

Критерий абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя нано- и микроперемещений

АФОНИН С.М.

Получены условия абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя для детерминированных и случайных воздействий. Определено стационарное множество положений равновесия в системе управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя привода нано- и микроперемещений.

Ключевые слова: электромагнитоупругий преобразователь, критерий абсолютной устойчивости, управление деформацией, пьезопреобразователь, привод нано- и микроперемещений

Применение прецизионного привода нано- и микроперемещений с электромагнитоупругими преобразователями с использованием обратного пьезоэффекта, электрострикционного эффекта или магнитострикционного эффекта перспективно в нанотехнологии и микроэлектронике. Пьезопреобразователь электромагнитоупругого привода работает на основе обратного пьезоэффекта, перемещение достигается в результате деформации пьезопреобразователя при приложении электрического напряжения. Использование пьезопреобразователя для микроперемещений из-за высоких значений пьезомодулей и жесткости перспективно в оборудовании нанотехнологии, нанобиологии, микроэлектроники и астрономии для прецизионного совмещения, компенсации температурных и гравитационных деформаций, а также атмосферной турбулентности путем коррекции волнового фронта. Пьезопреобразователи имеют диапазон перемещения от нескольких нанометров до десятков микрометров, нагрузочную способность до 1000 Н, мощность на выходном валу до 100 Вт и полосу пропускания порядка нескольких десятков герц. При использовании системы управления деформацией пьезопреобразователя в сканирующем туннельном микроскопе имеется нанометрический рабочий зазор между пьезопреобразователем и подложкой. В системах управления технологическим оборудованием и адаптивной оптикой на пьезопреобразователь действует инерционная или упрягоинерционная нагрузка [1–4].

Наряду с достоинствами пьезопреобразователя, такими как высокая точность, большая нагрузочная способность, широкая полоса пропускания, он

Conditions for absolute stability of the system for controlling the deformation of an electromagnetically elastic converter for deterministic and random inputs are obtained. The stationary set of equilibrium positions in the system for controlling deformation of the electromagnetically elastic converter used in the drive of nano- and microdisplacements is defined.

Key words: electromagnetically elastic converter, criterion for absolute stability, deformation control system, piezoconverter, drive of nano- and microdisplacements

имеет существенный недостаток — его гистерезисная статическая характеристика нелинейна. Наличие гистерезиса усложняет проектирование систем управления деформацией пьезопреобразователя для микроперемещений. В отличие от системы управления с однозначной нелинейностью, устойчивость положения равновесия которой исследуется с помощью функций Ляпунова или критерия Попова, устойчивость системы управления деформацией пьезопреобразователя с гистерезисной нелинейностью и множеством положений равновесия оценивается с помощью критерия абсолютной устойчивости Якубовича [5, 6].

Динамические характеристики и передаточные функции пьезопреобразователя рассчитываются на основе совместного решения волнового уравнения и уравнения пьезоэффекта при нулевых начальных и соответствующих граничных условиях.

Линейное уравнение обратного продольного пьезоэффекта [3, 7] при управлении пьезопреобразователем по напряжению имеет вид

$$S_3 = d_{33}E_3(t) + s_{33}^E T_3(x,t), \quad (1)$$

где $S_3 = \Delta x(x,t) / \Delta x$ — относительное смещение сечения пьезопреобразователя по оси 3; d_{33} — пьезомодуль при продольном пьезоэффекте; $E_3(t) = U(t) / d$ — напряженность электрического поля по оси 3 (здесь $U(t)$ — напряжение на электродах пьезопластины, d — ее толщина); s_{33}^E — упругая податливость по оси 3 при $E = \text{const}$; $T_3(x,t)$ — механическое напряжение по оси 3.

Например, при закрепленном торце пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте и уп-

ругоинерционной нагрузке при $x=l=nd$ уравнение сил, действующих на торце пьезопреобразователя, имеет вид

$$T_3 S_0 = -M \partial^2 x(x,t) / \partial t^2 - (C_a + C_e) x(x,t), \quad (2)$$

где M – перемещаемая масса; C_a, C_e, C_c – жесткость армирующего элемента, упругой нагрузки и составного пьезопреобразователя.

Из уравнения (1) с учетом сил, действующих на торце пьезопреобразователя, находим

$$\left. \frac{dX(x,p)}{dx} \right|_{x=l} = d_{33} E_3(p) \cdot \frac{s_{33}^E M p^2 X(p)}{S_0} - \frac{s_{33}^E (C_a + C_e) X(p)}{S_0}, \quad (3)$$

где p – оператор Лапласа; $X(x,p)$ – преобразование Лапласа смещения сечения пьезопреобразователя с координатой x .

