

3. Danilevich J.B., Kruchinina I.Yu., Antipov V.N., Khozikov Y.Ph., A.V. Ivanova. Some Problems of the High-Speed Permanent Magnet Miniturbogenerators Development. – Proc. of the XVIII Intern. Conf. on Electrical Machines. Paper ID 942. IEEE Catalog Number: CFP0890B-CDR. ISBN: 978-1-4244-1736-0. Vilamoura (Portugal), 2008.
4. Antipov V.N., Kruchinina I.Yu. *Informatsionno-upravlyayushchiye sistemy – in Russ. (Information management systems)*, 2012, No.4, pp. 25-34.
5. Gecha V.Ya., Zakharenko A.B. *Voprosy elektromekhaniki – in Russ. (Electromechanic questions)*, 2012, vol. 130, pp. 3–6.
6. Danilevich Ya.B., Antipov V.N., Kruchinina I.Yu. *Elektrotehnika – in Russ. (Power Engineering)*, 2010, No. 9, pp. 2–9.
7. Rassokhin V.A., Zabelin N.A., Matveyev Yu.V. *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU – in Russ. (Scientific and technical gazette of the St. Petersburg State Polytechnical University)*, 2011, No. 4. pp. 41–51.
8. Gieras J.F., Jonsson U. Design of a High-Speed Magnet Brushless Generator for Microturbines. – *Electromotion*, 2005, vol. 12, No. 2–3. pp. 86–91.
9. Danilevich J.B., Antipov V.N., Kruchinina I.Yu., Khozikov Yu.Ph., Ivanova A.V. Prospective Permanent Magnet Turbogenerator Design for Local Power Engineering. – Proc. of the XIX Intern. Conf. on Electrical Machines (ICEM-2010), Paper No. 003603. Rome (Italy), Sept. 2010.
10. Ivanova A.V., Antipov V.N. *Sbornik materialov nauchnoi conf. «Neorganicheskaya khimiya – fundamental'naya osnova v materialovedenii keramicheskikh, stekloobraznykh i kompozitsionnykh materialov» (Inorganic chemistry – a Fundamental Basis of the Science of Ceramic, Glass-like and Composite Materials.)*, 2016, pp. 74-77.
11. <http://redmagnit.com/61.html>
12. <http://china-magnets.ru.bossgoo.com/>
13. GOST R 52956-2008. Materialy magnitotverdye spechennye na osnove splava neodim-zhelezo-bor. Klassifikatsiya. Osnovnye parametry (Sintered Hard-Magnetic Materials on the Basis of Neodymium-Iron-Boron Alloy. Classification. Basic Principles.), 2008, 12 p.
14. GOST 21559-76. Materialy magnitotverdye spechennye. Marki, tekhnicheskiye trebovaniya i metody kontrolya (Sintered Hard-Magnetic Materials. Types, Technical Requirements and Examination Methods.), 1977, 43 p.
15. Bandi B. Osnovy lineinogo programirovaniya (Fundamentals of linear programming). Moscow, Publ. «Radio i svyaz'», 1989, 176 p.
16. Alekseyeva E.V. *Postroyeniye matematicheskikh modelei tselochislennogo lineinogo programmirovaniya. Primery i zadachi (Construction of mathematical models of integer linear programming. Examples and tasks)*. Novosibirsk, Novosibirsk State University, 2012, 131 p.
17. Antipov V.N., Kruchinina I.Yu., Grozov A.D., Ivanova A.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 12, pp. 51–56.
18. GOST 21427.2-83. *Stal' elektrotehnicheskaya kholodnokatanaya izotropnaya tonkolistovaya. Tekhnicheskiye usloviya (Cold-Rolled Thin-Sheet Isotropic Electrical Steel. Specifications.)*, 1984, 10 p.
19. TU 14-1-4657-89. *Stal' elektrotehnicheskaya kholodnokatanaya izotropnaya tonkolistovaya marok 2420, 2421 tolshechnoi 0,18 mm (Cold-Rolled 0.18-mm Thick Thin-Sheet Isotropic Electrical Steel of Grades 2420 and 2421.)*, 1989, 5 p.
20. Starodubtsev Yu.N., Belozеров V.Ya. *Magnitniye svoystva amorfnykh i nanokristallicheskikh splavov (Magnetic Properties of Amorphous and Nanocrystalline Alloys.)*, 2002, 384 p.
21. TU 1261-030-12287107-2007. *Magnitoprovody lentochnye kol'tsevye GAMMAMET 440 V. (GAMMAMET 440 V Tape Ring-Type Magnetic Cores.)*

[22.02.2017]

* * *

Электричество, 2017, № 7, с. 46–55

DOI:10.24160/0013-5380-2017-7-46-55

Зависимость момента и токов в асинхронном двигателе при частотно-токовом управлении от соотношения параметров двигателя и управляющих сигналов

ПЯТКОВ М.И.

Аналитически исследуется статическая регулировочная характеристика силовой части следящего привода с частотно-токовым управлением асинхронного двигателя (АД). Все аналитические зависимости даны в относительных единицах. Получена важная для практики формула для определения зависимости момента асинхронного двигателя и значений составляющих токов статора от сигналов задания активного и реактивного токов. Приведен вид расчётных регулировочных характеристик при различных отклонениях сигналов задания от их желаемых соотношений, обеспечивающих линейную зависимость «момент – задающий сигнал». Показано, что только при определенном значении коэффициента задания частоты изменения токов ротора $K_{\omega} = K_{\omega \text{лин}}$ может быть получена линейная зависимость момента АД от управляющего сигнала U_Q , показано, как проводить регулирование электропривода исходя из вида (выпуклая, вогнутая) характеристики $M_{\text{АД}} = f(U_Q)$. Кроме того, рассматриваются аналитические зависимости для АД с любым числом пар полюсов p и указываются границы изменения параметров, внутри которых нелинейность характеристики холостого хода можно не учитывать из-за насыщения магнитопровода АД.

Ключевые слова: момент асинхронного двигателя, частотно-токовое управление, линейность зависимости «момент – задающий сигнал»

Основная цель частотно-токового способа управления (ЧТСУ) асинхронным двигателем (АД) — получение линейного изменения момента на валу АД независимо от его частоты вращения и нагрузки как функции сигнала управления. Линейность выдерживается в так называемой линейной зоне. Пределы линейной зоны определяются энергетическими возможностями преобразователя частоты (ПЧ), работающего в режиме источника тока и питающего АД, а также параметрами самого АД [1, 6].

