

О постоянных величинах в обобщенном уравнении Касси–Майра для динамической вольт-амперной характеристики дуги

БЕЛКИН Г.С.

Анализируется структура и физический смысл постоянных величин, входящих в обобщенное уравнение Касси–Майра для динамической вольт-амперной характеристики электрической дуги. Проведено сравнение полученных в результате анализа значений постоянных величин с экспериментальными данными.

Ключевые слова: электрическая дуга, вольт-амперная характеристика, электрическое сопротивление, напряжение, ток, температура

В процессе оценки коммутационных характеристик выключателей высокого напряжения иногда используются адаптивные методы (методы «черного» ящика) [1–3]. Эти методы помогают выбрать наилучшие технические решения при проектировании аппарата, сократить объём необходимых испытаний.

В рамках адаптивных методов процессы в электрической дуге отключения детально не рассматриваются. При определении вида уравнения динамической вольт-амперной характеристики длинной дуги в плотных средах используются упрощенное уравнение баланса мощности и различные формы связи электрического сопротивления дуги с её теплосодержанием. Впервые такие модели дуги были предложены Касси и Майром [4, 5]. В соответствии с этими моделями дуга отказ при отключении связан с тепловым пробоем промежутка. В модели Касси предполагается, что средняя температура столба дуги не зависит от времени, а в рамках модели Майра постоянной во времени считается площадь поперечного сечения столба дуги.

Важным вопросом при использовании адаптивных методов является определение постоянных величин, входящих в уравнение динамической вольт-амперной характеристики дуги. Обычно эти постоянные определяются по результатам предварительных испытаний выключателя, после чего можно прогнозировать поведение аппарата при различных режимах коммутации и различных схемах сети.

В статье рассматриваются структура и физический смысл постоянных, входящих в обобщенное уравнение Касси–Майра для динамической вольт-амперной характеристики дуги, и оценивается возможный диапазон их изменения.

Структура постоянных величин, входящих в обобщенное уравнение Касси–Майра.

The structure and physical meaning of the constant quantities appearing in the generalized Cassie-Mayr equation for the dynamic volt-ampere characteristic of electric arc are analyzed. The values of the constant quantities obtained from the analysis are compared with experimental data.

Key words: electric arc, volt-ampere characteristic, resistance, voltage, current, temperature

Обобщенное уравнение Касси–Майра. Обобщенное уравнение динамической вольт-амперной характеристики дуги обычно записывают в виде:

$$R_d \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{\vartheta \left(\frac{1}{R_d} \right)} \left[\frac{ui}{P \left(\frac{1}{R_d} \right)} - 1 \right], \quad (1)$$

где R_d – сопротивление столба дуги; t – время; u – напряжение на дуге; i – ток; $\vartheta(1/R_d) = \vartheta_0(1/R_d)^\alpha$; $P(1/R_d) = P_0(1/R_d)^\beta$; ϑ_0 , P_0 , α и β – постоянные величины.

Для определения коммутационных характеристик выключателя с помощью уравнения (1) необходимо найти ϑ_0 , P_0 , α и β по результатам предварительных экспериментов.

Вид уравнения (1) связан с уравнением баланса мощности в столбе:

$$\frac{dQ}{dt} = ui - P, \quad (2)$$

где $Q = h\gamma S_{ст} l$ – теплосодержание области столба, на границе которой рассматривается баланс мощности; $S_{ст} = \pi r_{ст}^2$ – площадь поперечного сечения области столба, на границе которой рассматривается баланс мощности; $r_{ст}$ – радиус рассматриваемой области; $h = \int_0^{T_{ст}} c_p dt$ – среднее удельное теплосодержание в пределах области радиусом $r_{ст}$ со средней температурой $T_{ст}$; c_p – средняя удельная теплоемкость в пределах области площадью $S_{ст}$;

T – температура; $T_{ст}$ – средняя в пределах рассматриваемой области температура столба; γ – средняя плотность; l – длина дуги; $P=2\pi r_{ст} l P_{уд}$ – рассеиваемая мощность с боковой поверхности столба; $P_{уд}$ – рассеиваемая мощность с единицы площади боковой поверхности радиусом $r_{ст}$.

