

## Метод измерения характеристик нелинейных элементов электрических цепей

ГРИЦУТЕНКО С.С., КОРОВКИН Н.В.

*Рассматриваются методы измерения вольт-амперной характеристики (ВАХ) двухполюсного нелинейного безынерционного элемента и элемента, имеющего нелинейную характеристику гистерезисного типа. Используется полиномиальная аппроксимация ВАХ. Определяемыми величинами при этом являются коэффициенты аппроксимирующего полинома. Измеряются амплитуды гармоник, образовавшихся в результате преобразования синусоидального сигнала, подаваемого на нелинейный элемент, полиномом. Представлены оценки точности определения коэффициентов аппроксимирующего полинома с учетом различных помех, характерных для реальных измерительных устройств. Исследуются эффекты квантования при подобного рода измерениях. Приведен пример аппроксимации характеристики нелинейного безынерционного элемента и элемента, имеющего нелинейную характеристику гистерезисного типа. Показаны достоинства нового метода измерений:*

*быстрота процесса измерения ВАХ (сотые доли секунды), что позволяет исключить влияние сложно учитываемых факторов, таких как изменение электромагнитного состояния или изменение температуры элемента во время эксперимента;*

*высокая точность получаемых результатов, превосходящая, по мнению авторов, точность, достигаемую при использовании традиционных методов измерения;*

*простота реализации метода с применением современной техники цифровой обработки сигналов.*

**Ключевые слов:** *двухполюсный нелинейный безынерционный элемент, вольт-амперная характеристика, характеристика гистерезисного типа, частотные характеристики, аппроксимация, гармоники, точность измерения*

Измерение вольт-амперных характеристик элементов электрических цепей, — вероятно, одна из наиболее общих и необходимых для развития всей теории цепей задача, история рассмотрения которой, очевидно, не менее длительна, чем история развития самой теории цепей. Не пытаясь здесь сослаться даже на действительно первоисточники, которые восходят к работам Г.С. Ома и А.-М. Ампера, тем не менее отмечаем, что для нелинейного безынерционного элемента методология измерения ВАХ не претерпела существенных изменений — это известный метод амперметра и вольтметра. Совершенствовались средства измерений: использовались измерительные ЦАП, АЦП, компьютерная обработка результатов измерений, позволяющая повышать точность измерений (в  $\sqrt{N}$  раз) путем их многократного ( $N$  раз) повторения.

Задача измерения ВАХ актуальна и в техническом (инженерном) смысле. Так, в сетях электропитания нелинейность приводит к появлению нежелательных при эксплуатации оборудования гармоник. Высшие гармоники вызывают дополнительный нагрев оборудования, снижают его КПД, уменьшают срок безаварийной (без обслуживания) работы, могут быть причиной выхода оборудования из строя. Моделирование этих процессов — суще-

ственный этап в проектировании и эксплуатации этих устройств.

В статье предлагается новый подход к измерению ВАХ нелинейного безынерционного элемента, имеющий, по мнению авторов, существенные преимущества в сравнении с традиционным способом. Метод будет обобщен и на случай элементов, имеющих нелинейную характеристику гистерезисного типа.

**Идея подхода.** Пусть зависимость тока  $i$  от напряжения  $u$  на двухполюснике нелинейна, представим ее в виде

$$i = g(u),$$

где  $g$  — некоторая функция, которую представим степенным рядом (полиномом)  $g(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_k u^k$ ,  $a_k, k = \overline{1, K}$  — коэффициенты ряда. Если функция  $g$  удовлетворительно аппроксимируется полиномом  $K$ -й степени, то «измерить» ее означает определить все коэффициенты полинома. Для определения коэффициентов  $a_k$  воспользуемся тем, что при напряжении  $u = u(t) = U \cos(2\pi ft + \varphi)$  нелинейный элемент станет причиной высших гармоник в токе. Рассмотрим далее метод, позволяющий по амплитудам гармоник тока восстановить коэффициенты  $a_k, k = \overline{1, K}$ .

Пусть для простоты дальнейшего изложения ВАХ элемента с достаточной точностью аппроксимируется полиномом 5-го порядка:

$$g(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + a_4 u^4 + a_5 u^5. \quad (1)$$

Подставляя выражение для напряжения  $u(t) = U \cos(2\pi ft + \varphi)$  в (1), получаем:

$$i(t) = g(u(t)) = \sum_{k=0}^5 I_k \cos[k(2\pi ft + \varphi)], \quad (2)$$

$$\text{где } I_0 = a_0 + \frac{1}{2} U^2 a_2 + \frac{3}{8} U^4 a_4;$$

$$I_1 = U \left( a_1 + \frac{3}{4} U^2 a_3 + \frac{5}{8} U^4 a_5 \right);$$

$$I_2 = \frac{1}{2} U^2 (a_2 + U^2 a_4);$$

$$I_3 = \frac{1}{4} U^3 \left( a_3 + \frac{5}{4} U^2 a_5 \right); I_4 = \frac{1}{8} U^4 a_4; I_5 = \frac{1}{16} U^5 a_5.$$

Откуда

$$\begin{aligned} a_0 &= I_0 - I_2 + I_4; \quad a_1 = \frac{I_1 - 3I_3 + 5I_5}{U}; \\ a_2 &= \frac{2(I_2 - 4I_4)}{U^2}; \quad a_3 = \frac{4(I_3 - 5I_5)}{U^3}; \quad a_4 = \frac{8I_4}{U^4}; \\ a_5 &= \frac{16I_5}{U^5}. \end{aligned} \quad (3)$$

Следовательно, зная амплитуды гармоник тока и амплитуду  $U$  синусоидального напряжения, можно однозначно определить коэффициенты  $a_k$  и тем самым измерить ВАХ нелинейного элемента.

