

Сопоставительный анализ выражений по расчету индуктивностей прямоугольных проводов и контуров

ЦИЦИКЯН Г.Н., БАРАНОВ Ю.Д.

Публикации последнего времени по расчету индуктивностей отличаются как по системе обозначений, так и по форме записи, что вынуждает проводить сопоставительный анализ во избежание неточностей и опечаток. Выявлению различий между известными выражениями и посвящена настоящая статья. В статье устанавливаются причины, обуславливающие эти различия.

К л ю ч е в ы е с л о в а: индуктивность, прямоугольные провода, контуры, сопоставительный анализ, расчет сил, взаимная индуктивность, компланарные прямоугольные контуры

Индуктивности проводов и контуров находят разнообразное применение в электротехнике и радиотехнике. Известным справочным руководством [1] охвачен большой круг вопросов, относящихся к расчету собственных и взаимных индуктивностей проводов, контуров и катушек различной формы. Хорошей иллюстрацией их применения могут служить публикации [2 и 3]. Работа [2] посвящена оценке индуктивностей элементов заземления для корпусов электрооборудования в автономных системах при импульсных помехах. В [3] расчетные оценки индуктивностей используются для базовых конфигураций передающей и приемной антенн в применении к RFID (Radio Frequency Identification) технологии, принципы и преимущества которой рассмотрены в [4].

Для расчета индуктивности прямолинейного провода при постоянном токе и низкой частоте в [1] приведено выражение

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{g} - 1 \right), \quad (1)$$

где g – так называемое среднее геометрическое расстояние (с.г.р.) площади его поперечного сечения.

Там же дано выражение для $\ln g$ площади прямоугольного сечения со сторонами b и c :

$$\ln g = \ln(b+c) + \ln k = \ln(b+c) - \frac{3}{2} + \varepsilon, \quad (2)$$

где ε – весьма незначительная поправка, колеблющаяся в малых пределах. Следует отметить, что $-\frac{3}{2} = \ln 0,22313$, тогда без учета поправки имеем:

$$\ln g = \ln((b+c)0,22313). \quad (2a)$$

В контексте вычисления (1) определение размерных величин под знаком натурального логарифма в (2) и (2a) не вызывает возражений, поэтому с учетом (2a)

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[\left(\ln \frac{2l}{(b+c)0,22313} \right) - 1 \right]. \quad (3)$$

При $b \ll c$ приближенно имеем:

$$L_{b \ll c} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{c0,22313} - 1 \right). \quad (3a)$$

В [2] индуктивность плоского проводника прямоугольного сечения при $\mu_r = 1$ записана в виде

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{w0,24} - 1 \right), \quad (4)$$

где вместо обозначения ширины ленты c применено обозначение w , однако разница в численных значениях под знаком натурального логарифма в знаменателе формул (3) и (4) вполне заметна.

В [3] также приведено выражение для индуктивности проводника прямоугольного сечения $w \times t$ и длиной l в виде:

$$L = 0,002l \left[\ln \left(\frac{2l}{w+t} \right) + 0,50049 + \frac{w+t}{3l} \right], \quad (5)$$

где w и t – ширина и толщина проводника прямоугольного сечения (все размеры следует подставлять в сантиметрах). При $t \ll w$ и $w \ll 3l$ находим:

$$\begin{aligned} L &\approx \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{w} + 0,50049 \right) \approx \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{w} + 1,50049 - 1 \right) = \\ &= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{0,223w} - 1 \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Как видно, результаты расчетов по (3) и (6) при $b \ll c$ и $c = w$ практически совпадут. Отметим, что для формулы (5) в [3] не дана ссылка на первоисточник.

Рассмотрим шину (пластину) прямоугольного сечения (рис. 1) при $b \ll c$.

