# Моделирование боковых усилий в линейной индукционной машине для электродинамической сепарации

### КОНЯЕВ А.Ю., БАГИН Д.Н.

Рассмотрен электродинамический сепаратор с бегущим магнитным полем на основе линейных индукторов. Электродинамическая сепарация, основанная на взаимодействии магнитного поля с вихревыми токами, наведенными этим полем в проводящих частицах, наиболее эффективна при сборе и переработке цветных металлов. Сепарация является результатом совместного действия нескольких сил: электромагнитных (продольных и боковых), гравитации, трения и др. В статье представлена математическая модель для исследования боковых электромагнитных сил в линейной индукционной машине. Выполнена экспериментальная проверка результатов расчетов. Характеристики подтверждают работоспособность математической модели. Описаны результаты исследования боковых электромагнитных сил в опытном образце электродинамического сепаратора.

Ключевые слова: электродинамическая сепарация, линейная индукционная машина, сортировка металлов, боковые электромагнитные силы, математическое моделирование, экспериментальная проверка

Одним из эффективных применений линейных индукционных машин (ЛИМ) является использование их в электродинамических сепараторах при решении технологических задач по сбору и обработке вторичных цветных металлов. Как показано в [1–5], электродинамические сепараторы с бегущим магнитным полем успешно применяются для извлечения цветных металлов (прежде всего, алюминия и меди) из различного вида отходов производства и потребления (кабельный и автомобильный лом, отходы электро- и радиотехнической промышленности, твердые бытовые отходы и т.п.). При этом извлекаемые металлические частицы играют роль вторичного элемента (ВЭ) линейной индукционной машины.

К числу наиболее трудных и в то же время востребованных задач относятся сортировка дробленого лома цветных металлов по видам и маркам сплавов при подготовке к металлургическому переделу, а также отделение алюминиевых сплавов от сплавов меди при переработке электронного лома. В этих случаях необходимо обеспечить сепарируемым частицам такие траектории движения, чтобы сплавы, отличающиеся по физическим и химическим свойствам, собирались в разные приемники продуктов разделения.

Для решения рассматриваемых задач наиболее целесообразен электродинамический сепаратор на основе ЛИМ с подачей материалов по наклонной плоскости, схематично показанный на рис. 1. Основу такого сепаратора составляет двухсторонний линейный индуктор 1. При подаче из питающего устройства 2 частицы сепарируемого материала 3 движутся по наклонной плоскости 4 вдоль линии подачи в зазор между индукторами. В активной зоне ЛИМ частицы металлов под действием электромагнитных сил получают ускорения, зависящие от электропроводности и удельной массы сплавов. Частицы, отличающиеся по физическим свойствам, приобретают различные траектории и перемещаются в разные приемники продуктов разделения 5.

Характер движения проводящих частиц в сепараторе и итоговое отклонение их от линии подачи зависят от совместного действия на частицу как электромагнитных, так и конкурирующих с ними механических сил (прежде всего, гравитации и трения), определяемых как параметрами индуктора (амплитуда магнитной индукции  $B_m$ , частота f, полюсное деление t, ширина индуктора  $L_{\rm N}$ ), так и свойствами механической части установки (размеры плоскости, угол ее наклона, коэффициент трения, расположение приемников). Наличие в таком



Рис. 1. Схема сепаратора для сортировки сплавов цветных металлов

сепараторе большого числа варьируемых параметров позволяет сформировать необходимые траектории движения частиц, определяемые спецификой решаемой задачи как на стадии проектирования, так и в ходе эксплуатации.

Нетрудно видеть, что в рассматриваемой установке сепарируемые материалы вносятся в активную зону ЛИМ и выводятся из нее через боковые стороны индуктора. При этом в проводящих частицах наводятся ЭДС и вихревые токи, обусловленные входом частиц в магнитное поле и выходом из него. Создаваемые при этом боковые электромагнитные усилия могут влиять на траектории движения частиц, поэтому учет таких сил при расчетах сепараторов становится актуальной задачей.

