

## Проблемы расчета структурной надежности систем электроснабжения с использованием метода вероятностного эквивалентирования

ОБОСКАЛОВ В. П.

*Рассматривается проблема расчета показателей структурной надежности (ПСН) системы электроснабжения (СЭС) с отказами элементов типа «обрыв». Показано, что основной причиной отличия ПСН, определяемых существующими программными комплексами, является неоднозначность принимаемых систем допущений и ограничений. В качестве основной расчетной схемы принимается электрическая схема СЭС с минимальными добавками для учета специфических состояний системы. С целью адекватного учета направления потоков мощности в электрической сети некоторые элементы (понижающие трансформаторы, выключатели с АВР и др.) представляются направленными с отличающимися в зависимости от направления потока мощности показателями надежности. Преимущественно рассматривается параллельный принцип расчета ПСН в виде двухэтапного процесса «исключение—восстановление узлов». Обсуждаются процедуры вероятностного эквивалентирования фрагментов расчетных схем на отдельных этапах расчетного процесса. Показано, что наиболее значимым является принцип расчета надежности электрически последовательных элементов. Предлагается в качестве основного при расчете последовательных структур использовать метод « $\mathcal{G}$ -преобразований». При расчете надежности больших СЭС не рекомендуется использовать вероятностные преобразования, основанные на методе декомпозиции, поскольку они не гарантируют адекватного окончания расчетного процесса. Показано, что на этапе восстановления узлов ранга 2 можно не учитывать непосредственную связь между смежными узлами. Вызванные отказами в системе внешнего электроснабжения совместные отказы узлов предлагается учитывать с помощью матрицы одновременных отказов, формируемой на этапе восстановления узлов. Учет одновременных отказов через показатели надежности узла питания позволяет компенсировать систематическую погрешность метода «ромб-эквивалентирования».*

**Ключевые слова:** системы электроснабжения, структурная надежность, вероятностное эквивалентирование, показатели надежности

Несмотря на бурное развитие теории надежности электроэнергетических систем (ЭЭС) во второй половине XX в. [1–4] проблемы расчета показателей надежности (ПН) по-прежнему остаются актуальными. В инженерной практике анализ надежности, как правило, ограничивается простейшими критериями, известными задолго до появления теории надежности (проверка небольшого числа наиболее значимых аварийных состояний). В основном это определяется размерностью и свойствами ЭЭС. По числу и разнообразию составных элементов ЭЭС является самой большой известной технической системой. Отсюда, даже при современном развитии вычислительной техники при оценке работоспособности ЭЭС в целом или некоторого узла нагрузки совершенно нереальным представляется просмотр всех состояний системы, где каждый элемент рассматривается в виде логической переменной с дискретным числом состояний [3]. Неизбежны допущения и ограничения, приводящие к появлению погрешностей. Частично проблема размерности решается путем снижения

числа расчетных элементов за счет эквивалентирования отдельных участков ЭЭС. Связанные выполнением некоторой локальной задачи элементы могут и должны объединяться в группы (электрические станции, подстанции и т. п.). При этом группа может быть представлена как элемент. Отсюда понятия «элемент» и «система» диалектически относительны и зависят от специфики и уровня детализации решаемой задачи.

Процедура эквивалентирования присутствует при определении ПН практически всех упрощенных структур (последовательно-параллельные, «мостик» и др.). Однако эквивалентирование может быть использовано не только как инструментальный, но и как самостоятельное направление анализа надежности сложных структур («ромб-эквивалентирование», которое в [5] определено как метод вероятностного эквивалентирования). Это направление было принято за основу научных исследований, выполненных под руководством Д. А. Арзамасцева на кафедре АЭС УПИ в середине 80-х годов XX в. и которые завершились созданием про-

граммного комплекса (ПК) «СТРУНА» [6]. Данный ПК показал достаточно высокую эффективность расчетов показателей структурной надежности (ПСН) и нашел свое применение в ряде проектных организаций СССР. В то же время сопоставление результатов расчетов с аналогичными, полученными иными ПК, показало, что реально нет хотя бы двух ПК, которые гарантированно давали бы одинаковые результаты для сложносвязанных схем ЭЭС. Это заставляет обратить внимание на основные причины отличия результатов расчета ПСН.

В статье рассматриваются вычислительные аспекты методов вероятностного эквивалентирования (ВЭ) для анализа структурной надежности (СН) сложных ЭЭС с отказами типа «обрыв», под которыми понимаются отказы с последующим восстановительным ремонтом отказавшего элемента, вследствие чего происходит разрыв электрической цепи по месту элемента на время его восстановления. Считается, что отказ электроснабжения (именно СЭС является основной сферой анализа СН) имеет место тогда, когда нарушается связь источника питания (ИП) с рассматриваемым узлом. При этом, как правило, не учитываются ограничения по пропускной способности связей и отклонению напряжений узлов [1].

Для расчета ПСН, как правило, вводятся следующие допущения и ограничения:

отказы элементов независимы;

длительность безотказной работы и восстановления элементов описываются экспоненциальными законами распределения;

поток отказов элементов считается стационарным;

расчетная схема имеет монотонную структуру;

все источники питания абсолютно надежны и объединяются в единый узел расчетного графа [1, 4].

В качестве результирующих показателей СН рассматриваются вероятности и интенсивности отказов узлов, среднее время восстановления, коэффициенты готовности и неготовности и др. Реальная электрическая схема представляется в виде расчетного графа (расчетной структурной схемы), элементами которого являются вершины (узлы) и ребра (ветви), моделирующие реальные элементы и подсистемы ЭЭС.