Введем обозначение $\eta = |c_2 - c_1|$, $ds_1 = bdc_1$, $ds_2 = bdc_2$, тогда в соответствии с определением, данным в [1] для $\ln g$, можно записать:

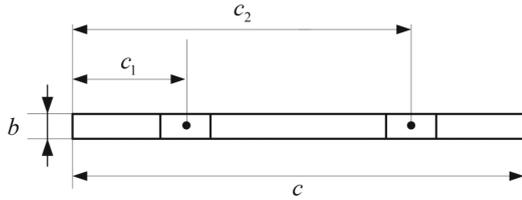


Рис. 1

$$\ln g = \frac{1}{b^2 c^2} \iint_s \ln \eta ds_1 ds_2 = \frac{1}{c^2} \int_{c_1}^c \int_{c_2}^c \ln |c_2 - c_1| dc_1 dc_2,$$

где c_1 и c_2 изменяются от 0 до c .

Сперва фиксируем c_2 :

$$\begin{aligned} \ln g &= \frac{1}{c_2} \int_{c_2}^c dc_2 \int_{c_1}^c \left[\ln(c_2 - c_1) dc_1 + \int_{c_1=c_2}^c \ln(c_2 - c_1) \right] dc_1 = \\ &= \frac{1}{c_2} \int_{c_2=0}^c dc_2 \left\{ \int_{c_1=0}^{c_2} \left[\ln c_2 + \ln \left(1 - \frac{c_1}{c_2} \right) \right] dc_1 + \right. \\ &\quad \left. + \int_{c_1=c_2}^c \left[\ln(c - c_2) + \ln \left(1 - \frac{c - c_1}{c - c_2} \right) \right] dc_1 \right\} = \\ &= \frac{1}{c_2} \int_{c_2=0}^c dc_2 \left\{ c_2 \ln c_2 + c_2 \int_0^1 \ln(1 - x') dx' + \right. \\ &\quad \left. + (c - c_2) \ln(c - c_2) + (c - c_2) \int_{x''=0}^1 \ln(1 - x'') dx'' \right\}, \end{aligned}$$

где $x' = \frac{c_1}{c_2}$ и $x'' = \frac{c - c_1}{c - c_2}$.

Согласно справочнику (Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1977)

$$\int_0^1 \ln(1 - x) dx = -1,$$

тогда для предыдущего выражения

$$\begin{aligned} \ln g &= \frac{1}{c_2} \int_{c_2=0}^c [c_2 \ln c_2 + (c - c_2) \ln(c - c_2) - c] dc_2 = \\ &= \frac{1}{c_2} \left\{ -c^2 + \left(\frac{c_2^2}{2} \ln c_2 - \frac{c_2^2}{4} \right) \Big|_{c_2=0}^c - \int_{x=c}^0 x \ln x dx \right\} = \\ &= \frac{1}{c_2} \left\{ -c^2 + \frac{c^2}{2} \ln c - \frac{c^2}{4} + \frac{c^2}{2} \ln c - \frac{c^2}{4} \right\} = \ln c - \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Предыдущим выводом еще раз подтверждено, что при условии $b \ll c$ натуральный логарифм среднегеометрического расстояния $\ln g = \ln c - \frac{3}{2}$ соответствует (2) или (2а). Поэтому формула (3) не вызывает возражений.

Выражение для индуктивности на единицу длины двухпроводной линии, состоящей из плоских шин (прямоугольных проводов малой толщины с расстоянием d между центрами сечений), может быть в соответствии с [5] записано в виде:

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left[\frac{g_{12}}{d} \left(\frac{g_{11}}{d} \right)^{-1} \right], \quad (7)$$

где

$$\ln \frac{g_{11}}{d} = \ln \frac{c}{d} - 1,5; \quad (8)$$

$$\ln \frac{g_{12}}{d} = -1,5 + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{d}{c} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{c}{d} \right) + \left(\frac{d}{c} - 1 \right)^2 \ln \left(1 - \frac{c}{d} \right) \right] \quad (9)$$

с поправкой на минус перед численным значением 1,5. В оригинале [5] стоит знак плюс, но, скорее всего, это опечатка. Формула для индуктивности L на единицу длины записывается с учетом (7), (8) и (9):

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left[-\ln \beta + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right)^2 \ln(1 + \beta) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 \ln(1 - \beta) \right], \quad (10)$$

где $\beta = c/d$, и в полном соответствии с формулой (3-42) [1] с учетом замены b на c .