В отличие от широко рекламируемого векторного способа управления АД частотно-токовый способ характеризуется сравнительно простыми аналитическими зависимостями, легко реализуемыми аппаратно при создании следящих приводов (СП). Согласно [1, 2] реализация ЧТСУ достигается применением жёсткой обратной связи между управляющим сигналом и амплитудой тока статора, а также формированием частоты изменения токов статора в виде алгебраической суммы измеренной частоты механического вращения вала АД и задаваемой частоты изменения токов ротора. В отличие от векторного способа управления АД при ЧТСУ можно обойтись без применения в схеме управления контроллера, ограничившись набором стандартных аналоговых и цифровых микросхем. Благодаря жёсткой обратной связи по току статора механические характеристики СП с ЧТСУ — мягкие, что требует обязательного применения в СП обратной связи или по частоте вращения вала АД, или по углу поворота вала АД.

Управляемый с помощью ЧТСУ АД применяется в быстродействующих СП; АД как исполнительные двигатели СП обладают высокими динамическими показателями и другими важными преимуществами. В первую очередь, нужно отметить их высокую надежность по сравнению с любыми другими видами электрических машин (ЭМ) как постоянного, так и переменного тока по причине простоты конструкции АД с короткозамкнутым ротором. Такие АД — самый массовый класс ЭМ, выпускаемый промышленностью.

Алгоритм ЧТСУ для АД описан в [1, 2 и 3], наиболее подробно — в [1 и 3], где при выводе аналитических выражений, характеризующих ЧТСУ, приняты допущения:

в качестве изменяемого (управляющего) параметра не рассматривается коэффициент задания крутизны частоты изменения тока ротора;

рассматриваются двухполюсные АД;

нелинейность характеристики холостого хода из-за насыщения не рассматривается.

При этих допущениях в [1] показано, что только при определенном соотношении между коэффициентом K_ω , задающим частоту ротора управляемого АД, и параметрами самого АД зависимость момента от управляющего сигнала получается линейной. Рассмотрение ЧТСУ в [1] ведется при постоянстве одного из двух управляющих сигналов ($U_D = \text{const}$).

Цель настоящей статьи — получение аналитических зависимостей момента и токов АД при ЧТСУ, пригодных для инженерного проектирования аппаратуры (регулятора момента), обеспечивающего практическое аппаратное воплощение ЧТСУ. Аналитические зависимости получены в относительных единицах, что позволяет использовать их для различных типоразмеров АД, параметры которых изменяются в широких пределах.

Сняты допущения, принятые в [1], все зависимости получены при изменении трёх основных управляющих сигналов, применяемых в ЧТСУ: U_Q , K_ω и U_D . Зависимости токов и момента для АД от его параметров получены на основе анализа векторной диаграммы (рис. 1) и схемы замещения (рис. 2), принятых в [4]. Далее будет показано, что управляющие сигналы K_ω и U_D определяют режим работы АД, выбираются заранее и не меняются во время работы СП. В то же время сигнал U_Q , изменяемый по значению и знаку, обеспечивает формирование момента на валу АД, требуемого с

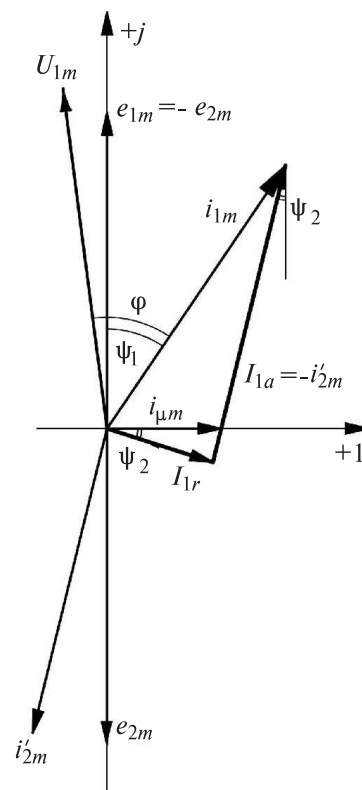


Рис. 1. Векторная диаграмма асинхронного двигателя (АД) с обозначениями, принятыми в статье

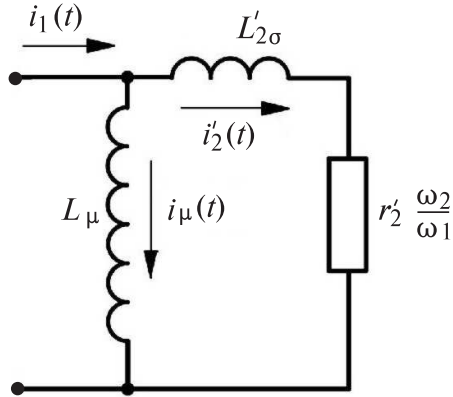


Рис. 2. Схема замещения АД при токовом управлении

учётом закона изменения выходного параметра СП (скорости или угла) при фактически изменяющемся моменте нагрузки на валу АД.

На рис. 1 и 2 для АД приняты следующие обозначения [4]: e_{1m}, e_{2m} – амплитуды первичной (статорной) и вторичной (роторной) ЭДС; i_{1m} – амплитуда тока статора; i'_{2m} – амплитуда приведенного тока ротора; $i_{\mu m}$ – амплитуда тока намагничивания; L_{μ} – индуктивность намагничивания; $L'_{2\sigma}$ – приведенная индуктивность рассеяния ротора; r'_2 – приведенное сопротивление ротора; ω_1 – угловая частота изменения токов статора и напряжения; ω_2 – угловая частота изменения тока ротора; ψ_2 – фазовый угол сдвига между током ротора и его ЭДС.

Векторная диаграмма построена без учета потерь в стали, поэтому активная составляющая намагничивающего тока на рис. 1 – нулевая.

