие распределение температуры и теплового потока, можно упростить (в отличие от решения задачи в общем виде по (6)–(9)). Возможны два пути для записи соответствующих формул. Например, пренебречь в (3) членом  $\frac{R_K L_K^2}{R_2} \frac{\partial^2 j(x)}{\partial x^2}$ , который определяет выделение тепла при прохождении тока через поверхностное сопротивление, затем подставить в (3) выражение (5) и, отбросив члены малого порядка, получить ко-

нечный результат. Другой путь, который здесь рассматривается: принять, что ток в нормальном проводнике, составляющем паяный контакт со сверхпроводником, отсутствует (так как полностью перешёл в сверхпроводник на границе контактного участка), тогда на этой границе ( $x = L_K$ ) тепловой поток в нормальном проводнике

$$(Q_1)_{x=L_K}^* = (Q_2)_{x=L_K}^* = \frac{S}{L_p + L_{L_K}} \hat{e} \hat{L} (T_L - T_I) + \frac{r_1}{2} (j_1 L_p)^2 \frac{\dot{U}}{U} \quad (12)$$

Изменение температуры в обесточенном нормальном проводнике контактного участка представляет собой линейную функцию координаты

$$T_2^* = G_3^* + G_4^* x = T_I + \frac{x}{L_p + L_{L_K}} \hat{e} \hat{L} (T_L - T_0) + \frac{r_1}{2 l_2} (j_1 L_p)^2 \frac{\dot{U}}{U}$$

поэтому тепловой поток в нём постоянен:  $(Q_1)_{x=0}^* = (Q_2)_{x=L_K}^*$ . Рассчитанные по (12) тепловые потоки практически совпадают со значениями  $Q_2(x)$ , найденными по (9) при  $R_2 / R_K \gg 1000$ . В рассматриваемом случае переходное сопротивление минимально, поэтому тепловой поток предопределяет минимальную тепловую нагрузку  $I$  ступени охлаждения неохлаждаемого с боковой поверхности ВТСП токовода.

Рассмотрим другой случай, когда поверхностное сопротивление велико и ток в нормальном проводнике проходит по всей длине контактного участка, тогда  $j_x / j_1 = x / L_K$  и уравнения (6)–(9) примут вид:

$$T_1^{**} = G_1^{**} + G_2^{**} x - \frac{r_1}{2 l_1} j_1^2 x^2;$$

$$Q_1^{**} = l_1 S (G_2^{**} - \frac{r_1}{l_1} j_1^2 x);$$

$$T_2^{**} = G_3^{**} + G_4^{**} x - \frac{r_2}{l_2} (j_1 / L) \frac{2 \hat{e} y^2 x^4 + 6 y x^2 - 3 \frac{\dot{U}}{U}}{12 y^2}$$

$$Q_2^{**} = S \hat{e} l_2 G_4^{**} - \frac{j_1^2 r_2 x (y x^2 + 3) \dot{U}}{3 L^2 y}$$

Выражения, определяющие постоянные интегрирования  $G_1^{**}, \dots, G_4^{**}$ , идентичны формулам (10), только в них вместо коэффициентов  $a_1, \dots, a_4$  используются коэффициенты:

$$a_1^{**} = a_1;$$

$$a_2^{**} = j_1^2 \hat{e} \frac{r_1 L_K^2}{2 l_1} - \frac{r_2}{l_2} \frac{2 \hat{e} y^2 L_K^4 + 6 y L_K^2 - 3 \frac{\dot{U}}{U}}{12 y^2}$$

$$a_3^{**} = j_1^2 \hat{e} \frac{r_1}{3} \frac{\dot{U}}{U} - \frac{r_2}{y L_K} \frac{\dot{U}}{U}$$

$$a_4^{**} = T_I - \frac{j_1^2 r_2}{4 y^2 l_2 L_K^2}$$

При большом значении контактного сопротивления ток проходит по всей длине нормальной части контакта, поэтому в результате выделения джоулева тепла  $(Q_1)_{x=0}^{**} = (Q_2)_{x=L_K}^{**}$ . Тепловые потоки в точках с координатами  $x = 0$  и  $x = L_K$  рассчитываются по уравнению, определяющему  $Q_2^{**}$ , в котором постоянная интегрирования

$$G_4^{**} = \frac{l_1 (a_1^{**} - a_2^{**} - a_4^{**}) - L_p a_3^{**}}{l_1 L_K + l_2 L_p}$$