В [6] со ссылкой на [7] для индуктивности квадратного контура со стороной s при радиусе провода R дана формула

$$L = \frac{2\mu_0 s}{\pi} \left[\ln \left(\frac{s}{R} - 0,524 \right) \right]. \quad (11)$$

Отметим, что если строго придерживаться руководства [7], то

$$L = 0,008 s \left[\ln \frac{s}{\rho} - 0,774 + \frac{\mu}{4} \right], \quad (12)$$

где s и радиус ρ подставляются в сантиметрах, а μ – относительное значение магнитной проницаемости. При $\mu = 1$ и при подстановке s и ρ в метрах имеет место выражение (11), а без учета внутренней индуктивности – выражение, как в [8] и [9], т.е.

$$L = \frac{2\mu_0 s}{\pi} \left(\ln \frac{s}{R} - 0,774 \right). \quad (13)$$

Выбор между (11) и (13) зависит, по-видимому, от конфигурации провода – круглого или тонкостенного плоского.

Индуктивность прямоугольной рамки (рис. 2) при $a \ll l_a$ и $a \ll l_b$ в [3] записывается в виде:

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left\{ l_a \ln \frac{2A}{a(l_a + l_c)} + l_b \ln \frac{2A}{a(l_b + l_c)} + \right.$$

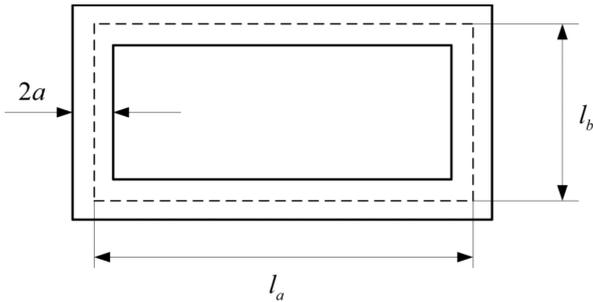


Рис. 2

$$+2[l_c - (l_a + l_b)] \}, \tag{14}$$

где $l_c = \sqrt{l_a^2 + l_b^2}$, $A = l_a l_b$.

Формула для этой индуктивности, записанная в [2] без учета последнего члена, может быть сведена к формуле (14). В обозначениях, принятых в (14), имеем для записанного выражения в [2] при $\mu_r = 1$:

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} (l_a + l_b) \left[\ln \frac{l_a l_b}{a(l_a + l_b)} - \frac{l_a}{l_a + l_b} \ln \frac{l_a + l_c}{2(l_a + l_b)} - \frac{l_b}{l_a + l_b} \ln \frac{l_b + l_c}{2(l_a + l_b)} + \frac{2l_c}{l_a + l_b} - 2 \right] = \frac{\mu_0}{\pi} \left[l_a \ln \frac{2A}{a(l_a + l_c)} + l_b \ln \frac{2A}{a(l_b + l_c)} + 2(l_c - l_a - l_b) \right]. \tag{14a}$$

Расчет по (14) при двух значениях $l_a = l_b = 0,2$ м; $l_a = l_b = 0,1$ м и $a = 0,001$ м дает следующие численные оценки соответственно: $L = 724$ нГн и $L = 306,5$ нГн. Оценки не противоречат численным значениям индуктивности, определяемым по кривым на рис. 2,б [2].

