

### По поводу статьи Максимова Б.К. и др. «Мониторинг частоты в переходных режимах работы электрической сети»

(«Электричество», 2010, № 4)

БЕЛЯКОВ Ю.С.

Статья посвящена актуальному и важному вопросу определения частоты как непрерывной функции времени. Показано, что при некоторых условиях частота действительно может изменяться во времени. Приведенную количественную оценку ее изменения в зависимости от периодического изменения нагрузки можно рассматривать как попытку уточнения понятия частоты. Необходимость таких уточнений обсуждалась в публикациях и ранее.

Действительно, в [1] отмечено, что существующий метод определения частоты, заключающийся в измерении интервалов времени между моментами прохождения мгновенных значений напряжения через нуль, не обеспечивает измерение частоты с погрешностью не более 0,001 Гц. Это требование в конечном итоге приводит к необходимости введения понятия частоты в функции времени. Вообще, вопрос о том, что такое частота при переходном электромеханическом процессе энергосистемы, не имеет однозначного ответа. В статье правильно отмечено, что частота строго определяется в условиях установившегося режима, более строгое требование заключается в том, что установившийся режим должен быть определен на интервале времени от  $-\infty$  до  $+\infty$  [2]. Но реальная энергосистема, как отмечается в статье, работает определенную часть времени в условиях переходных режимов различной интенсивности, что обуславливает актуальность анализа работы средств измерения в этих условиях. Согласившись с авторами, можно добавить, что определение частоты в функции времени особенно важно для анализа электромеханических переходных процессов и формирования средств измерения частоты при конструировании устройств противоаварийной автоматики.

Различные авторы, описывая электромеханические переходные процессы в энергосистемах, использовали выражение  $\omega(t)$ , в частности, это выражение есть в упоминаемой авторами книге [3]. Однако нигде не была раскрыта физическая сущность понятия частоты как функции времени. К сожалению, нет ответа на этот вопрос и в рассматриваемой статье.

В то же время, уточнение понятия частоты в функции времени можно найти в радиотехнической литературе, посвященной анализу модулированных сигналов и, что особенно важно, анализу частотно-модулированных сигналов [2, 4]. Аналогичный подход можно реализовать и в электроэнергетике. Этот подход заключается в следующем. Синусоидальное напряжение можно представить как

$$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — частота установившегося режима, который предшествовал переходному, равная 50 или 60 Гц;  $\varphi$  — начальная фаза колебания.

Далее можно представить, что угол  $\varphi$  изменяется во времени, например, если это — угол между ЭДС генератора и напряжением на его выводах. При изменении мощности турбины или структуры электрической сети этот угол меняет свои значения, в этом случае его можно представить как  $\varphi(t)$ . С учетом принятого формула (1) будет выглядеть следующим образом:

$$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi(t)). \quad (2)$$

Обозначим  $\omega_0 t + \varphi(t) = \Phi(t)$ , и тогда можно ввести понятие частоты в функции времени, которую называют мгновенной частотой:

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (3)$$

Понятие мгновенной частоты можно интерпретировать следующим образом. Предположим, что до времени  $t_0$  частота в энергосистеме была 50 Гц. В этот момент произошел заметный сброс нагрузки, и по окончании переходного процесса, начиная с момента  $t_1$ , частота стала 52 Гц. Возникает вопрос, а какая частота была в промежутке между  $t_0$  и  $t_1$ . Естественно предположить, что она плавно менялась от 50 до 52 Гц. Следовательно, каждому значению частоты промежутка должна соответствовать своя мгновенная частота. Если более детально рассматривать этот процесс, то следует при-

знать, что он не является периодическим. В [2] такой процесс назван квазипериодическим. Смысл мгновенной частоты такого квазипериодического процесса можно интерпретировать следующим образом. Для заданного значения времени изучается характер кривой этого процесса. Предполагается, что этот участок кривой принадлежит синусоиде с виртуальной частотой  $\omega$ . Эта частота названа виртуальной, так как предполагается, что эта частота определяется из общего принципа на участке времени от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Однако в следующее мгновение она будет уже другая.

