Метод расчета магнитного поля в магнитопроводе двухобмоточного трансформатора при установившемся режиме короткого замыкания

САХНО Л.И., ЛИХАЧЕВ Д.И.

Представлены аналитические выражения для магнитного потока в магнитопроводе броневого трансформатора с симметричными обмотками при коротком замыкании. Предложен метод расчета магнитного потока в магнитопроводе трансформатора произвольной конструкции, основанный на использовании схемы замещения трехобмоточного трансформатора. Приведены примеры расчета и результаты сопротивления расчетных и измеренных значений потока в магнитопроводе.

Ключевые слова: трансформатор, режимы, короткое замыкание, магнитное поле, схемы замещения, расчет

Расчет магнитного поля в магнитопроводе трансформатора при установившемся синусоидальном режиме короткого замыкания (КЗ) необходим при разработке некоторых типов специальных трансформаторов. В частности, к таким трансформаторам относятся трансформаторы машин контактной сварки [1]. В этих машинах используется способ сварки деталей давлением, при котором соединение образуется вследствие нагрева электрическим током и сжатия свариваемых деталей в зоне контактирования. Машина контактной сварки (МКС) работает в режиме, близком к режиму КЗ, так как ее нагрузка (активное сопротивление зоны сварки) не превышает нескольких десятков мкОм.

Трансформатор МКС отделяет сварочную цепь от силовой сети, понижает напряжение сети до значения, необходимого для сварки, самостоятельно или в комплексе с дополнительными устройствами обеспечивает регулирование сварочного тока. Эти трансформаторы не работают на холостом ходу, так как включение и выключение трансформатора проводится со стороны первичной обмотки при замкнутой вторичной цепи для избежания образования дуги между электродами и деталями (за исключением стыковой сварки оплавлением). Это существенно отличает их от силовых трансформаторов. Номинальным режимом работы некоторых трансформаторов МКС может быть режим, близкий к режиму КЗ. Например, такой режим характерен для трансформаторов инверторных источников питания повышенной частоты с выпрямлением сварочного тока, у которых индуктивные сопротивAnalytic expressions for the magnetic flux in the magnetic core of a shell-type transformer with symmetrical windings under short-circuit conditions are presented. A method for calculating the magnetic flux in the magnetic core of a transformer of an arbitrary design based on using the equivalent circuit of a three-winding transformer is proposed. Calculation examples and results from a comparison of calculated and measured values of flux in the magnetic core are given.

K e y w o r d s : transformer, short-circuit conditions, magnetic field, equivalent circuits, calculation

ления рассеяния значительно превышают сопротивления нагрузки. Известно, что магнитное поле в режиме K3 существенно отличается от режима холостого хода (х.х.) [2]. Это обстоятельство следует учитывать при выборе сечения магнитопровода таких трансформаторов. Однако методы расчета магнитного поля в магнитопроводе при установившемся режиме K3 трансформаторов МКС отсутствуют.

Для расчета магнитного поля в магнитопроводе трансформатора в указанном режиме необходимо с высокой точностью определить разность между магнитодвижущими силами (МДС) обмоток, которая равна $\dot{I}_0 w_1$ (\dot{I}_0 – ток намагничивания, w_1 – число витков первичной обмотки). Эта разность (МДС намагничивания) определяет основное магнитное поле в режиме КЗ и составляет несколько процентов МДС обмоток трансформатора. Для расчета тока намагничивания I₀ необходимо определить параметры Т-образной схемы замещения трансформатора [2], однако экспериментальные методы определения этих параметров отсутствуют, а расчетные разработаны только для ограниченного круга модельных задач. Это обстоятельство является препятствием при непосредственном применении Т-образной схемы замещения трансформатора к расчету магнитного поля в магнитопроводе трансформатора в режиме КЗ.

Для решения этой задачи разработаны новые 2 Т-образные схемы замещения двухобмоточного броневого трансформатора [3–5], в которых, так же как и в классической Т-образной схеме, сопротивление ветви намагничивания на три-четыре порядка больше сопротивлений в других ветвях схемы. Проблема измерения параметров этих схем в [3-5] не обсуждается. В этих работах выполнены расчеты коэффициентов магнитного состояния отдельных частей магнитопровода в установившемся синусоидальном режиме КЗ. Эти расчеты показали, что магнитный поток в некоторых частях магнитопровода может быть больше магнитного потока в нем при х.х. Такой поток назван «аномальным сверхпотоком». В других частях магнитопровода магнитный поток может быть направлен навстречу потоку при х.х. Этот поток назван «аномальным антипотоком». Эти результаты подтверждены [3, 5] численным расчетом магнитного поля броневого трансформатора, номинальная мощность которого составляет $S_{HOM} = 3,333$ MBT. Расчет выполнен методом конечных элементов с помощью пакета ELCUT. В основе расчета лежат уравнения линейного трансформатора. Поскольку при этом не учтена нелинейная зависимость собственных и взаимных индуктивностей обмоток трансформатора, которые входят в эти уравнения, расчетные значения тока х.х. I_{х.х.рас} отличаются от реального тока холостого хода данного трансформатора I_{х.х}, который указан в каталоге и приведен в [3], В $I_{x.x.pac} / I_{x.x} = 107,7/4,7$ »23 раза (в [3] магнитная проницаемость магнитопровода принята равной 100 m) и в $I_{x.x.pac} / I_{x.x} = 9,2 / 4,7$ »2 раза в [5] (магнитная проницаемость магнитопровода принята равной 1000m). Необходимость разработки новых схем замещения в [3-5] обосновывается тем, что классическая теория трансформаторов, основанная на понятиях основного магнитного поля и магнитного поля рассеяния, не позволяет объяснить появление « аномальных сверх- и антипотоков» в режиме КЗ трансформатора.

Цель статьи - показать, что классическая теория трансформаторов, основанная на понятиях основного магнитного поля и магнитного поля рассеяния [2] (определения и уравнения классической теории, используемые в статье, даны в приложении 1), позволяет не только рассчитать магнитное поле в магнитопроводе трансформатора в режиме КЗ (применяя схему замещения трехобмоточного трансформатора), но и просто и наглядно объяснить появление так называемых «аномальных» магнитных потоков. Для объяснения появления этих потоков проведен анализ выражений для магнитных потоков в магнитопроводе броневого трансформатора, полученных с использованием понятий основного магнитного поля и магнитного поля рассеяния.

