

Модальный синтез законов управления в электроэнергетических системах на основе многошаговой декомпозиции

ГАДЖИЕВ М.Г., МИСРИХАНОВ М.Ш., ШАРОВ Ю.В.

Рассмотрен модальный подход к синтезу законов управления в электроэнергетических системах на основе многошаговой декомпозиции уравнений энергосистемы. Ключевыми элементами в рассматриваемой декомпозиции являются псевдообратные матрицы и матричные делители нуля. Подход не имеет ограничений по кратности назначаемых собственных значений и размерности синтезируемых систем, присущих известным модальным методам, и позволяет формировать законы управления как в числовом, так и в аналитическом виде. Приведен пример синтеза законов управления объединенной энергосистемой.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, статическая устойчивость, матрица Якоби, закон управления, модальный синтез, многошаговая декомпозиция

Модальный подход часто ассоциируют с методом пространства состояний [1], что в некоторой степени является справедливым. От частотного метода, метода D-разбиения, метода корневого годографа метод пространства состояний отличается принципиально иными возможностями. Он позволяет судить о том, достижима ли цель управления (управляемость), определить необходимый состав измерителей (наблюдаемость), синтезировать управление (возможность стабилизации, детектирования, запас устойчивости) и т.д.

Среди различных направлений теории управления динамическими системами, основанных на методе пространства состояний, можно выделить два подхода, получивших наибольшее распространение в инженерной практике [2, 3]. Один из них базируется на методах оптимизации динамической системы путем сведения к минимуму некоторого функционала (обычно интеграла от какой-либо квадратичной формы), характеризующего качество управления. Другой — связан с методами модального анализа и синтеза, т.е. методами анализа динамических свойств системы и формирования законов управления с обратной связью, придающих замкнутой системе заранее выбранное распределение собственных значений.

Проблема управления модами колебаний в динамических системах (управления собственными значениями, полюсами или спектром) имеет продолжительную историю в теории управления, но до сих пор не утратила актуальности, привлекая новые возможности математики и ранее не использовавшиеся формы представления синтезируемых систем, например, алгебро-дифференциальные [4], аффинные [5], проективные [6] и др.

В практических задачах [2, 3, 7–9] многие известные методы оказываются не применимыми в связи с присущими им недостатками: плохой обусловленностью используемых матриц (например, матриц управляемости); возможной неразрешимостью задачи при полной управляемости (например, ограничения на кратность назначаемых собственных значений); быстрым ростом размерности решаемых уравнений; трудностью построения множества эквивалентных регуляторов; отсутствием явного влияния на другие свойства замкнутой системы (качество переходных процессов, робастность и др.).

До сих пор в практике конструирования регуляторов с помощью многомерных математических моделей ЭЭС, имеющих многие входы и многие выходы, в полной мере не осуществлялся аналитический (не численный, общесистемный) и совмещенный синтез законов управления с обеспечением заданных модальных и статических свойств.

В статье представлен модифицированный метод многошаговой декомпозиции [2, 3], пригодный для аналитического синтеза законов модального управления ЭЭС с высокой размерностью пространства состояний, не имеющий ограничений на кратность назначаемых собственных значений, позволяющий осуществлять синтез централизованного и децентрализованного управления. В основе метода лежит специальным образом организованное преобразование уравнений ЭЭС на основе псевдообратных матриц и матричных делителей нуля [6, 10]. Получаемое представление преобразованной системы содержит в явном виде элементы, изменение которых с помощью обратной связи позволяет расположить заданным образом собственные значения замкнутой системы и обеспечить желаемый запас

статической устойчивости и характер переходных процессов.

Устойчивость, управляемость и наблюдаемость регулируемой ЭЭС. Рассмотрим математическую модель ЭЭС как линейную многомерную систему с многими входами и выходами, представленную в пространстве состояний уравнениями:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t); \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ – n -мерный вектор состояния; $\mathbf{u}(t)$ – r -мерный вектор входа (управления); $\mathbf{y}(t)$ – m -мерный вектор выхода (измерения).

Электроэнергетическая система как динамическая система (1) является полностью управляемой (по Калману), если ранг матрицы управляемости равен размерности пространства состояний n , т.е.

$$\text{rank}[\mathbf{B} | \mathbf{A}\mathbf{B} | \dots | \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n. \quad (2)$$

Полная управляемость системы (1) означает существование ограниченного входного сигнала в виде обратной связи

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad (3)$$

переводящего данную систему за конечный промежуток времени из любого начального состояния \mathbf{x}_0 в любое наперед заданное положение \mathbf{x}^* . Более того, полная управляемость позволяет придать замкнутой системе

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(t); \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (4)$$

заданные свойства, например, заранее предписанное расположение собственных значений (корней характеристического полинома):

$$\{\hat{\lambda}_i; \det(\hat{\lambda}_i \mathbf{E}_n - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (5)$$

Налагая требования на желаемое расположение собственных значений (5), можно обеспечить, например, тот или иной запас статической устойчивости и (опосредованно) заданное качество переходных процессов.