Тепловую мощность  $DQ_K^{**}$ , выделяющуюся в нормальном проводнике контактного участка с большим поверхностным сопротивлением, можно определить из выражения

$$DQ_K^{**} = (Q_2)_{x=0}^{**} - (Q_2)_{x=L_K}^{**} = S j_1^2 r \frac{2 \hat{e} R_K L_K}{R_2} + \frac{L_K}{3} \frac{\dot{U}}{U}$$

При равенстве сопротивлений  $R_2 = R_K$  значение  $DQ_K^{**} = \frac{4}{3} S j_1^2 r_2 L_K$ , но даже в этом случае, когда поверхностное сопротивление достаточно велико, выделяемое в контакте тепло мало по сравнению с теплом, поступающим по резистивной части токовода, и рассчитывать теплоприток к криоагенту можно по (12). Тепловой поток, который генерируется на контактном участке, становится сопоставимым с потоком, поступающим по резистивной секции токовода, только при  $R_2 / R_K \ll 1$ . Это следует из отношения  $R_2 / R_K$ , например, при равенстве этих тепловых потоков. Равенство  $DQ_K^{**} = (Q_1)_{x=L_K}^*$  позволяет найти соотношение между сопротивлениями, при котором эти тепловые потоки становятся равными:

$$R_2 / R_K \gg \frac{2 j_1^2 L_K (L_p + L_{L_K}) r_2}{2 l_1 (T_L - T_0) + (j_1^2 L_p)^2 r_1}$$

**Влияние температуры промежуточного охлаждения на тепловое состояние резистивной части токовода.** Расход энергии на поддержание температурного уровня промежуточного охлаждения  $T_I$  зависит от поступления тепла  $(Q_2)_{x=0}$  к источнику охлаждения, что определяется изменением температуры в резистивной части токовода и на контактном участке. Расчётное изменение температуры нормального проводника в резистивной части токовода и на контактном участке зависит от

свойств этого проводника и, следовательно, от среднеинтегральных значений коэффициентов теплопроводности и удельного сопротивления в интервалах температуры, при которой находятся резистивная секция и контакт. Распределение температуры на этих участках токовода заранее неизвестно. В первом приближении температура верхней части контактного участка  $T_{x=L_K}$  может быть определена при некоторой плотности тока  $j$  по (6) при граничных условиях  $T_{x=L} = T_L$ ,  $T_{x=0} = T_I$  со среднеинтегральными значениями удельного сопротивления  $r_1 = \bar{r}$  и коэффициента теплопроводности  $l_1 = \bar{l}$  в пределах этих температур. Тогда значение температуры в точке с координатой  $x = L_K$  в условной резистивной секции, не имеющей контактного участка на всей длине  $L$ , составит:

$$T_{x=L_K} = T_I + (T_L - T_I) \frac{L_K}{L} + \frac{j^2 \bar{r}}{2\bar{l}} L_K L_p. \quad (13)$$

Зная начальное изменение температуры на участках  $[0, L_K]$  и  $[L_K, L]$ , можно вычислить среднеинтегральные значения зависящих от температуры параметров на контактном и резистивном участках. Затем по (8) и (9) определить поток тепла при разных значениях температуры первой ступени охлаждения ВТСП токовода  $T_{x=0} = T_I$ , которая обусловлена температурой криогенной жидкости, теплообменного газа, охлаждаемого криогенной машиной, осуществляющей отбор тепла, или температурой хладопровода.

Задавая с определённым шагом значения температуры  $T_I$ , можно для конкретной плотности тока  $j_1$  определить значение температуры  $T_{x=L_K}$ . Конкретизируя задачу, установим плотность тока  $j = L^{-1} \sqrt{2\bar{l}(T_L - T_I)} / \bar{r}$ , отвечающую оптимальному условию  $(dT/dx)_{x=L}$  при котором отсутствует приток тепла в резистивную часть токовода. Подставляя это выражение в (13), получаем соотношение между длиной контакта  $L_K$  и общей длиной  $L$ :

$$L_K / L = 1 - \frac{\bar{r} L - T_{кр} \bar{r}}{\bar{r} L - T_I \bar{r}}. \quad (14)$$

В (14) принято  $T_{x=L_K} = T_{кр}$ , т.е. температура в контакте не превышает критическую.