Метод расчета магнитного поля в магнитопроводе трансформатора, предложенный в статье, основан на расчете ЭДС на воображаемой дополнительной разомкнутой обмотке, которая плотно примыкает к магнитопроводу в том месте, где нас интересует магнитный поток. Для расчета этой ЭДС используются схемы замещения трехобмоточного трансформатора [2, 6]. Так называемые «аномальные» потоки, рассчитанные с помощью схем замещения трехобмоточного трансформатора в диапазоне изменения нагрузки от х.х. до КЗ, учитывались при проектировании многообмоточных сварочных трансформаторов, для которых режим КЗ являлся одним из номинальных режимов [6, 7].

Аналитический расчет магнитного поля в магнитопроводе броневого трансформатора в режиме КЗ. Наиболее просто объяснить изменение магнитного потока в магнитопроводе трансформатора при КЗ по сравнению с режимом х.х. можно на основе анализа выражения для магнитного поля в магнитопроводе броневого трансформатора с симметричными обмотками, примыкающими к ярмам. На рис. 1 показаны картины поля в половине сечения броневого трансформатора с первичной 1 и вторичной 2 обмотками для разных режимов работы трансформатора (обмотки заштрихованы). Для такой конструкции можно строго разделить линии поля рассеяния первичной и вторичной обмоток. Расчет в режиме КЗ выполняется при допущениях, которые традиционно применяются при расчетах трансформаторов:

магнитная проницаемость магнитопровода т= ¥;

магнитодвижущие силы распределены равномерно по сечениям обмоток;



Рис. 1. Картины магнитного поля броневого трансформатора при КЗ внешней обмотки: a – основное поле; δ – поле рассеяния; e – результирующее поле

магнитное поле трансформатора является плос-копараллельным.

Кроме того, пренебрежем активными сопротивлениями обмоток, что позволяет перейти к расчету магнитостатического поля трансформатора, т.е. перейти от комплексных величин в (П1-1)–(П1-6) к действительным.

Рассмотрим случай, когда питающей является внутренняя обмотка, а короткозамкнутой – внешняя. Поскольку реальное магнитное поле трансформатора согласно классической теории трансформаторов есть результат наложения основного магнитного поля и магнитного поля рассеяния (см. определения основного магнитного поля и магнитного поля рассеяния в приложении 1, формула (П1-4)), на рис. 1,*а* показана линия основного магнитного потока F_0 (ток намагничивания I_0 протекает по первичной обмотке, а ток во вторичной обмотке отсутствует), на рис. 1,*б* – линии потоков рассеяния (в этом режиме токи в обмотках связаны соотношением (П1-5)), на рис. 1,*в* – линии реального (результирующего) магнитного поля.

Рассмотрим поле рассеяния (рис. 1,*б*). При симметрии обмоток магнитный поток в окне трансформатора строго делится на два потока: поток рассеяния первичной обмотки F_{s1} , линии которого сцепляются только с витками первичной обмотки, и поток рассеяния вторичной обмотки F_{s2} , линии которого сцепляются только с витками вторичной обмотки. Линия $AA \phi$ на рис. 1,*б*, которая разделяет эти потоки, расположена на расстоянии $a \phi_2 = a_{12} / 2$ от обмоток благодаря симметрии обмоток.

Из сравнения картин поля на рис. 1,a и δ видно, что в стержне трансформатора основной поток и поток рассеяния направлены в одну сторону, поэтому для получения результирующего поля на основе метода наложения эти потоки надо сложить:

$$\mathsf{F}_{\mathrm{cT}} = \mathsf{F}_{0} + \mathsf{F}_{\mathrm{s1}},\tag{1}$$

а в боковом ярме эти потоки имеют противоположные направления, поэтому для определения результирующего поля они вычитаются:

$$F_{6.9} = F_0 - F_{s2}.$$
 (2)

Направление линии потока в боковом ярме на рис. 1,*в* соответствует случаю $F_{s2} > F_0$.

Для расчета потоков F_{cT} и $F_{6.9}$ необходимо получить аналитические выражения для основного потока и потоков рассеяния первичной и вторичной обмоток F_{s1} и F_{s2} . Для определения потоков рассеяния рассмотрим рис. 2. Токи в обмотках в этом случае удовлетворяют равенству (П1-5). Поскольку магнитная проницаемость магнитопровода m = ¥, магнитное поле в окне трансформатора является одномерным. Напряженность магнитного поля в окне трансформатора имеет только осевую составляющую $H_z = H$, зависящую от координаты x. Эпюра $H_{(x)}$ для этого режима, приведенная на рис. 2, получена на основе закона полного тока. Ток в первичной обмотке трансформатора в режиме противовключения, который необходим для расчета $H_{(x)}$, найдем из (П1-6) при $r_1 g = 0$.

$$I_1 = U_1 / x p_2, (3)$$

где $x_{f_2} = wL_{f_2}$; L_{f_2} — индуктивность рассеяния трансформатора в режиме противовключения, приведенная к первичной обмотке (формулу для расчета L_{f_2} см. в приложении 2).



Рис. 2. Эпюра напряженности магнитного поля трансформатора в режиме противовключения

Основной магнитный поток найдем из первого уравнения системы (П1-3). Для этого запишем это уравнение при $r_1 = 0$:

$$\dot{U}_1 = j W (\dot{Y}_{s1} + w_1 \dot{F}_0),$$
 (4)

где $Y_{s1} = L_{s1}\dot{I}_1$ — потокосцепление первичной обмотки. Тогда

$$\dot{\mathsf{F}}_{0} = \frac{\dot{U}_{1}}{j\mathsf{W}w_{1}} - \frac{\dot{\mathsf{Y}}_{s1}}{w_{1}} = \dot{\mathsf{F}}_{x.x} - \frac{\dot{\mathsf{Y}}_{s1}}{w_{1}},$$
 (5)

где $\dot{\mathsf{F}}_{x.x} = \frac{U_1}{j \mathsf{W} w_1}$ — магнитный поток в магнитопро-

воде при х.х.; Y_{s1} – потокосцепление рассеяния первичной обмотки.