Модальный подход также дает возможность оценить управляемость ЭЭС не только в целом (см. критерий (2)), но и по каждой моде колебаний в отдельности (по каждому собственному значению λ_k). Так, использование модального критерия управляемости, известного как РВН-test [3, 11]:

$$\text{rank}[\lambda_i \mathbf{E}_n - \mathbf{A} | \mathbf{B}], \quad (6)$$

показывает, можно ли подходящим образом изменить данное собственное значение λ_i и, следовательно, повлиять на моду колебаний.

Критериям (2), (6) можно сопоставить дуальные критерии, определяющие наблюдаемость системы (1). Так, условие полной наблюдаемости линейной

системы (1) рассматривается как дуальное условие условиям полной управляемости (2), (6).

Для полной наблюдаемости системы (1) необходимо и достаточно выполнения эквивалентных условий:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} = n; \quad \text{rank} \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{E}_n - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = n, \quad (7)$$

где переменная λ_i «пробегает» все множество собственных значений:

$$\text{eig}(\mathbf{A}) = \{\lambda_i; \det(\lambda_i \mathbf{E}_n - \mathbf{A}) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (8)$$

Если число используемых входов и переменных состояния объекта меньше его порядка, то управление собственными значениями становится затруднительным. Однако применение динамических наблюдающих устройств (наблюдателей состояния или наблюдателей Люенбергера) позволяет по части переменных состояния (имеющемуся субвектору) восстановить весь вектор состояния, что сохраняет возможность свободного управления собственными значениями замкнутой системы (5). При этом справедлива так называемая теорема разделения [1], согласно которой синтез закона управления (3) и наблюдателя состояния можно выполнять независимо друг от друга.

В отличие от традиционных подходов, используемых в отечественной электроэнергетике, возможности модального подхода в отношении синтеза законов управления чрезвычайно широки, а его арсенал методов непрерывно пополняется новыми конструктивными результатами, например, обеспечивающими не только численный, но и аналитический синтез.

Требования к управляемой системе при модальном синтезе. Синтез управления ЭЭС в форме (1) с помощью закона управления с обратной связью (3) является классической задачей, когда необходимо найти такую матрицу \mathbf{K} (матрицу регулятора), чтобы обеспечивались некоторые заданные требования к процессу управления. Эти требования условно можно разделить на три группы [2, 3]:

а) требование на размещение собственных значений матрицы Якоби $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ в заданных точках или в заданной области комплексной плоскости;

б) требование на размещение собственных значений матрицы Якоби $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ и нулей передаточной матрицы замкнутой системы

$$(\lambda \mathbf{E}_n - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{B}$$

в заданных точках заданных областей комплексной плоскости;

в) требование к переходным процессам в замкнутой системе в смысле минимума заданного функционала качества.

Остановимся далее на требовании а), которое распространяется на различные постановки задачи стабилизации. При этом дополнительно могут выдвигаться условия полной (или частичной) управляемости (2) и полной (или частичной) наблюдаемости (7) динамической системы.

Требования на распределение собственных значений (5) можно задавать также с помощью разложения характеристического полинома на множители, например,

$$\det(\lambda E_n - A + BK) = (\lambda - \hat{\lambda}_1)(\lambda - \hat{\lambda}_2) \dots (\lambda - \hat{\lambda}_n), \quad (9)$$

где $\hat{\lambda}_i$ – заданные значения корней полинома (собственные значения матрицы $A + BK$) или разложения матрицы:

$$A - BK = WLW^{-1}. \quad (10)$$

Здесь L – матрица диагонально-клеточного типа; W – матрица преобразования.

В матрице L для каждого i -го действительного собственного значения λ_i , соответствующего заданному значению корня характеристического полинома (9), имеется клетка размером 1×1 , а для каждой пары комплексно-сопряженных корней – клетка размером 2×2 вида

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} \lambda_i & -\operatorname{Im} \lambda_i \\ \operatorname{Im} \lambda_i & \operatorname{Re} \lambda_i \end{bmatrix} \in R^{2 \times 2}.$$

Еще одним способом реализации требования а) является использование линейных матричных неравенств [12]. Если задана некоторая выпуклая область в левой полуплоскости комплексной плоскости в смысле требования а), тогда обязательно существуют линейные матричные неравенства, описывающие границы этой области. Использование этих неравенств позволяет получить стабилизирующий закон управления.

Модальный синтез на основе многошаговой декомпозиции. Рассмотрим далее метод, основанный на многошаговой (многоступенчатой) декомпозиции модели ЭЭС [2, 3].