Заметим также, что в [10] в выражении для индуктивности прямоугольного контура множитель перед квадратной скобкой следует исправить на μ_0/π . В обозначениях формулы (14) это выражение записывается в виде:

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left[l_a \ln \frac{2l_a}{a} + l_b \ln \frac{2l_b}{a} + 2(l_c - l_a - l_b) - l_a \operatorname{Arsh} \frac{l_a}{l_b} - l_b \operatorname{Arsh} \frac{l_b}{l_a} + \frac{\mu}{4} (l_a + l_b) \right]. \tag{15}$$

Это выражение при $l_a = l_b = s$ и $a = \rho$ полностью согласуется с выражением (60) [7], записанным здесь под номером (12).

В (15) последний член учитывает внутреннюю индуктивность, μ_r – относительная магнитная проницаемость, $\operatorname{Arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

Теперь, объединяя, например, $l_a \ln \frac{2l_a}{a}$ с $(-1)l_a \operatorname{Arsh} \frac{l_a}{l_b}$, получим:

$$l_a \left[\ln \frac{2l_a l_b}{a(l_a + l_c)} \right].$$

Отсюда с учетом замечания по добавлению внутренней индуктивности вытекает идентичность формул (14) и (15) для случая прямоугольного контура. Вместе с тем в (14) и (15) было бы целесообразным обозначение a заменить на ρ , но сохранив его в индексе при l_a .

Отметим, что формула (9-16) в [1] для индуктивности прямоугольной плоской катушки с числом витков w и шириной $2a = r$ будет совпадать с формулой (14a) без учета относительно малого последнего члена только при условии замены r на a и $(-1/2)$ на (-2) . Отсюда следует, что формула (9-17) в [1] для квадратной катушки как производная от (9-16) будет давать неверные результаты.

Из вышеизложенного следует, что основные различия проистекают из учета или неучета внутренней индуктивности и допущенных в ряде случаев неточностей или опечаток. Приведенные сопоставления могут быть полезны при соответствующих расчетах для индуктивностей проводов и контуров. Вместе с тем важное значение выражений для индуктивностей обусловлено их связью с определением электродинамических сил [11, 12]. Соответствующий пример, отнесенный к *Приложению 1*, проиллюстрируем при определении электродинамических сил, действующих на стороны прямолинейного контура с током, а в *Приложении 2* остановимся на выражениях для взаимных индуктивностей компланарных прямоугольных контуров.

Приложение 1. Получим выражение для силы, действующей на сторону l_b прямоугольного контура с током i в направлении увеличения l_a .

Имеем [11, 12]:

$$f_b = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \frac{\partial L}{\partial l_a}. \tag{П1-1}$$

Для квадратной плоской катушки в соответствии с (16) и [1]

$$f_b = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left\{ \ln \left(\frac{2l_b}{a} \right) - 1 + \frac{l_b}{l_a} + \ln \left[\left(1 + \left(\frac{l_b}{l_a} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right] + \right.$$

$$+ \frac{1}{\frac{l_b}{l_a} + \left(\left(\frac{l_b}{l_a} \right)^2 + 2 \right)^{1/2}} \left. \right\} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left[\ln \frac{2l_b l_a}{a(l_c + l_a)} - 1 + \frac{l_c}{l_a} \right]. \quad (\text{П1-2})$$

Аналогично находим силу f_{l_a} в направлении увеличения l_b :

$$f_{l_a} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left[\ln \frac{2l_a l_b}{a(l_c + l_b)} - 1 + \frac{l_c}{l_b} \right]. \quad (\text{П1-3})$$

Если же учитывать последний член в (15), то при $\mu=1$

$$f_{l_a} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left[\ln \frac{2l_a l_b}{a(l_c + l_b)} - 0,75 + \frac{l_c}{l_b} \right]. \quad (\text{П1-4})$$