Следовательно, для пьезопреобразователя, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке получим выражение

$$\frac{X(p)g}{\text{th}(lg)} + \frac{X(p)s_{33}^E M p^2}{S_0} + \frac{X(p)s_{33}^E (C_a + C_e)}{S_0} = d_{33} E_3(p), \quad (4)$$

где $g = p/c^E + a$ (здесь c^E – скорость звука при $E = \text{const}$; a – коэффициент затухания).

Из выражения (4) определяем передаточную функцию составного пьезопреобразователя

$$W(p) = \frac{X(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{s_{33}^E M p^2 / S_0 + g / \text{th}(lg) + s_{33}^E (C_a + C_e) / S_0}. \quad (5)$$

Обозначим через $C_c = S_0 / (s_{33}^E l)$ жесткость составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте. Тогда с учетом выражения (5) передаточные функции пьезопреобразователя, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке принимают вид:

$$W(p) = \frac{X(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} l}{M p^2 / C_c + lg \text{th}(lg) + (C_a + C_e) / C_c}; \quad (6)$$

$$W_1(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \frac{d_{33} n}{M p^2 / C_c + lg \text{th}(lg) + (C_a + C_e) / C_c}, \quad (7)$$

где $X(p)$ и $U(p)$ – преобразования Лапласа соответственно перемещения торца составного пьезопреобразователя по оси 3 и напряжения на его обкладках при нулевых начальных условиях.

Следовательно, для статического перемещения $x(l, \infty)$ армированного составного пьезопреобразователя в установившемся режиме при подаче напряжения $U(t) = U_{\max} 1(t)$, где U_{\max} – максимальное значение (амплитуда) напряжения, при упругоинерционной нагрузке получаем выражение

$$x(l, \infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(l,t) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_1(p) U_{\max} / p. \quad (8)$$

Отсюда следует, что

$$x(l, \infty) = d_{33} n U_{\max} / [1 + (C_a + C_e) / C_c]. \quad (9)$$

Соответственно передаточная функция $W_1(p)$ составного пьезопреобразователя при упругоинерционной нагрузке в диапазоне рабочих частот $0 < \omega < 0,01 c^E / l$ записывается в виде

$$W_1(p) = X(p) / U(p) = \frac{\{d_{33} n / [1 + (C_a + C_e) / C_c]\}}{T_t^2 p^2 + 2T_t x_t p + 1}, \quad (10)$$

где $T_t = \sqrt{M / (C_a + C_e + C_c)}$;

$x_t = a l^2 C_c / [3c^E \sqrt{M / (C_a + C_e + C_c)}]$; T_t, x_t – постоянная времени и коэффициент затухания колебательного звена для составного пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке соответственно.

Абсолютную устойчивость системы управления деформацией пьезопреобразователя привода нано- и микроперемещений при детерминированных воздействиях исследуем на основе критерия Якубовича [6], являющегося развитием критерия абсолютной устойчивости Попова. При описании деформационного гистерезиса используем общепринятую классическую модель Преизаха [8, 9]. В схеме системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя на рис. 1 обозначено: $Y_i(t) = E_i, H_i$ (где E_i, H_i – напряженность электрического или магнитного поля); $W(p)$ – передаточная функция линейной части системы; S_j – гистерезисная функция преобразователя (индексы $j = 1, 2, 3, \dots, 6$; $i = 1, 2, 3$) [7]. Соответственно для системы управления деформацией пьезопреобразо-

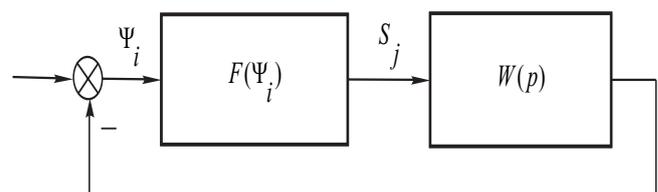


Рис. 1. Обобщенная структурная схема системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя

вателя при продольном пьезоэффекте получаем параметры: напряженность E_3 электрического поля и относительную деформацию S_3 .

Гистерезисная нелинейность пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте описывается уравнением нелинейного пьезоэффекта:

$$S_3 = F[E_3|_0^t, t, S_3(0), \text{sign}\dot{E}_3], \quad (11)$$

где значение функции S_3 в каждый момент времени t зависит: от поведения напряженности E_3 электрического поля на промежутке $[0, t]$, времени t , начального значения $S_3(0)$ и знака скорости изменения напряженности поля \dot{E}_3 . При этом $S_3(0)$ должно принадлежать некоторому дополнительно заданному множеству $L[E_3(0)]$, зависящему в общем случае от $E_3(0)$. Рассмотрим гистерезисную характеристику пьезопреобразователя (рис. 2). Множеством $L[E_3(0)]$ является вертикальный отрезок $[S_3^0, S_3^0]$, образованный пересечениями оси ординат с петлями гистерезиса, снятой при максимально допустимой напряженности поля в пьезопреобразователе.