Согласно [1] алгоритм ЧТСУ АД можно записать как зависимость $i_{1m}, i'_{2m}, i_{\mu m}$ и ω_2 от независимых управляющих сигналов U_Q, K_{ω} и U_D и от двух расчетных токов I_{1a} и I_{1r} . Расчетные токи обозначены заглавными буквами, что подчеркивает их отличие от амплитуд реальных токов, хотя I_{1a} и I_{1r} – также амплитудные значения токов. Расчетные токи в [3] названы «активной» и «реактивной» составляющими статорного тока. Термины эти следует признать не совсем удачными, так как в электротехнике под активными и реактивными токами понимают токи, совпадающие по фазе с напряжением и, соответственно, ортогональные напряжению, под действием которого они протекают. Однако, чтобы не вводить новую терминологию, будем ниже называть эти токи «расчетными активными и реактивными» – они показаны на рис. 1 в виде утолщенных векторов. Тогда для ЧТСУ АД можно записать:

$$i_{1m} = \sqrt{(I_{1a})^2 + (I_{1r})^2}; \quad (1a)$$

$$I_{1a} = U_Q \frac{I_{1aN}}{U_{QN}}; \quad (16)$$

$$I_r = U_D \frac{I_{1rN}}{U_{D\max}}; \quad (1b)$$

$$\omega_2 = K_{\omega} \frac{U_Q}{U_D}; \quad (1г)$$

$$\omega_1 = p\Omega_{\text{вр}} \pm \omega_2, \quad (1д)$$

где K_{ω} – коэффициент задания крутизны частоты изменения тока ротора, 1/с; p – число пар полюсов АД; индекс N – номинальный режим работы управляемого АД.

Отметим, что можно произвольно выбрать достаточно много зависимостей (ток = функция (управляющего сигнала) или частота изменения токов ротора – функция (управляющего сигнала)), отличных от приведенных в (1a)–(1д). Например, в [5] рассматриваются четыре вида таких зависимостей. Однако единственный, на наш взгляд, вариант, пригодный для применения в СП, который обеспечивает линейную зависимость момента АД от управляющего сигнала, будет рассмотрен ниже – это ЧТСУ с алгоритмом согласно (1a)–(1д).

Из (1д) видно, что частота токов статора, которую должен выдавать в статорные обмотки управляемого АД преобразователь частоты (ПЧ), работающий в режиме источника тока, формируется в виде суммы угловой механической частоты вращения $\Omega_{\text{вр}}$ и частоты изменения токов ротора ω_2 .

Для получения сигнала, пропорционального $\Omega_{\text{вр}}$, на валу АД должен быть установлен датчик механической частоты вращения. Практически это или синусно-косинусный вращающийся трансформатор (СКВТ), или датчик импульсов, частота которых пропорциональна механической частоте вращения вала АД. Установка датчика частоты вращения на валу АД – существенное конструктивное усложнение аппаратного состава привода с ЧТСУ по сравнению с обычным частотным управлением. Однако возможность применения АД с ЧТСУ в быстродействующих СП окупает это усложнение.

Необходимо подчеркнуть, что при ЧТСУ важно одновременно управлять как формированием амплитуд статорных токов, так и значением частоты изменения токов ротора. Сам факт формирования амплитуды i_{1m} согласно (1a)–(1b) вовсе не означает, что ток с такой амплитудой реально «разделится» в управляемом АД на ожидаемые составляющие i_{1m} и i'_{2m} . Из схемы замещения рис. 2 видно, что при заданном i_{1m} и при большой частоте ω_2 из-за роста $X_{\mu} = \omega_2 L_{\mu}$ намагничивающий ток падает, а ток ротора возрастает. Особенно нежелательно уменьшение частоты ω_2 , поскольку ток $i_{\mu m}$ может возрасти до таких значений, что магнито-

провод управляемого АД будет насыщен. При питании от ПЧ – источника тока – насыщение не приведет к неконтролируемым пикам тока статора, но поток АД при чрезмерном возрастании $i_{\mu m}$ не растет, а ток i'_{2m} из-за роста $i_{\mu m}$ уменьшается, что приводит к уменьшению крутизны момента управляемого АД. Отсюда следует важность выбора значения крутизны задания частоты ротора в (1г).

При линейной зависимости момента АД от управляющего сигнала ($K_{\omega} = K_{\omega \text{лин}}$) момент АД будет изменяться за счет изменения тока ротора при постоянстве потока, т.е. при $i_{\mu m} \equiv U_D$.

Так как расчетные токи I_{1a} , I_{1r} в (1) непосредственно зависят только от i_{1m} , найдем из векторной диаграммы (рис. 1) и схемы замещения (рис. 2) реальные токи i'_{2m} , $i_{\mu m}$ через i_{1m} и параметры АД:

$$i'_{2m} = i_{1m} \frac{\omega_2 L_{\mu}}{r'_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{\omega_2 (L_{\mu} + L'_{2\sigma})}{r'_2} \right]^2}}; \quad (2)$$

$$i_{\mu m} = i_{1m} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_2 L'_{2\sigma}}{r'_2} \right)^2}}{\sqrt{1 + \left[\frac{\omega_2 (L_{\mu} + L'_{2\sigma})}{r'_2} \right]^2}}. \quad (3)$$

Для последующих преобразований необходимы зависимости, также полученные из векторной диаграммы и схемы замещения:

$$\cos \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_2 L'_{2\sigma}}{r'_2} \right)^2}}; \quad (4)$$

$$i_{\mu m} \cos \psi_2 = \frac{i_{1m}}{\sqrt{1 + \left[\frac{\omega_2 (L_{\mu} + L'_{2\sigma})}{r'_2} \right]^2}}. \quad (5)$$

Отметим, что согласно (2)÷(5) токи i'_{2m} , $i_{\mu m}$ зависят только от частоты изменения токов ротора ω_2 независимо от частоты вращения вала АД. Поэтому значения ω_2 и токов в АД аппаратно можно формировать «отдельно» от частоты вращения, а затем, суммировав ω_2 и $\Omega_{вр}$, формировать входную для АД частоту изменения токов статора согласно (1д). Такая инвариантность i'_{2m} , $i_{\mu m}$, ω_2 относительно ω_1 – свойство самого АД (независимо от способа управления), которое существенно облегчает аппаратную реализацию ЧТСУ.