Обозначим через B_{\perp} матрицу, удовлетворяющую условиям [10]:

$$B_{\perp} B = 0; \quad B_{\perp} B_{\perp}^+ = E, \quad (11)$$

где B_{\perp}^+ – псевдообратная матрица для матрицы B_{\perp} , для которой, как следует из определения псев-

дообратной матрицы, дополнительно выполняются условия симметрии:

$$B_{\perp} B_{\perp}^+ = (B_{\perp} B_{\perp}^+)^T; \quad B_{\perp}^+ B_{\perp} = (B_{\perp}^+ B_{\perp})^T.$$

Определим матрицу регулятора K в формуле закона управления (3) в следующем виде:

$$K = B^+ A - \Lambda B^+. \quad (12)$$

Здесь B^+ – псевдообратная матрица для матрицы B ; Λ – матрица, имеющая заданные (желаемые) собственные значения (см. (10)).

Тогда можно показать, что справедливым является равенство для множества собственных значений:

$$\operatorname{eig}(A - BK) = \operatorname{eig}(B_{\perp} A B_{\perp}^+) \cup \operatorname{eig}(\Lambda). \quad (13)$$

Таким образом, закон управления (3) с матрицей регулятора (12) обеспечивает замкнутой управлением динамической системе заданное подмножество собственных значений, совпадающее с множеством собственных значений матрицы Λ . Другая часть собственных значений, как видно из (13), определяется матрицей $B_{\perp} A B_{\perp}^+$.

Недостатком закона управления (3) с матрицей (12) является то, что в общем случае нельзя гарантировать устойчивость матрицы $B_{\perp} A B_{\perp}^+$, т.е. множество $\operatorname{eig}(B_{\perp} A B_{\perp}^+)$ может содержать неустойчивые собственные значения λ_i , у которых $\operatorname{Re} \lambda_i > 0$. Поэтому введем в рассмотрение многошаговую декомпозицию системы (1). Декомпозиция имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} & \text{исходное положение} \\ & A_0 = A; \quad B_0 = B; \\ & \text{первый шаг} \\ & A_1 = B_{\perp 1} A B_{\perp 1}^+; \quad B_1 = B_{\perp 1} A B; \\ & \text{второй шаг} \\ & A_2 = B_{\perp 11} A_1 B_{\perp 11}^+; \quad B_2 = B_{\perp 11} A_1 B_1; \\ & k\text{-й (промежуточный) шаг} \\ & A_k = B_{\perp k-1} A_{k-1} B_{\perp k-1}^+; \quad B_k = B_{\perp k-1} A_{k-1} B_{k-1}; \\ & S\text{-й (конечный) шаг} \\ & A_S = B_{\perp S-1} A_{S-1} B_{\perp S-1}^+; \quad B_S = B_{\perp S-1} A_{S-1} B_{S-1}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Здесь $S = \operatorname{floor}(n/r)$ – операция округления числа n/r в сторону ближайшего целого в меньшую сторону, например, $\operatorname{floor}(0,3) = 0$; $\operatorname{floor}(1,5) = 1$; $\operatorname{floor}(3,89) = 3$ и т.д.

Если также пошагово определить матрицы:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_0 &= \mathbf{B}_0^- \mathbf{A}_0 - \Lambda_0 \mathbf{B}_0^-, \quad \mathbf{B}_0^- = \mathbf{B}_0^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_{\perp 0}; \\ \mathbf{K}_1 &= \mathbf{B}_1^- \mathbf{A}_1 - \Lambda_1 \mathbf{B}_1^-, \quad \mathbf{B}_1^- = \mathbf{B}_1^+ - \mathbf{K}_2 \mathbf{B}_{\perp 1}; \\ \mathbf{K}_2 &= \mathbf{B}_2^- \mathbf{A}_2 - \Lambda_2 \mathbf{B}_2^-, \quad \mathbf{B}_2^- = \mathbf{B}_2^+ - \mathbf{K}_3 \mathbf{B}_{\perp 2}, \dots; \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{B}_k^- \mathbf{A}_k - \Lambda_k \mathbf{B}_k^-, \quad \mathbf{B}_k^- = \mathbf{B}_k^+ - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{B}_{\perp k}, \dots; \\ \mathbf{K}_S &= \mathbf{B}_S^+ \mathbf{A}_S - \Lambda_S \mathbf{B}_S^+, \end{aligned} \right\} (15)$$

то в результате замыкания обратной связи с законом управления (3), где

$$\mathbf{K} = (\mathbf{B}^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_{\perp}) \mathbf{A} - \Lambda (\mathbf{B}^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_{\perp}), \quad (16)$$

обеспечивается следующее равенство множеств собственных значений:

$$\text{eig}(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) = \bigcup_{i=1}^{S+1} \text{eig}(\Lambda_{i-1}). \quad (17)$$

Таким образом, многошаговая декомпозиция системы (14) и такая же по числу шагов процедура определения матрицы \mathbf{K} (16) на основе выражений (15) обеспечивают заданное размещение собственных значений $\hat{\lambda}_i$, как это указано в (5).