Найдем стационарное множество системы управления деформацией пьезопреобразователя при устойчивой линейной части системы управления. На плоскости (E_3, S_3) проведем прямую A , уравнение которой имеет вид $E_3 + W(0)S_3 = 0$, где $W(0)$ – значение передаточной функции линейной части системы управления при $p = 0$. Множество точек M пересечения этой прямой с гистерезис-

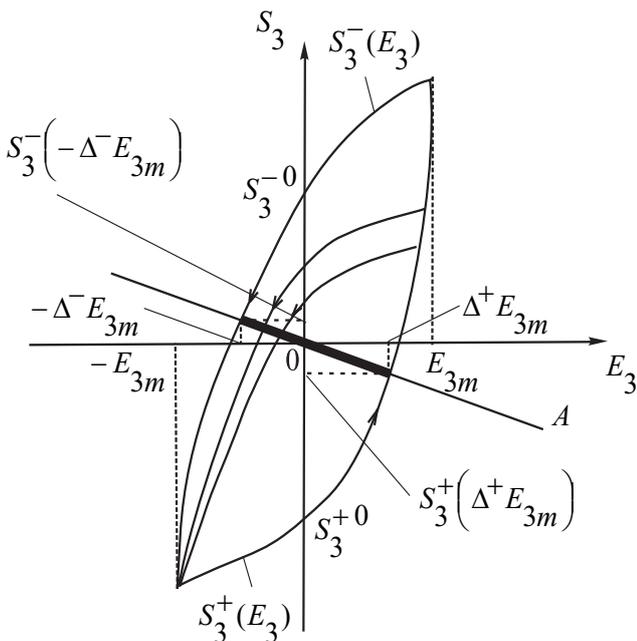


Рис. 2. Асимметричная гистерезисная петлевая характеристика деформации электромагнитоупругого преобразователя при пьезоэлектрическом эффекте

ной характеристикой представляет собой отрезок прямой, выделенный на рис. 2.

Пусть E_{30}, S_{30} – стационарное решение системы. Следовательно,

$$E_{30} + W(0)S_{30} = 0. \quad (12)$$

Таким образом, стационарным множеством M системы будет выделенный отрезок прямой A с множеством пар (E_{30}, S_{30}) . Каждой точке пересечения гистерезисной нелинейности с частными циклами и прямой A соответствует одно положение равновесия с координатами (E_{30}, S_{30}) .

Определим проекцию стационарного множества положений равновесия торца пьезопреобразователя на ось X , где координата $x = E_3 / E_{3m}$ (см. рис. 2). Подставим в уравнение прямой (12) аналитическое описание симметричной основной петли гистерезиса пьезопреобразователя для продольного пьезоэффекта [4]:

$$S_3 = d_{33}E_3 - g_{33}E_{3m} \left[1 - \frac{E_3^2}{E_{3m}^2} \right]^{n_{33}} \text{sign}\dot{E}_3, \quad (13)$$

где E_{3m} – амплитуда напряженности электрического поля в пьезопреобразователе; S_{3m} – максимальное относительное перемещение пьезопреобразователя по оси 3; $g_{33} = S_3^0 / E_{3m}$ – остаточный гистерезис при продольном пьезоэффекте по оси 3; S_3^0 – остаточное относительное перемещение пьезопреобразователя по оси 3 при $E_3 = 0$; n_{33} – степенной коэффициент, определяемый формой гистерезисной кривой при продольном пьезоэффекте, например, для пьезокерамики ЦТС-19 коэффициент $n_{33} = 1$.

Найдем ширину зоны покоя 2D для системы управления деформацией пьезопреобразователя при симметричной петле гистерезиса, для чего подставим значение $E_{30} = DE_{3m}$ в выражение (13) и получим

$$DE_{3m} + W(0)S_3^+(DE_{3m}) = 0, \quad (14)$$

где D – значение напряженности электрического поля относительно амплитуды напряженности в крайней точке равновесия системы управления деформацией пьезопреобразователя; $S_3^+(DE_{3m})$ – значение относительной деформации S_3 на восходящей ветви гистерезисной характеристике при $\dot{E}_3 > 0$ и $E_{30} = DE_{3m}$.

На нисходящей ветви гистерезисной характеристики при $\dot{E}_3 < 0$ и $E_{30} = -DE_{3m}$ значение относительной деформации S_3 будет $S_3^-(DE_{3m})$ (см. рис. 2).