Вычислив значения  $L_K = F(T_I)$ , среднеинтегральные значения коэффициента теплопроводности и удельного сопротивления в интервалах  $[L, L_K]$  и  $[L, 0]$ , сравним изменение количества тепла  $(Q_2)_{x=0}$ , поступающего к источнику промежуточного охлаждения, имеющего разную температуру  $T_I$ . Значение плотности тока может быть выбрано произвольным, но для сопоставления расчётных тепловых потоков ограничим его также оптималь-

ным значением, но уже для резистивной секции, соединённой со сверхпроводником. Из (6) найдём выражение для оптимальной плотности тока  $j_{1opt}$ , когда отсутствуют приток или сток тепла в «тёплой» зоне токовода:

$$j_{1opt} = \frac{\bar{r} l_1 G_2 \bar{r}}{\bar{r} l_1 L \bar{r}}$$

$$j_{1opt} = \frac{l_1 (T_L - T_I)}{r_1 \frac{L_p^2}{2} + \frac{l_1}{l_2} L_K L_p} \frac{1}{r_2 \frac{l_1 \bar{r}}{2 \bar{c} 2y} - \frac{L_K \coth(\sqrt{y} L_K)}{\sqrt{y}}}. \quad (15)$$

На рис. 5 показано изменение оптимальной плотности тока в зависимости от температуры промежуточного охлаждения при различных значениях отношения сопротивления материала резистивной части токовода к сопротивлению контакта, выраженного параметром  $y = \frac{R_H / R_K}{L_K^2}$ . Длина контактного участка рассчитана по (14). В качестве мате-

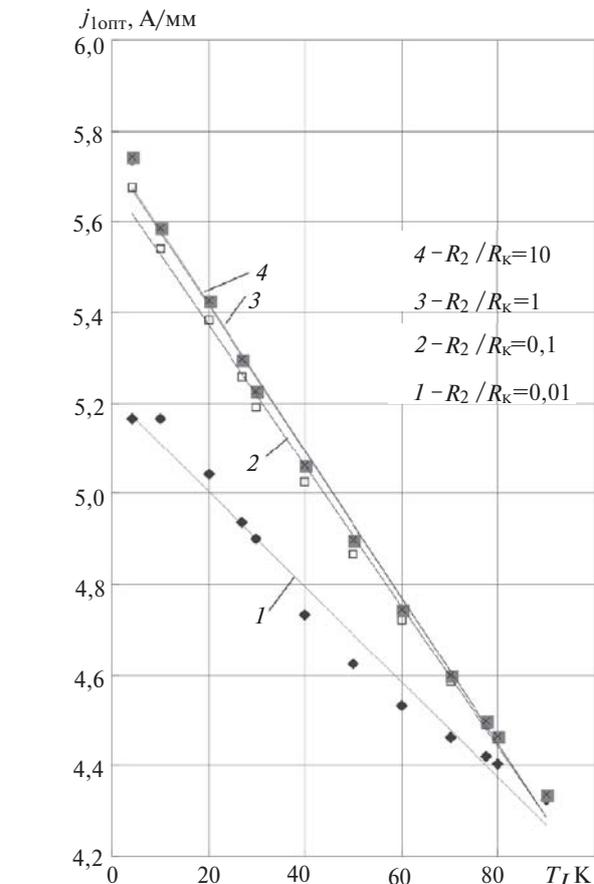
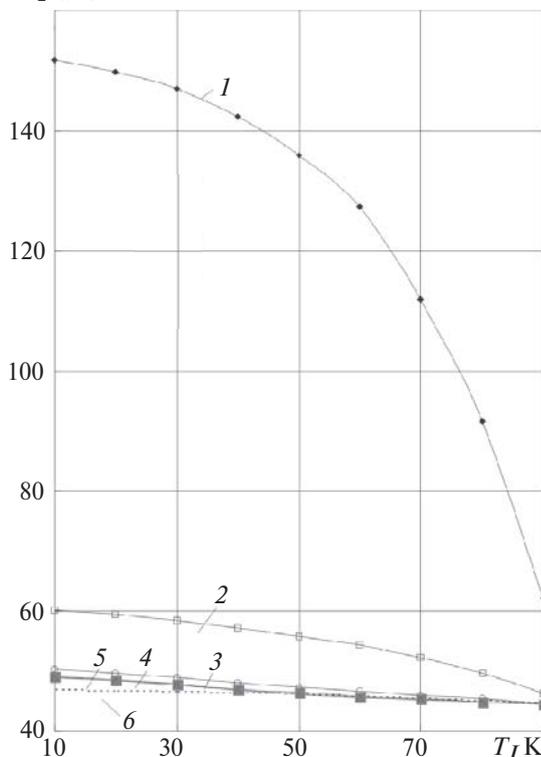


