

# Исследование электродинамического демпфирующего элемента с двойным полым ротором в установившемся режиме с учетом поперечного краевого эффекта

ИСМАГИЛОВ Ф.Р., ГУМЕРОВА М.Б., САТТАРОВ Р.Р., ХАЙРУЛЛИН И.Х.

*Рассмотрены установившиеся электромагнитные процессы в электродинамических демпфирующих элементах с двойным полым ротором с учетом поперечного краевого эффекта. Получены выражения, позволяющие определить напряженность вторичного магнитного поля, плотности вихревых токов, электромагнитный тормозной момент.*

**Ключевые слова:** демпфирующие элементы, двойной полый ротор, установившийся режим, поперечный краевой эффект, электромагнитный момент

Электродинамические демпфирующие элементы (ЭДЭ), получившие широкое распространение практически во всех отраслях промышленности [1], характеризуются большими значениями демпфирующих сил, малым моментом инерции ротора, долговечностью и бесшумностью работы из-за отсутствия трущихся частей, надежностью, технологичностью и простотой конструкции. В [2, 3] предложено использовать ЭДЭ в амортизационной системе устройств для аварийной посадки самолета при отказе шасси. Демпфирующие элементы в таком случае поглощают и рассеивают энергию, возникающую при стыковке летательного аппарата с платформой, и увеличение энергоемкости ЭДЭ становится актуальной задачей.

Авторами статьи предложены и разработаны конструкции ЭДЭ, способствующие значительному повышению эффективности гашения энергии благодаря наличию двух полых коаксиально расположенных «цилиндров» на роторе. При таком конструктивном решении увеличивается суммарная площадь рабочей поверхности активной зоны, а следовательно, и электромагнитный тормозной момент за счет возрастания аксиальной составляющей плотности вихревых токов, улучшаются условия охлаждения.

Близкими по электромагнитным процессам к ЭДЭ с двойным полым ротором для амортизационных систем (ЭДЭ ДПР АС) являются цилиндрические ЭДЭ с одним полым ротором [4–6], двухроторные машины, экранированные асинхронные машины [7], асинхронные машины с полым ротором, индукционные МГД-машины [8]. Общим для них является взаимодействие индуцированных токов в движущейся проводящей вторичной среде с

*Steady electromagnetic processes in electrodynamic damping elements with a double hollow rotor are considered taking the transverse edge effect into account. Expressions are obtained using which the intensity of secondary magnetic field, densities of eddy currents, and braking electromagnetic torque can be determined.*

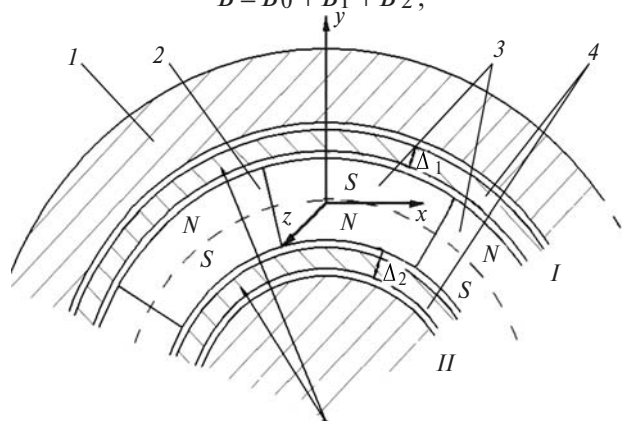
**Key words:** damping elements, double hollow rotor, steady mode of operation, transverse edge effect, electromagnetic torque

первичным магнитным полем. Однако из-за конструктивных особенностей и, соответственно, специфических электромагнитных процессов результаты уже проведенных исследований не могут быть использованы для рационального проектирования ЭДЭ ДПР АС.

В данной статье анализируется математическая модель ЭДЭ ДПР АС, построенная на основе решения уравнений электромагнитного поля для медленно движущихся сред с учетом ряда упрощающих допущений, правомерность которых обоснована в [4–8]. Эскиз ЭДЭ ДПР АС, поясняющий конструкцию, представлен на рис. 1.