Измерения гармоник тока и амплитуды синусоидального напряжения следует проводить одновременно, так как коэффициенты  $a_k$ , определенные из (3), чувствительны к точности определения амплитуд. При этом, чем выше порядковый номер коэффициента, тем влияние ошибки измерения амплитуды больше.

Измерения следует проводить по следующей методике. Гармоники оцифрованного сигнала выделяются с помощью узкополосных фильтров, чтобы максимально снизить влияние шумов. Далее, сигнал возводится в квадрат и вычисляется его постоянная составляющая. Использование алгоритмов, основанных на дискретном преобразовании Фурье (в том числе БПФ), не рекомендуется из-за особенностей низкоэнтропийных сигналов [1, 2], к которым относится синусоидальное напряжение.

Предложенный метод не чувствителен к фазному напряжению  $u(t)$ , так как оно не присутствует в расчетах, однако чувствителен к точности задания

частоты напряжения. Чем выше неопределенность при задании частоты, тем должна быть шире полоса пропускания измерительного фильтра. Это, в свою очередь, приводит к большей ошибке при измерении гармоник из-за большего количества шума, пропущенного измерительным фильтром.

В соответствии с представленным алгоритмом можно легко вывести формулы для расчета коэффициентов аппроксимирующего полинома любого порядка  $K$ . Однако формула для расчета произвольного коэффициента аппроксимирующего полинома произвольного порядка является предметом дальнейших исследований.

**Исследование погрешности подхода.** Описанный подход и полученные соотношения достаточно просты, однако их применение возможно только при условии, что получаемые с их помощью результаты устойчивы к погрешностям измерений. Поэтому выполним далее исследование погрешности предложенного метода, для чего построим модель реального измерительного устройства.

Пусть при измерении амплитуды напряжения  $U$  и гармоник тока  $I_k$  к ним добавляется белый гауссовский шум с относительной среднеквадратичной амплитудой  $\eta$ . При измерении среднеквадратичного напряжения значение  $\eta$  устанавливается относительно  $U$ , а при измерении гармоник тока — относительно измеряемой гармоники  $I_k$ . Рассмотрим влияние отношения сигнал/шум на точность определения коэффициентов  $a_k$ .

Пусть на одном периоде формируются 1000 отсчетов синусоиды  $u(t)$ . Амплитуда напряжения  $U$  устанавливается равной 1. Полученные отсчеты напряжения искажаются полиномом (1), имеющим коэффициенты  $a_k$ . В результате этой операции формируются гармоники  $I_k$ , модули которых вычисляются с помощью быстрого преобразования Фурье. В качестве имитации шума при измерениях к гармоникам добавляется случайная величина, имеющая нормальное распределение и относительное среднеквадратическое отклонение  $\eta$ . Предполагается, что при измерении  $U$  и  $I_k$  величина  $\eta$  имеет значения  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  и  $10^{-4}$ . Затем по «измеренным» значениям  $U$  и в соответствии с (3) вычисляются амплитуды коэффициентов полинома  $a_k$ . Наконец, определяются абсолютная  $\Delta a_k$  и относительная  $\delta_k$  погрешности измерения этих коэффициентов:

$$\Delta a_k = |a_k - a_k^{\%}|; \quad \delta_k = \frac{|a_k - a_k^{\%}|}{a_k}.$$

Данное измерение для каждого значения  $\eta$  выполняется  $10^6$  раз, после чего  $\Delta a_k$  и  $\delta_k$  усредняются. При этом значения коэффициентов полинома

для каждого измерения являются случайными величинами, равномерно распределенными в диапазоне  $[-1,1]$ . Результаты моделирования приведены в табл. 1. Они показывают, что предложенный метод измерения имеет весьма высокую точность. Так, при соотношении сигнал/шум 1000 (60 дБ), что типично для современных измерительных средств, абсолютная погрешность измерения коэффициентов аппроксимирующего полинома не превысила 1%.

Теперь рассмотрим, как будет влиять погрешность измерения напряжения  $U$  на результат расчета коэффициентов  $a_k$ . Для этого в модель вводим не только погрешность измерения тока  $\eta$ , но и погрешность измерения напряжения  $\Delta U$ . Результаты моделирования приведены в табл. 2.

Амплитуда основной гармоники может быть измерена гораздо точнее амплитуды высших гармоник. Поэтому по результатам моделирования можно сделать вывод о незначительном влиянии точности измерения амплитуды тестового напряжения на точность измерения коэффициентов аппроксимирующего полинома.