Рис. 5. Зависимость оптимального значения плотности тока ВТСП токовода  $j_{1opt}$  от температуры промежуточного охлаждения  $T_I$  для случая неохлаждаемого с боковой поверхности резистивного и контактного участков при разных значениях отношения  $R_2 / R_K$

риала резистивной секции принята медь марки М1. Общая длина токовода (резистивной части и контактного участка)  $L = 1$  м. Плотность тока рассчитана с шагом 10 К, значения  $j_{1\text{опт}}$  — при температуре кипения жидкого азота (77,4 К) и неоне (27,1 К). При уменьшении температуры промежуточного охлаждения  $T_I$  длина контактного участка, на котором сохраняется температура меньше критической, увеличивается. Отношение  $R_2 / R_K$  принималось от 0,01 до 1000. Гладкая кривая  $j_{1\text{опт}}(T_I)$  возможна только при изменении одного параметра, но так как в каждой расчетной точке меняется сразу несколько параметров, разброс точек был сглажен аппроксимирующей линией.

Используя значение плотности тока, полученное по (15) для определённой температуры охлаждения  $T_I$ , и подставляя  $j_1 = j_{1\text{опт}}$  в (11), можно определить минимальный удельный тепловой поток на единицу силы тока для каждой конкретной температуры предварительного охлаждения. Значение этого минимального теплового потока является пограничным и наибольшим, так как рассматривается случай отсутствия бокового охлаждения резистивной секции и контакта. По мере усиления бокового охлаждения минимальный тепловой поток будет уменьшаться. Для нахождения вида зависимости  $(q_2)_{x=0}(T_I)$  для каждого значения темпера-

$(q_2)_{x=0}$ , мВт/а



**Рис. 6.** Изменение минимального значения удельного теплового потока  $(q_2)_{x=0}$  на единицу силы тока в зависимости от температуры промежуточного охлаждения  $T_I$ ; боковой отвод тепла отсутствует: 1 —  $R_2 / R_K = 0,01$ ; 2 — 0,1; 3 — 1; 4 — 10; 5 — 100 (кривые 1–5 рассчитаны по (11), штриховая 6 — по (16))

туры  $T_I$  и каждого заданного параметра  $R_H / R_K$  определялись: длина контакта, на которой температура изменяется от  $T_I$  до  $T_{кр}$ ; среднеинтегральные значения  $l_1, r_1$  и  $l_2, r_2$  в диапазонах температуры  $[T_{о.с}, T_{кр}]$  и  $[T_{кр}, T_I]$ ; оптимальная плотность тока, вычисленная по (15).

На рис. 6 для нескольких значений отношения  $R_2 / R_K$  показано изменение удельного теплового потока  $(q_2)_{x=0}$  при изменении температуры  $T_I$ . При уменьшении температуры промежуточного охлаждения увеличивается значение  $(q_2)_{x=0}$ . Однако в пределах отношения  $R_H / R_K$  от 1000 до 1 значение  $(q_2)_{x=0}$  меняется слабо — увеличивается только на 10–12% при уменьшении температуры промежуточного охлаждения с 90 до 10 К, что обусловлено небольшой генерацией тепла в контактном соединении. Эта ситуация согласуется с изменением удельного теплового потока в случае, если резистивная секция выполнена из идеального проводника, подчиняющегося закону Видемана–Франца–Лоренца, а контактный участок отсутствует. Используя полученное в [4] выражение, определяющее минимальный удельный тепловой поток  $q_{\min} = [L_0(T_L^2 - T_I^2)]^{1/2}$  для неохлаждаемого с боковой поверхности токовода, где  $L_0 = 2,45 \cdot 10^{-8}$  Вт $\times$ Ом $\times$ К $^{-2}$  — идеальное число Лоренца, можно получить соотношение между минимальными тепловыми потоками при разных значениях температуры охлаждения  $T_{I1}$  и  $T_{I2}$ :

$$(q_2)_{x=0}^{T_{I1}} / (q_2)_{x=0}^{T_{I2}} = [T_L^2 - T_{I1}^2 / T_L^2 - T_{I2}^2]^{1/2}. \quad (16)$$