Аналогичное явление, получившее название «вторичный краевой эффект», имеет место в линейных МГД-машинах [6] и в линейных асинхронных двигателях [7, 8]. Как показано в этих работах, генераторные эффекты при входе ВЭ в магнитное поле и выходе из него приводят к появлению дополнительных потерь мощности и тормозных усилий, сосредоточенных в краевых зонах ЛИМ. Приведенные в [7, 8] данные показывают, что значение таких усилий существенно зависит от многих факторов: характера и длины распространения магнитного поля за пределы индуктора в торцевой зоне, характера замыкания вторичных токов в краевой зоне, связанного с разными проявлениями поперечного краевого эффекта во вторичном элементе, свойств ВЭ, скорости его движения и т.д.

Корректное решение задачи об определении дополнительных вторичных токов и электромагнитных усилий в краевых зонах ЛИМ возможно только в трехмерной постановке, что существенно усложняет расчеты машины в целом. Вместе с тем, влияние искажений тягового усилия, обусловленных вторичным продольным краевым эффектом, на вид механической характеристики и технико-экономические показатели традиционных ЛИМ уменьшается с увеличением числа пар полюсов, снижением скорости движения ВЭ, становится малозначимым в зоне повышенных скольжений. Поэтому нет необходимости в излишней детализации магнитного поля и вторичных токов в краевых зонах ЛИМ, и упрощения, принимаемые в [6-8] при моделировании процессов входа (выхода) ВЭ в поле индуктора, оказываются оправданными.

В отличие от традиционных ЛИМ в электродинамических сепараторах проводящие частицы, выполняющие роль ВЭ, входят в активную зону машины не в направлении движения бегущего магнитного поля, а в поперечном направлении с боковых сторон индуктора. Поэтому процессы входа ВЭ в магнитное поле индуктора и выхода их из него не влияют на основное электромагнитное усилие, направленное по полю (вдоль оси *x*). Однако возникающие в процессах «входа-выхода» ВЭ боковые электромагнитные усилия могут быть соизмеримы с механическими силами, участвующими в формировании траекторий движения частиц, и могут оказывать влияние на конечный результат сепарации. Сказанное обусловливает актуальность решения задачи о входе (выходе) проводящих частиц малых размеров в магнитное поле линейного индуктора.

В статье приводятся полученные авторами результаты моделирования и исследования боковых электромагнитных сил в ЛИМ электродинамических сепараторов.

Схематично процесс движения проводящих частиц в магнитном поле на краю двухстороннего линейного индуктора показан на рис. 2.

Можно отметить, что в общем случае бегущее магнитное поле ЛИМ и токи, наведенные этим полем в движущейся со скоростью V частице, имеют на краю индуктора составляющие по всем трем координатам, что резко усложняет расчетную модель. Для сокращения размерности задачи введем ряд упрощающих допущений, вытекающих из особенностей физических процессов в рассматриваемой ЛИМ.

Прежде всего отметим малые размеры сепарируемых металлических частиц. После дробления лома цветных металлов на сепарацию поступают частицы крупностью менее 40–50 мм (в случае электронного лома – менее 20 мм), существенно уступающие размерам линейного индуктора: размер частиц в направлении оси x (по полю) b < 0,5t, размер в поперечном направлении  $a << L_{\mu}$ , толщина частиц d < 0,5d (d – зазор между индукторами ЛИМ). Как показано в [9], при таких размерах ВЭ преобладает одноконтурное распределение вторичных токов в плоскости xy (при b > 0,5t доля времени, в течение которого сохраняется одноконтурное



Рис. 2. К расчету боковых электромагнитных усилий у границы активной зоны

распределение, составляет не менее 80%). При этом доля времени существования двухконтурного распределения вторичных токов, определяемого периодичностью поля в направлении оси *x*, снижается при дальнейшем уменьшении *b*. При относительно малом значении *d* можно не учитывать изменения магнитного поля и токов по толщине ВЭ. Допущение об одноконтурном распределении токов в проводящих частицах малых размеров позволяет перейти от решения трехмерной задачи к решению взаимосвязанных двухмерных задач о распределении магнитного поля в плоскости *уг* и вторичных токов в плоскости *ху*.