Объединяя $\ln 2$ и $-0,75$, имеем:

$$f_{l_a} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left[\ln \frac{l_a l_b}{a(l_c + l_b)} + \frac{l_c}{l_b} - 0,057 \right]; \quad (\text{П1-4a})$$

$$f_{l_b} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left[\ln \frac{l_b l_a}{a(l_c + l_a)} + \frac{l_c}{l_a} - 0,057 \right]. \quad (\text{П1-2a})$$

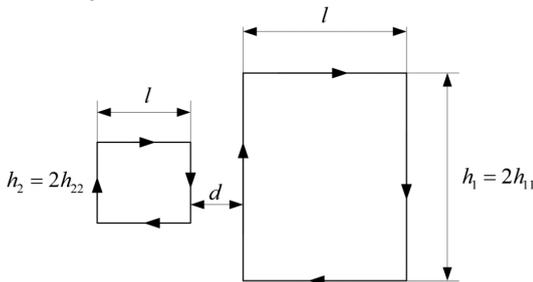
Выражения для сил умножаются на w^2 .

Приложение 2. Уместно рассмотреть еще одну задачу, предложенную в [13] как Р.6-31, для нахождения взаимной индуктивности двух компланарных прямоугольных контуров при условии $h_{11} - h_{22} \gg 2l + d$ (см. рисунок).

Ограничимся случаем $l_1 = l_2 = l$. В [14] была выведена формула для взаимной индуктивности двух компланарных контуров, в которой обозначения $h_1 = 2h_{11}$ и $h_2 = 2h_{22}$ заменены местами.

С учетом замены коэффициент взаимной индукции

$$M(l, d, h_{11} + h_{22}, h_{11} - h_{22}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ 2(l+d) \ln \frac{l+d+s_l^+}{l+d+s_l^-} + (2l+d) \ln \frac{2l+d+s_{2l}^-}{2l+d+s_{2l}^+} \right.$$



$$\left. \begin{aligned} & + d \ln \frac{d+s_0^-}{d+s_0^+} + (h_{11} + h_{22}) \times \\ & \times \ln \frac{(h_{11} + h_{22} + s_l^+)^2 (2l+d)d}{(l+d)^2 (h_{11} + h_{22} + s_{2l}^+) (h_{11} + h_{22} + s_0^+)} + \\ & + (h_{11} - h_{22}) \ln \frac{(l+d)^2 (h_{11} - h_{22} + s_{2l}^-) (h_{11} - h_{22} + s_0^-)}{(h_{11} - h_{22} + s_l^-) (2l+d)d} \\ & + 2(s_0^+ - s_0^- + s_{2l}^+ - s_{2l}^-) + 4(s_l^- - s_l^+) \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П2-1})$$

где $s_0^+ = \sqrt{(h_{11} + h_{22})^2 + d^2}$; $s_0^- = \sqrt{(h_{11} - h_{22})^2 + d^2}$;
 $s_l^+ = \sqrt{(h_{11} + h_{22})^2 + (l+d)^2}$;
 $s_l^- = \sqrt{(h_{11} - h_{22})^2 + (l+d)^2}$;
 $s_{2l}^+ = \sqrt{(h_{11} + h_{22})^2 + (2l+d)^2}$;
 $s_{2l}^- = \sqrt{(h_{11} - h_{22})^2 + (2l+d)^2}$.

Учитывая приближения $s_0^+ \approx h_{11} + h_{22}$;
 $s_0^- \approx h_{11} - h_{22}$; $s_l^+ \approx h_{11} + h_{22}$; $s_l^- \approx h_{11} - h_{22}$;
 $s_{2l}^+ \approx h_{11} + h_{22}$; $s_{2l}^- \approx h_{11} - h_{22}$, убеждаемся в том, что
 $s_0^+ - s_0^- + s_{2l}^+ - s_{2l}^- + 2(s_l^- - s_l^+) = 0$.