**Расчетная схема.** При эквивалентировании отдельных схем соединения элементов ЭЭС присутствует наиболее значимый, наиболее неопределенный и наименее формализованный участок – разработка расчетной схемы (РСх). В частности, если РСх является диаграмма состояний, то, например, параллельное в электрическом смысле соединение

$n$  элементов представляется диаграммой из  $2^n$  состояний.

Как правило, логическая схема ориентируется на ПН отдельного узла СЭС. Смена узла назначения требует формирования новой диаграммы состояний, поскольку меняется логическая функция надежности. Следовательно, диаграмма состояний не обладает свойством универсальности и не может быть единой для одновременного расчета ПН всех узлов сложных СЭС потребителей. Отсюда методологическое отличие РСх может стать источником отличия результирующих ПСН.

Проблеме формирования РСх посвящено достаточно много работ, например [7, 8]. В них просматривается общая тенденция – ориентация на принципиальную электрическую схему (ЭСх) с адаптацией РСх к рассматриваемой задаче и конкретному узлу электроснабжения. При этом число модификаций ЭСх должно быть минимально. В частности, узлами РСх должны быть узлы ЭСх (нагрузки, генерации, электрического соединения элементов и др.), а связями – элементы ЭСх, по которым энергия передается от ИП к узлам нагрузки (линии электропередачи, трансформаторы, выключатели, разъединители, трансформаторы тока и др.).

Дополнительно для учета тех или иных характерных свойств надежности ЭЭС вводятся фиктивные узлы и связи (узлы, отражающие одновременный отказ нескольких узлов нагрузки, узел единой генерации, дополнительные узлы и связи эквивалентной схемы замещения, связи, соединяющие фиктивные узлы с узлами ЭСх и др.).

**Направленность потоков мощности.** Некоторые элементы ЭСх характеризуются тем, что поток электроэнергии преимущественно направлен в одну сторону (например, понижающий трансформатор, который не предполагается использовать в реверсивном режиме). Отказы таких элементов оказывают влияние на надежность лишь тех узлов, которые расположены на пути электроснабжения за отказавшими элементами. Поэтому в РСх подобные элементы должны быть представлены ориентированными ребрами. Игнорирование направленности энергетических потоков должно быть обосновано, поскольку это приводит к существенному завышению показателей надежности электроснабжения узлов нагрузки.

Энергосистемы с трансформаторами часто удается разбить на иерархические подсистемы (по уровню напряжений) без трансформаторов, считая при этом узлы связи с ЭЭС более высокого напряжения в качестве ИП ограниченной надежности (определенной на этапе расчета ПСН сети повышенного напряжения). Если трансформаторы –

единственный вид направленных элементов графа, то такой прием позволяет использовать более простые процедуры ненаправленного ВЭ. Однако в любом случае разбиение ЭЭС на подсистемы одного уровня напряжения является действенным приемом сокращения размерности РСх.

**Последовательная структура** (ПС) электрической сети (каждый промежуточный узел связан только с двумя соседними узлами, и транзит мощности осуществляется от одного конечного узла к другому) из-за своего широкого применения является одной из наиболее значимых при эквивалентных вероятностных преобразованиях.

В ЭЭС, как правило, имеются узлы, ПСН которых не представляют интереса и которые могут быть выведены из расчетного процесса через эквивалентирование участка схемы. Чаще всего такие узлы входят в состав последовательных электрических цепей (выключатель, разъединитель, линия электропередачи, разъединитель, выключатель), где при отказе одного элемента отключается вся последовательная цепь. Для сокращения размерности РСх до начала расчетной процедуры такие цепи целесообразно представлять одной эквивалентной связью, т.е. этапу непосредственных расчетов ПСН должен предшествовать (и, как правило, реализуется во всех ПК) этап начального преобразования РСх. В то же время преобразование ПС присутствует не только на начальном, но и на всех этапах расчетного процесса.

На этапе эквивалентирования ПС возможно методологическое несогласование математических процедур. Чаще всего здесь реализуется принцип произведения вероятностей безотказной работы последовательных элементов. Однако такой подход (далее условно называемый как модель «*p*-преобразований») предусматривает возможность одновременного отказа нескольких последовательных элементов, что не соответствует технологическому принципу последовательной цепи (при отказе одного элемента отключается вся цепь и отказ второго элемента становится невозможным). Альтернативой является суммирование [5, 9] параметров  $g_i = \frac{l_i}{m_i}$  [9], где  $l_i$ ,  $m_i$  – интенсивность отказов и восстановлений элемента  $i$  соответственно (модель «*g*-преобразований»). При этом  $p_s = \frac{1}{(1 + g_s)}$ . Отличие в результатах этих двух моделей может составлять несколько десятков процентов. Действительно, пусть  $p_1 = p_2 = p = 0,5$ . Соответствующие  $g_1 = g_2 = (1 - p) / p = 1$ . В первом случае  $p_s = 0,5^2 = 0,25$ , а во-втором  $p_s = \frac{1}{1 + 1} = 0,33$ . Раз-

ница составляет 32%. Модель «*g*-преобразований» показывает более высокую надежность СЭС.