Как видно на рис. 2, распределение магнитного поля вблизи края индуктора имеет сложный характер и может быть определено только численными методами. Например, сплошной линией показано решение, приведенное в [6] и полученное методом конформных преобразований при допущении о бесконечной высоте сердечника. Для аналитического определения вторичных токов и электромагнитных усилий, действующих на проводящую пластину, такое решение непригодно. Целесообразно представить распределение магнитного поля двумя зависимостями (штриховые линии на рис. 2). При этом в центральной части зазора слева от начала координат (y=0), совмещенного с точкой на оси зазора, отстоящей от края индуктора на d/2, магнитное поле описывается выражением

$$B_{\pi}(y) = B_m \sin wt, \qquad (1)$$

а справа

$$B_{\rm np}(y) = B_m e^{-y/cd} \sin wt.$$
 (2)

При этом для получения в точке y=0 при t=0значения  $B(y)=B_m$  следует полагать в (2) c=1,5 и относительное значение индукции на краю индуктора  $B_0 = 0,75B_m$  (в [6] оно немного больше  $B_0 = 0,83B_m$ ). Максимальные отклонения исходной кривой поля от предложенной экспоненциальной зависимости не превышают 15%. Такие же оценки получены при сопоставлении предложенной аппроксимации с данными эксперимента.

Для решения задачи о расчете вторичных токов и боковых электромагнитных сил в качестве начального примем такое положение проводящей пластины (t=0), при котором ее правый край совмещен с началом неподвижной системы координат *уг* (y=0). При этом при t<0 боковое усилие равно нулю, поскольку вся пластина находится в равномерном поле. Текущее значение координаты y=Vt определяет положение правого края пластины, выходящей из равномерного поля. Начало сис-

темы координат  $y_1 z_1$ , движущейся вместе с пластиной, совместим с её левым краем. При этом координаты указанных систем будут связаны выражением

$$y = y_1 - a + Vt.$$
 (3)

При t > 0 правый край пластины перемещается в неравномерном поле, а левый остается в равномерном. Соответственно изменяются значения ЭДС, наводимые в элементарных проводниках, имеющих сечение d' dy, справа и слева от начала координат (y=0). Определим такие ЭДС раздельно.

Магнитный поток, охватывающий элементарный проводник, расположенный справа от начала координат на расстоянии *у*,

$$\mathsf{F}_{\Pi p}(y) = \overset{\mathsf{Y}}{\underset{y}{\overset{\mathsf{O}}{\overset{\mathsf{O}}{\mathsf{D}}}}} B_{\Pi p}(y) b dy = B_0 c \mathsf{d} e^{-y/c \mathsf{d}} \sin \mathsf{w} t. \quad (4)$$

Используя (4), можно получить выражение для ЭДС, наводимой в элементарном проводнике (с учетом V = dy / dt):

$$e_{\Pi p}(y) = -\frac{dF}{dt} = -B_m bc de^{-y/cd} (w \cos wt - \frac{V}{cd} \sin wt).$$
(5)

При решении задачи в двухмерной постановке такая ЭДС определяет вторичные токи одного направления, имеющие составляющие только по оси x, в то время как реальные вихревые токи, наводимые в пластине, имеют составляющие по обеим осям (x и y) и замыкаются в пределах пластины. Для учета условия непрерывности вторичных токов перейдем от неподвижной системы координат к системе координат, движущейся вместе с пластиной, и вместо (2) и (5) получим:

$$B_{\rm np}(y_1) = -B_m e^{-y_1/cd} e^{(a-Vt)/cd} \sin wt; \qquad (6)$$

$$e_{\rm np}(y_1) = -B_m bcde^{-y_1/cd} e^{(a-Vt)/cd} (w\cos wt - \frac{V}{cd}\sin wt)$$
(7)

В левой части пластины для элементарного проводника, расположенного на расстоянии  $y_1$  от ее левого края (в пределах - a < y < 0), охватывающий его магнитный поток будет складываться из двух частей:

$$F_{\pi}(y) = \frac{a Vt}{\partial B_m} b \sin wt dy_1 + \frac{v_1}{y_1} + \frac{\partial B_m}{\partial B_m} b e^{-(y_1 - a + Vt)/cd} \sin wt dy_1 = B_m b(a - y_1 - Vt + cd) \sin wt.$$
(8)