Поскольку активные сопротивления обмоток равны нулю, в (5) можно перейти от комплексных к действительным значениям F_0 и Y_{s1} .

Для расчета основного потока по (5) необходимо знать потокосцепление первичной обмотки Y_{s1}. Формулы для расчета Y_{s1} , F_{s1} , F_{s2} получены на основе эпюры $H_{(x)}$ на рис. 2 в приложении 2. Для потокосцепления первичной обмотки имеем:

$$Y_{sl} = w_1 F_{x.x} \frac{\hat{\vec{c}}_2^a + a p_2 \hat{\vec{\phi}}}{\hat{\vec{c}}_2^a + a_{l2} \hat{\vec{\phi}}}.$$
 (6)

Подставляя (6) в (5), получаем:

$$F_{0} = F_{x,x} - F_{x,x} \frac{\overset{\circ}{\underbrace{e}3}}{\underset{c}{\underbrace{e}3}} + a \overset{\circ}{\underbrace{e}2} \overset{\circ}{\underbrace{g}}}{\underset{c}{\underbrace{e}3}} + a_{12} \overset{\circ}{\underbrace{g}}}{\underset{c}{\underbrace{e}3}}.$$
 (7)

Поток рассеяния первичной обмотки, который проходит по стержню магнитопровода (рис. 1,б), равен:

$$F_{s1} = F_{x.x} \frac{\overset{\widetilde{c}a}{\overset{\widetilde{c}}{3}} + a q_2 \overset{\widetilde{o}}{\overset{\widetilde{c}}{2}}}{\underset{\widetilde{c}}{\overset{\widetilde{c}}{3}} + a_{12} \overset{\widetilde{o}}{\overset{\widetilde{c}}{\overset{\widetilde{c}}{\beta}}}}.$$
(8)

Благодаря симметрии $F_{s1} = F_{s2}$. Подставив F_0 из (7) и F_{s1} из (8) в (1), получим результирующий поток в стержне:

$$\mathsf{F}_{\rm CT} = \mathsf{F}_{\rm X.X} \overset{\mathfrak{g}}{\underbrace{\mathsf{g}}}^{1} + \frac{a}{4a + 6a_{12}} \overset{\mathfrak{g}}{\underbrace{\mathsf{g}}}^{1} \tag{9}$$

Для получения потока в боковом ярме подставляем F_0 из (7) и $F_{s1} = F_{s2}$ из (8) в (2):

Коэффициент магнитного состояния исследуемой части магнитопровода определяется формулой [3]:

$$k = F / F_{x,x}, \qquad (11)$$

где F – магнитный поток в исследуемой части магнитопровода.

Коэффициент магнитного состояния стержня равен:

$$k_{\rm cT} = \frac{{\sf F}_{\rm cT}}{{\sf F}_{\rm x.x}} = 1 + \frac{1}{4 + 6^{\frac{a_{12}}{2}}};$$
 (11a)

а

то же бокового ярма:

$$k_{6,\pi} = \frac{\mathsf{F}_{6,\pi}}{\mathsf{F}_{x,x}} = 1 - \frac{5 + 6\frac{a_{12}}{a}}{4 + 6\frac{a_{12}}{a}}.$$
 (116)

Из (11а) и (11б) видно, что коэффициенты магнитного состояния зависят только от соотношения a_{12} / a . Для стержня $k_{\rm ct}$ ³ l, для бокового ярма $k_{6, s}$ £1. При увеличении отношения a_{12} / a , т.е. при увеличении рассеяния трансформатора, $k_{\rm cr}$ стержня уменьшается, в пределе стремясь к единице, а $k_{5.8}$ бокового ярма увеличивается, в пределе стремясь к нулю.

Например, ДЛЯ случая $a = a \phi$ имеем $k_{\rm ct} = 1,0625, k_{\rm 6.9} = -0,0625.$ Потоки в магнитопроводе для этого случая: $\Phi_0 = 0,5 \ \Phi_{\rm X.X.}$ (по формуле (7)); $F_{sl} = 0,5625 \Phi_{x.x.}$ (no (8)); $F_{cT} = 1,0625F_{x.x}$ (no (1)); для бокового ярма $\Phi_0 = 0,5 \Phi_{x.x.}$, $F_{s2} = 0,5625 \Phi_{x.x.}, F_{5,g} = 0,0625 \Phi_{x.x}$ (по (2)). Следовательно, поток в стержне больше потока при х.х. («сверхпоток» по [3-5]), а в боковом ярме близок к нулю и имеет направление, противоположное направлению потока при х.х. («антипоток» [3-5]).

Если короткозамкнутой обмоткой является внутренняя (рис. 3), а питающей – внешняя, то при неизменном направлении тока в первичной обмотке (\odot на рис. 1,*a*, 3,*a*) изменяется направление потока рассеяния (рис. 3,б). В этом случае в стержне $F_{cT} = -0,0625F_{X,X}$, $k_{cT} = -0,0625$, $F_{\overline{0.9}} = 1,0625 F_{X,X}, k_{\overline{0.9}} = 1,0625.$

Таким образом, классическая теория трансформаторов, основанная на понятиях основного магнитного поля и магнитного поля рассеяния, позволяет получить так называемые «аномальные сверхи антипотоки» в магнитопроводе при КЗ.

Из анализа картин поля на рис. 1 и 3 следует, что изменение магнитного потока в магнитопроводе при K3 по сравнению с потоком при х.х. определяется только потоком рассеяния. Разница в значениях магнитных потоков в стержне и боковом ярме определяется тем, что при КЗ внешней обмотки в стержне поток намагничивания F₀ и поток рассеяния F _{s1} направлены в одну сторону, поэтому они суммируются, а в боковом ярме они направлены в разные стороны, и из потока намагничивания вычитается поток рассеяния в ярме. При



Рис. 3. Картины магнитного поля броневого трансформатора при КЗ внутренней обмотки: *а* – основное поле; *б* – поле рассеяния; *в* – результирующее поле

КЗ внутренней обмотки изменяется направление потока рассеяния (если сохраним направление первичного тока), поэтому в боковом ярме основной поток и поток рассеяния направлены в одну сторону, а в стержне – в противоположные. Появление потоков, противоположных потоку при х.х. в боковом ярме при КЗ внешней обмотки и в стержне при КЗ внутренней обмотки, обусловлено тем, что поток намагничивания $F_0 = 0.5F_{x.x}$, направление которого совпадает с направлением потока в магнитопроводе при х.х., меньше потоков рассеяния $F_{s1} = F_{s2} = 0.5625F_{x.x}$, которые в этих частях магнитопровода направлены в сторону, противоположную направлению основного потока.