Для реальных СЭС с вероятностями отказов элементов, не превышающими доли процентов, рассматриваемое отличие в эквивалентных ПН становится незначимым, но на промежуточных этапах (преобразования «звезда–треугольник», «треугольник–звезда» [10]) эквивалентные ПН могут стать достаточно большими, а результирующие ПСН будут существенно отличаться в зависимости от применяемого математического метода. Отсюда принцип эквивалентирования ПС должен быть априори обозначен в характеристиках ПК и быть единым на всех этапах расчетного процесса.

**Вероятностное преобразование структур типа «мостик».** Известно, что вероятностное преобразование расчетных схем реальных технических систем, как правило, не сводится к последовательно-параллельным структурам. Одной из наиболее распространенных конечных схем в системах электроснабжения является структура типа «мостик» [3, 4]. Достаточно эффективной алгоритмической процедурой здесь является декомпозиция расчетной схемы на две: «с замыканием» и «с отключением» выбранного для декомпозиции элемента (ДЭ). Однако данная процедура может стать источником несогласования результирующих ПСН. Как правило, при декомпозиции используется вероятностный подход – ПСН первой схемы взвешиваются с вероятностью безотказной работы, а второй – с вероятностью отказа ДЭ. При этом в результирующих показателях не учитывается интенсивность отказа ДЭ. Альтернативой является «гамма-декомпозиция», где результирующие ПСН определяются согласно вспомогательной диаграмме состояний [5]. Результаты расчетов пусть незначительно, но отличаются.

Другой проблемой метода декомпозиции является учет ПН узлов, инцидентных ДЭ. Абсолютно надежный ДЭ еще не гарантирует полной связности смежных узлов, поскольку возможен отказ самих узлов. Требуется декомпозиция по трем элементам. Вычислительная процедура резко усложняется. При этом усиливается различие результирующих ПН, определяемых разными методами (*p*- *g*) ВП.

К числу упомянутых добавляется проблема алгоритмической реализации метода декомпозиции. Реальные СЭС отличаются большой размерностью и многосвязностью. Декомпозиция по одному элементу является скорее исключением, чем правилом. Каждая вызванная декомпозицией новая схема требует новой декомпозиции. Для автоматизированного учета данного фактора можно использовать рекурсию процедуры декомпозиции. Много-

численные эксперименты с использованием рекурсивной процедуры показали ее неприемлемость в практических расчетах из-за переполнения стека при анализе надежности СЭС даже относительно небольшой (несколько десятков узлов) размерности. В результате, метод декомпозиции не может быть рекомендован в качестве основного при расчете надежности сложных схем, однако он может быть полезным на отдельных этапах расчетного процесса (восстановление узлов ранга два).

**Исключение—восстановление узлов.** Существует два алгоритмических подхода к определению ПСН узлов нагрузки электрической сети — упомянутый ранее последовательный и параллельный. В первом случае расчетная процедура заключается в циклически последовательном назначении узлов нагрузки в качестве единственного узла, для которого определяются ПСН. В параллельном алгоритме, положенном в основу ПК «Струна», ПСН всех узлов определяются в рамках двухэтапной процедуры «исключение — восстановление» узлов безотносительно порядка нумерации узлов нагрузки. Второй подход обладает более высоким быстродействием, однако на этапе восстановления узлов здесь возможно появление систематической погрешности, вызванной допущением о независимости отказов смежных узлов [5].

Задача определения надежности электрических сетей характеризуется большой неопределенностью исходных данных, к числу которых относятся ПН элементов системы. Отсюда требования к точности результирующих данных, как правило, относительно невысоки. Это позволяет отдать предпочтение оценочным моделям (к числу которых относится метод «ромб-эквивалентирования»), если эти погрешности допустимы, а программные реализации гораздо эффективнее (например, по быстродействию). Далее рассматриваются основные причины погрешностей ВП на этапе «восстановления» узлов.

**Ромб-эквивалентирование.** Исключение узлов ранга (число инцидентных связей) «1», «2» и восстановление узлов ранга «1» не представляет каких либо затруднений [4, 9]. Более сложным является восстановление узлов ранга «2», где в методе «ромб-эквивалентирования» используется ВЭ питающей сети двумя эквивалентными связями. Здесь следует выделить следующие варианты электроснабжения узла  $i$  (рис. 1):

электроснабжение рассматриваемого узла осуществляется независимо со стороны обоих смежных узлов  $j$  и  $k$  (общий случай). Между узлами  $j, k$  нет непосредственной связи;

общий случай при наличии непосредственной связи между узлами  $j, k$ ;

общий случай с учетом одновременного отказа смежных узлов;

электроснабжение рассматриваемого и одного из смежных узлов возможно только со стороны другого смежного узла (одностороннее электроснабжение).

**Отсутствие непосредственной связи между смежными узлами.** В методе «ромб-эквивалентирования» сеть внешнего электроснабжения (до смежных узлов  $j, k$ ) заменяется двумя связями  $x, y$  с ПН, определяемыми по критерию равенства расчетных и результирующих ПН узлов  $j, k$ . Для первого типа электроснабжения расчетная схема представляется в виде последовательно-параллельной схемы (рис. 1, а). Здесь рассматриваемый узел  $i$  объединен связями  $i-j, i-k$  со смежными узлами  $j$  и  $k$  и через эквивалентные ветви  $x$  и  $y$  соединяются с источником питания.