Из (16) следует, что удельный тепловой поток при уменьшении температуры охлаждения с 90 до 10 К увеличится примерно на 5%, что согласуется с полученными результатами для случаев с небольшими значениями сопротивления  $R_K$ , в абсолютных цифрах от 45 до 47 мВт/А. С ростом значений  $R_K$ , когда  $R_2 / R_K < 1$ , увеличивается динамика роста теплового потока. При увеличении контактного сопротивления (например, когда  $R_2 / R_K = 0,1$ ) тепловой поток увеличивается на 30%, а при  $R_2 / R_K = 0,01$  уже в 2,5 раза.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Seidel P. (editor). Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications. — Berlin: Wiley-VCH, 2015, 1336 p.
2. Lucas E.J., Steckly Z.J.J., Laverick C., Pewitt G. Current transfer in contacts involving superconductors. — Advances in Cryogenic Engineering, 1965, vol. 10, pp.113–123.
3. Буянов Ю.Л. Соединение тоководов с высокотемпературными сверхпроводниками. — Электричество, 2012, №4, с. 19–27.
4. Mercoureff W. Minimization of thermal losses due to electrical connections in cryostats. — Cryogenics, 1963, vol. 3, № 3, pp. 171–173

Автор: **Буянов Юрий Леонидович** окончил в 1966 г. Московский энергетический институт (МЭИ). В 1982 г. защитил в МЭИ кандидатскую диссертацию «Исследование теплового режима и то-

конесущей способности криогенных тоководов в сверхпроводящие магнитные устройства». Старший научный сотрудник Объединённого института высоких температур РАН.

*Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 11, pp. 41–49.*

## Heat Fluxes in the Current Inlets Containing High-Temperature Superconductors

**BUYANOV Yurii Leonidovich** (Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia) – Senior Scientific researcher, Cand. Sci. (Eng.)

*An approximate analytic solution method is proposed, and mathematical dependences are obtained for determining the heat fluxes in high-temperature superconducting current inlets that are not cooled on their lateral surface at different values of resistive conductor resistance and contact resistance at the place in which the current transfers from the resistive conductor to the superconductor. A correlation is revealed between the heat generated in the contact and the heat entering to the contact via the resistive segment at different lengths of the contact connection. The effect the current inlet cooling temperature has on the optimal current density and the specific heat flux to the cooling source at different ratios between the resistive conductor resistance and transitive resistance.*

**Key words:** *high-temperature superconducting current inlets, calculation, optimization of cryogenic current inlets, contact resistance*

### REFERENCES

1. **Seidel P.** (editor). Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications. – Berlin: Wiley-VCH, 2015, 1336 p.
2. **Lucas E.J., Steckly Z.J.J., Laverick C., Pewitt G.** Current transfer in contacts involving superconductors. – Advances in Cryogenic Engineering, 1965, vol. 10, pp.113–123.

3. **Buyanov Yu.L.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2012, No. 4, pp. 19–27.

4. **Mercoureff W.** Minimization of thermal losses due to electrical connections in cryostats. – Cryogenics, 1963, vol. 3, № 3, pp. 171–173.

\* \* \*

### ЧИТАТЕЛЯМ, ПОДПИСЧИКАМ, РЕКЛАМОДАТЕЛЯМ ЖУРНАЛА «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО»

Подписка в России и странах СНГ принимается в отделениях связи.

Полные тексты статей в формате .pdf размещены на сайте Российской универсальной научной электронной библиотеки (РУНЭБ): [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)  
Для желающих представить в журнал статью сообщаем, что правила подготовки рукописей публикуются в №№ 6 и 12 каждого года и на сайте журнала.

Реклама в черно-белом изображении может быть размещена на страницах журнала и на его обложке, а также в виде вкладки.

Возможно размещение рекламы в цветном изображении.

Стоимость оплаты рекламных статей – по договоренности.

При повторении той же рекламы в следующем номере – скидка 10%. При публикации той же рекламы в третьем и последующих номерах – скидка 20%. Последний срок представления рекламного материала – за 1,5 месяца до выхода номера из печати (обычно номер выходит в середине каждого месяца).

Адрес для переписки: 101000 Москва, Главпочтамт, а/я 648

тел./факс: (495)362-7485

E-mail: [etr1880@mail.ru](mailto:etr1880@mail.ru)