Основная трудность при получении аналитического решения задачи расчета магнитного потока в магнитопроводе состоит в необходимости разделения магнитных потоков рассеяния первичной и вторичной обмоток, т.е. в определении положения линии $AA\phi$ на рис. 1–3. Полученные решения справедливы только для симметричных обмоток.

Методика расчета магнитного поля в магнитопроводе на основе использования схем замещения трехобмоточных трансформаторов. Простой способ расчета магнитного поля в магнитопроводе на основе классической теории для любых конструкций трансформаторов можно предложить, если воспользоваться схемами замещения трехобмоточных трансформаторов. Для этого надо представить, что в том месте магнитопровода, где мы хотим рассчитать магнитный поток, расположена разомкнутая тонкая измерительная обмотка, которая плотно примыкает к магнитопроводу и имеет w_3 витков. Например, на рис. 4,*а* показана измерительная обмотка *3*, которая охватывает стержень броневого трансформатора и служит для определения потока в его стержне. В электрической схеме (рис. 4,6) 1 и 2 – первичная и вторичная обмотки исследуемого трансформатора, обмотка 2 замкнута накоротко, а дополнительная обмотка 3, которая является воображаемой, а не реальной, разомкнута. К зажимам обмотки 3 подключен вольтметр. Поскольку магнитный поток в стержне броневого трансформатора сцепляется со всеми витками этой обмотки, ЭДС на зажимах обмотки 3 можно представить в виде

$$\dot{E}_{\rm M3M} = - j W w_3 \dot{\mathsf{F}}_{\rm M3M}, \qquad (12)$$

где F_{изм} – магнитный поток, с которым сцепляется измерительная обмотка *3*.

Если обмотка *3* реально будет на магнитопроводе, то при подключении схемы к сети на рис. 4,*б*, вольтметр, подключенный к зажимам измерительной обмотки, покажет действующее значение напряжения $U_{\rm ИЗM} = E_{\rm ИЗM}$. Используя выражение (12), можно найти действующее значение потока $\dot{\rm F}_{\rm ИЗM}$.



Рис. 4. Схема конструкции (*a*) и электрическая схема (*б*) броневого трансформатора с дополнительной измерительной обмоткой

Таким образом, для расчета потока в стержне необходимо найти ЭДС $\dot{E}_{\rm ИЗМ}$. Для этого следует воспользоваться схемами замещения трехобмоточного трансформатора. Известны две схемы замещения трехобмоточного трансформатора – классическая трехлучевая схема замещения [2], параметры которой приведены к первичной обмотке, а обмотки имеют электрическую связь, и схема замещения, параметры которой приведены к вторичным обмоткам, а обмотки не связаны между собой [6, Любую из этих схем можно использовать для 71. решения поставленной задачи. Тождественность указанных схем показана в [7]. Преимущество второй из указанных схем состоит в физическом смысле ее параметров, поэтому она используется для расчетов в данном случае.

На рис. 5, а дана электрическая схема трехобмоточного трансформатора, вторичные обмотки кото-

рого подключены к нагрузкам. В обмотках протекают токи I1, I2, I3. На рис. 5,6 дана его схема замещения, в которой вторичные обмотки не связаны между собой [7]. В этой схеме замещения приняты следующие обозначения: E_{x,x^2} , E_{x,x^3} – ЭДС х.х. второй и третьей обмоток; Lg₁₂, rg – индуктивность рассеяния и активное сопротивление трансформатора с обмотками 1 и 2, приведенные к обмотке 2; Lg 3, r g - то же с обмотками 1 и 3, приведенные к обмотке 3; $z_{\rm H1}$, $z_{\rm H2}$ – сопротивления нагрузок в цепях обмоток 2 и 3; $U_{\rm H2}$, $U_{\rm H3}$ – напряжения на нагрузках обмоток 2 и 3. Индуктивности рассеяния Lg и Lg связаны между собой взаимной индукцией с коэффициентом M_{s123}, который назван коэффициентом взаимной индукции по потокам рассеяния. Этот коэффициент является коэффициентом пропорциональности между потокосцеплением с обмоткой 3, которое создано потоком рассеяния двухобмоточного трансформатора с обмотками 1 и 2. Соответственно, этот коэффишиент также является коэффициентом пропорциональности между потокосцеплением с обмоткой 2, которое создано потоком рассеяния двухобмоточного трансформатора с обмотками 1 и 3. В схеме на рис. 5, б показан зависимый источник тока

 $\frac{l_1}{k_{12}k_{13}}\dot{I}_3$, который учитывает изменение ЭДС на

зажимах обмотки 2 за счет падения напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки 1 двухобмоточного трансформатора с обмотками 1 и

3. Зависимый источник $\frac{r_1}{k_{12}k_{13}}\dot{I}_2$ учитывает изме-

нение ЭДС на зажимах обмотки *3* за счет падения напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки *1* двухобмоточного трансформатора с обмотками *1* и *2*.



Рис. 5. Электрическая схема трехобмоточного трансформатора (a) и его схема замещения (b)

Уравнения трансформатора для схемы замещения рис. 5,6 имеют вид:

$$\dot{E}_{x,x2} = r_{1} \underbrace{g}_{12} \dot{I}_{2} + j w L \underbrace{g}_{12} \dot{I}_{2} + \frac{r_{1}}{k_{12}k_{13}} \dot{I}_{3} + \ddot{I}_{3} + \ddot{I}_{4} + j w M_{s123} \dot{I}_{3} + \dot{U}_{H2};$$

$$\dot{E}_{x,x3} = r_{1} \underbrace{g}_{13} \dot{I}_{3} + j w L \underbrace{g}_{13} \dot{I}_{3} + \frac{r_{1}}{k_{12}k_{13}} \dot{I}_{2} + \ddot{I}_{3} + j w M_{s123} \dot{I}_{2} + \dot{U}_{H3}.$$
(13)