Согласно принципу суперпозиции результирующее магнитное поле можно представить в виде суммы первичного и вторичных полей:

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \vec{H}_0 + \vec{H}_1 + \vec{H}_2; \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \end{aligned} \quad (1)$$



**Рис. 1.** Электродинамический демпфирующий элемент с двойным полым ротором: 1 – магнитопровод; 2 – индуктор в виде полого цилиндра; 3 – постоянные магниты; 4 – электропроводящий двойной полый ротор

где  $\bar{B}, \bar{H}$  – векторы индукции и напряженности результирующего магнитного поля;  $\bar{B}_0, \bar{H}_0$  – векторы индукции и напряженности первичного магнитного поля;  $\bar{B}_1, \bar{H}_1$  – векторы индукции и напряженности вторичного магнитного поля, создаваемого вихревыми токами в первом цилиндре;  $\bar{B}_2, \bar{H}_2$  – векторы индукции и напряженности вторичного магнитного поля, создаваемого вихревыми токами во втором цилиндре.

Обе зоны пронизаны единым первичным магнитным потоком постоянных магнитов:

$$\Phi_0 = |\bar{B}_{0I}| l_{\delta} \tau_1 = |\bar{B}_{0II}| l_{\delta} \tau_2,$$

где  $\bar{B}_{0I}$  – вектор индукции первичного магнитного поля в зоне  $I$ ;  $\bar{B}_{0II}$  – вектор индукции первичного магнитного поля в зоне  $II$ ;  $\tau_1 = \frac{\pi D_1}{2p}$ ,  $\tau_2 = \frac{\pi D_2}{2p}$  – полюсные деления для первой и второй зон;  $D_1, D_2$  – средние значения диаметров внешнего (первого) и внутреннего (второго) цилиндров;  $l_{\delta}$  – расчетная длина ЭДЭ.

Зависимость между первичными значениями индукции в зазорах:

$$\bar{B}_{0II} = \bar{B}_{0I} K_{\tau}, \quad (2)$$

где  $K_{\tau} = \tau_1 / \tau_2 = D_1 / D_2$ .

Аналогично для вторичных полей:

$$\begin{aligned} \bar{B}_{1II} &= \bar{B}_{1I} K_{\tau}; \\ \bar{B}_{2II} &= \bar{B}_{2I} K_{\tau}, \end{aligned}$$

где  $B_{1I}, B_{2I}$  – индукции вторичных магнитных полей внешнего и внутреннего цилиндров в зоне  $I$ ;  $B_{1II}, B_{2II}$  – индукции вторичных магнитных полей внешнего и внутреннего цилиндров в зоне  $II$ .

Система уравнений электромагнитного поля, описывающая поведение проводящих сред в магнитном поле, относительно неподвижной системы координат, связанной с индуктором, имеет вид:

$$\begin{aligned} \text{rot} \bar{H}_1 &= \bar{\delta}_1; \\ \text{rot} \bar{H}_2 &= \bar{\delta}_2; \\ \bar{\delta}_1 &= \sigma_1 \left( \bar{E} + [\bar{V}_1 \times \bar{B}_1] + \left[ \bar{V}_1 \times \bar{B}_2 \frac{1}{K_{\tau}} \right] + [\bar{V}_1 \times \bar{B}_0] \right) \quad (3) \\ \bar{\delta}_2 &= \sigma_2 (\bar{E} + [\bar{V}_2 \times \bar{B}_1 K_{\tau}] + [\bar{V}_2 \times \bar{B}_2] + [\bar{V}_2 \times \bar{B}_0 K_{\tau}]); \end{aligned}$$

$$\text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t},$$

где  $\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2$  – векторы плотности вихревых токов в первом и во втором цилиндрах (зоны  $I$ );  $\bar{E}$  – век-

тор напряженности электрического поля;  $\bar{V}_1, \bar{V}_2$  – линейные скорости вращения первого и второго цилиндров;  $\sigma_1, \sigma_2$  – электрическая проводимость цилиндров  $I, II$ ;  $B_0 \equiv \bar{B}_{0I}$ .

Далее необходимо решить (3) относительно какого-либо вектора поля, предпочтительнее относительно вектора напряженности магнитного поля. Остальные величины можно определить используя исходную систему (3).

Индукции и напряженности магнитного поля связаны известными соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{B}_0 &= \mu_0 \bar{H}_0; \\ \bar{B}_1 &= \mu_0 K_{d1} \bar{H}_1; \\ \bar{B}_2 &= \mu_0 K_{d2} \bar{H}_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $K_{d1} = \frac{\Delta_1}{\gamma_{\Sigma} \left( 1 + \frac{l_M}{\mu_M \gamma_{\Sigma}} \right)}$ ;  $K_{d2} = \frac{\Delta_2 K_{\tau}}{\gamma_{\Sigma} \left( 1 + \frac{l_M K_{\tau}}{\mu_M \gamma_{\Sigma}} \right)}$  – коэф-

фициенты, учитывающие реальные конструктивные особенности зазоров и определяемые из условия равенства магнитного сопротивления электропроводящего слоя на полюсном делении магнитному сопротивлению на полюсном делении реальной машины;  $\gamma_{\Sigma} = \gamma_1 + \gamma_2 K_{\tau}$ ;  $\gamma_1, \gamma_2$  – значения воздушных зазоров в  $I$  и  $II$  зонах;  $l_M$  – толщина индуктора;  $\mu_M$  – магнитная проводимость постоянных магнитов.