Соответственно имеем:

$$S_3^+ (DE_{3m}) = d_{33} DE_{3m} - g_{33} E_{3m} (1 - (DE_{3m})^2 E_{3m}^2) \quad (15)$$

или после сокращения

$$S_3^+ (DE_{3m}) = d_{33} DE_{3m} - g_{33} E_{3m} (1 - D^2). \quad (16)$$

Подставив выражение (16) в уравнение (14), получим:

$$DE_{3m} + W(0)E_{3m}[d_{33}D - g_{33}(1 - D^2)] = 0 \quad (17)$$

или после сокращения

$$D + W(0)[d_{33}D - g_{33}(1 - D^2)] = 0. \quad (18)$$

Из (18) находим квадратное уравнение для определения ширины зоны покоя $2D$ пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте:

$$D^2 + \frac{(1 + W(0)d_{33})}{W(0)g_{33}}D - 1 = 0. \quad (19)$$

Следовательно, ширина зоны покоя при продольном пьезоэффекте для симметричной петлевой характеристики будет определяться как

$$2D = \frac{(1 + W(0)d_{33})}{W(0)g_{33}} + \sqrt{\frac{(1 + W(0)d_{33})^2}{W^2(0)g_{33}^2} + 4}. \quad (20)$$

Для асимметричной петлевой характеристики (рис. 2) при $g_{33} = g_{33}^+$ для восходящей ветви петли гистерезиса при $\text{sign} \dot{E}_3 = +1$ и $g_{33} = g_{33}^-$ для нисходящей ветви петли гистерезиса при $\text{sign} \dot{E}_3 = -1$ (верхние индексы: (+) – для восходящей ветви; (–) – для нисходящей ветви), соответственно находим при продольном пьезоэффекте $D^+ + D^-$ выражение для отрезка покоя:

$$D^+ + D^- = -\frac{(1 + W(0)d_{33})}{2W(0)} \left(\frac{1}{g_{33}^+} + \frac{1}{g_{33}^-} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(1 + W(0)d_{33})^2}{W^2(0)(g_{33}^+)^2} + 4} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(1 + W(0)d_{33})^2}{W^2(0)(g_{33}^-)^2} + 4}. \quad (21)$$

Продольная и поперечная деформации по отношению к направлению электрического поля описываются перевернутыми кривыми, так как практически $d_{31} = -0,5d_{33}$ или $S_1 = -0,5S_3$, т.е. продольная деформация направлена в положительном направлении координатной оси 3, а поперечная – противоположно положительному направлению координатной оси 1 при положительной напряженности электрического поля по оси 3. Вид гистерезисной

петли при продольной и поперечной деформациях аналогичен его виду для образцов из пьезокерамики ЦТС-19. Существенным является наличие гистерезиса типа «петля» при продольном и поперечном пьезоэффектах, знак деформации учитывается выбором соответствующего положительного направления оси координат в системе управления.

Следовательно, симметричная гистерезисная характеристика деформации пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте имеет вид

$$S_1 = d_{31} E_3 - g_{31} E_{3m} \left(1 - \frac{E_3^2}{E_{3m}^2} \right)^{n_{31}} \text{sign} \dot{E}_3, \quad (22)$$

где $g_{31} = S_1^0 / E_{3m}$ – остаточный гистерезис при поперечном пьезоэффекте по оси 1 (здесь S_1^0 – остаточное относительное значение статической гистерезисной характеристики по оси 1 при $E_3 = 0$); n_{31} – степенной коэффициент, определяемый формой гистерезисной кривой при поперечном пьезоэффекте, например, для пьезокерамики ЦТС-19 коэффициент $n_{31} = 1$.

Аналогично выражение для ширины зоны покоя при поперечном пьезоэффекте и $n_{31} = 1$ имеет вид

$$2D = -\frac{(1 + W(0)d_{31})}{W(0)g_{31}} + \sqrt{\frac{(1 + W(0)d_{31})^2}{W^2(0)g_{31}^2} + 4}. \quad (23)$$

В общем виде деформационный гистерезис пьезоэлектриков при знакопеременном напряжении на обкладках пьезопреобразователя (при знакопеременной напряженности электрического поля) описывается зависимостями типа «петля» или «бабочка» (вид зависимости определяется составом пьезокерамики [9–11]).

Соответственно описание гистерезисной нелинейности электромагнитоупругого преобразователя в общем виде

$$S_j = F[Y_i | 0, t, S_j(0), \text{sign} \dot{Y}_i] \quad (24)$$

означает, что значение функции S_j в каждый момент времени t зависит: от поведения функции $Y_i(t) = E_i, H_i$ на промежутке $[0, t]$, значения t , начального значения $S_j(0)$ и знака скорости \dot{Y}_i изменения напряженности поля. При этом $S_j(0)$ должно принадлежать некоторому дополнительно заданному множеству $L[Y_i(0)]$, зависящему в общем случае от $Y_i(0)$.