Удельное теплосодержание и удельная электропроводность столба сильно зависят от температуры. Теплосодержание столба дуги и его электрическое сопротивление являются интегральными характеристиками. При их определении в рамках адаптивных методов удельные характеристики усредняются по объему столба. На рис. 1 представлены реальные зависимости температуры столба дуги, удельного теплосодержания и удельной электропроводности σ столба от радиуса. В центре столба расположена электропроводящая зона радиусом $r_э$, в которой сосредоточен весь ток дуги. За пределами этой зоны ток не протекает, здесь происходит рассеивание выделенной в зоне электропроводности теплоты.

Средняя температура в пределах центральной электропроводящей зоны $T_э$ значительно выше средней температуры $T_{ст}$ в пределах области, включающей и периферийные зоны (рис. 1). Это важно учитывать при усреднении по поперечному сечению удельных параметров столба дуги, так как удельная электропроводность и удельное теплосодержание столба сильно зависят от температуры (а следовательно, и от времени), особенно в диапазоне небольших температур (рис. 2) [6].

При определении электрического сопротивления дуги R_d будем учитывать, что электропроводящая зона является небольшой частью столба дуги:

$$R_d = \frac{l}{\sigma(T_э) k_э S_{ст}}, \quad (3)$$

где $\sigma(T_э)$ – средняя по сечению центральной зоны удельная электропроводность; $k_э$ – коэффициент, учитывающий долю площади электропроводящей зоны.

Учитывая (3), можно записать уравнение баланса мощности (2) на границе области радиусом $r=r_{ст}$ (см. рис. 1) в виде

$$R_d \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{R_d} \right) + \frac{d}{dt} (\ln \tau_H) = \frac{R_d}{l^2 \tau_H} (ui - P), \quad (4)$$

где τ_H – параметр столба, численно равный времени, которое требуется для того, чтобы нагреть область радиусом $r_{ст}$ единичной длины до средней температуры $T_{ст}$ в режиме без потерь при удельной электропроводности в электропроводящей зоне

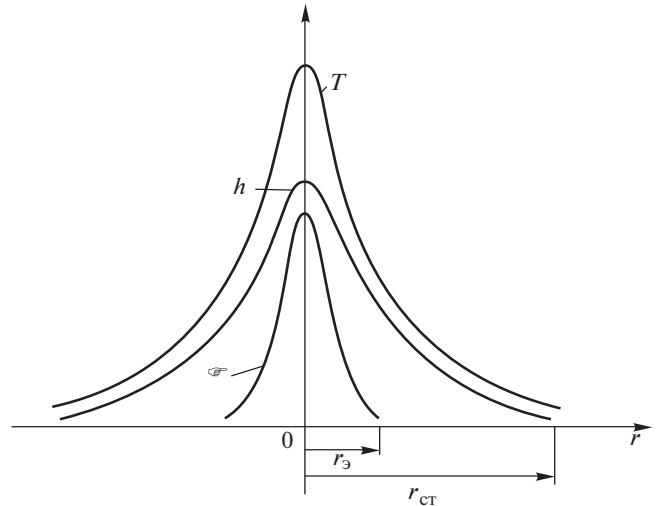


Рис. 1. Распределение температуры, удельного теплоснабжения и удельной электропроводности по радиусу столба дуги

$\sigma(T_э)$ и напряженности электрического поля, равной единице: $\tau_H = \frac{h(I_{ст}) \gamma(T_{ст})}{k_э \sigma(T_э)}$.

Параметр τ_H отражает возможную скорость роста средней температуры столба при отсутствии отвода теплоты за его пределы.