Методика аналитического синтеза модальных законов управления ЭЭС. На основе представленного метода модального управления с многошаговой декомпозицией определим методику аналитического синтеза законов управления ЭЭС.

В общем виде данная методика включает следующие этапы:

- 1) формирование матриц $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}$, $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}$ (формируется модель ЭЭС в пространстве состояний);
- 2) вычисление значения $S = \text{floor}(n/r)$;

- 3) задание матриц $\Lambda_0, \Lambda_1, \dots, \Lambda_S$, таким образом, что

$$\bigcup_{i=1}^{S+1} \text{eig}(\Lambda_{i-1})$$

– желаемое множество собственных значений, замкнутых управлением ЭЭС;

- 4) расчет матриц $\mathbf{B}_{\perp}, \mathbf{B}_{\perp}^+$, а затем – матриц первого шага декомпозиции:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_{\perp} \mathbf{A} \mathbf{B}_{\perp}^+, \quad \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{\perp} \mathbf{A} \mathbf{B}, \dots;$$

- 5) вычисление матриц $\mathbf{B}_{\perp k-1}, \mathbf{B}_{\perp k-1}^+$, а затем матриц k -го шага декомпозиции:

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{B}_{\perp k-1} \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{B}_{\perp k-1}^+; \quad \mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{\perp k-1} \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{B}_{\perp k-1}; \dots;$$

- 6) определение матриц $\mathbf{B}_{\perp S-1}, \mathbf{B}_{\perp S-1}^+$, а затем – матриц S -го шага декомпозиции:

$$\mathbf{A}_S = \mathbf{B}_{\perp S-1} \mathbf{A}_{S-1} \mathbf{B}_{\perp S-1}^+; \quad \mathbf{B}_S = \mathbf{B}_{\perp S-1} \mathbf{A}_{S-1} \mathbf{B}_{S-1};$$

- 7) последовательно вычисляются матрицы регуляторов:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 &= \mathbf{B}_0^- \mathbf{A}_0; \quad \mathbf{B}_0^- = \mathbf{B}_0^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_{\perp 0}; \quad \mathbf{K}_1 = \mathbf{B}_1^- \mathbf{A}_1; \\ \mathbf{B}_1^- &= \mathbf{B}_1^+ - \mathbf{K}_2 \mathbf{B}_{\perp 1}; \dots; \quad \mathbf{K}_k = \mathbf{B}_k^- \mathbf{A}_k; \\ \mathbf{B}_k^- &= \mathbf{B}_k^+ - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{B}_{\perp k}; \dots; \quad \mathbf{K}_S = \mathbf{B}_S^+ \mathbf{A}_S. \end{aligned}$$

Регулятор с матрицей (16) обеспечивает выполнение условия (17), т.е. условия заданного размещения собственных значений.

Синтез управления ОЭС Центра. Использование методик показано далее на примере линейризованной математической модели ОЭС Центра.

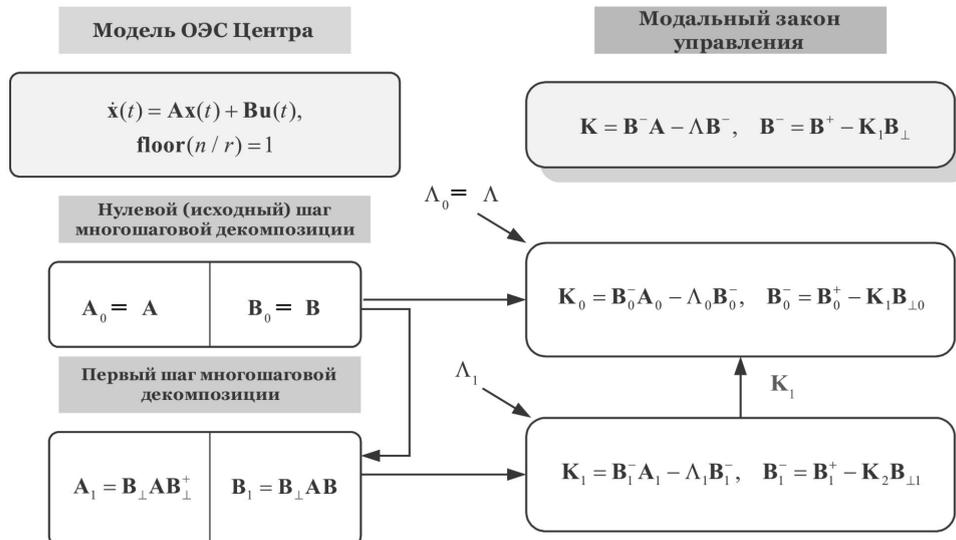


Рис. 1. Блок-схема синтеза модального закона управления ОЭС Центра на основе многошаговой декомпозиции