Достаточно сложно подать на устройство чисто синусоидальное напряжение, обычно в нем присутствуют высшие гармоники. И хотя амплитуда их мала, они оказывают негативное влияние на точность определения коэффициентов  $a_k$ . При моделировании вместо идеального синусоидального напряжения на вход нелинейного преобразователя подавался набор гармоник. Отношение амплитуд

Таблица 1

Погрешность измерения коэффициентов  $a_k$  в зависимости от точности измерения гармоник тока  $I_k$ 

$\eta$	$err$	Номер коэффициента полинома $k$					
		0	1	2	3	4	5
$10^{-4}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-5}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$2,33 \cdot 10^{-4}$	$5,75 \cdot 10^{-4}$	$2,26 \cdot 10^{-4}$	$4,51 \cdot 10^{-4}$
	$\delta_k$	$6,31 \cdot 10^{-4}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-3}$	$8,20 \cdot 10^{-3}$	$2,71 \cdot 10^{-3}$	$5,20 \cdot 10^{-3}$
$10^{-3}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$5,75 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$4,51 \cdot 10^{-3}$
	$\delta_k$	$6,80 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$3,59 \cdot 10^{-2}$	$8,73 \cdot 10^{-2}$	$3,03 \cdot 10^{-2}$	$7,13 \cdot 10^{-2}$
$10^{-2}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-2}$	$2,36 \cdot 10^{-2}$	$5,76 \cdot 10^{-2}$	$2,26 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-2}$
	$\delta_k$	$9,30 \cdot 10^{-2}$	$1,67 \cdot 10^{-2}$	$3,29 \cdot 10^{-1}$	$6,88 \cdot 10^{-1}$	$2,71 \cdot 10^{-1}$	$5,45 \cdot 10^{-1}$
$10^{-1}$	$\Delta a_k$	$4,45 \cdot 10^{-2}$	$1,67 \cdot 10^{-1}$	$2,33 \cdot 10^{-1}$	$5,75 \cdot 10^{-1}$	$2,26 \cdot 10^{-1}$	$4,51 \cdot 10^{-1}$
	$\delta_k$	$6,05 \cdot 10^{-1}$	$1,67 \cdot 10^{-1}$	4,26	9,38	2,89	10,11

Таблица 2

Погрешность измерения коэффициентов  $a_k$  в зависимости от точности измерения гармоник тока и синусоидального напряжения

$\Delta U$	$err$	Номер коэффициента полинома $k$					
		0	1	2	3	4	5
$\eta = 10^{-4}$							
0	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-5}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$2,33 \cdot 10^{-4}$	$5,75 \cdot 10^{-4}$	$2,26 \cdot 10^{-4}$	$4,51 \cdot 10^{-4}$
	$\delta_k$	$6,31 \cdot 10^{-4}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-3}$	$8,20 \cdot 10^{-3}$	$2,71 \cdot 10^{-3}$	$5,20 \cdot 10^{-3}$
$10^{-5}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-5}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$2,33 \cdot 10^{-4}$	$5,75 \cdot 10^{-4}$	$2,27 \cdot 10^{-4}$	$4,51 \cdot 10^{-4}$
	$\delta_k$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$3,70 \cdot 10^{-3}$	$1,00 \cdot 10^{-2}$	$4,90 \cdot 10^{-3}$	$9,50 \cdot 10^{-3}$
$10^{-4}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-5}$	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$2,50 \cdot 10^{-4}$	$5,91 \cdot 10^{-4}$	$2,87 \cdot 10^{-4}$	$5,05 \cdot 10^{-4}$
	$\delta_k$	$5,26 \cdot 10^{-4}$	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$3,60 \cdot 10^{-3}$	$9,00 \cdot 10^{-3}$	$5,40 \cdot 10^{-3}$	$6,00 \cdot 10^{-3}$
$\eta = 10^{-3}$							
0	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$5,75 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$4,51 \cdot 10^{-3}$
	$\delta_k$	$6,80 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$3,59 \cdot 10^{-2}$	$8,73 \cdot 10^{-2}$	$3,03 \cdot 10^{-2}$	$7,13 \cdot 10^{-2}$
$10^{-4}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$5,75 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$4,52 \cdot 10^{-3}$
	$\delta_k$	$5,58 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$4,47 \cdot 10^{-2}$	$1,06 \cdot 10^{-1}$	$7,22 \cdot 10^{-2}$	$9,12 \cdot 10^{-2}$
$10^{-3}$	$\Delta a_k$	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$1,85 \cdot 10^{-3}$	$2,50 \cdot 10^{-3}$	$5,91 \cdot 10^{-3}$	$2,87 \cdot 10^{-3}$	$5,04 \cdot 10^{-3}$
	$\delta_k$	$1,14 \cdot 10^{-2}$	$1,85 \cdot 10^{-3}$	$7,92 \cdot 10^{-2}$	$1,68 \cdot 10^{-1}$	$3,22 \cdot 10^{-2}$	$6,63 \cdot 10^{-2}$

Точность алгоритма измерения коэффициентов аппроксимирующего полинома при использовании тестового напряжения, состоящего из 5 гармоник