Например, для пьезокерамики ЦТС-19 пьезопреобразователей ПП-4, ПЗ, П6 – зависимость типа «петля» (рис. 2) – при электромеханической деформации электромагнитоупругого преобразова-

теля преобладает пьезоэлектрический эффект [1, 4], а для пьезокерамики 8/65/35 PLZT – зависимость типа «бабочка» (рис. 3, где $S_3 = S_j$, $E_3 = Y_j$) – преобладает электрострикционный эффект, причем на «крыльях бабочки» характеристики деформации наблюдаем для однополярного изменения напряженности электрического поля частный цикл – гистерезисную петлю [10, 11]. Этот режим часто используется в системах управления нано- и микроперемещениями, когда начало координат переносится в точку 0*φ* и деформации электромагнитоупругого преобразователя рассматриваются в новой системе координат (со штрихом) с учетом начальной деформации преобразователя. Аналогично смещение начальной рабочей точки на «крыле бабочки» на половину диапазона перемещения электромагнитоупругого преобразователя используется при однополярном управлении магнитоэлектрическим преобразователем [2, 7] (рис. 3, где $S_3 = S_j$, $H_3 = Y_j$) в системе управления его деформацией, когда напряженность магнитного поля в преобразователе сохраняет свою полярность и частный цикл деформации типа «петля». При этом для оценки устойчивости этих систем управления справедливы критерий Якубовича.

Функция S_3 гистерезисной нелинейности пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте непрерывна, причем

$$v_{133}, v_{233} \in [0, v_{33}], \quad v_{33} = \max[dS_3 / dE_3]. \quad (25)$$

Значения v_{133} и v_{233} определяем по гистерезисной статической характеристике (рис. 2), измеренной при максимально допустимой напряженности электрического поля в пьезопреобразователе, где и $v_{133} = 0$, и $v_{233} = v_{33}$ – соответственно минимальное и максимальное значения тангенса угла наклона касательной к гистерезисной нелинейности пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте.

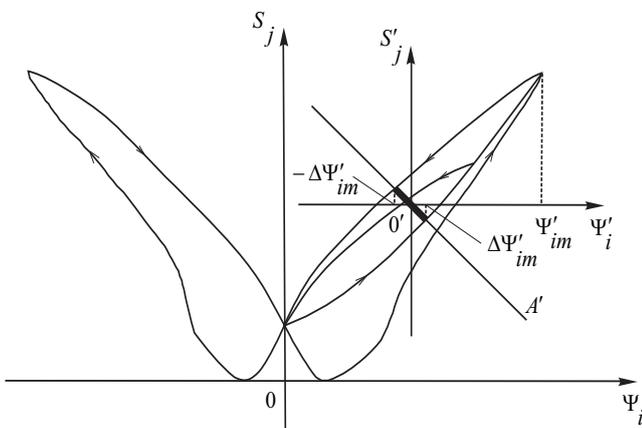


Рис. 3. Характеристика типа «бабочка» деформации электромагнитоупругого преобразователя при электрострикционном или магнитоэлектрическом эффекте

Петля гистерезиса пьезопреобразователя обходится против часовой стрелки. Отношение тангенсов угла наклона касательной к гистерезисной нелинейности пьезопреобразователя при продольном и поперечном пьезоэффектах пропорционально отношению соответствующих пьезомодулей:

$$v_{33} : v_{31} = d_{33} : d_{31}. \quad (26)$$

Обозначим значение v , соответствующее максимальному значению тангенса угла наклона касательной к нелинейной характеристике пьезопреобразователя, через v_{33} при продольном и через v_{31} – при поперечном пьезоэффектах, т.е. $v = v_{33}, v_{31}$. Соответственно достаточные условия абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя привода нано- и микроперемещений (см. рис. 4) имеют вид

$$\text{Re } vW(j\omega)^3 - 1, \quad (27)$$

где j – мнимая единица; ω – частота.

На рис. 4 на комплексной плоскости приведены амплитудно-фазовые частотные характеристики для частотной передаточной функции $vW(j\omega)$ (при выполнении (кривая 1) и невыполнении (кривая 2) условия абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя (заштрихована запретная область для амплитудно-фазовой частотной характеристики)). Частотный критерий абсолютной устойчивости (27) прост и удобен для синтеза корректирующих устройств систем управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя. Например, для пьезопреобразователя из пьезокерамики ЦТС-19 максимальное значение тангенса угла касательной к нелинейности составляет при продольном пьезоэффекте $v_{33} = 1$ нм/В, а при поперечном пьезоэффекте $v_{31} = 0,5$ нм/В.