Для модели ОЭС Центра, включающей $k = n/2 = 129$ синхронных генераторов, рассмотрим следующие линеаризованные уравнения [8, 9]:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = s_i; \quad \frac{ds_i}{dt} = -\frac{1}{J_i}(\Delta P_i + D_i \Delta s_i - \Delta e_i), \quad i=1,2,\dots; \\ k=n/2.$$

Здесь D_i – коэффициент демпфирования; Δs_i – вектор приращения скольжения генераторов; Δe_i – вектор управления; J_i – момент инерции; ΔP_i – изменение активной мощности, определяемое с помощью уравнений электрической сети:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{M} \\ \mathbf{N} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где ΔP – вектор приращения активной мощности во всех узлах системы; ΔQ – вектор приращений реактивной мощности; ΔU – вектор приращения амплитуды напряжения; $\Delta \delta$ – вектор приращения углов сдвига фаз по напряжению.

Элементами матрицы Якоби в уравнении (18) являются соответствующие частные производные:

$$\mathbf{H}_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}; \quad \mathbf{M}_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial U_j}; \quad \mathbf{N}_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}; \quad \mathbf{D}_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_j}.$$

При сделанных предположениях матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} в векторном уравнении (1) принимают вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{H_{11}}{T_{j1}} & -\frac{H_{12}}{T_{j1}} & \dots & -\frac{H_{1k}}{T_{j1}} & -\frac{D_1}{T_{j1}} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{H_{21}}{T_{j2}} & -\frac{H_{22}}{T_{j2}} & \dots & -\frac{H_{2k}}{T_{j2}} & 0 & -\frac{D_2}{T_{j2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{H_{k-1,1}}{T_{jk}} & -\frac{H_{k-1,1}}{T_{jk}} & \dots & -\frac{H_{k,k}}{T_{jk}} & 0 & 0 & \dots & -\frac{D_k}{T_{jk}} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_k \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Из предположения возможности одновременно-го управления всеми синхронными генераторами объединения вытекает условие

$S = \text{floor}(258 / 129) - 1 = 1$ и в соответствии с (14) и (15) получаем формулы для матрицы \mathbf{K} в законе управления (3):

$$\mathbf{K} = (\mathbf{B}^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_\perp) \mathbf{A} - \Lambda (\mathbf{B}^+ - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_\perp); \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_1 = \Lambda_1 (\mathbf{B}_\perp \mathbf{A} \mathbf{B})^+ - (\mathbf{B}_\perp \mathbf{A} \mathbf{B})^+ \mathbf{B}_\perp \mathbf{A} \mathbf{B}_\perp^+. \quad (21)$$

При этом обеспечивается строгое равенство собственных значений:

$$\text{eig}(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) = \text{eig}(\Lambda) \cup \text{eig}(\Lambda_1).$$

Блок-схема алгоритма синтеза закона управления ОЭС Центра представлена на рис. 1.

Реализация закона (3) и (20) может быть осуществлена с помощью системных стабилизаторов. Если далее в законе управления (20) и (21)

$$\Lambda = \text{diag}(\hat{\lambda}_{k+1} \quad \hat{\lambda}_{k+2} \dots \hat{\lambda}_n); \quad (22) \\ \Lambda = \text{diag}(\hat{\lambda}_1 \quad \hat{\lambda}_2 \dots \hat{\lambda}_k),$$

где $\hat{\lambda}_i$ – заданные собственные значения управляемой ОЭС Центра, тогда данный закон приобретает следующий вид:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_H | \mathbf{K}_D]. \quad (23)$$

Здесь

$$\mathbf{K}_H = \begin{bmatrix} \frac{\bar{H}_{11} - T_{J1} \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_{k+1}}{b_1 T_{J1}} & -\frac{\bar{H}_{12}}{b_1 T_{J1}} & \dots \\ -\frac{\bar{H}_{21}}{b_2 T_{J2}} & -\frac{\bar{H}_{22} - T_{J2} \hat{\lambda}_2 \hat{\lambda}_{k+2}}{b_2 T_{J2}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ -\frac{\bar{H}_{k-1,1}}{b_k T_{Jk}} & -\frac{\bar{H}_{k-1,2}}{b_k T_{Jk}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ -\frac{\bar{H}_{1,k}}{b_1 T_{J1}} & \vdots & \vdots \\ -\frac{\bar{H}_{2,k}}{b_2 T_{J2}} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\bar{H}_{k,k} - T_{Jk} \hat{\lambda}_k \hat{\lambda}_n}{b_k T_{Jk}} & \vdots & \vdots \end{bmatrix}; \quad (24)$$

$$\mathbf{K}_D = -\text{diag} \left(\frac{\bar{D}_{11} + T_{J1}(\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_{k+1})}{b_1 T_{J1}} \rightarrow \right. \\ \left. \rightarrow \frac{\bar{D}_{22} + T_{J2}(\hat{\lambda}_2 + \hat{\lambda}_{k+2})}{b_2 T_{J2}} \dots \frac{\bar{D}_{k,k} + T_{Jk}(\hat{\lambda}_k + \hat{\lambda}_n)}{b_k T_{Jk}} \right). \quad (25)$$