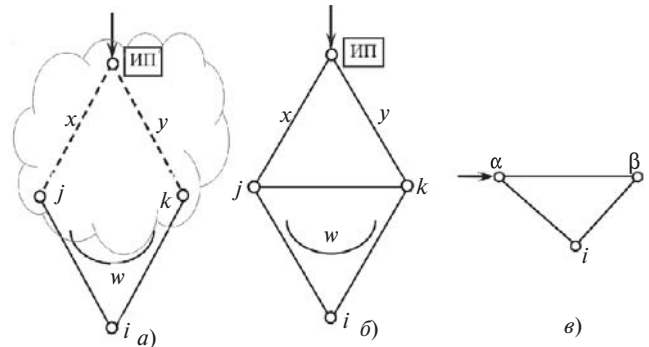


Рис. 1. Эквивалентирование внешней системы электроснабжения узла  $i$ : а — без непосредственной связи между смежными узлами; б — схема «мостик»; в — схема с односторонним питанием

Представление части СЭС в виде ветвей  $x$  и  $y$  позволяет упростить схему на этапе восстановления узлов второго ранга, т.е. привести ее к удобному для расчета ПН последовательно-параллельному виду. Для эквивалентных связей ПН определяются на основе критерия равенства полученных ранее результирующих и расчетных ПН смежных узлов  $j$  и  $k$ .

Пусть  $w$  — эквивалентная ветвь, состоящая из последовательно соединенных ветвей  $i-j, i-k$  и узла  $i$ . Отказ рассматриваемой связи моделируется логическим уравнением:

$$A_w = A_{ii} + A_{ij} + A_{ik}, \quad (1)$$

где  $A_{ii}$  — собственный отказ узла  $i$ ;  $A_{ij}, A_{ik}$  — отказ связей соответственно  $i-j, i-k$ . Плюсу соответствует операция дизъюнкции.

Тогда отказ узлов  $j, k$  описывается логическими выражениями:

$$\begin{aligned} A_j &= A_{jj} + A_{j*} = A_{jj} + A_x(A_y + A_{kk} + A_w); \\ A_k &= A_{kk} + A_{k*} = A_{kk} + A_y(A_x + A_{ii} + A_w), \end{aligned} \quad (2)$$



где  $A_{ii}$ ,  $A_{kk}$  – собственный отказ узлов;  $A_x$ ,  $A_y$  – отказ эквивалентных связей.

Данным логическим формулам соответствуют системы в общем случае нелинейных алгебраических уравнений, из которых определяются ПН ветвей  $x$  и  $y$  (см. приложение).

Полученные ПН эквивалентных связей  $x$ ,  $y$  позволяют получить ПН восстанавливаемого узла  $i$ , по отношению к которому схема представляется двумя параллельными связями из последовательно соединенных элементов  $\{x, j, i-j\}$  (левая связь) и  $\{y, k, i-k\}$  (правая связь). Собственные отказы узла  $i$  представляются как последовательно соединенные элементы. Такой структуре соответствует логическая формула:

$$A_i = A_{ii} + (A_x + A_{ii} + A_{ij})(A_y + A_{kk} + A_{ik}).$$

**Наличие непосредственной связи между инцидентными узлами.** Второй вариант электроснабжения узла  $i$  характеризуется наличием либо непосредственной, либо полученной в результате предварительных ВП электрической сети связи  $jk$  (рис. 1, б). По отношению к узлам  $j$ ,  $k$  связь  $jk$  и последовательная структура  $\{i-j$ , узел  $i$ ,  $i-k\}$  представляют собой две параллельные ветви, эквивалентные одной связью  $w$  с ПН, определяемыми логической формулой:

$$A_w = A_{jk}(A_{ji} + A_{ii} + A_{ik}). \quad (3)$$

При восстановлении узла  $i$  рассматриваемая эквивалентная схема при наличии непосредственной связи является схемой типа «мостик». В этом случае расчет ПН узла  $i$  следует выполнять либо методом декомпозиции (удаление и сжатие ветви  $j-k$ ), либо каким-либо иным типом эквивалентирования, например преобразованием треугольника  $i-j-k$  в схему звезды [10], что также достаточно эффективно, но и не менее сложно. Классический метод диаграммы состояний [4] существенно усложняет расчетную процедуру. Эквивалентирование «треугольник–звезда», как правило, приводит к появлению погрешностей расчета.

Альтернативой упомянутым процедурам является РСх рис. 1, а без непосредственной связи (ромб). При этом на этапе исключения узлов непосредственная связь  $j-k$  учитывается в полном объеме согласно (3), в результате чего результирующие ПН смежных узлов определяются без погрешности, а на этапе восстановления связь  $j-k$  не учитывается. Изменение РСх на этапе восстановления меняет ПН эквивалентных элементов  $x$ ,  $y$  без изменения результирующих ПН смежных узлов  $j$ ,  $k$ . ПН исходной связи  $j-k$  войдут в результирующие ПН узлов  $j$ ,  $k$ , а на этапе восстановления они перейдут

в ПН связей  $x$ ,  $y$ . Как показывают многочисленные расчеты, погрешности, вызванные неучетом существующей связи  $j-k$  на этапе восстановления узла, несущественны, а описанный подход является достаточно эффективным и может быть рекомендован для практических расчетов.

**Одностороннее электроснабжение узла второго ранга.** Третий вариант электроснабжения восстанавливаемого узла, где питание осуществляется со стороны лишь одного из смежных узлов, рассматривается особо, поскольку в данном случае может быть применена более простая РСх (рис. 1, в), не требующая дополнительных ветвей  $x$ ,  $y$  и, следовательно, исключая возможность погрешностей, возникающих при «ромб-эквивалентировании». В силу специфики схемы питания ПН узла  $i$  определяются в результате расчета последовательно-параллельной структуры, которая описывается логической формулой:

$$A_i = A_{ii} + A_a + A_{ai}(A_{ab} + A_{bb} + A_{bi}). \quad (4)$$

Следует заметить, что связь  $a-b$  может быть эквивалентной, полученной в процессе преобразования схемы. На этапе восстановления узла  $i$  ранг (число инцидентных связей) одного из смежных узлов (узел  $b$ ) равен единице, что может служить индикатором схемы с односторонним питанием.