Далее

$$2(l+d) \ln \frac{l+d+h_{11}+h_{22}}{l+d+h_{11}-h_{22}} + (2l+d) \ln \frac{2l+d+h_{11}-h_{22}}{2l+d+h_{11}+h_{22}} +$$

$$+ d \ln \frac{d+h_{11}-h_{22}}{d+h_{11}+h_{22}} \approx 2(l+d) \ln \frac{h_{11}+h_{22}}{h_{11}-h_{22}} -$$

$$- 2(l+d) \ln \frac{h_{11}+h_{22}}{h_{11}-h_{22}} \approx 0.$$

Для оставшихся двух членов с учетом приближений

$$(h_{11} + h_{22}) \ln \frac{(2l+d)d}{(l+d)^2} + (h_{11} - h_{22}) \ln \frac{(l+d)^2}{(2l+d)d} =$$

$$= -2h_{22} \ln \frac{(l+d)^2}{(2l+d)d} = -h_2 \ln \frac{(l+d)^2}{(2l+d)d}.$$

Отсюда для M в случае $h_1 = 2h_{11} \rightarrow \infty$ запишем:

$$M = -\frac{\mu_0}{2\pi} h_2 \ln \frac{(l+d)^2}{(2l+d)d}. \quad (\text{П2.2})$$

Этот результат легко можно получить независимым путем, используя выражение для векторного потенциала бесконечной прямолинейной нити с током, что может служить, в свою очередь, еще одним подтверждением правильности выражения (П2-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.** Расчет индуктивностей. Справочная книга, 3-е изд. — Л.: Энергоатомиздат, 1986, 488 с.
2. **Агафонов А.М., Воршевский А.А.** Заземление технических средств при наносекундных и микросекундных импульсных помехах.—Технологии ЭМС, 2010, № 4(35), с. 44–54.
3. **Youbok Lee.** Antenna Circuit Design for RFID Applications. Microchip. AN710, 2003, pp. 1–50.
4. **Kanr M., Sandhu M., Mohan N., Sandhu P.S.** RFID Technology principles, advantages, demerits and Applications.—International Journal of Computer and Electrical Engineering, 2011, vol. 3, No. 1, February, pp. 151–157.
5. **Tesche F.M., Ianoz M.V., Karlsson T.** EMC analysis methods and computational models. — John Wiley and Sons, 1997.
6. **Marc T.** Thompson Inductance. Calculation Techniques, part II. Approximation and Handbook Methods, 1999, pp. 1–11; website: <http://www.pcim.com>
7. **Grover F.W.** Inductance Calculations. — N.Y.: Van-Nostrand, 1946, 286 p.
8. **Fujimoto K., Morishita H.** Modern Small Antennas. — Cambridge University press, 2013.
9. **Balanis C.A.** Antenna Theory, 2nd edn. — John Wiley and Sons, 1977, pp. 209–216.
10. **Henry W. Ott.** Electromagnetic Compatibility Engineering. — John Wiley and Sons, 2009.

11. **Кузнецов И.Ф., Цицикян Г.Н.** Электродинамические усилия в токоведущих частях электрических аппаратов и токопроводах. — Л.: Энергоатомиздат, 1989, 176 с.

12. **Цицикян Г.Н.** Электродинамические силы в токоведущих частях электротехнических комплексов. — СПб.: ФГУП «Крыловский государственный научный центр», 2016, 94 с.

13. **David K. Cheng.** Field and wave electromagnetics. — Addison: Wesley publishing company, 1983, 570 p.

14. **Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю.** Автономные электроэнергетические системы. Вопросы электробезопасности и электромагнитной совместимости. — СПб.: ФГУП «Крыловский государственный научный центр», 2017, 106 с.