Как показано ранее и как следует из формул (24), (25), заданные собственные значения в матрицах (22) должны составлять либо комплексно-сопряженные пары, либо быть вещественными числами. Например, в случае задания комплексно-сопряженных собственных значений будут иметь место матрицы:

$$\Lambda_1 = \text{diag}(\hat{\alpha}_1 + j\hat{\omega}_1 \quad \hat{\alpha}_2 + j\hat{\omega}_2 \dots \hat{\alpha}_k + j\hat{\omega}_k),$$

$$\Lambda = \text{diag}(\hat{\alpha}_1 - j\hat{\omega}_1 \quad \hat{\alpha}_2 - j\hat{\omega}_2 \dots \hat{\alpha}_k - j\hat{\omega}_k),$$

и, как следствие, — новые матрицы:

$$\mathbf{K}_H = \begin{bmatrix} \frac{\bar{H}_{11} - T_{J1}(\hat{\alpha}_1^2 + \hat{\omega}_1^2)}{b_1 T_{J1}} & -\frac{\bar{H}_{12}}{b_1 T_{J1}} & \dots \\ -\frac{\bar{H}_{21}}{b_2 T_{J2}} & \frac{\bar{H}_{22} - T_{J2}(\hat{\alpha}_2^2 + \hat{\omega}_2^2)}{b_2 T_{J2}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ -\frac{\bar{H}_{k-1,1}}{b_k T_{Jk}} & -\frac{\bar{H}_{k-1,2}}{b_k T_{Jk}} & \dots \\ \frac{\bar{H}_{1,k}}{b_1 T_{J1}} & \vdots & \vdots \\ \frac{\bar{H}_{2,k}}{b_2 T_{J2}} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\bar{H}_{k,k} - T_{Jk}(\hat{\alpha}_k^2 + \hat{\omega}_k^2)}{b_k T_{Jk}} & \vdots & \vdots \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_D = -\text{diag} \left(\frac{\bar{D}_{11} + T_{J1}\hat{\alpha}_1}{b_1 T_{J1}} \rightarrow \frac{\bar{D}_{22} + T_{J2}\hat{\alpha}_2}{b_2 T_{J2}} \dots \frac{\bar{D}_{k,k} + T_{Jk}\hat{\alpha}_k}{b_k T_{Jk}} \right).$$

С помощью закона управления (23) можно разместить собственные значения, находящиеся на границе статической устойчивости ОЭС Центра заданным образом, например, как это показано на диаграмме рис. 2.

В данном случае полученный регулятор имеет спектральную норму $\|\mathbf{K}\|=20,7016$, обеспечивая точность размещения собственных значений с пренебрежимо малым значением, равным $\sim 10^{-14}$. Поскольку спектральная норма нерегулируемой ОЭС Центра равна $\|\mathbf{A}\|=1,4796 \cdot 10^3$, то вычисленное модальное управление «потребляет» всего лишь $\sim 7\%$ «запасенной»

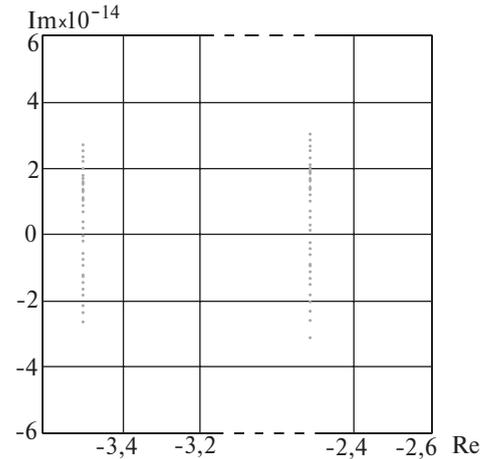


Рис. 2. Расположение на комплексной плоскости собственных значений матрицы Якоби управляемой модели ОЭС Центра

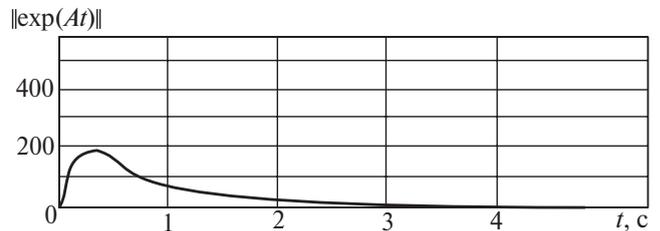


Рис. 3. Обобщенная переходная функция модели ОЭС Центра с управлением в линейном и логарифмическом масштабах

энергии системы. При этом переходные процессы управляемой ОЭС Центра имеют быстро затухающий аperiodический характер, о чем свидетельствует введенная в уравнение [8, 9] обобщенная переходная функция ЭЭС в виде нормы матричной экспоненты (см. рис. 3).