Проведя дифференциальную операцию rot над уравнениями для плотностей токов из системы (3), учитывая (4), а также то, что в установившемся режиме  $\partial \bar{B} / \partial t = 0$  скорость имеет одну составляющую по оси  $x$ , можно получить:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{H}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{H}_1}{\partial y^2} - \sigma_1 \mu_0 K_{d1} V_1 \frac{\partial \bar{H}_1}{\partial x} - \\ - \sigma_1 \mu_0 K_{d2} V_1 \frac{1}{K_{\tau}} \frac{\partial \bar{H}_2}{\partial x} = \sigma \mu_0 V_1 \frac{\partial \bar{H}_0}{\partial x}; \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{H}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{H}_2}{\partial y^2} - \sigma_2 \mu_0 K_{d1} V_2 K_{\tau} \frac{\partial \bar{H}_1}{\partial x} - \\ - \sigma_2 \mu_0 K_{d2} V_2 \frac{\partial \bar{H}_2}{\partial x} = \sigma \mu_0 V_2 K_{\tau} \frac{\partial \bar{H}_0}{\partial x}. \end{aligned}$$

В системе координат, расположенной на индукторе, первичное поле не меняется во времени и может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} B_{0I} &= \text{Re } B_{0mI} e^{-j\alpha_1 x}; \\ B_{0II} &= \text{Re } B_{0mII} e^{-j\alpha_2 x}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $B_{0mI}, B_{0mII}$  – амплитуды индукций первичного магнитного поля для зон  $I$  и  $II$ ;  $\alpha_1 = \pi / \tau_1$ ;  $\alpha_2 = \pi / \tau_2$ .

Все вторичные электромагнитные величины также изменяются по гармоническому закону по оси  $x$ :

для зоны  $I$

$$\begin{aligned} B_{1I} &= \operatorname{Re} \dot{B}_{m1I} e^{-j\alpha_1 x}; \\ B_{2I} &= \operatorname{Re} \dot{B}_{m2I} e^{-j\alpha_1 x}; \end{aligned} \quad (7)$$

для зоны  $II$

$$\begin{aligned} B_{1II} &= \operatorname{Re} \dot{B}_{m1II} e^{-j\alpha_2 x}; \\ B_{2II} &= \operatorname{Re} \dot{B}_{m2II} e^{-j\alpha_2 x}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $B_{m1I}, B_{m2I}, \dot{B}_{m1II}, \dot{B}_{m2II}$  – амплитуды индукций вторичных магнитных полей внешнего и внутреннего цилиндров в зонах  $I$  и  $II$ .

Далее целесообразно использовать безразмерные критерии, называемые также магнитным числом Рейнольдса:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1 \mu_0 \omega}{\alpha_1^2} K_{d1}; \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2 \mu_0 \omega}{\alpha_2^2} K_{d2}, \end{aligned} \quad (9)$$

характеризующим интенсивность электромагнитных процессов во вторичной электропроводящей среде;  $\omega = \alpha_1 V_1 = \alpha_2 V_2$  – угловая скорость вращения ротора.

Равенство значений угловой скорости вращения ротора в обеих зонах позволяет найти связь между  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \frac{K_{d1}}{K_{d2}}} \varepsilon_1, \quad (10)$$

где  $\bar{\sigma} = \sigma_1 / \sigma_2$ ;  $\bar{K}_d = K_{d1} / K_{d2}$ .