Второе уравнение системы (13) для схемы на рис. 4,6 при $\dot{I}_3 = 0$, $\dot{U}_{_{\rm H3M}} = \dot{U}_{_{\rm H3}}$ будет иметь вид:

$$\dot{U}_{\mu 3M} = \dot{E}_{x.x3} - j w M_{s123} \dot{I}_2 - \frac{r_1}{k_{12} k_{13}} \dot{I}_2.$$
 (13a)

Для расчета коэффициента взаимной индукции по потокам рассеяния $M_{\rm s123}$ получена формула, в которую входят значения индуктивности рассеяния трех двухобмоточных трансформаторов:

$$M_{s123} = \frac{Lg_{12} + Lg_{13} - Lg_{23}}{2k_{12}k_{13}},$$
 (14)

где Lg_{12} — индуктивность рассеяния трансформатора с обмотками *1* и *2*; Lg_{13} — то же с обмотками *1* и *3*; Lg_{23} — то же с обмотками *2* и *3* (все индуктивности приведены к первичной обмотке *1*).

Расчет напряжения на зажимах измерительной обмотки по формуле (13а) позволяет найти магнитный поток, сцепляющийся с этой обмоткой, по формуле (12):

$$\mathsf{F}_{\text{M3M}} = -\frac{1}{jww_{3}} \overset{\tilde{\mathfrak{G}}}{\in} E_{x,x3} - jwM_{s123}\dot{I}_{2} - \frac{r_{1}}{k_{12}k_{13}}\dot{I}_{2} \overset{\tilde{\mathfrak{G}}}{\stackrel{:}{\doteq}} (15)$$

На основе формул (13)–(15) в приложении 3 получена простая формула для коэффициента магнитного состояния магнитопровода для случая, когда можно пренебречь активными сопротивлениями обмоток по сравнению с индуктивными сопротивлениями рассеяния (П3-6):

$$k = 1 - \frac{Lg_{12} + Lg_{13} - Lg_{23}}{2Lg_{12}}.$$
 (16)

Примеры расчета коэффициентов магнитного состояния магнитопровода при КЗ. В приведенных далее примерах для броневых трансфороматоров расчет коэффициентов магнитного состояния выполнялся по (16), расчет индуктивностей рассеяния Lg_{12} , Lg_{13} , Lg_{23} — по (П2-1); для расчета индуктивностей рассеяния в трансформаторе ТК-18.05 использовался метод конечных элементов, реализованный в пакете программ ELCUT. Для всех приведенных примеров принято, что измерительная обмотка имеет один виток.

Броневой трансформатор с симметричными обмотками. Покажем, что расчет коэффициентов магнитного состояния магнитопровода по формуле (16) совпадает с результатами расчета этих коэффициентов по аналитическим выражениям, приведенным в статье ранее. Обмотки 1 и 2 имеют толщину *a*, расстояние между обмотками $a_{12} = 2a$, толщина дополнительной измерительной обмотки 3 принята равной 0,1*a*. Результаты расчета индуктивностей рассеяния (Гн) и коэффициента магнитного состояния стержня при K3 внешней и внутренней обмоток:

Параметр	Внешняя обмотка	Внутренняя обмотка
Lg_{12}	$2,66cw_1^2$	$2,66cw_2^2$
L g ₁₃	$0,36cw_1^2$	$3,36cw_2^2$
L g ₂₃	$3,36cw_1^2$	$0,36cw_2^2$
k _{ct}	1,0625	-0,0625

Здесь c — коэффициент пропорциональности в выражении для индуктивностей рассеяния в (П2-1), определяемый геометрическими параметрами трансформатора и магнитной проницаемостью m_0 , который не влияет на значения коэффициентов магнитного состояния магнитопровода. Приведенные результаты расчета $k_{\rm cT}$ совпадают с результатами, приведенными в статье ранее.

Броневой трансформатор ОСМ-1У3 [4]. В [4] даны результаты измерения магнитного потока в магнитопроводе трансформатора. Расчет магнитного поля в этом трансформаторе выполнен для сопоставления с результатами этих измерений. Конструкция трансформатора показана на рис. 6. Геометрические параметры трансформатора: $D_{\rm cT} = 56$ мм, $h_{\rm of} = 84$ мм, $d_{\rm I} = 3$ мм, a = 10 мм, d = 0, b = 3 мм, $d_{\rm 2} = 5$ мм, $w_{\rm BHT} = 535$, $w_{\rm BHIII} = 161$. Питание транс-



Рис. 6. Схема конструкции трансформатора из [4]: *С*, *Я* – измерительные витки на стержне и боковом ярме

форматора осуществлялось от источника с f = 1000 Гц. Результаты расчета индуктивностей рассеяния (Гн) и коэффициентов магнитного состояния стержня:

Параметр	Внешняя обмотка	Внутренняя обмотка
Lg_{12}	$0,00433cw_1^2$	$0,00433cw_2^2$
<i>L</i> g ₁₃	$0,00567cw_1^2$	$0,01330cw_2^2$
L g ₂₃	$0,01330cw_1^2$	$0,00567cw_2^2$
k _{ct}	1,38	-0,38

Приведенные результаты расчета коэффициентов магнитного состояния стержня совпадают с результатами измерений [4].

Броневой трансформатор [3]. Номинальные данные рассмотренного этого трансформатора: $f = 50 \ \Gamma_{\rm II}, U_{\rm BH} = 66,4 \ \kappa B, U_{\rm HH} = 6,35 \ \kappa B, I_0 = 4,72 \ A, I_{1\rm H} = 524,5 \ A, Z_{\rm K3} = 1,27 \ Om. Конструктивные параметры трансформатора (рис. 7): <math>d_{\rm CT} = 436,8 \ {\rm MM}, h_{\rm CT} = 873,6 \ {\rm MM}, a_{01} = 30 \ {\rm MM}, a_1 = 41,9 \ {\rm MM}, a_{12} = 50 \ {\rm MM}, a_2 = 62,9 \ {\rm MM}, a_{22} = 50 \ {\rm MM}, \ число \ витков \ первичной обмотки w_1 = 128, \ вторичной обмотки принята равной 1 \ {\rm MM}. \ Результаты расчета индуктивностей рассеяния (Гн) и <math>k_{\rm CT}$ для стержня магнитопровода при КЗ внешней и внутренней обмоток:

Параметр	Внешняя обмотка	Внутренняя обмотка
Lg_{12}	$0,0849cw_1^2$	$0,0849cw_2^2$
L g ₁₃	$0,0443cw_1^2$	$0,1430cw_2^2$
Lg ₂₃	$0,1430cw_1^2$	$0,0443cw_2^2$
k _{ct}	1,07	-0,07



Рис. 7. Схема конструкции трансформатора [3]

Значения коэффициентов магнитного состояния совпадают с их значениями, полученными в [3].