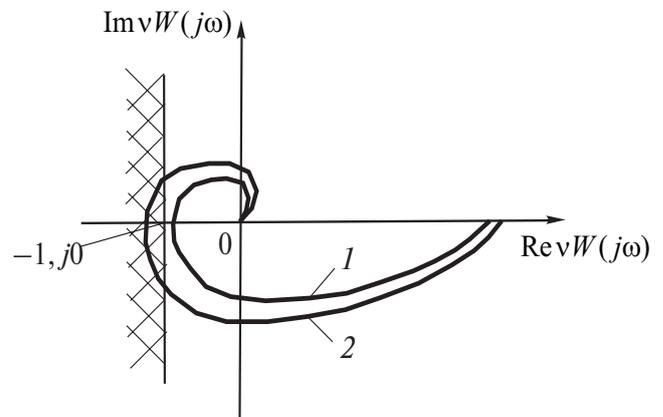


Рис. 4. Критерий абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя при выполнении (1) и невыполнении (2) условия абсолютной устойчивости

Определим условия абсолютной устойчивости системы автоматического управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя привода нано- и микроперемещений при случайных воздействиях на основе критерия Якубовича [5, 6].

Формулировка критерия для системы управления деформацией пьезопреобразователя привода нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте с гистерезисной характеристикой (см. рис. 1 и 2) следующая: чтобы нелинейная система автоматического управления при внешнем воздействии, содержащем случайную составляющую

$$f(t) = m_f(t) + f^0(t), \quad (28)$$

где $|m_f(t)| \leq R_f$ (R_f - верхняя оценка модуля математического ожидания m_f), была абсолютно устойчивой относительно математических ожиданий, достаточно, чтобы при всех $\omega > 0$ выполнялось условие

$$\operatorname{Re} v_{33} W(j\omega) + 1 > 0 \quad (29)$$

и производная нелинейной характеристики удовлетворяла неравенству

$$0 < \frac{\partial m_{S_3}(m_{E_3}, s_{E_3})}{\partial m_{E_3}} < v_{33}. \quad (30)$$

Дисперсию $s_{E_3}^2$ можно оценить с помощью дисперсии внешнего воздействия: $s_{E_3}^2 \leq k_s^2 s_f^2$, где k_s - взаимная корреляционная функция f и E_3 . Если среднеквадратичное отклонение s_{E_3} заменить его верхним значением, то двойное неравенство (30) примет вид

$$0 < \frac{\partial m_{S_3}(m_{E_3}, k_s s_f)}{\partial m_{E_3}} < v_{33}, \quad (31)$$

где

$$\frac{\partial m_{S_3}}{\partial m_{E_3}} = \frac{1}{2s_{E_3}^2} \frac{\partial}{\partial (E_3 - m_{E_3})} [S_3^+(E_3) + S_3^-(E_3)] + \frac{1}{s_{E_3} \sqrt{2\rho}} e^{-(E_3 - m_{E_3})^2 / (2s_{E_3}^2)} dE_3. \quad (32)$$

Здесь $S_3^+(E_3)$, $S_3^-(E_3)$ - восходящая и нисходящая ветви (рис. 2) гистерезисной петли.

Для пьезопреобразователя при продольном пьезоэффекте вершины основных гистерезисных петель находятся на начальной кривой $S_3 = F_1(E_3)$, причем $S_{3m} = d_{33m} E_{3m}$, где d_{33m} - максимальное значение продольного пьезомодуля для каждой основной гистерезисной кривой пьезопреобразовате-

ля. Следовательно, выражение для производной нелинейной характеристики (32) преобразуется к виду

$$\frac{\partial m_{S_3}}{\partial m_{E_3}} = \frac{1}{2s_{E_3}^2} \frac{\partial}{\partial (E_3 - m_{E_3})} F_1(E_3) + \frac{1}{s_{E_3} \sqrt{2\rho}} e^{-(E_3 - m_{E_3})^2 / (2s_{E_3}^2)} dE_3. \quad (33)$$

Начальная кривая пьезопреобразователя из ЦТС-19 при обратном пьезоэффекте

$$F_1(E_3) = d_{33}^0 E_3 + a_{33} E_3^3, \quad (34)$$

причем максимальное значение пьезомодуля

$$d_{33m} = d_{33}^0 + a_{33} E_{3m}^2, \quad (35)$$

где d_{33}^0 - начальное значение продольного пьезомодуля, a_{33} - коэффициент степенного полинома при продольном пьезоэффекте.

Для пьезопреобразователя из пьезокерамики ЦТС-19 при продольном пьезоэффекте $d_{33}^0 = 4 \cdot 10^{-10}$ м/В, $a_{33} = 3,1 \cdot 10^{-22}$ м³/В³.