Выражение для ЭДС, наводимой в таких проводниках:

$$e_{\pi}(y_{1}) = -\frac{d\mathsf{F}_{\pi}(y_{1})}{dt} = -B_{m}b[(a - y_{1} - Vt + c\mathsf{d})w' (\cos wt - V\sin wt].$$
(9)

Интегрируя (7) и (9) по координате  $y_1$ , определяем среднее значение ЭДС в пределах пластины:

$$E_{\rm cp} = \frac{1}{\hat{e}} \stackrel{e}{\otimes} \stackrel{Vt}{\partial} e_{\Pi}(y_1) dy_1 + \stackrel{a}{\otimes} e_{\Pi p}(y_1) dy_1 \stackrel{u}{\stackrel{u}{=}} \\ = -\frac{B_m b_1^{\rm h} \dot{e}}{a_1^{\rm h} \dot{e}} (a - Vt) \stackrel{a}{\stackrel{v}{\stackrel{u}{=}} \frac{Vt}{2} + c \frac{\ddot{o}}{\sigma^{\rm h}} + c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \stackrel{u}{\stackrel{u}{\stackrel{u}{\downarrow}},$$
  

$$(10)$$

Далее находим знакопеременные составляющие ЭДС  $e_{\Pi}$ , которые и определяют распределение вторичных токов:

для левой части пластины

$$e_{\Pi,\Pi}(y_{1}) = e_{\Pi}(y_{1}) - E_{cp} = E_{\Pi,\Pi m} \cos wt =$$

$$= -\frac{B_{m}b\overset{\dagger}{l}\overset{\bullet}{e}a^{2}}{a\overset{\dagger}{l}\overset{\bullet}{e}a^{2}} - ay_{l} = \frac{V^{2}t^{2}}{2} + cdVt - c^{2}d^{2}(1 - e^{-Vt/cd})\overset{\bullet}{u}'$$

$$(11)$$

$$(11)$$

для правой её части

$$e_{\Pi,\Pi p}(y_{1}) = e_{\Pi p}(y_{1}) - E_{cp} = E_{\Pi,\Pi pm} \cos Wt =$$

$$= -\frac{B_{m}b_{1}^{\dagger}\acute{e}}{a_{1}} acde^{-(y_{1}-a+Vt)/cd} - \frac{a^{2}}{2} + aVt - \frac{V^{2}t^{2}}{2} - acd + cdVt - c^{2}d^{2}(1 - e^{-Vt/cd})_{U}^{U}W - (ae^{-(y_{1}-a+Vt)/cd} - a+Vt - cd')_{U}^{U}W - (1 - e^{-Vt/cd})_{U}^{U}V + cd^{2}(1 - e^{-Vt/cd}$$

Для определения сопротивлений вторичных контуров возьмем за основу подход А.И. Вольдека, примененный им к расчету параметров массивного ВЭ магнитогидродинамических машин [6]. В [6] получены выражения для коэффициентов  $K_a$  и  $K_p$ , определяющих значения активного и реактивного сопротивлений ВЭ через главное индуктивное сопротивление обмотки индуктора  $x_{r1}$ :

$$R_{2} = \frac{K_{a} x_{\Gamma 1}}{K^{2}}; \ X_{s2} = \overset{\mathcal{C}}{\xi} \frac{K_{p}}{K^{2}} - \frac{\ddot{0}}{1 \dot{\vec{x}}} x_{\Gamma 1}, \qquad (13)$$

где  $K = \sqrt{K_a^2 + K_p^2}$ .