На рис. 4 приведена топография псевдоспектра [8, 9, 13, 14] ОЭС Центра с модальным законом управления:

$$\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) = \{z_i; \sigma_{\min}(z_i \mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}) \leq \varepsilon\},$$

где σ_{\min} — минимальное сингулярное число матрицы $z_i \mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}$ [10]; ε — заданное малое положительное число (допуск).

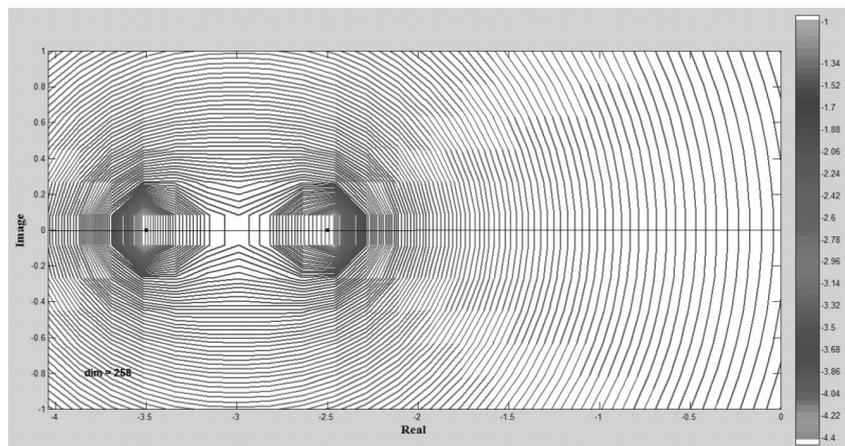


Рис. 4. Топография псевдоспектра $\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$ ОЭС Центра с модальным управлением

При анализе рис. 4 можно отметить высокий запас статической устойчивости с допустимой нормой возмущений параметров объединенной энергосистемы $\Delta=10^{-1,3} \approx 0,0501$ (на рис. 4 – двойная стрелка).

Выводы. 1. Модальный метод, использующий многошаговую декомпозицию уравнений ЭЭС, позволяет синтезировать законы управления различных регуляторов (регуляторов возбуждения генераторов и скорости вращения турбин, системных стабилизаторов, статических компенсаторов реактивной мощности и др.), обеспечивая заданные динамические свойства энергосистем.

2. Метод многошаговой декомпозиции не имеет ограничений по кратности назначаемых собственных значений матрицы Якоби и размерности синтезируемых законов управления, а также позволяет получать аналитические решения для ЭЭС, описываемых уравнениями как невысокой, так и большой размерности. Данный метод эффективно реализуется инструментарием традиционных систем компьютерной алгебры.

3. Методика синтеза законов управления, предложенная в настоящей статье, позволяет осуществлять выбор параметров настроек регуляторов различного типа. При этом обеспечение заданного запаса статической устойчивости и качества электро-механических переходных процессов обеспечивается за счет формирования желаемых собственных значений матриц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971, 400 с.
2. Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Размещение полюсов в больших динамических системах с многими входами и выходами. – Доклады Российской академии наук, 2011, т. 434, № 4, с. 1–3.
3. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Матричные методы в теории и практике систем автоматического управления летательных аппаратов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016, 666 с.
4. Gibbard M.J., Pourbeik P., Vowles D.J. Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems. – Univ. of Adelaide Press, 2015, 658 p.
5. Шаров Ю.В. Нелинейное модальное взаимодействие в электроэнергетических системах. – Электричество, 2016, № 12, с. 13–20.

6. Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Линейные проективные динамические и статические системы. – Вестник ИГЭУ, 2001, вып. 1, с. 143–170.

7. Баринов В.А., Совалов С.А. Модальное управление режимами энергетических систем. – Электричество, 1986, № 8, с. 1–6.

8. Шаров Ю.В. О развитии методов анализа статической устойчивости электроэнергетических систем. – Электричество, 2017, № 1, с. 12–17.

9. Шаров Ю.В. Применение модального подхода для решения проблемы обеспечения статической устойчивости электроэнергетических систем. – Известия РАН. Энергетика, 2017, № 2, с. 13–29.

10. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984, 320 с.

11. Мисриханов М.Ш. Инвариантное управление многомерными системами. Алгебраический подход. – М.: Наука, 2007, 398 с.

12. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002, 303 с.

13. Мисриханов М.Ш., Шаров Ю.В. Оценивание влияния возмущений на устойчивость электроэнергетической системы. – Вестник ИГЭУ, 2004, вып. 4, с. 21–26.