Н <sub>ар</sub>	err	Номер коэффициента полинома k					
		0	1	2	3	4	5
10 <sup>-4</sup>	$\Delta a_k$	9,53·10 <sup>-5</sup>	3,98·10 <sup>-4</sup>	8,20·10 <sup>-4</sup>	1,80·10 <sup>-3</sup>	9,58·10 <sup>-4</sup>	1,70·10 <sup>-3</sup>
	$\delta_k$	1,40·10 <sup>-3</sup>	3,98·10 <sup>-4</sup>	1,28·10 <sup>-2</sup>	2,10·10 <sup>-2</sup>	1,35·10 <sup>-2</sup>	2,12·10 <sup>-2</sup>
10 <sup>-3</sup>	$\Delta a_k$	9,55·10 <sup>-4</sup>	3,99·10 <sup>-3</sup>	8,21·10 <sup>-3</sup>	1,85·10 <sup>-2</sup>	9,58·10 <sup>-3</sup>	1,71·10 <sup>-2</sup>
	$\delta_k$	1,23·10 <sup>-2</sup>	3,99·10 <sup>-3</sup>	1,14·10 <sup>-1</sup>	2,37·10 <sup>-1</sup>	1,33·10 <sup>-1</sup>	1,95·10 <sup>-1</sup>
10 <sup>-2</sup>	$\Delta a_k$	9,55·10 <sup>-3</sup>	3,98·10 <sup>-2</sup>	8,22·10 <sup>-2</sup>	1,85·10 <sup>-1</sup>	9,60·10 <sup>-2</sup>	1,71·10 <sup>-1</sup>
	$\delta_k$	1,63·10 <sup>-1</sup>	3,98·10 <sup>-2</sup>	9,15·10 <sup>-1</sup>	2,45	1,12	7,29

высших гармоник и основной (первой) гармоники в модели выбиралось равным 10<sup>-4</sup>, 10<sup>-3</sup> и 10<sup>-2</sup>.

Как показывает анализ результатов в табл. 3, амплитуды паразитных гармоник в тестовом напряжении желательнее минимизировать. Однако эта техническая задача уже решена. С помощью обычных фильтров паразитные гармоники могут быть легко подавлены на 60 дБ и более, чего вполне достаточно для сохранения высокой точности предложенного алгоритма [3–5].

В заключение протестируем метод на характеристике нелинейного элемента, имеющей резкий излом (рис. 1). Как можно видеть, дифференциальное сопротивление элемента изменяется приблизительно в 100 раз. При моделировании к тестовой синусоиде «подмешивался» нормальный шум для обеспечения соответствия реальным условиям измерения. При аппроксимации использовался полином 45-го порядка. Как видно из рис. 1, исходная и аппроксимирующая синусоиды практически слились.

Ошибка аппроксимации (рис. 2) настолько мала, что ее сложно заметить без сильного увели-

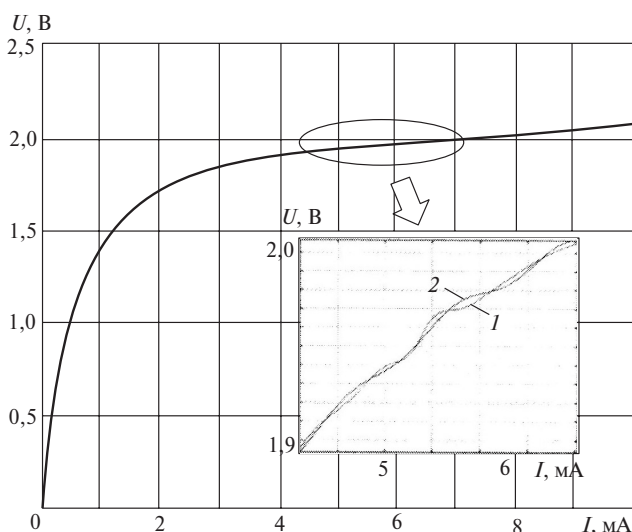


Рис. 1. Характеристика нелинейного элемента с большим изменением дифференциального сопротивления

чения. Как показывают результаты моделирования, максимальная ошибка аппроксимации составила 0,0082 полной шкалы, а среднеквадратическое отклонение 0,0026 полной шкалы, что говорит о перспективности предлагаемого метода.

**Дискуссия.** Рассмотренный подход применим для определения ВАХ нелинейных безынерционных элементов. Он предполагает, что на исследуемый двухполюсник подается синусоидальное напряжение. Здесь рассмотрен случай, когда характеристика нелинейного элемента относится к классу «управляемых напряжением». Очевидно, аналогичные рассуждения можно провести и для нелинейных элементов, характеристики которых управляются током. При этом питать двухполюсник необходимо от источника синусоидального тока.

Допущение о том, что для определения коэффициентов аппроксимирующего полинома необходим синусоидальный источник, может быть отброшено. Действительно, пусть напряжение  $u(t)$ , входящее в (2), содержит третью гармонику:

$$u = u(t) = U_1 \cos(2\pi ft + \varphi_1) + U_3 \cos(6\pi ft + \varphi_3).$$

В этом случае также могут быть получены соотношения, аналогичные (2):

$$I_1 = a_1 U_1 + \frac{3}{4} a_3 U_1^3 + \frac{25}{16} a_5 U_1^4 U_3 + \frac{15}{8} a_5 U_1^2 U_3^3 +$$

$$+ \frac{5}{8} a_5 U_1^5 + \frac{15}{4} a_5 U_1^3 U_3^3 + \frac{15}{8} a_5 U_1 U_3^4 +$$