Из векторной диаграммы и из (2)÷(5) можно найти соотношение между расчетными и реальными токами АД:

$$I_{1a} = \left(1 + \frac{L'_{2\sigma}}{L_{\mu}} \right) i'_{2m}; \quad (6)$$

$$I_{1r} = i_{\mu m} \cos \psi_2. \quad (7)$$

Отметим, что согласно (6), (7) численное различие между реальными и расчетными токами невелико. По принятому при проектировании ЭМ переменного тока методу параметры в каталогах АД выражаются в относительных «долевых единицах» (д.е.) [6]: для серийных АД с $p=1$ или 2, которые чаще всего применяются при ЧТСУ, $X'_2 \equiv L'_{2\sigma} \approx 0,1$ д.е., а $X_{12} \equiv L_{\mu} \approx (2 \div 3)$ д.е. При таких соотношениях I_{1a} отличается от i'_{2m} на единицы процентов, а $\cos \psi_2 \approx 1$ при допускаемых в ЧТСУ значениях ω_2 . Для многополюсных АД различия между расчетными и реальными значениями токов возрастают. В общем случае введение в (1) расчетных токов I_{1a} , I_{1r} практически целесообразно с точки зрения наиболее простого аппаратного воплощения ЧТСУ.

Так, операция, предусмотренная (1а) в регуляторе момента, выполненном на аналоговых элементах, осуществляется на одном операционном усилителе (ОУ) с двумя входами. На них подаются переменные напряжения со сдвигом фазы на $\pi/2$, пропорциональные I_{1a} , I_{1r} . Выходное напряжение такого ОУ, в котором происходит векторное сложение входных переменных напряжений, соответствует (1а).

Из (7) видно, что выбранный ток I_{1r} задает поток Φ в АД ($\Phi \equiv i_{\mu m}$). Выгоднее выбрать для АД максимальный поток (обычно соответствующий номинальному режиму серийного АД, применяемого в качестве управляемого двигателя). Для этого режима еще не наступило значительное насыщение в наиболее магнито нагруженных участках магнитопровода АД (в зубцовой зоне). Максимальный поток обеспечивает требуемый момент при меньшем токе (меньших потерях), так как момент АД пропорционален произведению $\Phi i'_{2m}$. Именно поэтому в (1в) номинальному значению I_{1rN} соответствует максимальный управляющий сигнал $U_{D \max}$, повышение которого недопустимо, так как приведет к насыщению магнитопровода АД. Тогда для номинального расчетного реактивного тока можно записать:

$$I_{1rN} = i_{\mu mN} \cos \psi_{2N}. \quad (8)$$

Подчеркнем, что I_{1rN} – постоянная величина в отличие от входящей в (7) изменяемой величины $(i_{\mu m} \cos \psi_2)_{\text{var}}$.

Согласно [4], (1в), (7) амплитуда противоЭДС статорной обмотки АД, практически равная амплитуде первичного напряжения, подводимого к АД от ПЧ, равна:

$$e_{1m} = \omega_1 w_{1\text{эф}} \Phi \equiv i_{\mu m} \equiv U_D, \quad (9a)$$

где $w_{1\text{эф}}$ – эффективное число витков статорной обмотки АД.

На предельных частотах механического вращения, когда $\Omega_{\text{вр}} \gg \omega_2$, выражение (9а) с учетом (1д) можно записать в виде

$$e_{1m} \equiv \Omega_{\text{вр}} w_{1\text{эф}} U_D \approx U_{1m}. \quad (9б)$$

Видно, что амплитуда напряжения питания АД, которую должен обеспечить ПЧ, возрастает с ростом частоты вращения. Работа в линейном режиме ПЧ, когда он еще является источником тока, возможна только, если U_{1m} меньше напряжения звена постоянного тока $U_{\text{=}}$ в ПЧ. Напряжение $U_{\text{=}}$ жестко определяется значением напряжения сети, питающей ПЧ:

$$U_{\text{=}} = \frac{m_{\text{в}}}{2\pi} \sqrt{2} U_{\text{л.сети}}, \quad (10)$$

где $m_{\text{в}}$ – число фаз выпрямления на входе звена постоянного тока ПЧ (обычно $m_{\text{в}}=6$); $U_{\text{л.сети}}$ – действующее значение линейного напряжения сети питания ПЧ (обычно 380 или 220 В).

Из (9б) и (10) видно, что при выбранном типоразмере АД существует предельная частота его механического вращения, при которой напряжение на АД превысит $U_{\text{=}}$ и ПЧ уже не сможет работать как источник тока. Предельная частота механического вращения зависит от схемы включения обмоток АД. Для линейной зоны ПЧ можно записать:

$$U_{\text{=лз}} \geq K_{\perp\Delta} e_{1m}, \quad (11)$$

где $K_{\perp\Delta}$ – коэффициент схемы включения АД в ПЧ в звезду или в треугольник ($K_{\perp} = \sqrt{3}$; $K_{\Delta} = 1$).

Из (9)÷(11) видно, что увеличить предельную частоту механического вращения управляемого АД при заданном напряжении сети питания ПЧ и при сохранении управления моментом можно лишь уменьшая U_D , т.е. снижая поток. Сохранение момента при ослабленном потоке, как показывает (1), потребует увеличения U_Q , т.е. увеличения тока ротора и его частоты. Из (1в), (7) находим, что при $U_D = \text{const}$ поток АД ($\Phi \equiv i_{\mu m}$) не является строго постоянным: с ростом частоты ротора [см. (4)] $\cos \psi_2$ уменьшается, а следовательно, $i_{\mu m}$ – возрастает. Границы возможного возрастания потока,

еще не приводящие к насыщению магнитопровода АД, будут определены ниже.

Согласно [4] для момента на валу АД справедливо выражение:

$$M = \frac{0,5 m_1 p (i'_{2m})^2 r'_2}{\omega_2}, \quad (12)$$

где m_1 – число фаз статорной обмотки АД.