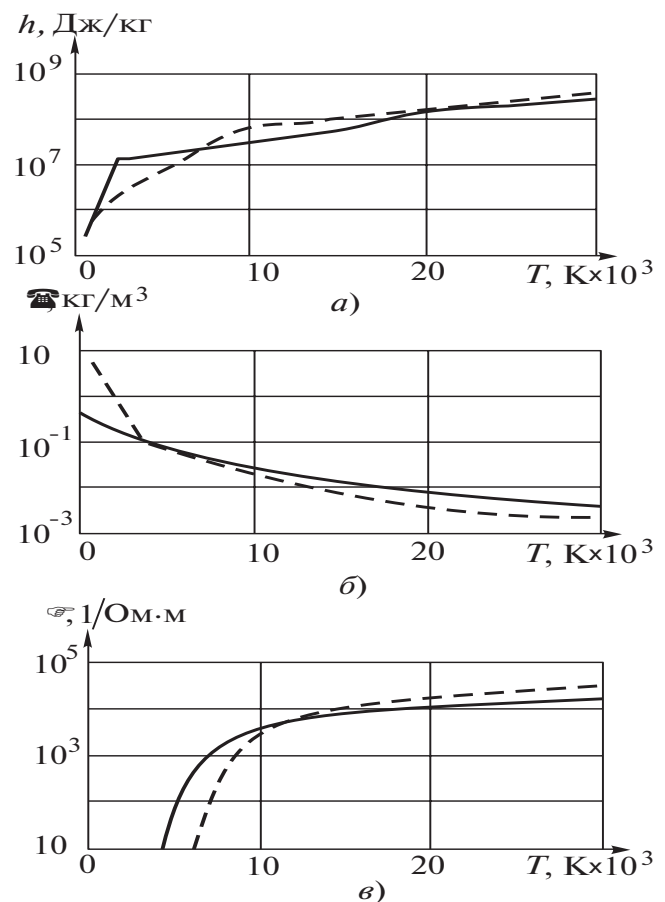


Рис. 2. Зависимость $h(T)$ (а), $\gamma(T)$ (б) и $\sigma(T)$ (в) для аргона (—) и воздуха (---) при давлении 10^5 Па

Представим второй член в левой части уравнения (4) как производную сложной функции температуры и времени, т.е.

$$\frac{d(\ln \tau_H)}{dt} = \frac{d(\ln \tau_H)}{dT} \frac{dT}{dt}.$$

Если имеет место сильная зависимость $\ln \tau_H$ от температуры, то при решении уравнения (4) следует учитывать второй член в левой его части. Если параметр $\ln \tau_H$ не зависит от температуры, то этим членом можно пренебречь.

Оценим, как изменяется параметр $\ln \tau_H$ с изменением температуры T_{CT} . На рис. 3 представлены зависимости параметра $\ln \frac{h(T_{CT})\gamma(T_{CT})}{\sigma(T_{CT})}$ при разных

$T_{\text{Э}} / T_{CT}$ для элегаза при давлении 10^5 Па. Разным отношениям соответствуют разные кривые зависимости $\ln \frac{h(T_{CT})\gamma(T_{CT})}{\sigma(T_{CT})}$ от T_{CT} , т.е. параметр τ_H зависит от выбора границы, на которой рассматривается баланс мощности (2).

Как видно из рис. 3, при достаточно больших отношениях $T_{\text{Э}} / T_{CT}$ параметр $\ln \frac{h(T_{CT})\gamma(T_{CT})}{\sigma(T_{CT})}$ слабо меняется с изменением температуры столба в достаточно широком диапазоне.

Поэтому есть основание считать параметр $\ln \left(\frac{h\gamma}{\sigma} \right)$ не зависящим от температуры в интересующем нас диапазоне температур, а отношение $h\gamma / \sigma$ равным в среднем $(0,14 \pm 0,16) \cdot 10^3$ Дж·Ом/м². Если принять, что и коэффициент $k_{\text{Э}}$ не меняется с изменением температур $T_{\text{Э}}$ и T_{CT} , то производную $\frac{d(\ln \tau_H)}{dT}$ можно считать пренебрежимо малой.

С учетом сделанных допущений второй член в уравнении (4) можно опустить и привести это уравнение к следующему виду:

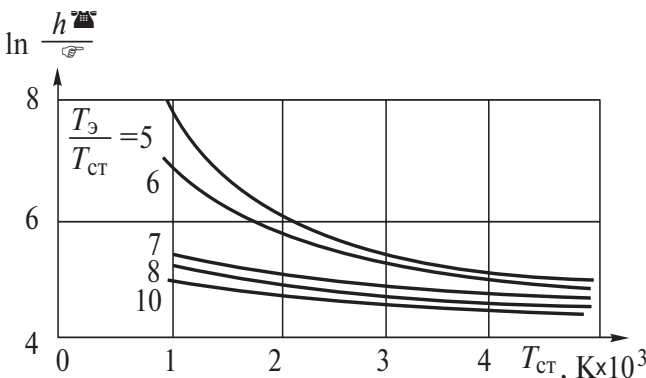


Рис. 3. Зависимость параметра $\ln \left(\frac{h\gamma}{\sigma} \right)$ от температуры столба дуги при различных отношениях $T_{\text{Э}} / T_{CT}$

$$R_d \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{\vartheta \left(\frac{1}{R_d} \right)} \left[\frac{ui}{P \left(\frac{1}{R_d} \right)} - 1 \right], \quad (6)$$