$$+ \frac{3}{2} a_3 U_1 U_3^2 + \frac{3}{4} a_3 U_1^2 U_3;$$

$$I_0 = \frac{1}{4} a_3 U_3^3 + \frac{5}{8} a_5 U_1^3 U_3^2 + \frac{5}{4} a_5 U_1^2 U_3^3 + \frac{5}{16} a_5 U_3^5;$$

$$I_{15} = \frac{1}{16} a_5 U_3^5,$$

с учетом которых можно определить коэффициенты аппроксимирующего полинома:

$$a_1 = \frac{I_1 U_3^6 + 30 I_{15} U_1^6 + 80 I_{15} U_1^5 U_3 + 95 I_{15} U_1^4 U_3^2 + \dots + 75 I_{15} U_1^2 U_2^4}{U_1 U_3^6} + \frac{15 I_{15} U_1^2 U_3^4 + 3 I_9 U_1^3 U_3^3 + 3 I_9 U_1^2 U_3^4 + I_9 U_3^3}{U_1 U_3^6};$$

$$a_3 = \frac{4 I_9 U_3^3 - 40 I_{15} U_1^3 - 80 I_{15} U_1^3 U_3 - 20 I_{15} U_3^3}{U_3^6};$$

$$a_5 = \frac{16 I_{15}}{U_3^5}.$$

Аналогично рассмотренный подход может быть использован и для  $u(t)$ , содержащего большее число гармоник, т.е. возможна диагностика характеристики нелинейного элемента в процессе его работы. Однако он может быть использован для аппроксимации характеристик гистерезисного типа. При этом выражение (1) следует заменить на два аналогичных — для спадающей и восходящей кривых, составляющих петлю гистерезиса. Разложение в ряд Фурье также следует делать отдельно. Появляющиеся при этом проблемы и подходы к их решению будут обсуждены авторами в следующей работе, посвященной данному методу.

Теоретически представленный метод позволяет получить практически любую точность измерения или аппроксимации, однако в рамках настоящего исследования была обнаружена следующая проблема. На рис. 1 представлен увеличенный фрагмент — интерполированная исходная кривая 1 и ее аппроксимация 2. Как видно из рисунка, исходная кривая подвержена значительным возмущениям, которым пытается следовать аппроксимирующая

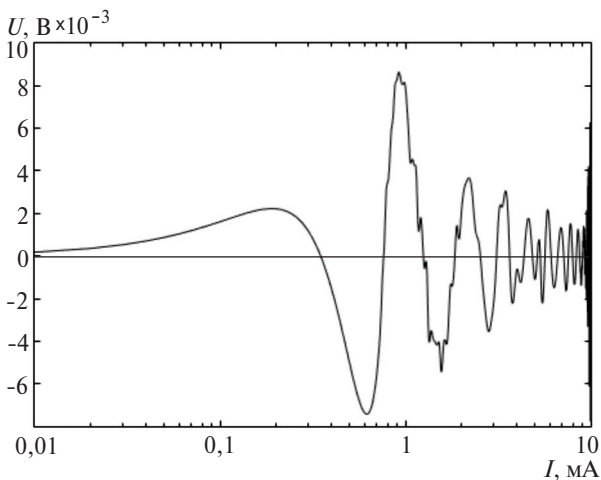


Рис. 2. Ошибка аппроксимации характеристики нелинейного элемента полиномом 45-го порядка

кривая. С точки зрения авторов, эти возмущения суть следствие квантования табличных данных, которые имеют точность в три значащие цифры, что примерно соответствует случаю, изображенному на рис. 1. Соответственно, полученная точность аппроксимации, по-видимому, достаточно близка к своему предельному значению. Авторами разработан метод, позволяющий решить и эту проблему, однако его описание не входит в задачи настоящей статьи.

Отдельно следует остановиться на следующем достоинстве предлагаемого метода. Его точность зависит не от времени измерения, а от числа измеренных точек. Другими словами, можно вместо проведения раз за разом новых измерений, необходимых для последующего усреднения, всего лишь повышать частоту дискретизации, что не является проблемой при современном уровне развития аналого-цифровых преобразователей. Кроме того, при увеличении времени измерения происходит нагрев и «уход» основных характеристик обмеряемого образца. Предлагаемый метод позволяет выполнить все необходимые измерения всего за один период тестовой синусоиды, а при применении особых техник интерполяции и за четверть периода.

Важная техническая задача — измерение гистерезисной характеристики электротехнических устройств. Обычно для этого используют трудоемкую методологию, требующую специального дорогостоящего оборудования [7, 8]. В данном разделе описывается метод, позволяющий получить экспериментально петлю гистерезиса с применением описанных выше идей. Будем для определенности полагать, что измеряется вольт-амперная характеристика и пусть восходящая  $g_1(u)$  и нисходящая  $g_2(u)$  ветви петли гистерезиса описываются с помощью функций:

$$g_1(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_k u^k;$$

$$g_2(u) = b_0 + b_1 u + b_2 u^2 + \dots + b_k u^k.$$

Предположим, что напряжение  $u(t)$  синусоидальное. Ток  $i(t)$  из-за гистерезиса синусоидальным уже не будет, хотя и останется периодической функцией времени (рис. 3,а). Учитывая, что верхняя часть петли гистерезиса образуется нарастающим сигналом (его производная положительна), нижняя часть — убывающим (производная отрицательна), то разделим эти части сигнала, как показано на рис. 3,б и в. Для того чтобы найти коэффициенты полинома  $g_1(u)$ , возьмем часть кривой тока с положительной производной (это будет полупериод гармонического сигнала) и построим по нему второй полупериод. Далее выполним операции,



описанные выше, и определим коэффициенты полинома  $g_1(u)$ . Повторим те же действия для части кривой тока с отрицательной производной, т.е. построим ее до полного периода и, вычислив амплитуды ее гармоник, найдем коэффициенты полинома  $g_2(u)$ . Таким образом, задача в целом решена, осталось найти метод, позволяющий «достраивать» полупериод гармонического сигнала.