Определение момента как частного от деления значения мощности на скорость мало удобно для рассмотрения особенностей ЧТСУ, поэтому преобразуем (12) с помощью (2)÷(5) и получим:

$$M = \frac{0,5 m_1 (L_{\mu})^2 (i_{\mu m} \cos \psi_2)^2 \omega_2}{r'_2}; \quad (13a)$$

$$M = 0,5 m_1 p L_{\mu} i'_{2m} (i_{\mu m} \cos \psi_2). \quad (13б)$$

Из (13а), в частности, видно, что даже если поток АД и частота изменения токов ротора строго определяются управляющими сигналами U_D , U_Q , то с нагревом ротора АД (r'_2 растет) момент АД при неизменных U_D , U_Q падает. Это требует размещения в АД датчика температуры обмоток и использования сигналов такого датчика при аппаратурном формировании значения крутизны задания частоты ротора $K_{\omega}(\vartheta_R)$. Так как сложно и ненадежно делать устройства передачи сигналов датчика температуры, размещенного непосредственно на вращающемся роторе, на практике его размещают на лобовых частях статорных обмоток – это самая горячая часть обмотки, температура которой в наибольшей степени совпадает с температурой стержней ротора. Практика показывает, что использование сигналов такого датчика в регуляторе момента поддерживает линейность момента АД от управляющего сигнала U_Q с достаточной для инженерной практики точностью.

Из (13б) видно, что при $i'_{2m} \equiv U_Q$ и при постоянном потоке ($i_{\mu m} \equiv U_D = \text{const}$) момент управляемого АД определяется только сигналом U_Q . Выражение момента АД при ЧТСУ можно получить, подставив в (13а) выражения (5), (1а), (1г). Предварительно введем безразмерный коэффициент, характеризующий номинальный режим управляемого АД:

$$\xi_i = \frac{I_{1aN}}{I_{1rN}}. \quad (14)$$

Коэффициент номинального режима $\xi_i > 1$ и падает с ростом числа p . Тогда для момента АД при ЧТСУ в общем виде можно записать:

$$M = \frac{0,5m_1 p L_\mu}{\left(1 + \frac{L'_{2\sigma}}{L_\mu}\right)} I_{1aN} I_{1rN} \left(\frac{U_Q}{U_{QN}}\right) \left(\frac{U_D}{U_{Dmax}}\right) \frac{1}{K_\omega} \frac{r'_2 \xi_i}{(L_\mu + L'_{2\sigma})} \times$$

$$\times \frac{U_{Dmax}}{U_{QN}} \frac{\left[\left(\frac{U_Q}{U_{QN}}\right)^2 + \left(\frac{U_D}{U_{Dmax}}\right)^2 \frac{1}{(\xi_i)^2}\right]}{\left(\frac{U_Q}{U_{QN}}\right)^2 + \left[\left(\frac{U_D}{U_{Dmax}}\right)^2 \frac{1}{(\xi_i)^2} \frac{1}{(K_\omega)^2}\right]}$$

$$\rightarrow \left\{ \frac{r'_2}{(L_\mu + L'_{2\sigma})} \left(\frac{U_{Dmax}}{U_{QN}} \xi_i\right) \right\}^2. \quad (15)$$

Из (15) можно определить, при какой крутизне K_ω дробь в (15) превращается в единицу и момент станет линейной функцией от (U_Q, U_D) :

$$K_{\omega лин} = \frac{r'_2 (\partial_R) \xi_1}{(L_\mu + L'_{2\sigma})} \left(\frac{U_{Dmax}}{U_{QN}}\right). \quad (16)$$

В (16) для выражения крутизны частоты изменения токов ротора, обеспечивающей линейность момента, сопротивление ротора записано как $r'_2 (\partial_R) = var$, что подчеркивает тот факт, что с ростом r'_2 от нагрева ротора должно возрасти значение $K_{\omega лин}$. Это совпадает с выводом, сделанным из непосредственного рассмотрения (13а).

Видно, что $K_{\omega лин}$ зависит от параметров АД, выбранного номинального режима (ξ_1) и от конкретных максимальных значений управляющих сигналов U_{QN} и U_{Dmax} . Численно $K_{\omega лин}$ будет меняться при изменении этих значений, определяемых удобством аппаратного применения алгоритма (1). Однако с учетом (1г) крутизна задания частоты ротора, обеспечивающая линейность момента, будет определяться только параметрами АД:

$$\omega_{2 лин} = K_{\omega лин} \frac{U_Q}{U_D} = \frac{r'_2 (\partial_R) \xi_i}{(L_\mu + L'_{2\sigma})} \left(\frac{U_Q}{U_{QN}}\right) \left(\frac{U_{Dmax}}{U_D}\right). \quad (17)$$

Выражения для момента, частоты ротора и токов АД в зависимости от U_Q, U_D получаются достаточно громоздкими, поэтому введем для их упрощения и удобства анализа относительные значения изменяемых параметров:

$$\alpha = \frac{K_\omega}{K_{\omega лин}}; \quad \beta = \frac{U_Q}{U_{QN}}; \quad \gamma = \frac{U_D}{U_{Dmax}}. \quad (18)$$

Рассмотрим пределы изменения относительных величин (18).

Для частоты изменения токов ротора $\alpha \neq 0$ (если всегда $\omega_2 = 0$, то $M = 0$). При $\alpha = 1$ – линейный режим задания момента, при $\alpha < 1$ («недостаток» ω_2), как было показано выше, может наступить насыщение АД.

Для тока ротора i'_{2m} , характеризуемого β [см. (16), (6)], $0 \leq |\beta| \leq 2$. При $\beta = 1$ – номинальный режим, изменение знака β соответствует изменению знака момента. При $\beta > 1$ – перегрузка АД по моменту и току. Практически значения $\beta > 2$ в реальных СП не допускают.

Для потока, определяемого $i_{\mu m}$ и характеризуемого γ [см. (1в), (7)], значение $\gamma \leq 1$, так как при нулевом намагничивающем токе всегда $M = 0$, поэтому $\gamma \neq 0$. При $\gamma = 0$ – номинальный режим, в АД создается максимально допустимый поток. При $\gamma < 1$ – ослабление потока, позволяющее разогнать АД выше номинальной скорости.