где

$$\vartheta \left(\frac{1}{R_d} \right) = \frac{\pi^{-0,5}}{2} l^{0,5} k_{\text{Э}}^{0,5} \tau_H \frac{\sigma^{0,5}}{P_{\text{уд}}} \left(\frac{1}{R_d} \right)^{0,5}; \quad (7)$$

$$P \left(\frac{1}{R_d} \right) = \frac{\pi^{0,5}}{2} l^{1,5} k_{\text{Э}}^{-0,5} \frac{P_{\text{уд}}}{\sigma^{0,5}} \left(\frac{1}{R_d} \right)^{0,5}. \quad (8)$$

При сделанных допущениях вид полученных уравнений (6)–(8) полностью соответствует виду обобщенного уравнения Касси–Майра (1).

В (7) и (8) входят сомножители, зависящие от проводимости столба $1/R_d$, в том числе отношение $\sigma^{0,5} / P_{\text{уд}}$. Для того чтобы в выражениях (7) и (8) выделить постоянные величины ϑ_0 , P_0 , α и β , необходимо сравнить полученные выражения с экспериментальными данными.

Сравнение теоретических и экспериментальных данных по постоянным величинам в обобщенном уравнении Касси–Майра. По экспериментальным данным постоянные ϑ_0 , P_0 , α и β зависят от конструктивных параметров выключателя. В меньшей степени они зависят от параметров коммутируемой цепи. В [1, 7, 8] приводятся результаты экспериментального определения потерь теплоты из столба дуги при различных условиях и постоянных ϑ_0 , P_0 , α и β .

В [7] приведена полученная экспериментальным путем зависимость потерь теплоты из столба дуги от его проводимости:

$$P \left(\frac{1}{R_d} \right) = A l^b \left(\frac{1}{R_d} \right)^a, \quad (9)$$

где A , a и b – постоянные величины.

Если принять этот вид зависимости $P(1/R_d)$, то для зависимости $\vartheta(1/R_d)$, как следует из уравнений (7) и (8), можно записать выражение

$$\vartheta \left(\frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{A} l^{2-b} \tau_H \left(\frac{1}{R_d} \right)^{1-a}. \quad (10)$$

Если считать, что τ_H не зависит от проводимости столба $1/R_d$, то из равенства (9) и (10) следует:

$$\vartheta_0 = \frac{1}{A} l^{2-b} \tau_H; \quad (11)$$

$$P_0 = A l^b. \quad (12)$$

Соответственно из равенств (9) и (10) следует, что $\alpha=1-a$ и $\beta=a$.

Входящие в выражения (11) и (12) величины можно считать постоянными для определенной конструкции выключателя. Например, в [7] определены постоянные, входящие в эти выражения для автопневматического элегазового дугогасительного устройства с изоляционным соплом: $A=43,8 \cdot 10^6$; $a=0,7$; $b=1,78$.

При этих значениях постоянных a и b , как следует из сравнения выражений (7), (8) и (9), (10), отношение $P_{уд}/\sigma^{0,5}$ пропорционально $l^{0,28}$ и $(1/R_d)^{0,2}$.