С учетом (6)–(9) систему (5) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{H}_{1m}}{\partial y^2} - \alpha_1^2 (1 - j\varepsilon_1) \dot{H}_{1m} + j\varepsilon_1 \alpha_1^2 \frac{1}{K_d K_\tau} \dot{H}_{2m} &= \\ &= -j\alpha_1^2 \varepsilon_1 \frac{H_{0m}}{K_{d1}}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{H}_{2m}}{\partial y^2} - \alpha_2^2 (1 - j\varepsilon_2) \dot{H}_{2m} + j\varepsilon_2 \alpha_2^2 \bar{K}_d K_\tau \dot{H}_{1m} &= \\ &= -j\alpha_2^2 \varepsilon_2 \frac{H_{0m}}{K_{d2}}. \end{aligned}$$

Со стороны дна вылет имеет цилиндрическую и дисковую части. Толщина дисковой части больше толщины цилиндров, поэтому можно считать, что тангенциальная  $x$  составляющая целиком замыкается в дисковом дне цилиндра. Тогда тангенциальные составляющие напряженности электрического поля в зоне вылета будут равны нулю:

$$\dot{E}_{1x}|_{y=0} = 0; \quad \dot{E}_{2x}|_{y=0} = 0.$$

На границе  $y=2a$  нормальные составляющие токов дна равны нулю:

$$\dot{\delta}_{1y}|_{y=2a} = 0; \quad \dot{\delta}_{2y}|_{y=2a} = 0.$$

Решив систему (11), определяем  $\dot{H}_{1m}$  и  $\dot{H}_{2m}$ .

Электромагнитный момент возникает в результате взаимодействия аксиальной составляющей плотности вихревых токов с результирующим полем в зазоре, поэтому полезной является только составляющая по оси  $y$ . Составляющая тока по оси  $x$  не создает тормозного момента, существенно зависит от конечных размеров машины в аксиальном направлении и является результатом проявления поперечного краевого эффекта. Аксиальные составляющие плотностей токов во внешнем и внутреннем цилиндрах:

$$\dot{\delta}_{y1} = -\frac{d\dot{H}_1}{dx}; \quad \dot{\delta}_{y2} = -\frac{d\dot{H}_2}{dx}. \quad (12)$$

Тангенциальные составляющие плотностей токов:

$$\dot{\delta}_{1x} = -\frac{d\dot{H}_1}{dy}; \quad \dot{\delta}_{2x} = -\frac{d\dot{H}_2}{dy}. \quad (13)$$

С учетом (12) и (13) из граничных условий можно определить постоянные интегрирования при решении системы (11).

Результирующее магнитное поле в воздушном зазоре находится в виде суммы первичного и вторичных полей для зон  $I$  и  $II$ :

$$\begin{aligned} \dot{H}_I &= K_{d1} \dot{H}_1 + \frac{K_{d2}}{K_\tau} \dot{H}_2 + \dot{H}_0; \\ \dot{H}_{II} &= K_{d1} K_\tau \dot{H}_1 + K_{d2} \dot{H}_2 + K_\tau \dot{H}_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) видно, что результирующая напряженность во внутреннем зазоре в  $K_\tau$  раз больше, чем во внешнем  $\dot{H}_{II} = K_\tau \dot{H}_1$ . Анализ показал, что с ростом частоты результирующее поле в зазоре ослабевает по причине размагничивающего действия реакции якоря. При  $a/\tau \geq 1$  амплитуда результирующей напряженности магнитного поля практически неизменна вдоль зазора. При малых значе-

ниях  $a/\tau$  краевые явления существенно влияют на распределение результирующего поля.

Электромагнитный момент ЭДЭ ДПР в установившемся режиме:

$$M_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \Delta_1 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{2a} \delta_{1y} \times \tilde{B}_{0I} dy \right\};$$

$$M_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \Delta_2 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{2a} \delta_{2y} \times \tilde{B}_{0II} dy \right\}$$

где  $\tilde{B}_{0I}, \tilde{B}_{0II}$  – комплексно сопряженные значения индукции первичного магнитного поля в зонах  $I$  и  $II$ .

Подставив выражения для аксиальной составляющей плотности тока и индукции первичного магнитного поля, получим формулы для моментов, создаваемых в зонах  $I$  и  $II$ :

$$M_I = M_6 m_1; \quad M_{II} = M_6 m_2, \quad (15)$$

где  $M_6$  – базисное значение момента;  $m_1, m_2$  – относительные значения моментов, создаваемых в зонах  $I$  и  $II$ .

За базисные принимаются величины, связанные с внешним цилиндром, так как он является основным. Таким образом можно определить эффект от введения в конструкцию дополнительного (внутреннего) цилиндра.