14. Мисриханов М.Ш., Шаров Ю.В. Оценка влияния возмущений на устойчивость электроэнергетической системы. – Вестник МЭИ, 2009, № 5, с. 42–48.

[19.06.2017]

А в т о р ы : Гаджиев Магомед Гаджиевич окончил электроэнергетический факультет (ЭЭФ) Московского энергетического института (МЭИ – ныне Национальный исследовательский университет «НИУ «МЭИ») в 2006 г. В 2012 г. защитил кандидатскую диссертацию «Повышение точности учета потерь мощности на корону при оперативной оптимизации режима ЭЭС» в «НИУ «МЭИ». Заведующий научно-исследовательской лабораторией кафедры электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Мисриханов Мисрихан Шапиевич окончил электроэнергетический факультет МЭИ в 1974 г. В 2010 г. защитил докторскую диссертацию «Основы теории инвариантного управления и ее применение для создания технических систем» в Институте проблем управления РАН. Профессор Ивановского государственного энергетического университета.

Шаров Юрий Владимирович окончил ЭЭФ МЭИ в 1986 г. В 1994 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка методов и средств оценки эффективности управления электроэнергетическими системами при больших возмущениях режима» в МЭИ. Заведующий кафедрой электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Modal Synthesis of Control Laws in Electric Power Systems Based on Multi-step Decomposition

GADZHIYEV Magomed G. (National Research University «Moscow Power Engineering Institute» — «NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Head of the Research Laboratory, Cand. Sci. (Eng.)

MISRIKHANOV Misrikhan Sh. (Ivanovo State Power University). – Professor, Dr. Sci. (Eng.)
SHAROV Jury V. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) – Head of the Department, Cand. Sci. (Eng.)

A modal approach to the synthesis of control laws in electric power systems based on a multi-step decomposition of the energy system equations is considered. The key elements in this decomposition are pseudoinverse matrices and matrix zero divisors. The approach has no limitations on the multiplicity of assigned eigenvalues and the dimension of the synthesized systems inherent in known modal methods, and allows the formation of control laws in both numerical and analytical form. An example of the synthesis of the laws governing the unified energy system is presented.

Key words: electric power system, static stability, Jacobi matrix, eigenvalues, control law, modal synthesis, multi-step decomposition

REFERENCES

1. **Kalman R., Falb P., Arbib M.** *Ocherki po matematicheskoi teorii sistem* (Essays on the mathematical theory of systems). Moscow, Publ. «Mir», 1971, 400 p.
2. **Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N.** *Doklady Rossiiskoi Akademii nauk – in Russ. (Reports of Russian Academy of Sciences)*, 2011, vol. 434, No. 4, pp. 1 – 3.
3. **Zubov N.Ye., Mikrin Ye.A., Ryabchenko V.N.** *Matrichnye metody v teorii i praktike sistem avtomaticheskogo upravleniya letatel'nykh apparatov* (Matrix methods in the theory and practice of aircraft automatic control systems). Moscow, Publ. Moscow State Technical University named N.E. Bauman, 2016, 666 p.
4. **Gibbard M.J., Pourbeik P., Vowles D.J.** Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems. – Univ. of Adelaide Press, 2015, 658 p.
5. **Sharov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 12, pp. 13–20.
6. **Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N.** *Vestnik IGEU – in Russ. (Bulletin of Ivanovo State Energy University)*, 2001, iss. 1. pp. 143–170.
7. **Barinov V.A., Sovalov S.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1986, No. 8, pp. 1–6.
8. **Sharov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 1, pp. 12–17.
9. **Sharov Yu.V.** *Izvestiya RAN. Energetika – in Russ. (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2017, No. 2, pp. 13 –29.
10. **Voyevodin V.V., Kuznetsov Yu.A.** *Matritsy i vychisleniya* (Matrices and Calculations). Moscow, Publ. «Nauka», 1984, 320 p.
11. **Misrikhanov M.Sh.** *Invariantnoye upravleniye mnogomernymi sistemami. Algebraicheskii podkhod* (Invariant control of multidimensional systems. The Algebraic Approach). Moscow, Publ. «Nauka», 2007, 398 p.
12. **Polyak B.T., Shcherbakov P.S.** *Robustnaya ustoychivost' i upravleniye* (Robust sustainability and Management). Moscow, Publ. «Nauka», 2002, 303 p.
13. **Misrikhanov M.Sh., Sharov Yu.V.** *Vestnik IGEU – in Russ. (Bulletin of Ivanovo State Energy University)*, 2004, iss. 4, pp. 21–26.
14. **Misrikhanov M.Sh., Sharov Yu.V.** *Vestnik MEI – in Russ. (Bulletin of Moscow Power Engineering Institute)*, 2009, No. 5, pp. 42 –48.

[19.06.2017]