Подставим α, β, γ из (18) в (15), (17) и получим:

$$M = \frac{0,5m_1 p L_\mu I_{1aN} I_{1rN} \beta \gamma}{\left(1 + \frac{L'_{2\sigma}}{L_\mu}\right) \alpha} \left[\frac{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\xi_i}\right)^2}{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha \xi_i}\right)^2} \right]; \quad (19)$$

$$\omega_2 = \frac{r'_2 (\partial_R) \xi_i}{(L_\mu + L'_{2\sigma})} \frac{\alpha \beta}{\gamma}. \quad (20)$$

Для линейного задания момента ($\alpha = 1$) получим:

$$M_{лин} = \frac{0,5m_1 p L_\mu}{\left(1 + \frac{L'_{2\sigma}}{L_\mu}\right)} (I_{1aN} I_{1rN}) \beta \gamma = M \beta \gamma; \quad (21)$$

$$\omega_{2 лин} = \frac{r'_2 (\partial_R) \xi_i}{(L_\mu + L'_{2\sigma})} \frac{\beta}{\gamma} = \omega_N \frac{\beta}{\gamma}. \quad (22)$$

Если выразить $M_{лин}$ не через расчетные, а через реальные токи, то с учетом (6), (7) получим из (21):

$$M = 0,5m_1 p L_\mu (i'_{2m})_N (i_{\mu m N} \cos \psi_{2N}) \beta \gamma = M_N \beta \gamma. \quad (23)$$

Зависимость (23) совпадает с (13б), которая не была использована для вывода (23).

Исследуем, как меняется момент K_ω при отклонении от линейности ($\alpha \neq 1$), будем при этом полагать, что $\gamma = const, \beta = var$.

Аналогично относительным единицам для управляющих сигналов (18) введем относительное значение момента:

$$\mu = \frac{M}{M_N}, \tag{24}$$

тогда из (21) получим:

$$\mu = \frac{M}{M_N} = \frac{\beta\gamma}{\alpha} \left[\frac{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\xi_i}\right)^2}{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha\xi_i}\right)^2} \right]. \tag{25}$$

При $K_\omega = K_{\omega_{\text{лин}}}$ ($\alpha=1$) выражение (25) вырождается в прямую, соответствующую линейному заданию момента:

$$\mu_{\text{лин}} = \beta\gamma. \tag{26}$$

Характер изменения $\mu=f(\beta)$ при изменении γ, α показан на рис. 3 для принятого коэффициента номинального режима $\xi_i=1,9$. Кривые рис. 3 построены по расчетным параметрам АД типоразмера 4АИРМ132М4 на номинальные мощность 11кВт и частоту вращения 1500 об/мин. Рассматриваются режимы с номинальным потоком ($\gamma=1$) для трех значений $\alpha=2; 1; 0,5$ (двойной избыток частоты изменения токов ротора, линейный режим и двойной недостаток частоты изменения токов ротора).

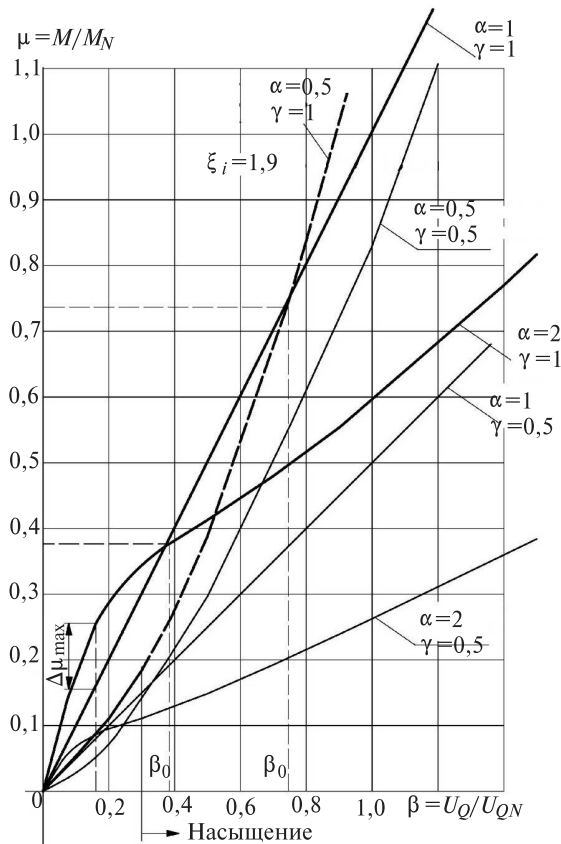


Рис. 3. Зависимость момента АД в относительных единицах μ от относительного сигнала управления активным током β при дискретно изменяемых относительных сигналах α (задание роторной частоты) и γ (задание реактивного тока)

Все кривые для $\gamma=1$ на рис. 3 выполнены толстыми линиями, для режима $\Phi=0,5\Phi_N$ ($\gamma=0,5$) и для тех же α кривые выполнены тонкими линиями. Зависимости $\mu=f(\beta)$ даны только для положительных значений β , так как при $\beta<0$ кривые меняются только по знаку.

Продифференцируем $\mu=f(\beta)$ и найдем крутизну μ при $\beta=0$:

$$\left. \frac{\partial \mu(\beta)}{\partial \beta} \right|_{\beta=0} = \gamma\alpha. \tag{27}$$

Из (27) следует, что при нелинейных режимах задания момента (рис. 3) для «избытка» частоты изменения токов ротора ($\alpha=2$) момент в начале характеристики нарастает более круто, чем линейная прямая (кривая $\mu=f(\beta)$ – выпуклая), а при «недостатке» частоты изменения токов ротора кривая $\mu=f(\beta)$ – вогнутая.

Приравняем (25) и (26) и найдем точки пересечения кривой $\mu=f(\beta)$ для $\alpha \neq 1$ с линейной прямой:

$$\beta_0 = \frac{\gamma}{\sqrt{\alpha\xi_i}}; \tag{28}$$

$$\mu(\beta_0) = \frac{\gamma^2}{\sqrt{\alpha\xi_i}}, \tag{29}$$

Точки пересечения для $\gamma=1$ показаны на рис. 3.

При $\beta > \beta_0$, $\alpha \neq 1$ кривая момента с ростом β дает все большую ошибку $\Delta\mu$ относительно линейной прямой. Преобразуем (25) к виду:

$$\mu = \frac{\beta\gamma}{\alpha} \left[\frac{1 + \left(\frac{\gamma}{\beta\xi_i}\right)^2}{1 + \left(\frac{\gamma}{\alpha\beta\xi_i}\right)^2} \right]. \tag{30}$$

Из (29) видно, что при $\beta \rightarrow \infty$ зависимость $\mu=f(\beta)$ асимптотически стремится к прямой $\mu = \frac{\beta\gamma}{\alpha}$. Для диапазона изменения β , показанного на рис. 3, это хорошо заметно по кривой ($\alpha=2; \gamma=1$). Она стремится к прямой $\mu = \frac{\beta\gamma}{\alpha} = \frac{\beta\gamma}{2} = 0,5\gamma$, которая совпадает с прямой ($\alpha=1; \gamma=0,5$). Из этого, в частности, следует, что при избытке частоты изменения токов ротора кривая $\mu=f(\beta)$ после точки пересечения будет идти менее круто и никогда не достигнет прямой, соответствующей линейному режиму.