Примем за базисное значение максимального момента внешнего цилиндра ЭДЭ ДПР

$$M_6 = p \frac{B_{0ml}^2}{4\mu_0 K_{dl}} \pi D_1 \Delta_1 2a, \quad (16)$$

после чего можем найти в относительных единицах  $m_1, m_2$ . Относительный суммарный момент ЭДЭ ДПР равен сумме моментов, создаваемых каждым цилиндром в отдельности:

$$m = m_1 + m_2. \quad (17)$$

На рис. 2 представлены зависимости  $m_1 = f(\epsilon_1), m_2 = f(\epsilon_1), m = f(\epsilon_1)$ , отражающие влияние краевых явлений на тормозной момент ЭДЭ ДПР.

Как видно из рис. 2, чем больше  $a/\tau$ , тем менее выражен краевой эффект и больше значения электромагнитных моментов, а критическое значение  $\epsilon_{1к}$  смещается в сторону меньших частот.

Представляющее интерес наибольшее значение моментов наблюдается у ЭДЭ бесконечной ширины, т.е.  $2a \rightarrow \infty$  и  $\lim_{2a \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{th} 2\lambda a}{2\lambda a} = 0$ , когда отсутствует поперечный краевой эффект; выражения для моментов примут вид [5]:

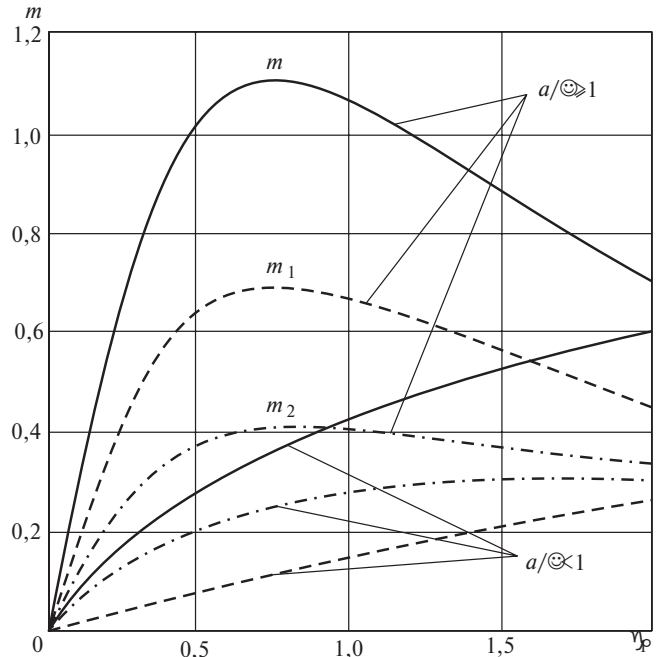


Рис. 2. Семейство механических характеристик ЭДЭ ДПР АС  $m_{1\infty} = \frac{2\epsilon_1}{1+(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2}$ , (18)

$$m_{2\infty} = -\frac{\overline{K} d K_\tau}{K_\Delta} \frac{2\epsilon_2}{1+(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2},$$

где  $K_\Delta = \Delta_1 / \Delta_2$ .

Наибольшее значение суммарного момента ЭДЭ ДПР в относительных единицах с учетом (10)

$$m_{j\infty} = - \left( 1 + \frac{1}{\sigma K_\Delta K_\tau} \right) \frac{2\epsilon_1}{1 + \epsilon_1^2 \left( 1 + \frac{1}{\sigma K d K_\tau^2} \right)^2}. \quad (19)$$

Экспериментально вращающий момент электрической машины может быть определен либо путем непосредственного измерения, либо косвенными методами, в основе которых лежат известные зависимости между моментом на валу и некоторыми вторичными параметрами. В данной работе использован способ косвенного измерения электромагнитного момента демпфера, заключающийся в измерении тока и напряжения якоря ДПТ независимого возбуждения при изменении частоты вращения и фиксированном значении тока в обмотке возбуждения:

$$M_{\text{ДПТ}} = \frac{E_a I_a}{\Omega}, \quad (20)$$

где  $E_a = U_a - I_a r$  – ЭДС якоря ДПТ;  $I_a$  – ток якоря;  $U_a$  – напряжение, приложенное к обмотке якоря ДПТ;  $I_a r$  – потери в обмотке якоря;  $r$  – сопротивление обмотки якоря.