Трансформатор ТК-18.05 радиальной машины контактной сварки переменного тока МТ-1214 [8]. Для расчета выбран типичный трансформатор, который имеет броневой магнитопрод и дисковые чередующиеся обмотки. Номинальные данные: f = 50Гп, $U_{\rm BH} = 350$ В, $U_{\rm HH} = 4,8$ В, $I_0 = 4,25$ А, $I_{2\rm H} = 18000$ А, $S_{\rm H} = 87,5$ кВ**ж**. Регулирование сварочного тока осуществляется изменением числа витков первичной обмотки. Для номинальной ступени регулирования $w_1 = 72$; вторичная обмотка имеет один виток ($w_2 = 1$). На рис. 8 показана половина сечения трансформатора: четыре диска первичной обмотки 1, два диска вторичной обмотки 2 (диски вторичной обмотки соединены параллельно), измерительная обмотка 3 (толщина обмотки 1 мм) для определения магнитного потока в стержне. В каждом диске первичной обмотки 18 витков, диски соединены последовательно. Активное сопротивление трансформатора $r_i = 24$ мкОм соизмеримо с его индуктивным сопротивлением wL ϕ = 20 мкОм (в отличие от рассмотренных ранее трансформаторов), поэтому коэффициент магнитного состояния магнитопровода является комплексной величиной.



Рис. 8. Схема конструкции сварочного трансформатора: *1* – первичная обмотка; *2* – вторичная; *3* – измерительная (размеры в мм)

Для определения этого коэффициента следует воспользоваться формулой (ПЗ-9) (приложение 3). Поскольку обмотки 2 и 3 имеют по одному витку, ЭДС х.х. этих обмоток равны ($\dot{E}_{x,x3} = \dot{E}_{x,x2}$). Тогда формула (ПЗ-9) принимает вид:

$$k_{\rm CT} = 1 - \frac{j w M_{123} + \frac{r_1}{k_{12} k_{13}}}{r_1 \# + j w L_1 \#}$$

Расчет индуктивностей рассеяния трехобмоточного трансформатора, которые необходимы для определения M_{s123} , выполнен методом конечных элементов с помощью пакета ELCUT. Сопротивление первичной обмотки $r_1 = 0,045$ Ом. Результаты расчета параметров: $wL_{f2} = 0,103$ Ом; $wL_{f3} = 1,31$ Ом; $wL_{f3} = 1,358$ Ом; $wM_{s123} = 5,30$ мкОм; $r_1 / k_{12} k_{13} = 8,68$ мкОм; $k_{cT} = 0,667 + j0,048$.

Приложение 1. Уравнения трансформатора, необходимые для расчета магнитного поля в магнитопроводе. В классической теории расчета трансформаторов в установившемся синусоидальном режиме лежат уравнения в комплексной форме, записанные для эквивалентных синусоид [2]:

$$\begin{split} U_1 &= I_1 Z_1 + j I_0 x_0; \\ \dot{U}_2 &= - \dot{I}_2 Z_2 - j \dot{I}_0 k_{21} x_0, \end{split} \tag{\Pi1-1}$$

где U_1 – напряжение, приложенное к первичной обмотке; \dot{I}_1 , \dot{I}_2 – токи в первичной и вторичной обмотках; $Z_1 = r_1 + jx_1$; $Z_2 = r_2 + jx_2$; r_1 , r_2 – активные сопротивления первичной и вторичной обмоток; $x_1 = wL_{s1}$; $x_2 = wL_{s2}$; w – круговая частота; L_{s1} , L_{s2} – индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток; $\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 Z_H$ – напряжение на нагрузке; Z_H – полное сопротивление нагрузки; $x_0 = wk_{12}L_{12}$; L_{12} – взаимная индуктивность обмоток; $k_{12} = w_1 / w_2$; $k_{21} = w_2 / w_1$; w_1 , w_2 – число витков первичной и вторичной обмоток; \dot{I}_0 – ток намагничивания, равный

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + k_{21}\dot{I}_2.$$
 (II1-2)

Эти уравнения получены без учета магнитных потерь при постоянном значении магнитной проницаемости магнитопровода.

Уравнения (П1-1), приведенные к первичной обмотке, имеют вид:

$$\begin{split} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{I}_1 + j x_1 \dot{I}_1 + j x_0 \dot{I}_0; \\ &\quad \cdot \dot{U}_2 = r \not e \dot{I} \not e + j x \not e \dot{I} \not e + j x_0 \dot{I}_0, \\ \text{где } \dot{U} \not e = \dot{U}_2 k_{12}; \quad \dot{I} \not e = \dot{I}_2 k_{21}; \quad x \not e = x_2 k_{12}^2; \quad r \not e = r_2 k_{12}^2. \end{split}$$

Этим уравнениям соответствует Т-образная схема замещения трансформатора.

Используя (П1-2), ток в первичной обмотке можно представить в виде

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - k_{21}\dot{I}_2.$$
 (П1-4)

Это равенство дает возможность представить, что магнитное поле трансформатора создано двумя системами токов: током намагничивания \dot{I}_0 , протекающим по первичной обмотке; токами первичной - $k_{21}\dot{I}_2$ и вторичной \dot{I}_2 обмоток (режим противовключения).

В режиме противовключения

$$\vec{I}_1 = -k_{21}\vec{I}_2.$$
 (П1-5)

Магнитное поле, созданное током намагничивания, называется *основным магнитным полем*, а магнитное поле в режиме противовключения — *полем рассеяния*. Реальное магнитное поле трансформатора в любом режиме его работы есть результат наложения этих двух идеализированных полей. Это поле назовем *результирующим полем*.