Выше было отмечено, что при $\alpha < 1$ может наступить насыщение магнитопровода АД. Из анализа кривой тока i_μ при той же ξ_i , что принято для

рис. 3, насыщение для кривой ($\alpha=1; \gamma=0,5$) наступает при $\beta>0,3$. На рис. 3 это отражено тем, что для $\beta>0,3$ эта кривая показана штриховой линией. При ослаблении потока ($\gamma=0,5$) насыщение для $\alpha=0,5$ не наступает даже при $\beta>1,5$.

Исследуем, как меняются токи АД при изменении управляющих сигналов и крутизны задания частоты ротора.

Подставим в (2), (3) выражения (4)-(8), (16) и получим в относительных единицах:

$$\frac{i'_{2m}}{(i'_{2m})_N} = \frac{I_{1a}}{I_{1aN}} = \beta \sqrt{\frac{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\xi_i}\right)^2}{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha\xi_i}\right)^2}}; \quad (31)$$

$$\frac{i_{\mu m}}{(i_{\mu m})_N} = \left(\frac{\cos\psi_{2N}}{\cos\psi_2}\right) \frac{\gamma}{\alpha} \sqrt{\frac{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\xi_i}\right)^2}{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha\xi_i}\right)^2}}; \quad (32)$$

$$\frac{\cos\psi_{2N}}{(\cos\psi_2)_{\text{var}}} = \cos\psi_{2N} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha\beta\xi_i}{\gamma}\right)^2 \left(\frac{L'_{2\sigma}}{L_\mu + L'_{2\sigma}}\right)^2}. \quad (33)$$

Так как для большинства АД $L'_{2\sigma} \ll L_\mu$, выражение (33) с достаточной для инженерной практики точностью при $0 \leq \beta \leq 1,5$ можно считать постоянной величиной, равной 1, тогда (32) можно записать в виде:

$$\frac{i_{\mu m}}{(i_{\mu m})_N} \approx \frac{\gamma}{\alpha} \sqrt{\frac{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\xi_i}\right)^2}{\beta^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha\xi_i}\right)^2}}. \quad (34)$$

Рассмотрим вначале отклонение (33) от единицы на примере АД того же типоразмера, для которого построены кривые на рис. 3 ($\xi_i=1,9$). Для 4АИР132М4 имеем:

$$\frac{L'_{2\sigma}}{L_\mu + L'_{2\sigma}} = \frac{2,83 \text{ мГн}}{(63,64 + 2,83) \text{ мГн}} = 0,0426;$$

$$\omega_{2N} = 2\pi f_{2N} = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,949 = 5,961 \text{ 1/с};$$

$$\cos\psi_{2N} = \cos 4,61^\circ = 0,9968.$$

На рис. 4 построены графики ошибки

$$\Delta = \left[\frac{\cos\psi_{2N}}{(\cos\psi_2)_{\text{var}}} - 1 \right], \text{ которая получается при использовании приближенной формулы вместо точ-$$

ной. Кривые даны для того же диапазона изменения α, β, γ , что и на рис. 3. Для принятых сочетаний γ, α кривые на рис. 4 попарно совпадают: кривая для ($\gamma=1, \alpha=2$) совпадает с кривой ($\gamma=0,5, \alpha=1$); кривая ($\alpha=1, \gamma=1$) совпадает с кривой ($\gamma=0,5, \alpha=0,5$).

Видно, что для режимов, близких к линейному, ошибка меньше 1%, и только для повышенной частоты ротора ($\alpha=2, \gamma=0,5, \beta>1$) она достигает 10%. Однако при повышенной частоте и ослаблении потока вероятность насыщения магнитопровода АД очень мала (только при $\beta \geq 2$), поэтому использование приближенной формулы не приводит к ошибке в определении предельных значений β , при которых начинается насыщение из-за возрастания $i_{\mu m}$. Следовательно, отклонение $i_{\mu m}$ от $i_{\mu mN}$ при изменении α, β, γ происходит практически целиком за счет выражения, стоящего в (34) под знаком радикала, и выражения (34) при $\beta \leq 1,5; \alpha \leq 2; \gamma \geq 0,5$ практически не дает ошибки при определении границы наступления насыщения в управляемом АД. Для многополюсных АД лучше пользоваться выражением (32).

На рис. 5 даны кривые для $i_{\mu m}(\beta)$ при том же диапазоне α, β, γ , что и на рис. 3 и 4, для того же типоразмера АД. Видно, что для линейных режимов $i_{\mu m}(\beta) \approx \text{const}$ ошибки меньше 1% (согласно рис. 4) не могут быть отражены в масштабе рис. 5. При ослаблении потока ($\gamma=0,5$), несмотря на нарастание тока $i_{\mu m}$, даже при полуторной перегрузке ток $i_{\mu m}$ не доходит до номинального значения. Лишь при номинальном потоке ($\gamma=1$) и при недостатке частоты ротора ($\alpha=0,5$) намагничивающий ток быстро растет и уже при $\beta \approx 0,3$ превышает но-

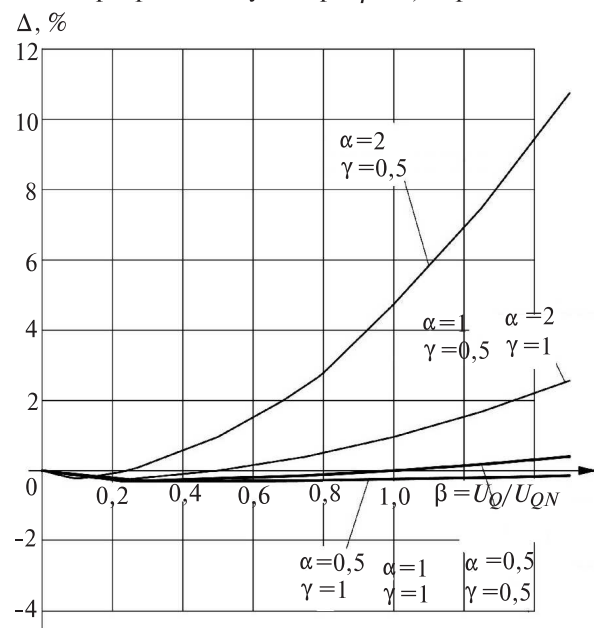


Рис. 4. Зависимость погрешности Δ при определении тока намагничивания АД из-за расчётного упрощения $\cos\psi_2 = \text{const}$ от относительного сигнала управления β при дискретно изменяемых относительных сигналах α и γ