Исходная (на этапе восстановления узла  $i$ ) эквивалентная связь  $(ab)^*$  содержит в своем составе последовательную структуру

$$A_{(ab)^*} = A_{ab}(A_{ai} + A_{ii} + A_{ib}).$$

Отсюда этапу расчетов по (4) должна предшествовать процедура распараллеливания связи – определения ПН связи  $a-b$  в РСх (рис. 1, в). Критерием здесь является равенство расчетных и результирующих ПН узла  $b$ . Сверх того, и ПН связи  $(a-b)^*$  могут быть определены исходя из известных результирующих ПН узла  $b$ , согласно логическому выражению:  $A_b = A_a + A_{(ab)^*}$ .

Схема одностороннего питания возникает после предварительного восстановления узлов ранга «1». При этом ПН узла питания  $a$  могут рассматриваться как ПН одноэлементного сечения для всех восстанавливаемых узлов, в конечном итоге зависящих от узлов  $a$  и  $b$ , что важно при учете совместных отказов смежных узлов.

**Совместные отказы.** Рассмотренные вероятностные модели недостаточно полно учитывают события, приводящие к одновременному отказу смежных узлов, что вносит систематическую погрешность в расчеты ПСН. В то же время в реальных СЭС могут встречаться последовательные эле-

менты (одноэлементные сечения), отключение которых приводит к нарушению электроснабжения нескольких узлов нагрузки или двухэлементные сечения, приводящие к отключению целого района электрической сети. Кроме того, источник питания (ИП) как преобразованная подсистема характеризуется собственными отказами, которые являются одноэлементными сечениями для каждого узла района, а не только для первых двух восстанавливаемых узлов (второй узел восстанавливается по схеме одностороннего питания).

В модели ромб-эквивалентирования без учета специфики одноэлементного сечения ИП одновременные отказы учитываются при определении ПН ветвей  $x$  и  $y$ . Однако в процессе эквивалентирования они «растворяются» сначала в  $x$ ,  $y$ , а затем и в результирующих ПН восстанавливаемого узла, в конечном итоге завышая надежность его электроснабжения. На рис. 2 представлена погрешность при неучете одновременных отказов смежных узлов (вероятность  $q_0$ ). Нетрудно видеть, что ошибка эквивалентирования носит систематический характер. В области реальных вероятностей отказов элементов СЭС погрешность ПН восстанавливаемого узла незначительна, но с увеличением  $q_0$  она возрастает. Особенно эта тенденция проявляется для интенсивности отказов.

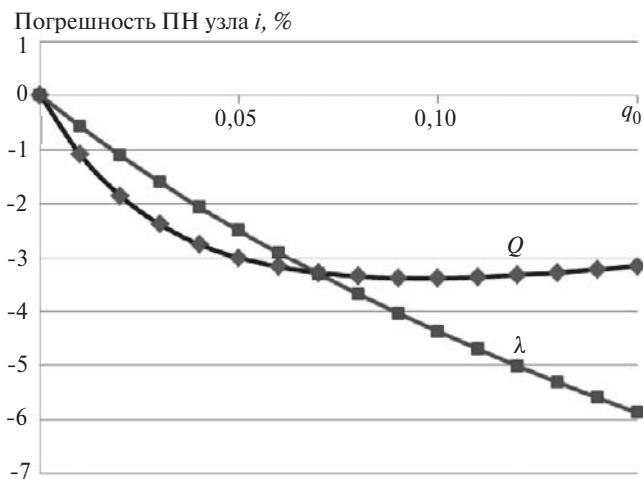


Рис. 2. Погрешность вероятности и интенсивности отказа узла

Отсюда в программной реализации для достижения большей точности следует учитывать одновременные отказы, например через ПН узла питания, которые учитываются лишь на последнем этапе определения результирующих ПН восстанавливаемого узла после определения ПН эквивалентных связей  $x$ ,  $y$ . Отсюда одновременные отказы оказываются выведенными из ПН связей  $x$ ,  $y$  и в полной мере учитываются в результирующих ПН восстанавливаемого узла. Данная процедура позволяет исключить систематическую погрешность ме-

тогда «ромб-эквивалентирования». Данные о совместных отказах удобно хранить в виде матриц, в которых элемент  $(j,k)$  определяет ПН одновременного отказа  $j, k$ . Математический алгоритм описанной процедуры может быть представлен в следующем виде.

Пусть на предыдущих этапах восстановления были получены элементы матриц вероятностей  $\{q_{jk}\}$ , интенсивностей  $\{I_{jk}\}$  и длительностей  $\{t_{jk}\}$  потока совместных отказов узлов. Выборка из матриц, соответствующая узлам  $j, k$ , соотносится с ПН ИП.

Логические функции отказа узлов  $k, j$  в данном случае имеют вид:

$$A_k = A_z + A_{k/z} = A_z + A_{kk} + A_x(A_y + A_{jj} + A_w); \quad (5)$$

$$A_j = A_z + A_{j/z} = A_z + A_{jj} + A_y(A_x + A_{kk} + A_w),$$

где  $A_{k/z}, A_{j/z}$  – отказ узлов  $k, j$  при условии отсутствия одновременных отказов, характеризуемых элементом  $z$ .