Поскольку коэффициент связи обмоток силовых трансформаторов очень высок (0,998,0,9995), ток намагничивания составляет только несколько процентов тока в первичной обмотке. Поэтому при расчете токов в обмотках в номинальном режиме (и тем болеее при КЗ) можно пренебречь током намагничивания, тогда уравнения (П1-3) сводятся к одному уравнению:

где $Z_{f_2} = r_{f_2} + jx p_2$; $x p_2 = x_1 + k_{12}^2 x_2$; $r_{f_2} = r_1 + k_{12}^2 r_2$; $Z_{f_1} = k_{12}^2 Z_H$; $U_{f_2} = Z_{f_1} I_1$, а Т-образная схема — к Г-образной схеме замещения.

Параметр Z_{f2} Г-образной схемы находится из опыта K3 или из расчета режима противовключения.

Приложение 2. Расчет потоков рассеяния первичной и вторичной обмоток. Индуктивность рассеяния двухобмоточного трансформатора [2]:

$$Lg_{12} = cw_1^2 \dot{c} \frac{a+b}{3} + a_{12} \dot{c} \frac{\ddot{o}}{\dot{o}}, \qquad (\Pi 2-1)$$

где a — толщина первичной обмотки; b — толщина вторичной обмотки; $c = m_0 p D / h$; D — средний диаметр обмоток; h — высота обмотки (a, b, D, h — см. рис. 2).

Для обмоток с одинаковой толщиной (a=b)

$$Lg_{12} = cw_1^2 \dot{c}_{\dot{a}}^{22a} + a_{12} \dot{c}_{\dot{a}}^{\dot{o}}$$
(Π2-2)

Ток в режиме противовключения в первичной обмотке исследуемого трансформатора

$$I_{1} = \frac{U_{1}}{\mathsf{w}Lg_{12}} = \frac{U_{1}}{\mathsf{w}cw_{1}^{2}\overset{\text{cel}}{\underline{e}}\frac{a}{3} + a_{12}\overset{\text{cel}}{\underline{o}}}.$$
 (П2-3)

Потокосцепление рассеяния с первичной обмоткой

$$Y_{s1} = L_{s1}I_1, \qquad (\Pi 2-4)$$

где L_{s1} – индуктивность рассеяния первичной обмотки, которая благодаря симметрии равна:

$$L_{s1} = \frac{Lg_{12}}{2} = cw_1^2 \overset{2\Theta2a}{c} \overset{2a}{3} + ag_2^2 \overset{\ddot{\Theta}}{\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}}}$$
(Π2-5)

Подставляя (П2-3), (П2-5) в (П2-4), получаем: *Эл* Ö

$$Y_{s1} = \frac{U_1}{W} \frac{\ddot{e}_3^{a} + a_{f2}}{\ddot{e}_3^{a} + a_{l2}} \frac{\ddot{\varphi}}{\ddot{\varphi}}.$$
 (Π2-6)

Выражение, необходимое для расчета основного потока в (5), получается из (П2-6):

$$\frac{Y_{s1}}{w_1} = \frac{U_1}{w_{w_1}} \frac{\overset{\tilde{g}a}{\dot{e}_3} + a p_2 \overset{\tilde{g}}{\dot{e}_3}}{\overset{\tilde{g}a}{\dot{e}_3} + a_{12} \overset{\tilde{g}}{\dot{e}_3}} = F_{x.x} \frac{\overset{\tilde{g}a}{\dot{e}_3} + a p_2 \overset{\tilde{g}}{\dot{e}_3}}{\overset{\tilde{g}a}{\dot{e}_3} + a_{12} \overset{\tilde{g}}{\dot{e}_3}}.(\Pi 2-7)$$

Для расчета магнитного потока рассеяния F s1 представим этот поток в виде двух слагаемых:

$$F_1 = F g_1 + F g_1,$$
 (П2-8)

где $F g_1$ — определяется линиями поля, которые проходят по обмотке *1*; $F g_1$ определяется линиями поля, проходящими в промежутке между обмотками $ag_2 = a_{12}/2$.

Магнитный поток $dF g_1$, который проходит через заштрихованную на рис. 2 трубку, равен:

$$d\mathsf{F} \, \mathsf{g}_1 = B_{(x)} ds, \tag{\Pi2-9}$$

где $B_{(x)} = m_0 H_{12} \frac{x}{a}$ – индукция в точке с координатой x; $H_{12} = I_{1K3} w_1 / h$ – напряженность магнитного поля в промежутке между обмотками, которая определена на основе закона полного тока при магнитной проницаемости магнитопровода m= ¥; ds = pDdx – площадь поперечного сечения заштрихованной трубки на рис. 2 (считаем, что радиальный размер окна намного меньше диаметра *D*, поэтому *D* = const в пределах окна магнитопровода). Выражение (П2-9) запишем в виде:

$$d\mathsf{F} \,\mathfrak{g}_1 = \mathsf{p} D\mathsf{m}_0 H_{12} \,\frac{x}{a} dx.$$
 (П2-10)

Поток

$$\mathsf{F} \, \mathfrak{E}_{1} = \frac{\mathsf{p} D \mathfrak{m}_{0} I_{1 \mathsf{K}3} w_{1}}{ha} \overset{a}{\underset{0}{\text{o}}} x dx = w_{1} c I_{1 \mathsf{K}3} \frac{a}{2}, \, (\Pi 2\text{-}11)$$

где $c = m_0 p D / h$.

Магнитный поток в промежутке аф

$$\mathsf{F} \, \mathfrak{G}_1 = \, \mathfrak{m}_0 H_{12} \, \mathsf{p} \, Da \mathfrak{G}_2 = \, w_1 c I_{1_{\mathrm{K}3}} a \mathfrak{G}_2 \,. \quad (\Pi 2\text{-}12)$$

Из (П2-8), (П2-11), (П2-12) получаем магнитный поток в стержне трансформатора:

$$\mathsf{F}_{s1} = \frac{U_1}{\underset{\mathbf{k}}{\overset{\mathbf{k}}}_{2}} \underbrace{\overset{\mathbf{k}}{\overset{\mathbf{k}}}_{2}}_{\mathbf{k}} + a \underbrace{\overset{\mathbf{k}}{\overset{\mathbf{k}}}_{2}}_{\mathbf{k}}}_{\mathbf{k}} \underbrace{(\Pi 2-13)}_{\mathbf{k}}$$

Приложение 3. *Расчет коэффициентов магнит*ного состояния магнитопровода. Рассмотрим случай, когда можно пренебречь активными сопротивлениями обмоток по сравнению с их индуктивными сопротивлениями рассеяния. Поскольку магнитный поток пропорционален ЭДС на зажимах измерительной обмотки, коэффициент магнитного состояния

$$k = E_{\mu_{3M}} / E_{\chi,\chi_3}.$$
 (П3-1)

Используя выражение для ЭДС из (13а) при $r_1 = 0$, получаем:

$$\frac{E_{\text{M3M}}}{E_{\text{X,X3}}} = 1 - \frac{\text{w}M_{\text{s123}}I_2}{E_{\text{X,X3}}}, \qquad (\Pi 3-2)$$

где $E_{x.x3} = \frac{E_{x.x1}}{k_{13}} - ЭДС х.х. обмотки 3; <math>k_{13} = \frac{w_1}{w_3}$.