Выражения для  $K_a$  и  $K_p$  и кривые, представленные на рис. 7.2 и 7.3 в [6], получены в зависимости от относительной ширины ВЭ (a / t) и электромагнитной добротности ЛИМ е В случае электродинамического сепаратора при оценке параметров ВЭ ограниченных размеров (a = b < 0,5t) размеры контуров вторичных токов  $t_K$  определяются не полюсным делением индуктора t, а шириной ВЭ b [9]. При этом значение электромагнитной добротности для короткого ВЭ должно соответствующим образом корректироваться:

$$\mathbf{e}_{\mathrm{K}} = \mathbf{e}_{\mathrm{t}}^{b} = \frac{\mathrm{mgwt}\,bd}{\mathrm{p}^{2}\mathrm{d}},\tag{14}$$

где *а* и *b* – размеры ВЭ в плоскости подачи; *d* – толщина ВЭ; d – воздушный зазор;  $g = g_M k_{\Pi O \Pi}$  – удельная электропроводность ВЭ, скорректированная с учетом поперечного краевого эффекта.

При одноконтурном распределении вторичных токов коэффициент  $k_{\text{поп}}$  можно определить из выражения, подобного предложенному в [9] для определения продольных электромагнитных сил (по направлению поля):

$$k_{\Pi\Pi\Pi} = 1 - \frac{2a}{\mathsf{p}b} \mathrm{th} \frac{\mathsf{p}b}{2a}.$$
 (15)

Отметим, что при определении боковых усилий, действующих в поперечном направлении, входящие в (15) значения a и b меняются местами (в сравнении с [9]). С учетом указанных корректировок, определяя коэффициенты  $K_a$  и  $K_p$  по кривым, представленным на рис. 7.2 и 7.3 в [6], получаем значения модуля и фазового угла сопротивления вторичного контура эквивалентной схемы замещения ЛИМ с учетом ограничения размеров ВЭ:

Считая такое соотношение параметров относящимся и к сопротивлению элементарных проводников, можем получить выражения для элементарных токов в проводящей пластине и электромагнитных усилий, действующих на элементарные проводники:

для левой части пластины

$$J_{2\pi}(y_1) = E_{\pi,\pi m \xi} \frac{\partial gd\cos j}{\partial b} \frac{2}{\dot{g}} \frac{Q}{\dot{g}} \cos(wt - j_2); \quad (17)$$

$$F_{\pi}(y_1) = B_{\pi}(y_1) J_{2\pi}(y_1) b = -\frac{B_m^2 gbd\cos j_2}{a},$$

$$\overset{\dagger}{\overset{\dagger}{l}} \frac{\dot{e}}{2} - ay_1 - \frac{V^2 t^2}{2} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - c^2 d^2 (1 - e^{-Vt/cd}) \overset{\check{u}}{\overset{\iota}{u}} + cdVt - cdVt -$$

- 
$$[Vt - cd(1 - e^{-Vt/cd})]Vtgwtý sin wt cos(wt - j_2)dy_1; (18)$$

для правой её части

$$J_{2\pi p}(y_1) = E_{\pi.\pi p} m_{\mathbf{g}} \frac{\partial^2 \mathbf{g} d\cos j_2}{\partial b} dy_1 \frac{\partial^2 \mathbf{g}}{\partial b} (\mathbf{w}t - \mathbf{j}_2); \quad (19)$$

$$F_{\Pi p}(y_{1}) = B_{\Pi p}(y_{1})J_{2\Pi p}(y_{1})b = -\frac{B_{m}^{2}gbd\cos j_{2}}{a},$$
  

$$e^{-(y_{1}-a+Vt)/cd} \int_{t}^{t} [acde^{-(y_{1}-a+Vt)/cd} - \frac{a^{2}}{2} + aVt - \frac{V^{2}t^{2}}{2} - acd + cdVt - c^{2}d^{2}(1 - e^{-Vt/cd})]w - [ae^{-(y_{1}-a+Vt)/cd} - a + Vt - cd(1 - e^{-Vt/cd})]Vtgwty',$$
  

$$f = \frac{V^{2}t^{2}}{p} \int_{t}^{t} \sin wt \cos(wt - j_{2})dy_{1}.$$
 (20)

Интегрируя (18) и (20) по ширине пластины, находим суммарное электромагнитное усилие и без учета пульсирующих составляющих получаем искомое выражение для бокового электромагнитного усилия в краевой зоне ЛИМ:

$$F_{6} = B_{m}^{2} \frac{gdcdb}{2a} \cos j_{2} [(A_{\pi 1} + A_{\pi p1})w' \\ \sin j_{2} - (A_{\pi 2} + A_{\pi p2})V \cos j_{2}], \qquad (21)$$