Учитывая зависимости (33)–(35), получаем производную нелинейной характеристики в виде

$$\frac{\partial m_{S_3}}{\partial m_{E_3}} = \frac{1}{s_{E_3}^2} \frac{\partial}{\partial (E_3 - m_{E_3})} d_{33m} E_3 + \frac{1}{s_{E_3} \sqrt{2\rho}} e^{-(E_3 - m_{E_3})^2 / (2s_{E_3}^2)} dE_3. \quad (36)$$

Используя метод статистической линеаризации, оценим при $m_{E_3} = 0$ величины частных производных относительного перемещения по напряженности электрического поля:

$$\frac{\partial m_{S_3}}{\partial m_{E_3}} = \frac{1}{s_{E_3}^2} \frac{\partial}{\partial (E_3 - m_{E_3})} d_{33m} E_3 + \frac{1}{s_{E_3} \sqrt{2\rho}} e^{-E_3^2 / (2s_{E_3}^2)} dE_3 = \frac{4d_{33m}}{\sqrt{\rho}} \int_0^{\infty} r^2 e^{-r^2} dr = d_{33m}; \quad (37)$$

$$0 < d_{33m} < v_{33}, \quad (38)$$

где $r = E_3 / (\sqrt{2}s_{E_3})$ - переменная интегрирования.

Аналогично уравнение начальной кривой пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте имеет вид

$$F_1(E_3) = d_{31}^0 E_3 + a_{31} E_3^3, \quad (39)$$

где d_{31}^0 – начальное значение поперечного пьезомодуля; a_{31} – коэффициент степенного полинома при поперечном пьезоэффекте.

Для пьезопреобразователя из ЦТС-19 при поперечном пьезоэффекте $d_{31}^0 = 2 \cdot 10^{-10}$ м/В, $a_{31} = 1,4 \cdot 10^{-22}$ м³/В³.

Так как вершины основных гистерезисных петель находятся на начальной кривой $S_1 = F_1(E_3)$, причем $S_{1m} = d_{31m} E_{3m}$, где d_{31m} – максимальное значение пьезомодуля при поперечном пьезоэффекте для каждой основной гистерезисной кривой, получаем выражение для максимального значения соответствующего пьезомодуля:

$$d_{31m} = d_{31}^0 + a_{31} E_{3m}^2. \tag{40}$$

Выражение для производной нелинейной характеристики преобразуется к виду

$$\frac{\partial m S_1}{\partial m E_3} = \frac{1}{s_{E_3}^2} \frac{\partial}{\partial E_3} (E_3 - m E_3) F_1(E_3) \cdot \frac{1}{s_{E_3} \sqrt{2\rho}} e^{-\frac{(E_3 - m E_3)^2}{2s_{E_3}^2}} dE_3. \tag{41}$$

Аналогично для пьезопреобразователя при поперечном пьезоэффекте в системе автоматического управления при $m_{E_3} = 0$ с учетом максимального значения пьезомодуля частная производная преобразуется к виду:

$$\frac{\partial m S_1}{\partial m E_3} = \frac{1}{s_{E_3}^2} \frac{\partial}{\partial E_3} d_{31m} E_3^2 \frac{1}{s_{E_3} \sqrt{2\rho}} e^{-\frac{E_3^2}{2s_{E_3}^2}} dE_3 = \frac{4d_{31m}}{\sqrt{\rho}} \frac{\partial}{\partial r} r^2 e^{-r^2} dr = d_{31m}; \tag{42}$$

$$0 < d_{31m} < \nu_{31}. \tag{43}$$

Рассмотрим геометрическую интерпретацию критерия (27) для системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя привода нано- и микроперемещений. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой системы $\nu W(j\omega)$ должна быть для всех $\omega \geq 0$ расположена правее прямой $\text{Re} \nu W(j\omega) = -1$ (рис. 4). Критерий абсолютной устойчивости системы на плоскости логарифмической амплитудной и фазовой частотных характеристик разомкнутой системы $\nu W(j\omega)$ в декартовой системе координат $L(\omega) = Q[j(\omega)]$, где $L(\omega) = 20 \lg |\nu W(j\omega)|$ – логарифмическая амплитудная частотная характеристика, $j(\omega)$ – фазовая час-

тотная характеристика, формулируется следующим образом: для абсолютной устойчивости системы достаточно, чтобы логарифмическая амплитудная частотная характеристика $L(\omega) = Q[j(\omega)]$ разомкнутой системы управления электромагнитоупругого преобразователя (заштрихованная на рис. 5 характеристика) для всех $\omega \geq 0$ располагалась ниже граничной кривой $L(\omega) = 20 \lg |1/\cos j|$. Заштрихованная на рис. 5 область для скорректированной характеристики $L(\omega)$ соответствует скорректированной амплитудно-фазовой частотной характеристике для частотной передаточной функции $\nu W(j\omega)$ на рис. 4, которая не пересекает на комплексной плоскости вертикальную линию $\text{Re} \nu W(j\omega) = -1$. При введении в систему корректирующего устройства, надлежащим образом деформирующего амплитудно-фазовую частотную характеристику линейной части системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя, частотный критерий абсолютной устойчивости будет выполняться.