Сравним получающиеся из выражений (11) и (12) значения параметров с другими экспериментальными данными. Далее приведены экспериментальные данные по постоянным ϑ_0 , P_0 , α и β при гашении дуги в элегазе:

Параметр	Значение параметра	
	по [1]	по [8]
Отключаемый ток, кА	40	12
Постоянные:		
ϑ_0 , с·Ом ^α	$10 \cdot 10^{-6}$	$12 \cdot 10^{-6}$
P_0 , Вт·Ом ^β	$0,8 \cdot 10^6$	$0,65 \cdot 10^6$
α	0,5	0,5
β	0,55	0,7
$\vartheta_0 P_0$, Дж·Ом	8,0	7,8

Сравним значения параметров дуги, определенные с помощью выражений (11) и (12), с приведенными экспериментальными данными. В [8] при экспериментах длина изоляционного сопла составляла 65 мм. Определим для этих условий с помощью выражений (11) и (12) постоянные ϑ_0 и P_0 . Если принять $k_э=0,1$, то $\vartheta_0=17 \cdot 10^{-6}$, а $P_0=0,45 \cdot 10^6$. Соответственно из соотношений (9) и (10) получим значения $\alpha=0,3$ и $\beta=0,7$. Некоторое расхождение этих данных и приведенных экспериментальных данных связано, вероятно, с различиями в конструкции дугогасительных устройств, используемых в [7 и 8].

Как видно из равенств (11) и (12), произведение $\vartheta_0 P_0$ не зависит от постоянных A и b и определяется только длиной дуги и параметром τ_H :

$$\vartheta_0 P_0 = l^2 \tau_H. \quad (13)$$

Это выражение можно использовать для оценки реальных значений τ_H и $k_э$, например, при условиях эксперимента, реализованных в [8]. Для этих ус-

ловий $\vartheta_0 P_0 = 7,8$ Дж·Ом и, следовательно, $\tau_H = 1,7 \cdot 10^3$ Дж·Ом/м². При значении параметра $h\gamma/\sigma$, равном $0,16 \cdot 10^3$ Дж·Ом/м², коэффициент $k_э$ близок к 0,09. Это означает, что средняя температура $T_э$ значительно превосходит $T_{ст}$. Следовательно, параметр $h\gamma/\sigma$ для дуги в элегазе при указанных условиях правомерно считать не зависящим от температуры.

Заключение. В структуре постоянных величин ϑ_0 и P_0 содержатся такие параметры дуги, как её длина, коэффициент $k_э$ и параметр, характеризующий возможную скорость нагрева единицы объёма столба $h\gamma/\sigma$, который для дуги в элегазе можно считать постоянным и равным $(0,14 \pm 0,16) \cdot 10^3$ Дж·Ом/м² в широком диапазоне изменения температуры при достаточно больших значениях отношения $T_э/T_{ст}$.

Если принять, что $k_э$ и τ_H не меняются с изменением температуры столба, то уравнение динамической вольт-амперной характеристики приобретает вид обобщенного уравнения Касси–Майра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hrabovsky M., Mastny V., Vostracky Z. Application of mathematical arc model for determination of thermal failure limiting characteristics of circuit-breaker. – CIGRE, 1984, Rep. 13–01.
2. Hanisch H., Kuhnhardt G., Mencke H., Rother W. Mathematical modeling of switching arc as a means to realize designing of gas-blast circuit-breakers. – CIGRE, 1984, Rep. 13–12.
3. Blatter J., Aeschbach H., Duforenet D., Christen J. Arc modeling application to high voltage circuit breaker development. – CIGRE, 1994, Rep. 13–102.
4. Cassie A.M. A new theory of rupture and circuit severity. – CIGRE, 1939, Rep. 102.
5. Mayr O. Beiträge zur Theorie des statischen und dynamischen Lichtbogens. – Arch. Elektrotech, 1943, 37.
6. Schaltgeräte. Grundlagen, Aufbau, Wirkungsweise, herausgegeben von M.Lindmayer, Springer-Verlag, 1987.
7. Kapetanovic M., Knol P., Van der Sluis L. Analysis of cooling power and network interaction of a switching-arc in an SF6 high-voltage circuit-breaker. – Colloquium CIGRE SC13, 1989, Rep. 17.
8. Hrabovsky M., Novakova O. Application of black-box models prediction of circuit-breaker limits. – Colloquium CIGRE SC 13, 1989, Rep. 20.

[10.05.11]

Автор: **Белкин Герман Сергеевич** окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1962 г. В 1981 г. защитил докторскую диссертацию по специальности «Электрические аппараты» во Всероссийском электротехническом институте (ВЭИ). Начальник отдела ФГУП ВЭИ.