При синхронизации тестовой синусоиды  $u(t)$  и частоты дискретизации задача «достраивания» решается элементарно. Пусть в этом случае на одном полупериоде кривой тока расположится  $N$  отсчетов

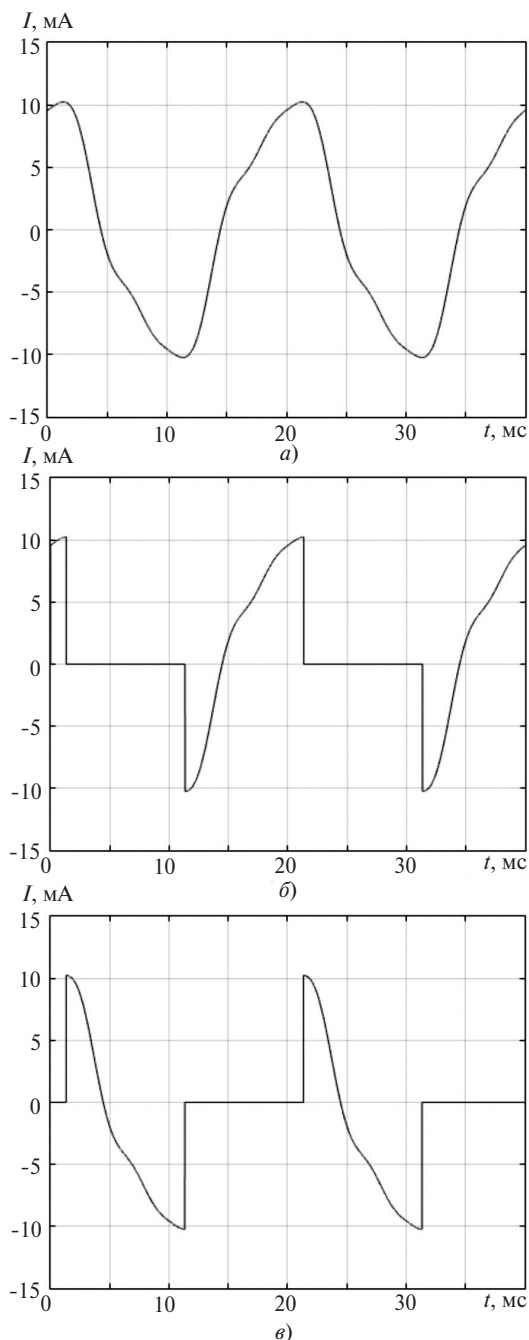


Рис. 3. Ток нелинейного устройства с гистерезисной характеристикой: *a* — исходный сигнал; *b* — нарастающая часть сигнала; *v* — убывающая часть сигнала

$i(nT)$ , где  $T$  — интервал дискретизации, тогда второй полупериод можно восстановить, используя соотношение

$$i(NT + nT) = i(NT - nT). \quad (4)$$

Однако подобного рода синхронизация часто сопряжена с техническими сложностями. Поэтому предложим метод, позволяющий избежать синхронизации тестового напряжения  $u(t)$  и частоты дискретизации. Очевидно, когда  $u(t)$  не кратно частоте дискретизации и на первом полупериоде имеется  $N$  отсчетов, то на втором полупериоде можно получить другое число отсчетов. Следовательно, применение (4) становится невозможным, так как эти отсчеты расположены в «неправильных» местах. Как было показано в [9, 10], местоположение отсчетов можно определить, решив систему уравнений. Однако в рассматриваемом случае может использоваться более простой подход. Воспользуемся тем, что число гармоник в кривой тока  $i(t)$  обычно невелико, т.е., начиная с какого-то номера, высшими гармониками можно пренебречь. Следовательно, все возможные реализации функции  $i(t)$  образуют конечномерное пространство Гильберта и могут быть точно выражены в виде

$$i(t) = \sum_{k=1}^M (A_k \cos(\omega kt) + B_k \sin(\omega kt)), \quad (5)$$

где  $\omega$  — частота основной гармоники;  $k$  — номер гармоники;  $M$  — номер максимально учитываемой гармоники.

Использование (5) возможно при известном точном значении частоты основной гармоники. Методика ее поиска строится на алгоритме, изложенном в [11]. Так как имеется множество отсчетов  $i(nT)$  как до, так и после пересечения кривой тока с осью абсцисс, то значение  $\omega$  можно с высокой точностью определить с помощью интерполяции вблизи мест пересечения, оптимальной в среднеквадратичном смысле. Точность определения  $\omega$  можно значительно повысить, если данный алгоритм применить к нескольким интервалам, на которых сигнал нарастает и, соответственно, убывает, а результаты усреднить. Усреднение на 100 интервалах повышает точность измерения  $\omega$  в 10 раз.