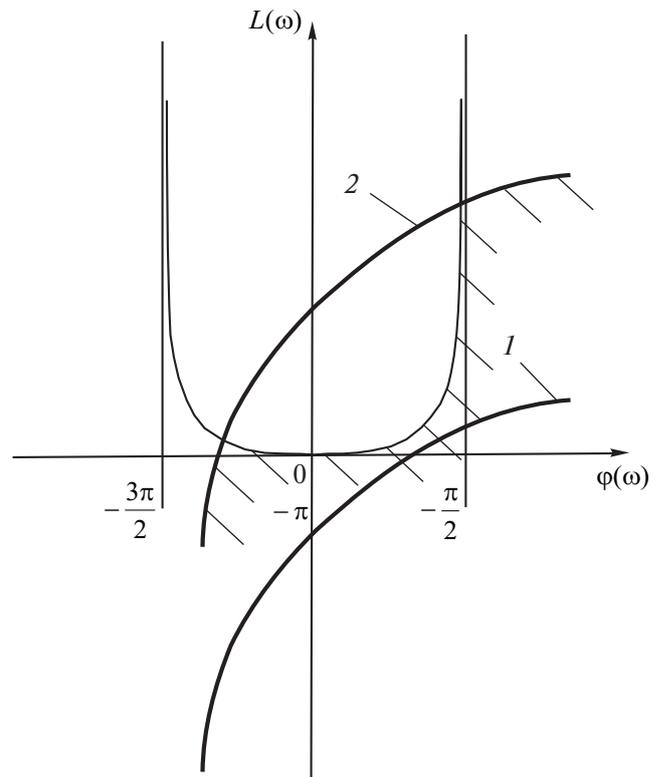


Рис. 5. Критерий абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя на плоскости логарифмической амплитудной частотной характеристики и фазовой частотной характеристики разомкнутой системы при выполнении (1) и невыполнении (2) условия абсолютной устойчивости

Выводы. 1. Определены условия абсолютной устойчивости системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя привода нано- и микроперемещений при детерминированных и случайных воздействиях.

2. Полученные зависимости позволяют проводить синтез корректирующих устройств системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя.

3. Множество положений равновесия системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя устойчиво относительно математических ожиданий, если выполняются полученные условия на производную нелинейной гистерезисной характеристики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Копылов И.П.** Электромеханика – некоторые проблемы XXI века. – Изв. РАН. Энергетика, 2003, №1.
2. **Ультразвуковые преобразователи**/Под ред. Е. Кикучи. – М.: Мир, 1972.
3. **Афонин С.М.** Решение волнового уравнения для задач электроупругости. – Электричество, 2005, №4.
4. **Афонин С.М.** Критерии устойчивости системы управления деформацией пьезопреобразователя. – Электричество, 2006, №11.
5. **Наумов Б.Н.** Теория нелинейных автоматических систем. Частотные методы. – М.: Наука, 1972.
6. **Барабанов Н.Е., Якубович В.А.** Абсолютная устойчивость систем регулирования с одной гистерезисной нелинейностью. – Автоматика и телемеханика, 1979, № 12.
7. **Физическая акустика**, т. 1. ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований/Под ред. У. Мэзона. – М.: Мир, 1966.
8. **Preisach A.** Über die magnetische Nachwirkung. – Zeitschrift für Physik (Berlin: Verlag von Julius Springer), 1935, B. 94, № 5 und 6.
9. **Турик А.В.** К теории поляризации и гистерезиса сегнетоэлектриков. – Физика твердого тела, 1963, т. 5, № 4.
10. **Lynch C.S.** The effect of uniaxial stress on the electro-mechanical response of 8/65/35 PLZT. – Acta materialia, 1996, vol. 44, № 10.
11. **Афонин С.М.** Гармоническая линеаризация обобщенной гистерезисной характеристики пьезоэлектрического привода для нано- и микроперемещений. – Электричество, 2008, №1.

[11.11.10]

Автор: Афонин Сергей Михайлович окончил в 1976 г. факультет «Электронное машиностроение» Московского института электронной техники (МИЭТ). В 1982 г. в МИЭТ защитил кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование силовых пьезоэлектрических двигателей для прецизионных следящих систем». Старший научный сотрудник МИЭТ.