где

$$A_{\pi 1} = \stackrel{\acute{e}}{\overset{0}{\theta}} \frac{ay}{2cd} \cdot \frac{y^2}{2cd} + y \cdot cd(1 - e^{-y/cd})\stackrel{\acute{u}}{\overset{0}{u}}(y \cdot a);$$

$$A_{\pi 2} = \stackrel{\acute{e}}{\overset{0}{\theta}} \frac{y}{cd} \cdot (1 - e^{-y/cd})\stackrel{\acute{u}}{\overset{0}{\theta}}(y \cdot a);$$

$$A_{\pi p 1} = \frac{acd}{2}(e^{-2y/cd} - 1) + \stackrel{\acute{e}}{\overset{0}{\theta}} \frac{a^2}{2} \cdot ay + \frac{y^2}{2} + acd \cdot e^{-y/cd},$$

$$- cdy + c^2 d^2 (1 - e^{-y/cd})\stackrel{\acute{u}}{\overset{0}{u}}(1 - e^{-y/cd});$$

$$A_{\pi p 2} = \frac{a}{2}(e^{-2y/cd} - 1) + [a - y + cd(1 - e^{-y/cd})]^{\prime}$$

$$\cdot (1 - e^{-y/cd}).$$
(22)

В (21) и (22) значение у определяет текущее положение правого края пластины. При y=0, когда вся пластина находится в равномерном поле, боковое усилие  $F_6$  по (21) оказывается равным нулю. Боковое электромагнитное усилие по (21) удобно представить в виде двух слагаемых:

$$F_{\rm fo} = F_{\rm fow} + F_{\rm fov}, \qquad (23)$$

где *F*<sub>бw</sub> – составляющая, определяемая вторичными токами, создаваемыми ЭДС трансформации (получается при подстановке в (21) значения V = 0);  $F_{6V}$  — составляющая, определяемая вторичными токами, создаваемыми ЭДС движения (получается подстановкой в (21) w= 0).

Как следует из (21), на выходе из активной зоны составляющая  $F_{\rm 6W}$  выталкивает проводящую пластину из активной зоны индуктора (в направлении затухания поля), а составляющая  $F_{\rm 6V}$  препятствует выходу пластины из поля. На входе в индуктор обе составляющие бокового усилия будут препятствовать входу проводящей пластины в активную зону индуктора.

Для проверки представленной методики результаты расчета боковых электромагнитных сил сопоставлены с данными эксперимента. На рис. 3 показано сравнение кривых распределения боковых усилий на краю двухсторонней ЛИМ с полюсным делением t = 75 мм при зазоре d=12 мм и линейной токовой нагрузке индуктора  $A_1 = 20$  кA/м (на две стороны 40 кA/м, что соответствует амплитуде индукции в активной зоне  $B_m = 0,132$  Tл). В качестве ВЭ использованы алюминиевые пластины с размерами 20'20'5 мм (g= 32 MCм/м, r = 2,7 г/см<sup>3</sup>). Можно видеть качественное и количественное совпадение результатов.

Полученные выше выражения использованы для оценки влияния различных факторов на боковые электромагнитные силы. Примеры приведены на рис. 4. Расчеты выполнены для двухсторонней ЛИМ с полюсным делением t = 75 мм при частоте 50 Гц и амплитуде индукции  $B_m = 0,25$  Тл, соответствующей значению, достигнутому в опытно-промышленной установке. Зависимости приведены для двух размеров зазора d= 10 мм (рис. 4,*a* и *в*) и d= 20 мм (рис. 4,*б* и *г*) при разной длине алюминиевых частиц в направлении движения бегущего магнитного поля: *b*= 20 мм (рис. 4,*a* и *б*) и *b*= 40 мм (рис. 4,*в* и *г*). Во всех случаях для удобства сравнения показаны максимальные значения боковых усилий.