Искомый момент ЭДЭ ДПР будет равен электромагнитному моменту ДПТ за вычетом потерь:

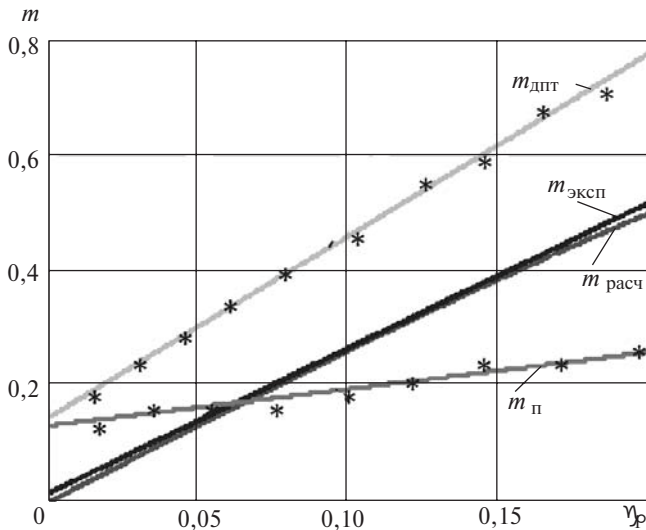


Рис. 3. Экспериментальные механические характеристики

$$M_{\text{эдэ}} = M_{\text{дпт}} - M_{\text{п}}, \quad (21)$$

где  $M_{\text{п}}$  — потери в ДПТ, ЭДЭ ДПР, а также в муфте и опорах, вентиляционные потери.

Для экспериментального определения  $M_{\text{п}}$  из исследуемого ЭДЭ ДПР убирают индуктор с постоянными магнитами и измеряют ток, напряжение на якоре ДПТ, частоту вращения. Далее вычисляют момент по (20), который и будет равен суммарной погрешности эксперимента.

Наибольший интерес представляет начальный линейный участок кривой механической характеристики ЭДЭ ДПР, построенной в относительных единицах (рис. 3).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сыромятников В.С. Стыковочные устройства космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1984.
2. Патент № 2272756 (РФ). Устройство для аварийной посадки самолета при отказе шасси/ Ф.Р. Исмагилов, И.Х. Хайруллин, В.С. Сыромятников и др. Зарегистрирован в Государственном реестре изобретений РФ 27.03.06.
3. Патент № 2312043 (РФ). Устройство для стыковки самолетов в воздухе/ Ф.Р. Исмагилов, И.Х. Хайруллин, В.С. Сыро-

мятников и др. Зарегистрирован в Государственном реестре изобретений РФ 10.12.07.

4. Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р., Гумерова М.Б. Механические характеристики электромагнитных демпфирующих элементов с двойным ротором. — Вестник ЮУрГУ. Сер. «Энергетика», 2010, вып. 14, № 32(208).

5. Исмагилов Ф.Р., Саттаров Р.Р. Электромагнитные процессы в электромеханических демпфирующих элементах. — Электричество, 2008, № 10.

6. Потапов Л.А., Симонов И.Л. Критерий для определения максимума механической характеристики электромеханических устройств с полыми немагнитными роторами. — Электричество, 2010, № 2.

7. Тамоян Г.Х., Хайруллин И.Х. Определение мощности потерь в немагнитном экране статора электродвигателя. — Электричество, 1969, № 6.

8. Вольдек А.И. Индукционные магнитогиродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. — Л.: Энергия, 1970.

[01.04.11]

*Авторы: Исмагилов Флюр Рашитович окончил электромеханический факультет Уфимского авиационного университета (УАИ) в 1973 г. В 1998 г. защитил докторскую диссертацию «Электромеханические элементы систем управления со сложной геометрией подвижной части». Проректор, заведующий кафедрой «Электромеханика» Уфимского государственного авиационного технического университета (УГАТУ).*

*Гумерова Марина Булатовна окончила факультет авиационного приборостроения УГАТУ в 2004 г. с присвоением степени магистра техники и технологий. Ассистент кафедры «Электромеханика» УГАТУ.*

*Саттаров Роберт Радикович окончил физический факультет Башкирского государственного университета в 1969 г. В 1999 г. защитил кандидатскую диссертацию «Электромагнитные демпфирующие элементы амортизационных систем с аксиальными прорезями в цилиндрической вторичной среде». Доцент кафедры «Электромеханика» УГАТУ.*

*Хайруллин Ирек Ханифович окончил Ивановский энергетический институт в 1963 г. В 1979 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование электромагнитных демпфирующих элементов систем*

\* \* \*

## Уважаемые читатели!

**Номера журнала «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО» за 2009–2010 гг., а также ксерокопии статей с 1917 г. можно приобрести в редакции журнала**

(Москва. Красноказарменная ул. 14, комн. 3-111, тел. (495) 362-7485)



*управления» в УАИ. Профессор кафедры «Электромеханика» УГАТУ.*