В частности, для вероятностей отказов система (5) будет иметь вид:

$$aq_x + q_x q_y = r = \frac{Q_j - q_z - p_z q_{jj}}{p_z p_{jj} p_{kw}};$$

$$bq_y + q_x q_y = s = \frac{Q_k - q_z - p_z q_{kk}}{p_z p_{kk} p_{jw}}.$$

Решение данной системы уравнений аналогично решению, определяемому логическими уравнениями (1) и (2), для системы без учета одновременных отказов. Отличаются только постоянные составляющие, определяемые результирующими ПН смежных узлов. Данная математическая модель позволяет получить более точные ПН восстанавливаемого узла  $i$ , по отношению к которому РСх представляется последовательно-параллельной структурой:

$$A_i = A_z + A_{ii} + (A_x + A_{jj} + A_{ij})(A_y + A_{kk} + A_{ik}).$$

Наряду с результирующими ПН узла  $i$  в рассматриваемой модели необходимо получить вероятностные показатели совместных отказов узла  $i$  с каждым из смежных узлов. Рассмотрим совместный отказ, например, узлов  $i, j$  (событие  $B_{ij}$ ). Анализ эквивалентной схемы замещения (см. рис. 1, где ПН элемента  $z$  идентифицируются с ПН ИП) показывает, что это возможно либо в результате внешних отказов (эквивалентная связь  $z$ ), либо из-за отказов элементов во «внутренней» схеме (одновременный отказ хотя бы одного элемента в левой (связь  $x$ , узел  $j$ ) и правой (связи  $y, i-k$ , узлы

$i, k$ ) структурах). Логически данное событие может быть описано формулой

$$B_{ij} = A_z + (A_x + A_{jj})(A_y + A_{kk} + A_{ki} + A_{ii}) = \\ = A_z + (A_x + A_{jj})(A_y + A_{kk}) + (A_x + A_{jj})(A_{ki} + A_{ii}),$$

но  $A_z + (A_x + A_{jj})(A_y + A_{kk})$  входит в одновременный отказ узлов  $j, k$  ( $B_{jk}$  – совместный отказ узлов  $j, k$ ), поэтому

$$B_{ij} = B_{ik} + (A_x + A_{jj})(A_{ki} + A_{ii}).$$

Аналогично

$$B_{ik} = B_{jk} + (A_y + A_{kk})(A_{ji} + A_{ii}).$$

Нетрудно получить ПН, соответствующие данным формулам, в частности:

$$g_{ij} = g_{jk} + \frac{(g_x + g_{jj})(g_{ii} + g_{ik})}{1 + g_x + g_y + g_{ii} + g_{ik}};$$

$$l_{ij} = l_{jk} + \frac{l_x g_{kii} + l_{kii} g_{xj}}{1 + g_{xi} + g_{kii}}.$$

**Приложение. Показатели надежности эквивалентных ху-связей. Вероятности отказов.** Рассматривая операции  $A_{kk} + A_w$ ,  $A_{jj} + A_w$  по «модели  $g$ », а  $A_y + (A_{kk} + A_w)$ ,  $A_x + (A_{ii} + A_w)$  по «модели  $p$ », согласно (2) можно записать следующую систему уравнений относительно вероятностей отказов  $q_x$ ,  $q_y$ :

$$q_x(a + q_y) = r = \frac{Q_{j^*}}{p_{kw}}; \quad (П-1) \\ q_y(b + q_x) = s = \frac{Q_{k^*}}{p_{jw}},$$

где коэффициенты при искомым переменных:

$$a = g_{kw^*} = g_{kk} + g_w; \quad b = g_{iw} = g_{jj} + g_w.$$

Система уравнений (П-1) нелинейна относительно  $q_x$ ,  $q_y$ . Вычитая в системе (П-1) первое уравнение из второго, получаем представление одной из переменных через другую:

$$q_y = \frac{aq_x + s - r}{b}.$$

В результате подстановки полученного выражения, например в первое уравнение, получаем квадратное уравнение

$$aq_x^2 + q_x(ab + s - r) - rb = 0, \quad (П-2)$$

решение которого не представляет особого труда.

Отсутствие приемлемой по критерию вероятности пары решений  $(0 \leq q_x, q_y \leq 1)$ , как правило, свидетельствует об ошибке при определении на предыдущих этапах результирующих параметров  $Q_j$ ,  $Q_k$ .

Если рассматривать операции  $A_y + (A_{kk} + A_w)$ ,  $A_x + (A_{jj} + A_w)$  также по «модели  $g$ », то согласно (2) можно записать более сложную в вычислительном плане нелинейную систему уравнений относительно параметров  $q_x, q_y, g_x$  и  $g_y$ :

$$Q_{j^*} = q_x q_{ykw} = q_x \frac{a + g_y}{1 + a + g_y};$$

$$Q_{k^*} = q_y q_{xjw} = q_y \frac{b + g_x}{1 + b + g_x}.$$

Данная система уравнений не сводится к квадратному уравнению. Здесь могут быть использованы итерационные методы, например метод Зейделя–Гаусса с рекуррентным соотношением:

$$q_x^{(k+1)} = Q_{j^*} \frac{1}{a + g_y^{(k)}} \frac{\partial}{\partial g_x} g_x^{(k+1)} = \frac{q_x^{(k+1)}}{1 - q_x^{(k+1)}};$$

$$q_y^{(k+1)} = Q_{k^*} \frac{1}{b + g_x^{(k+1)}} \frac{\partial}{\partial g_y} g_y^{(k+1)} = \frac{q_y^{(k+1)}}{1 - q_y^{(k+1)}}.$$

При этом решение (7) является достаточно хорошим начальным приближением – реально число необходимых итераций не превышает пяти.