Рис. 3. Сравнение расчетных (линии) и экспериментальных боковых усилий



**Рис. 4.** Зависимости удельных боковых усилий от размеров ВЭ при скоростях их движения в направлении подачи  $V_y = 0$  (кривые <u>1</u>) и 0,1 м/с (кривые 2)

Нетрудно видеть, что значения удельных боковых усилий (на единицу массы частицы) возрастают с уменьшением зазора (растет градиент магнитного поля) и увеличением размеров ВЭ. Однако зависимости  $F_{6m}$  (рис. 4,*a*) имеют экстремальный характер, поскольку при удалении от индуктора поле быстро затухает, и удаленный край ВЭ с ростом *a* оказывается вне поля. Следует отметить, что экстремумы удельных боковых усилий находятся в области размеров от 10 до 40 мм, соответствующей крупности дробленого лома цветных металлов и электронного лома.

Результаты расчетов показывают, что значения удельных боковых электромагнитных усилий оказываются соизмеримыми со значениями механических сил, действующих на сепарируемые частицы. Например, при угле наклона плоскости подачи  $a = 30^{\circ}$  удельное значение скатывающей силы  $F_{\rm cK}$  / *m* равно 4,9 H/кг (при  $a = 45^{\circ} - 6,9$  H/кг). Как видно на рис. 4, даже при малой скорости подачи частиц  $V_y = 0,1$  м/с удельные боковые усилия достигают значений до 4 H/кг. Такой уровень достигнут и в ходе экспериментальных исследований опытной ЛИМ с полюсным делением t = 75 мм при амплитуде магнитной индукции  $B_m = 0,25$  Тл.

Расчеты траекторий движения проводящих частиц в сепараторе с учетом и без учета боковых

электромагнитных сил показали, что без учета сил отклонения частиц от линии подачи уменьшаются. При этом уже при скоростях движения частиц 0,3 м/с (на входе) и 1,2 м/с (на выходе) корректировка траекторий превышает 5%. С увеличением производительности установок (а значит, и скорости частиц) влияние боковых сил на результаты сепарации возрастает.

Таким образом, показана актуальность развития теории электродинамических сепараторов на основе линейных индукционных машин, находящих применение в технологиях сбора и обработки вторичных цветных металлов. Получена математическая модель ЛИМ электродинамического сепаратора, позволяющая рассчитать боковые электромагнитные силы, возникающие при поперечном входе сепарируемых металлических частиц в магнитное поле линейного индуктора и выходе из него. Обоснована необходимость учета таких сил при расчете траекторий движения частиц в сепараторе.

#### \_СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ \_

<sup>1.</sup> Колобов Г.А., Бредихин В.Н., Чернобаев В.М. Сбор и обработка вторичного сырья цветных металлов. — М.: Металлургия, 1993, 288 с.

<sup>2.</sup> Wilson R.J., Veasey T.J., Squires D.M. Application of mineral processing techniques for the recovery of metal from post-consumer wastes. – Minerals Engineering, 1994, No. 7, pp. 975–984.

3. Коняев А.Ю., Коняев И.А., Назаров С.Л. Применение электродинамических сепараторов в технологиях вторичной цветной металлургии. – Цветные металлы, 2012, № 11, с. 22–26.

4. Коняев А.Ю., Назаров С.Л., Казанцев Р.О., Воскобойников В.В., Дистанов А.А. Переработка электронного лома: применение электродинамических сепараторов. — Твердые бытовые отходы, 2014, № 2, с. 26–30.

5. Zhang S., Forssberg E., Arvidson B., Moss W. Aluminium recovery from electronic scrap by High-Force eddy-current separators. – Resources, Conservation and Recycling, 1998, No 23, pp. 225–241.

6. Вольдек А.И. Индукционные МГД-машины с жидкометаллическим рабочим телом. – Л.: Энергия, 1970, 272 с.

7. Ямамура С. Теория линейных асинхронных двигателей/Пер. с англ. — Л.: Энергоатомиздат, 1983, 180 с.

8. Веселовский О.Н., Коняев А.Ю., Сарапулов Ф.Н. Линейные асинхронные двигатели. — М.: Энергоатомиздат, 1991, 256 с.