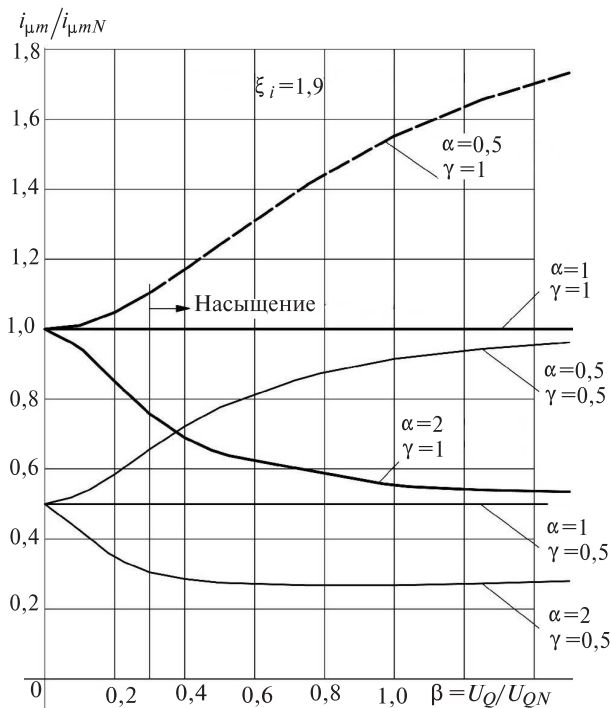


Рис. 5. Зависимость относительного значения тока намагничивания АД от относительного сигнала управления β при дискретно изменяемых относительных сигналах α и γ

минальное значение на 10%. Такое превышение можно считать началом насыщения магнитопровода АД. Практически при подборе крутизны задания частоты ротора $K_{\omega \text{лин}}$ всегда можно обеспечить выбор и практическое поддержание параметров регулятора момента, которое обеспечило бы отклонение α от единицы значительно меньше, чем в два раза ($\alpha=0,5$), и тем самым «отодвинуло» бы границу насыщения в сторону практически недопустимых перегрузок ($\beta \gg 2$).

На рис. 6 даны кривые $i'_{2m}(\beta)$ для тех же условий, что и на рис. 3–5, построенных согласно (31). Из (31) следует, что i'_{2m} в линейных режимах не зависит от γ и определяется только управляющим сигналом U_Q . Для нелинейных режимов значение i'_{2m} слабо зависит как от α , так и от γ и в основном тоже определяется значением U_Q .

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 7, pp. 46–55

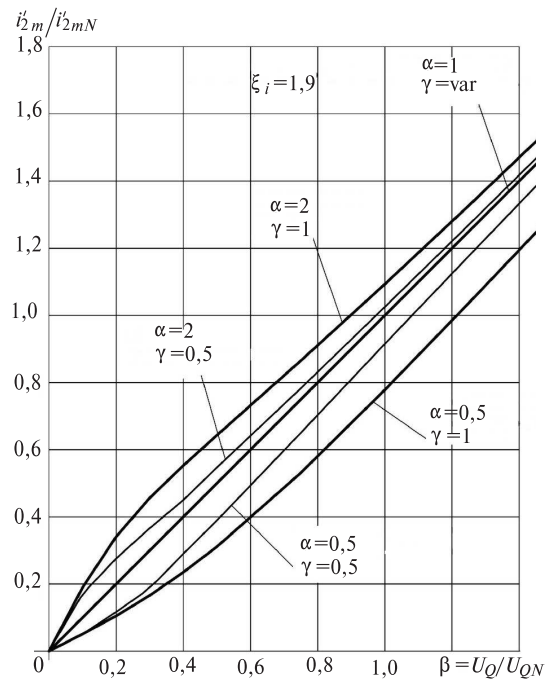


Рис. 6. Зависимость относительного значения активного тока ротора АД от относительного сигнала управления β при дискретно изменяемых относительных сигналах α и γ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бродовский В.Н., Иванов Е.С. Приводы с частотно-токовым управлением. — М.: Энергия, 1974, 169 с.
2. А.с. (РФ) № 193604. Способ управления моментом асинхронного двигателя/В.Н. Бродовский, Е.С. Иванов, М.И. Пятков, Г.В. Тарасов. — БИ, 1967, № 7.
3. Следящие приводы/Под ред. Б.К. Чемоданова. — М.: Изд. МГТУ им. Баумана, 2003, 878 с.
4. Петров Г.Н. Электрические машины, ч. 1. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1940, 663 с.
5. Бродовский В.Н., Иванов Е.С. Асинхронная машина с короткозамкнутым ротором при частотно-токовом управлении. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 3, с. 67–76.
6. Копылов И.П. Проектирование электрических машин, изд. 4-е. — М.: Юрайт, 2011, 767 с.

[25.01.2017]

Автор: Пятков Михаил Иванович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института в 1959 г. В 1969 г. защитил кандидатскую диссертацию по тематике, посвященной элементам электроприводов. Ведущий научный сотрудник АО «ЦНИИ автоматики и гидравлики».

DOI:10.24160/0013-5380-2017-7-46-55

The Torque and Currents in a Frequency- and Current-Controlled Induction Motor versus the Ratio between the Motor Parameters and Control Signals

PYATKOV Mikhail I. (JSC «Central Scientific and Research Institute of Automatics and Hydraulics», Moscow, Russia) — Leading scientific researcher, Cand. Sci. (Eng.)

The static adjustment characteristic of a servo drive's power part equipped with a frequency- and current-controlled induction motor (IM) is analytically studied. All the analytical dependences are given in relative units. A practically important formula for the induction motor torque and stator current components as functions of the active and reactive current reference signals is obtained. The forms of calculated