**Интенсивности отказов эквивалентных ветвей  $x, y$**  определяются после расчетов  $q_x, q_y, g_x, g_y$ .

При формировании системы уравнений относительно искомым  $l_x, l_y$  необходимо учесть соотношение для результирующей (эквивалентной) интенсивности  $l_{\ominus}$  отказов при параллельном соединении двух элементов  $a, b$ :

$$l_{\ominus}(1 - q_a q_b) = l_a p_a p_b + l_b p_b p_a. \quad (П-3)$$

Вероятность отказа реальных технических устройств несопоставимо меньше вероятности их безотказной работы, поэтому в практических расчетах часто используется приближенное выражение  $l_{\ominus} \approx l_a q_b + l_b q_a$ . Однако в процессе эквивалентных преобразований расчетной схемы (ВП «звезда–треугольник», «треугольник–звезда») могут появиться дополнительные элементы с относительно большой вероятностью отказа, и тогда упрощенная формула может стать причиной погрешности результирующих ПСН.

Система уравнений, соответствующая логическим формулам (2) и выражению (П-3), для узла  $j$  имеет вид:

$$L_j^* P_j^* = l_x p_x q_{ykw} + (l_y + l_{kw}) p_{ykw} q_x;$$

$$\frac{l_x}{g_x} + \frac{(l_y + l_{kw})}{g_{ykw}} = \frac{L_j^*}{g_{j^*}}$$

или

$$\frac{I_x}{g_x} + \frac{I_y}{g_{ykw}} = C = \frac{L_j - I_{jj}}{g_j - g_{jj}} - \frac{I_{kw}}{g_{ykw}}, \quad (\text{П-4})$$

где  $L_j^* = L_j - I_{jj}$ ;  $g_j^* = (1 - P_j^*) / P_j^*$  по «модели p» и  $g_j^* = g_j - g_{jj}$ ;  $P_j^* = 1 / (1 + g_j^*)$  по «модели g» — результирующие ПН узла  $j$  без учета собственных отказов.

По аналогии с (П-4) записывается второе уравнение:

$$\frac{I_y}{g_y} + \frac{I_x}{g_{xjw}} = D = \frac{L_k - I_{kk}}{g_k - g_{kk}} - \frac{I_{jw}}{g_{xjw}}. \quad (\text{П-5})$$

Полученные выражения легко воспринимаются как представление интенсивности восстановления параллельного соединения.

В результате решения системы уравнений (П-4), (П-5) имеем:

$$I_x = \frac{Cg_{ykw} - Dg_y}{g_{ykw} - g_y}; \quad I_y = \frac{Dg_{xjw} - Cg_x}{g_{xjw} - g_x}.$$

**Заключение.** Основной причиной отличия показателей структурной надежности, определяемых существующими программными комплексами, следует считать неоднозначность положенных в основу расчетного алгоритма систем допущений и ограничений. Наиболее значимым здесь является вероятностное эквивалентирование электрически последовательных элементов. Допущение о возможности или невозможности кратных отключений последовательно соединенных элементов приводит к существенному отличию результирующих показателей надежности. В качестве основного предлагается принять метод, основанный на g-преобразованиях последовательной структуры.

Для расчета систем электроснабжения большой размерности наиболее эффективным является параллельный принцип расчетов, когда ПН узлов нагрузки определяются в рамках единой процедуры «исключение-восстановление узлов расчетной схемы». Базовой процедурой на этапе восстановления

очередного узла является локальное «ромб-эквивалентирование», которое при допущении о независимости отказов смежных узлов приводит к систематической погрешности расчетов при не адекватном учете одновременных отказов. Для компенсации погрешностей предлагается совместные отказы узлов учитывать с помощью матрицы одновременных отказов, формируемой на этапе восстановления узлов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Надежность** систем энергетики и их оборудования. Справочник. Т. 2: Надежность электроэнергетических систем/Под общ. редакцией Ю. Н. Руденко. — М.: Энергоатомиздат, 2000, 568 с.
2. **Биллингтон Р.** Оценка надежности электроэнергетических систем/Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1988, 288 с.
3. **Китушин В.Г.** Надежность энергетических систем. Теоретические основы / Учебное пос. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003, 256 с.
4. **Эндрэни Дж.** Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах / Пер с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1983, 336 с.
5. **Обоскалов В.П.** Структурная надежность электроэнергетических систем: Учебное пос. — Екатеринбург: УрФУ, 2012, 196 с.
6. **Котов О.М., Обоскалов В.П.** Программный комплекс анализа структурной надежности систем электроснабжения. Информация. Обеспечение. Задачи реального времени в диспетчерском управлении. Ч.2. — Каунас: Изд. Ин-та физико-технических проблем энергетики, 1987, с. 25–30.
7. **Грудинский П.Г.** Схемы коммутации электрических станций и подстанций — М.: Госэнергоиздат, 1948, 168 с.
8. **Синчугов Ф.И.** Надежность электрических сетей энергосистем. — М.: ЭНАС, 1998, 371 с.
9. **Козлов Б.А., Ушаков И.А.** Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. — М.: Советское радио, 1975, 472 с.
10. **Литвак Е.И.** Обобщенное преобразование треугольник-звезда при исследовании свойств сложных сетей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 1, с. 183–187.