Запишем выражение для тока вторичной обмотки в режиме КЗ при пренебрежении активными сопротивлениями обмоток:

$$I_2 = \frac{E_{x,x2}}{\mathsf{wLgt}_{12}} = \frac{E_{x,x1}}{k_{12}\mathsf{wLgt}_{12}} = \frac{E_{x,x1}k_{12}}{\mathsf{wLgt}_{12}}, \quad (\Pi 3-3)$$

где L_{12}^{\bullet} — индуктивность рассеяния трансформатора с обмотками 1 и 2, приведенная к вторичной обмотке 2.

В (П3-3) индуктивность $L_{g_{12}}$, приведенная к вторичной обмотке, заменена индуктивностью $L_{g_{12}}$, приведенной к первичной обмотке, согласно формуле

$$Lg_{12} = \frac{Lg_{12}}{k_{12}^2}.$$
 (П3-4)

Подставляя I₂ из (ПЗ-3) в (ПЗ-2), получаем:

$$k = 1 - \frac{M_{s123}k_{13}}{k_{12}L_{g12}} = 1 - \frac{M_{s123}k_{13}k_{12}}{L_{g12}}.$$
 (II3-5)

Принимая во внимание формулу (18) для *M*_{\$123}, получаем:

$$k = 1 - \frac{Lg_{12} + Lg_{13} + Lg_{23}}{2Lg_{12}}.$$
 (П3-6)

Рассмотрим случай, когда активные сопротивленияи обмоток соизмеримы с их индуктивными сопротивлениями рассеяния. Из (13a)

$$k = \frac{\dot{E}_{x.x3} - jwM\dot{I}_2 - \frac{\dot{I}_1}{k_{12}k_{13}}\dot{I}_2}{E_{x.x3}}.$$
 (Π3-7)

Учитывая, что ток вторичной обмотки в режиме КЗ

$$\dot{I}_2 = \frac{E_{x.x3}}{r_1 (t_2 + jwL (t_1)^2)},$$
 (П3-8)

и подставляя (ПЗ-8) в (ПЗ-7), получим

$$k = 1 - \frac{\dot{E}_{x,x2}}{\dot{E}_{x,x3}} \frac{jwM + \frac{1}{k_{12}k_{13}}}{r_{1}\underline{\mathscr{G}} + jwL\underline{\mathscr{G}}_{12}}.$$
 (Π3-9)

Выводы. 1. Изменение магнитного потока в магнитопроводе при КЗ по сравнению с магнитным потоком при х.х. объясняется появлением потока рассеяния, который замыкается по магнитопроводу. Кроме того, магнитное поле рассеяния уменьшает ток намагничивания, в результате чего изменяется и основной магнитный поток в магнитопроводе.

2. Задача расчета магнитного потока в магнитопроводе двухобмоточного трансформатора может быть сведена к расчету ЭДС на воображаемой разомкнутой обмотке этого трансформатора, которая плотно примыкает к магнитопроводу в том месте, где рассчитывается магнитный поток. Для расчета этой ЭДС может использоваться схема замещения трехобмоточного трансформатора.

3. Полученная на основе использования схемы замещения трехобмоточного трансформатора простая формула для расчета коэффициентов магнитного состояния отдельных частей магнитопровода при условии, что активными сопротивлениями обмоток можно пренебречь, показывает, что эти коэффициенты зависят только от индуктивностей рассеяния трехобмоточного трансформатора в трех режимах его работы (1–2, 1–3, 2–3). Поскольку индуктивности рассеяния очень слабо зависят от магнитной проницаемости магнитопровода, коэффициенты магнитного состояния, рассчитанные с помощью метода конечных элементов с применением пакета ELCUT при существенно заниженных значениях магнитной проницаемости магнитопровода ($m=100m_0$ и $m=1000m_0$), практически не отличаются от значений, рассчитанных с использованием схемы замещения трехобмоточного трансформатора, которая соответствует магнитной проницаемости магнитопровода m=¥.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оборудование для контактной сварки: справочное пособие/Под ред. В.В. Смирнова. –СПб:Энергоатомиздат, 2000.

2. Вольдек А.И. Электрические машины. – Л: Энергия, 1978.

3. Шакиров М.А., Варламов Ю.В., Дуань Лиюн. Картины аномальных потоков в броневых трансформаторах при коротких замыканиях. – НТВ, 2010, 1(95).

4. Шакиров М.А., Андрущук В.В., Дуань Лиюн. Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании. – Электричество, 2010, №3.

5. Шакиров М.А. 2Т-образные схемы замещения трансформатора. – Электричество, 2010, №5.

6. Сахно Л.И. Исследование двухмостовых выпрямителей с крутопадающими внешними характеристиками. – Электричество, 2002, №2.

7. Сахно Л.И. К вопросу о схеме замещения трехобмоточного трансформатора. – Электричество, 2003, №8.

8. Рыськова З.А., Федоров П.Д., Жимерова В.И. Трансформаторы для электрической контактной сварки. — Л.: Энергоатомиздат, 1990.

[09.02.11]

Автор: Сахно Людмила Ивановна окончила электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет — СПбГПУ) в 1974 г. В 2006 г. в СПбГПУ защитила докторскую диссертацию «Теория, разработка и исследование новых экономичных двухмостовых сварочных выпрямителей с многообмоточными трансформаторами». Профессор кафедры теоретических основ электротехники СПб ГПУ.