[22.11.2017]

А в т о р ы: Цицикян Георгий Николаевич окончил Ереванский политехнический институт в 1963 г. Защитил докторскую диссертацию в 1990 г. Зам. начальника отдела, ученый секретарь НТС филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

Баранов Юрий Дмитриевич — специалист по направлению «Электромеханика» Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, инженер 2 категории филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

Elektrichestvo (Electricity), 2018, No. 2, pp. 59–63

DOI:10.24160/0013-5380-2018-2-59-63

Comparative Analysis of Expressions for Calculating the Inductances of Rectangular Conductors and Loops

TSITSIKYAN Georgii N. (Branch of the Central Scientific Research Institute of Ship Electrical Engineering and Technology Krylov State Scientific Centre – CSRI ShEET «KSSC», St. Petersburg, Russia) – Deputy Head of Department, Academic secretary of Scientific and Technical Council, Dr. Sci. (Eng.)

BARANOV Yuri D. (Branch of the CSRI ShEET «KSSC», St. Petersburg, Russia) – Engineer II category

Recently published papers on inductance calculation methods differ both in the system of notations and in the form of expressions, due to which a need arises to carry out a comparative analysis to avoid inaccuracies and misprints. This article is devoted to revealing differences between the known expressions and establishes factors causing these differences.

Key words: *inductance, rectangular conductors, loops, comparative analysis, calculation of forces, mutual inductance, coplanar rectangular loops*

REFERENCES

1. **Kalantarov P.L., Tseitlin L.A.** Raschet induktivnostei. Spravochnaya kniga, 3-ye izd. (Calculation of inductances. Handbook, 3d publ.). Leningrad, Energoatomizdat, 1986, 488 p.
2. **Agafonov A.M., Vorshevskii A.A.** Tekhnologii EMS – in Russ. (Technologies of electromagnetic force), 2010, No. 4(35), pp. 44–54.
3. **Youbok Lee.** Antenna Circuit Design for RFID Applications. Microchip. AN710, 2003, pp. 1–50.
4. **Kanr M., Sandhu M., Mohan N., Sandhu P.S.** RFID Technology principles, advantages, demerits and Applications.—International Journal of Computer and Electrical Engineering, 2011, vol. 3, No. 1, February, pp. 151–157.
5. **Tesche F.M., Ianoz M.V., Karlsson T.** EMC analysis methods and computational models. — John Wiley and Sons, 1997.
6. **Marc T.** Thompson Inductance. Calculation Techniques, part II. Approximation and Handbook Methods, 1999, pp. 1–11; website: <http://www.pcim.com>
7. **Grover F.W.** Inductance Calculations. — N.Y.: Van-Nostrand, 1946, 286 p.
8. **Fujimoto K., Morishita H.** Modern Small Antennas. — Cambridge University press, 2013.

9. **Balanis C.A.** Antenna Theory, 2nd edn. — John Wiley and Sons, 1977, pp. 209–216.

10. **Henry W. Ott.** Electromagnetic Compatibility Engineering. — John Wiley and Sons, 2009.

11. **Kuznetsov I.F., Stitsikyan G.N.** Elektrodinamicheskiye usiliya v tokovedushchikh chastyakh apparatov i tokoprovodakh (Electrodynamic forces in current-carrying parts of apparatus and wires). Leningrad, Energoatomizdat, 1989, 176 p.

12. **Tsitsikyan G.N.** Elektrodinamicheskiye sily v tokovedushchikh chastyakh elektrotekhnicheskikh kompleksov (Electrodynamic forces in current-carrying parts of electro-technical complexes). St. Petersburg, Publ. «Krylov State Scientific Centre», 2016, 94 p.

13. **David K. Cheng.** Field and wave electromagnetics. — Addison: Wesley publishing company, 1983, 570 p.

14. **Tsitsikyan G.N., Antipov M.Yu.** Avtonomnye elektroyenergeticheskiye sistemy. Voprosy elektrobezopasnosti i elektromagnitnoi sovmestimosti (Autonomous power systems. Electrosecurity and Electromagnetic Compatibility Issues). St. Petersburg, Publ. «Krylov State Scientific Centre», 2017, 106 p.

[22.11.2017]