Вычислив базисные функции в (5), вернемся к задаче смещения отсчетов кривой тока в «правильные» места. Для этого перейдем к новому базису, состоящему из смещённых  $\sigma$ -векторов, описанному в [10]:

$$i(t) = \frac{1}{\sigma(0)} \sum_n i\left(\frac{2\pi n}{\sigma(0)}\right) \sigma\left(t - \frac{2\pi n}{\sigma(0)}\right), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}\sigma(t) &= \sum_{k=1}^M (\cos(\omega kt) \cos(0) + \sin(\omega kt) \sin(0)) = \\ &= \sum_{k=1}^M \cos(\omega kt).\end{aligned}$$

Вид этой функции для  $M=11$  показан на рис. 4.

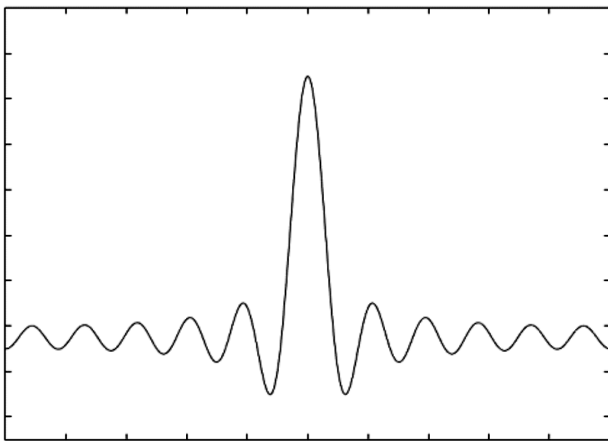


Рис. 4. Вид дельта-вектора для наилучшей интерполяции кривой тока при измерении гистерезиса

Как показано в [12], данный базис является наилучшим в смысле одинаковой точности интерполяции для всех гармоник тока. Кроме того, очевидно, что из-за локализации энергии  $\sigma$ -вектора на малом временном участке только несколько ближайших к точке интерполяции базисных функций будут оказывать существенное влияние на точность интерполяции. При использовании (6) на точность интерполяции оказывают влияние сразу все базисные функции в одинаковой степени, что приводит к серьезным краевым искажениям. Исходя из (6) строим систему уравнений для интерполяции:

$$\begin{aligned}C_1 \sigma(t_1) + C_2 \sigma\left(t_1 - \frac{2\pi}{\sigma(0)}\right) + \dots + C_M \sigma\left(t_1 - \frac{2\pi M}{\sigma(0)}\right) &= i(t_1); \\ C_1 \sigma(t_2) + C_2 \sigma\left(t_2 - \frac{2\pi}{\sigma(0)}\right) + \dots + C_M \sigma\left(t_2 - \frac{2\pi M}{\sigma(0)}\right) &= i(t_2); \\ \dots & \\ C_1 \sigma(t_M) + C_2 \sigma\left(t_M - \frac{2\pi}{\sigma(0)}\right) + \dots + C_M \sigma\left(t_M - \frac{2\pi M}{\sigma(0)}\right) &= i(t_M).\end{aligned}\quad (7)$$

Решая (7), находим  $C_k = i\left(\frac{2\pi k}{\sigma(0)}\right)$ , т.е. значения тока в точках, равномерно расположенных на всем периоде, как для нарастающей кривой, так и для убывающей. Далее, используя методику, изложенную выше, находим коэффициенты полиномов  $g_1(u)$  и  $g_2(u)$ , что и дает решение задачи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Коровкин Н.В., Грицутенко С.С.** Эффективный алгоритм измерения параметров длинных линий для реализации на сигнальном процессоре. — Изв. РАН. Энергетика, 2017, № 2, с. 87—100.
2. **Коровкин Н.В., Грицутенко С.С.** О применимости быстрого преобразования Фурье для гармонического анализа несинусоидальных токов и напряжений. — Изв. РАН. Энергетика, 2017, № 2, с. 73—86.
3. **Климов В.П., Москалев А.Д.** Проблемы высших гармоник в современных системах электропитания. — Практическая силовая электроника, 2002, № 5, с. 15—18.
4. **Houdek J.A.** Economical Solutions to Meet Harmonic Distortion Limits. MTE Corporation, 1999, 5 p.
5. **UPS and Power Protection Solution. Design Guide.** MGE UPS Systems, MGE 0135, 1998, 259 p.
6. **Бибердорф Э.А., Грицутенко С.С., Фирсанов К.А.** Увеличение динамического диапазона стандартного АЦП за счет математической обработки неравномерно дискретизированного сигнала. — Вопросы радиоэлектроники, 2010, т. 1, № 3, с. 116—125.
7. **Adalev A.S., Korovkin N.V., Hayakawa M.** Identification of electric circuits: problems and methods of solution accuracy enhancement. — IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'05, Kobe, Japan, May 23—26, 2005, 40 p.
8. **Korovkin N.V., Adalev A.S., Hayakawa M.** Using linear relations between experimental characteristics in stiff identification problems of linear circuit theory. — IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2008, т. 55, No. 5, pp. 1237—1247.
9. **Бибердорф Э.А., Грицутенко С.С., Фирсанов К.А.** Метод расширения динамического диапазона при аналого-цифровом преобразовании. — Омский научный вестник, 2010, No. 2 (90).
10. **Biberdorf E., Gritsutenko S., Firsanov K.** A new principle of dynamic range expansion by analog-to-digital converting. — Proc. of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'09). Kharkov National University of Radioelectronics, 2009, с. 193—195.
11. **Черемисин В.Т., Грицутенко С.С.** Способ повышения точности измерения гармонических составляющих тягового тока и напряжения. — Вестник Ростовского гос. университета путей сообщения, 2007, № 2, с. 94—99.
12. **Грицутенко С.С.** Векторы с фильтрующим свойством в сверточных алгебрах. — Вестник Ижевского гос. техн. университета, 2010, № 2, с. 146—149.