В статье ставится вопрос о мониторинге частоты. Это совершенно правильно, ибо конечным итогом теоретических рассуждений должно быть определение частоты (в частности мгновенной) реальных электромеханических процессов электроэнергетических систем. К сожалению, решения задачи в таком виде в статье нет. Решение можно найти также в радиотехнической литературе, где в свое время изучению понятия мгновенной частоты уделялось большое внимание. Один из путей предложен в [4], где изучаемый сигнал представлен в комплексном виде:

$$s(t) = u(t) + jv(t), \quad (4)$$

где  $u(t)$  — входной сигнал, частоту которого необходимо измерить;  $j$  — мнимая единица;  $v(t)$  — комплексно-сопряженный входной сигнал, который в общем случае находится с помощью преобразования Гильберта, представляющего собой зависимость

$$v(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(\tau)}{\tau - t} d\tau. \quad (5)$$

Для периодических сигналов это преобразование эквивалентно повороту на угол  $-\pi/2$  всех фаз спектральных составляющих сигнала  $u(t)$ . Реализовать в общем виде преобразование Гильберта довольно трудно, поэтому необходимо принять некоторые допущения, позволяющие с достаточной точностью решить поставленную задачу. Допущение заключается в том, что квазипериодический сигнал (2) принимается как периодический, тогда преобразование Гильберта сведется к принятию следующих сигналов:

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= U_m \sin(\omega_0 t + \phi(t)); \\ v(t) &= U_m \sin(\omega_0 t + \phi(t) - \pi/2). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Таким образом, становится возможным вычисление мгновенной частоты по формуле [4]:

$$\omega(t) = \frac{u(t)v'(t) - u'(t)v(t)}{u(t)^2 + v(t)^2}. \quad (7)$$

Для реализации этого метода определения мгновенной частоты с помощью современных

цифровых устройств можно перейти к конечным приращениям и (7) представить в следующем виде:

$$\omega(t) = \frac{u(t) \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} - \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t}}{u(t)^2 + v(t)^2}. \quad (8)$$

Далее приведен пример вычисления мгновенной частоты двумя методами по формулам (3) и (8). Пусть при переходном процессе частота в электроэнергетической системе изменилась от  $f_0 = 50$  Гц ( $\omega_0 = 314,159$ ) до  $f_1 = 52$  Гц ( $\omega_1 = 326,725$ ). Изменение частоты происходит по экспоненциальному закону с постоянной времени  $T = 1$  с:  $\Delta f = f_1 - f_0 = 2$  Гц;  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f = 12,566$  1/рад;  $\phi(t) = \Delta\omega(1 - e^{-t/T})$ ;  $\Phi(t) = \omega_0 t + \phi(t)$ ;  $\Delta t = 0,00001$  с.

Результаты расчета, выполненные с помощью программы Mathcad (для произвольно выбранных значений времени), были следующими:

Время $t$ , с	0	0,001	0,0015	0,005	0,010	
$\omega(t)$ по (3)	50,000	50,003	50,005	50,019	50,039	
$\omega(t)$ по (8)	50,000	50,003	50,005	50,019	50,039	
Время $t$ , с	0,020	0,111	0,250	0,750	1,111	11,111
$\omega(t)$ по (3)	50,078	50,409	50,831	51,763	52,073	52,000
$\omega(t)$ по (8)	50,078	50,409	50,831	51,763	52,073	52,000

Как видно, приведенные результаты полностью совпадают при расчете двумя разными методами, что доказывает их правомерность.

**Вывод.** Статья затрагивает очень интересный и важный вопрос понятия частоты в функции времени. Уточнением такого понятия может стать мгновенная частота. Ее использование может оказаться полезным при анализе электромеханических переходных процессов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пуляев В.И. Измерение значения частоты электрического тока при аварийных нарушениях в ЕЭС. — Сб. докладов научно-техн. конф. «Повышение качества регулирования частоты», Москва, 17—18 декабря 2002 г.
2. Финк Л.М. Сигналы, помехи, ошибки. — М.: Радио и связь, 1984.
3. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1985.
4. Вакман Д.Е. Об определении понятий амплитуды, фазы и мгновенной частоты сигнала. — Радиотехника и электроника, 1972, т. 17, № 5.

*Автор: Беляков Юрий Сергеевич окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института в 1958 г. В 2000 г. в С.Петербургском государственном техническом университете защитил кандидатскую диссертацию «Разработка методов моделирования элементов электрических систем для противоаварийного управления». Доцент кафедры энергообеспечения предприятий физико-технического факультета Петрозаводского государственного университета.*