[21.07.15]

*Автор: Обоскалов Владислав Петрович окончил в 1963 г. электротехнический факультет Уральского политехнического института (Уральский Федеральный университет — УрФУ, Екатеринбург). В 1999 г. защитил докторскую диссертацию «Вероятностное эквивалентирование в задачах надежности электроэнергетических систем» в Новосибирском государственном техническом университете. Профессор УрФУ.*

*Elektrichestvo (Electricity), 2015, No.12, pp. 4–12.*

## Computational Issues of Stochastic Network Reduction Technique for Electrical Power System Structural Reliability Calculations

**OBOSKALOV Vladislav Petrovich** (Ural, Federal University, Ekaterinburg, Russia) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)

*This paper considers calculation of structural reliability indices (SRI) for electrical power system (EPS), when «cutoff» failures are taken into account. It shows that existing software solutions provide diverse results due to different constraints and assumptions. Calculations presented in this paper, are based*



on typical EPS equivalent circuit data with minor additions aimed to account for specific EPS states. In fact, certain EPS elements (such as step down transformers, circuit breaker based automatic transfer switches, etc.) are considered as directional elements, in order to account for power flow direction. As a result, these elements have diverse SRI in upward and downward directions. The paper primarily assumes a parallel SRI calculation approach, which is based on two-stage EPS node «exclusion-restoration» process. Stochastic network reduction (SNR) technique is considered for certain stages of the calculation process. The paper shows that sequential SRI calculation technique has the largest impact on the resulting SRI. It proposes to use «g-transformation» technique for SRI calculation of sequential elements. Decomposition-based SNR techniques are not recommended for SRI calculations of meshed EPS, because they can not ensure adequate result. In addition, the paper shows that direct connection between adjacent nodes at the «restoration» stage of the calculation process can be ignored for nodes of rank 2. Moreover, it proposes simultaneous failure matrix in order to account for simultaneous node failures caused by external power supply failures. The matrix forms at the «restoration» stage of the calculation process. It compensates fixed error of the «rhombus» network reduction technique.

Key words: power supply systems, structural reliability, probabilistic equivalenting, reliability indices

#### REFERENCES

1. **Nadezhnost'** system energetiki i ikh oborudovaniya. Spravochnik. T. 2: Nadezhnost' elektroenergeticheskikh sistem/Pod red. Yu.N. Rudenko (The reliability of energy systems and equipment. Handbook. Vol. 2: The reliability of electric power systems). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 2000, 568 p.
2. **Billington R.** Otsenka nadezhnosti elektroenergeticheskikh sistem/Perev. s ang. (Evaluation of reliability of electric power systems/Transl. from Eng.). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1988, 288 p.
3. **Kitushin V.G.** Nadezhnost' energeticheskikh sistem. Teoreticheskiye osnovy (The reliability of energy systems. Theoretical foundation). Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, 2003, 256 p.
4. **Endreni J.** Modelirovaniye pri raschetakh nadezhnosti v elektroenergeticheskikh sistemakh/Perev. s ang. (Modeling in the calculation of reliability in power systems/Transl. from Eng.). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1983, 336 p.
5. **Oboskalov V.P.** Strukturnaya nadezhnost' elektroenergeticheskikh sistem (The structural reliability of electric power systems). Ekaterinburg, Ural Federal University, 2012, 196 p.
6. **Kotov O.M., Oboskalov V.P.** Programnyi kompleks analiza strukturnoi nadezhnosti sistem elektrosnabzheniya. Informatsiya. Obespecheniye. Zadachi real'nogo vremeni v dispetcherskom upravlenii. Ch. 2. (Software for analysis of structural reliability of power supply systems. Information. Provision. Real-time tasks in dispatching management. Part. 2). Kaunas, Institute of Physical and Technical Problems of Power Engineering, 1987, pp. 25–30.
7. **Grudinskii P.G.** Skhemy kommutatsii elektricheskikh stantsii i podstantsii (Schemes of electrical switching stations and substations). Moscow, Publ. Gosenergoizdat, 1948, 168 p.
8. **Sinchugov F.I.** Nadezhnost' elektricheskikh setei energosistem (The reliability of electric networks of power systems). Moscow, Publ. ENAS, 1998, 372 p.
9. **Kozlov B.A., Ushakov I.A.** Spravochnik po raschetu nadezhnosti apparatury radioelektroniki i avtomatiki (Manual calculation reliability electronics equipment and automation). Moscow, Publ. «Sovetskoye radio», 1975, 472 p.
10. **Litvak Ye.I.** Izvestiya RAN SSSR. Energetika i Transport – in Russ. (Proc. of USSR Academy of Sciences. Power Engineering and Transport), 1981, No. 1, pp. 183–187.

\* \* \*

### Уважаемые авторы!

Редакция публикует при каждой статье краткие сведения об авторах. В связи с этим просим вас при направлении статьи в редакцию сообщать (желательно и на английском языке):

- полные имена и отчества всех авторов;
- какой факультет, какого вуза и когда закончил;
- когда получил ученую степень, где и по какой тематике (теме) была защита;
- место работы и должность.

Кроме того, напоминаем, что на каждую статью следует представлять реферат (не менее 100 слов) на русском и английском языках (включая название), а также ключевые слова.