[15.10.2018]

*А в т о р ы: Грицутенко Станислав Семенович окончил Омский политехнический институт (ныне Омский государственный технический университет — ОмГТУ) в 1988 г. Доцент кафедры «Информационная безопасность» ОмГТУ.*

*Коровкин Николай Владимирович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института в 1977 г. В 1994 г. защитил докторскую диссертацию «Построение синтетических схем для численного анализа электромагнитных процессов, описываемых жесткими уравнениями». Профессор, зав. Кафедрой теоретической электротехники и электроэнергетики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.*

## A Method for Measuring the Characteristics of Nonlinear Elements

**GRITSUTENKO Stanislav S.** (*Omsk State Technical University, Omsk, Russia*) – Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

**KOROVKIN Nikolai V.** (*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia*) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

The article considers methods for measuring the volt-ampere characteristic (VAC) of a two-pole nonlinear inertialess element and an element having a hysteresis-type nonlinear characteristic. A polynomial approximation of the VAC is used. In so doing, the approximating polynomial coefficients are the quantities being determined. The amplitudes of the harmonic components resulting from transforming (by means of a polynomial) the sine-wave signal applied to the nonlinear element are measured. Assessments of the accuracy with which the approximating polynomial coefficients are determined with taking into account different interferences typical for real measurement devices are presented. The quantization effects that take place during such measurements are investigated. An example of approximating the characteristics of a nonlinear inertialess element and an element having a hysteresis-type nonlinear characteristic is given. The following advantages of the new measurement method are shown:

the promptness of the VAC measurement process (afewhundredths of second), which makes it possible to exclude the influence of factors that are difficult to consider, such as a change in the electromagnetic state or a change of element temperature during the experiment;

high accuracy of the obtained results, which in the authors' opinion outperforms the accuracy reached in using conventional measurement methods;

simple implementation of the method using the modern digital signal processing techniques.

**Key words:** two-pole nonlinear inertialess element, volt-ampere characteristics, hysteresis-type characteristic, frequency responses, approximation, harmonic components, measurement accuracy

### REFERENCES

1. Korovkin N.V., Gritsutenko S.S. *Izv. RAN. Energetika – in Russ. (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2017, No. 2, pp. 87–100.
2. Korovkin N.V., Gritsutenko S.S. *Izv. RAN. Energetika – in Russ. (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2017, No. 2, pp. 73–86.
3. Klimov V.P., Moskalev A.D. *Prakticheskaya silovaya elektronika – in Russ. (Practical Power Electrical Engineering)*, 2002, No. 5, pp. 15–18.
4. Houdek J.A. *Economical Solutions to Meet Harmonic Distortion Limits*. MTE Corporation, 1999, 5 p.
5. **UPS and Power Protection Solution. Design Guide.** MGE UPS Systems, MGE 0135, 1998, 259 p.
6. Biberdorf E.A., Gritsutenko S.S., Firsanov K.A. *Voprosy radioelektroniki – in Russ. (Questions of Radioelectronics)*, 2010, t. 1, No. 3, pp. 116–125.
7. Adalev A.S., Korovkin N.V., Hayakawa M. Identification of electric circuits: problems and methods of solution accuracy enhancement. – IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'05, Kobe, Japan, May 23–26, 2005, 40 p.

8. Korovkin N.V., Adalev A.S., Hayakawa M. Using linear relations between experimental characteristics in stiff identification problems of linear circuit theory. – IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2008, t. 55, No. 5, pp. 1237–1247.

9. Biberdorf E.A., Gritsutenko S.S., Firsanov K.A. *Omskiy nauchnyi vestnik – in Russ. (Omsk Scientific Bulletin)*, 2010, No. 2 (90).

10. Biberdorf E., Gritsutenko S., Firsanov K. A new principle of dynamic range expansion by analog-to-digital converting. – Proc. of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'09). Kharkov National University of Radioelectronics, 2009, pp. 193–195.

11. Cheremisin V.T., Gritsutenko S.S. *Vestnik Rostovskogo gos. Universiteta putei soobshcheniya – in Russ. (Bulletin of Rostov State University of Railway Engineering)*, 2007, No. 2, pp. 94–99.

12. Gritsutenko S.S. *Vestnik Izhevskogo gos. tekhn. universiteta – in Russ. (Bulletin of Izhevsk State Technical University)*, 2010, No. 2, pp. 146–149.

[15.10.2018]