9. Коняев А.Ю., Коняев И.А., Маркин Н.Е., Назаров С.Л. Оценка характеристик линейных индукционных машин при

Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 6, pp. 34-40.

ограничении размеров вторичного элемента. — Электричество, 2010,  $N\!\!_{2}$  4, с. 32—36.

[19.02.16]

Авторы: Коняев Андрей Юрьевич окончил электротехнический факультет Уральского политехнического института в 1972 г. В 1996 г. защитил докторскую диссертацию «Линейные индукционные машины для технологического электромагнитного воздействия на обрабатываемые электропроводящие изделия и материалы». Профессор кафедры «Электротехника и электротехнологические системы» Уральского федерального университета (УрФУ).

Багин Дмитрий Николаевич окончил энергетический факультет Санкт-Петербургского военно-технического университета в 1998 г. Преподаватель Учебно-военного центра Уральского федерального университета, аспирант кафедры «Электротехника и электротехнологические системы» УрФУ.

## Modeling the Lateral Forces in a Linear Induction Machine Intended for Electrodynamic Separation

KONYAYEV Andrei Yur'yevich (Ural Federal University (UFU), Ekaterinburg, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

BAGIN Dmitrii Nikolayevich (UFU, Ekaterinburg, Russia) – Lecturer

An electromagnetic separator with traveling magnetic field constructed on the basis of linear inductors is considered. Electrodynamic separation based on interaction between magnetic field and eddy currents induced by this field in conducting particles is most efficient in collecting and reprocessing non-ferrous metals. The separation phenomenon results from the combined effect of several forces: electromagnetic (longitudinal and lateral ones), gravity, friction, and others. A mathematical model for investigating lateral electromagnetic forces arising in a linear induction machine is presented. An experimental check of calculation results is carried out. The obtained characteristics confirm the validity of the developed mathematical model. The results obtained from investigations of lateral electromagnetic forces in the experimental sample of an electrodynamic separator are described.

Key words: electrodynamic separation, linear induction machine, metal sorting, lateral electromagnetic forces, mathematical modeling, experimental check

#### \_REFERENCES

1. Kolobov G.A., Bredikhin V.N., Chernobayev V.M. Sbor i obrabotka vtorichnogo syr'ya tsvetnykh metallov (Collection and processing of non-ferrous metals recycled). Moscow, Publ. «Metallurgiya», 1993, 288 p.

2. Wilson R.J., Veasey T.J., Squires D.M. Application of mineral processing techniques for the recovery of metal from post-consumer wastes. – Minerals Engineering, 1994, No. 7, pp. 975–984.

3. Konyayev A.Yu., Konyayev I.A., Nazarov S.L. Tsvetnye metally – in Russ. (Non-ferrous metals), 2012, No. 11, pp. 22–26.

4. Konyayev A.Yu., Nazarov S.L., Kazantsev R.O., Voskoboinikov V.V., Distanov A.A. Tverdye bytovye otkhody – in Russ. (Municipal solid waste), 2014, No. 2, pp. 26–30.

5. Zhang S., Forssberg E., Arvidson B., Moss W. Aluminium recovery from electronic scrap by High-Force eddy-current

separators. - Resources, Conservation and Recycling, 1998, No 23, pp. 225-241.

6. Vol'dek A.I. Induktsionnye MGD-mashiny s zhidkometallicheskim rabochim telom (Induction magnetohydrodynamic machines with liquid metal working fluid). Leningrad, Publ. «Energiya», 1970, 272 p.

7. **Yamamura S.** *Teoriya lineinykh asinkhronnykh dvigatelei/Per. s angl.* (The theory of linear asynchronous motors/Transl. from English). Leningrad, Energoatomizdat, 1983, 180 p.

8. Veselovskii O.N., Konyayev A.Yu., Sarapulov F.N. *Lineinye asinkhronnye dvigateli* (Linear asynchronous motors). Moscow, Energoatomizdat, 1991, 256 p.

9. Konyayev A.Yu., Konyayev I.A., Markin N.E., Nazarov S.L. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 4, pp. 32–36.