

## Коронный разряд и электростатический коэффициент гладкости провода

СУХИЧЕВ М.И.

*Рассмотрена часть расчёта аналитическим методом начального напряжения коронного разряда для витых проводов в постановке Н.Н.Тиходеева (электростатического коэффициента гладкости провода). Указано на расхождение между формулой Н.Н. Тиходеева и физическим смыслом явления. Для проверки решения Н.Н. Тиходеева составлена аналогичная модель для решения методом конечных элементов в свободной программе FreeFem++. Модель была проверена широко известным аналитическим точным решением цилиндрического конденсатора. Получено решение для всех проводов, изготавливаемых по ГОСТ 839-80, и дополнительно – решение для определения зависимости электростатического коэффициента гладкости провода от числа проволок во внешнем повиве и отношения радиусов провода и внешнего цилиндра. Результаты позволяют признать ошибку в решении Н.Н. Тиходеева.*

*Ключевые слова: коронный разряд, потери на корону, метод конечных элементов, коэффициент гладкости провода, расчет*

В последнее время с подачи Китая вновь начались разговоры о глобальной единой энергосистеме, что требует передачи мощностей на большие расстояния, а значит использования сверх- и ультра-высоковольтных воздушных линий электропередач (ВЛ) [1]. Одной из значимых проблем таких ВЛ являются потери на корону [2].

Для определения напряжения начала коронного разряда используют формулу Ф.В. Пика или формулу Залеского [3, 4]. Однако общим для этих формул является то, что они предназначены только для круглого гладкого провода. В то же время подавляющее число используемых сейчас и перспективных проводов для ВЛ являются проводами, свитыми из круглых проволок [5, 6]. Для учёта этого факта используют коэффициент гладкости (негладкости по другим источникам) провода (КГП) [3, 4, 7].

В основном этот коэффициент получают из экспериментальных исследований [7–10]. Например, в [8] значение этого коэффициента принято равным 0,82. На этом фоне весьма интересна попытка Н.Н.Тиходеева обосновать теоретически КГП [11].

Особенностью теоретической работы [11] является разбиение КГП  $m$  на два перемножаемых коэффициента: электростатический  $m_1$  и учитывающий изменение условий существования самостоятельного разряда  $m_2$ . Последний коэффициент довольно сложен и заслуживает отдельного рассмотрения, поэтому далее будет рассматриваться только электростатический КГП (ЭКГП). Далее будет показано, что ЭКГП выведен неверно и указаны при-

мерные значения этого коэффициента для некоторых параметров провода.

**Теоретический коэффициент гладкости провода Н.Н. Тиходеева.** В [11] ЭКГП определен как отношение напряженности на поверхности гладкого провода к максимальной напряженности на поверхности витого провода. В [11] выводится аналитическая формула для ЭКГП через метод конформных отображений (МКО), и в результате получена формула для ЭКГП только от одного аргумента – числа проволок во внешнем повиве  $n_0$ :

$$m_1 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \frac{\left(1 - \frac{8}{n_0^2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{5}{4} + \frac{1}{2n_0}\right) \Gamma^2\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2n_0}\right)}, \quad (1)$$

где  $\Gamma$  – гамма-функция.

Проблема в том, что результаты, полученные по этой формуле, выглядят, как минимум, странно. Во-первых, зависимость (1) возрастающая, хотя должна быть убывающей, так как при увеличении  $n_0$  радиус проволоки повива уменьшается по отношению к радиусу гладкого провода, что равносильно уменьшению радиуса кривизны, а значит максимальная напряжённость на поверхности витого провода увеличивается по отношению к напряжённости на поверхности гладкого провода. Во-вторых, почему-то отсутствует зависимость от радиуса внешнего цилиндра, хотя очевидно, что приближение внешнего цилиндра к поверхности провода будет изменять поле вокруг провода, а

значит и ЭКГП. В-третьих, зависимость (1) при  $n_0 = \sqrt{8}$  пересекает нулевой уровень и для  $n_0 = 2$  становится отрицательной, что не ясно, как интерпретировать с физической точки зрения. В-четвёртых,

$$m_1(n_0 \rightarrow \infty) = \frac{4\pi^3}{\Gamma^4\left(\frac{1}{4}\right)} \approx 0,71777, \text{ причём не понятно,}$$

как этот предел можно обосновать с физической точки зрения. Отсюда цель этой статьи – проверить формулу (1) другим методом.

В качестве независимого метода удобно использовать метод конечных элементов (МКЭ). Для определённости и простоты независимой проверки результатов в качестве программы конечно-элементного моделирования будет использоваться свободная программа FreeFem++, данные для проводов будут из [12]. Задачами этой работы будут:

1) описание провода в удобной для решения форме;

2) создание конечно-элементной модели;

3) проверка модели на решении с точным аналитическим решением;

4) сравнение результатов моделирования с формулой (1).

**Описание витого провода.** В [11] витой провод моделируется только внешним повивом из-за отсутствия электростатического поля внутри провода. При этом внешний повив состоит из одинаковых круглых в сечении проволочек, расположенных по окружности без зазоров. Конечно, эта картина не соответствует реальному положению проволочек в проводе, являясь довольно сильным упрощением, но именно такая модель принята в [11], а значит будет использована и в этой статье.

В [12] даны только общее число проволочек  $S$ , число повивов  $k$  и диаметр проволоки  $d$ . Однако из этих данных можно найти остальные нужные параметры для моделирования, если вспомнить, что число проволочек в каждом следующем повиве увеличивается на 6 шт. [5, 6]. Тогда число проволочек в  $i$ -м повиве может быть определено по формуле:

$$n_i = n_1 + 6(i-1), \quad (2)$$

а общее число проволочек

$$S = \frac{n_1 + n_k}{2} k = (n_k - 3(k-1))k, \quad (3)$$

где  $n_1, n_k$  – число проволочек в первом и внешнем повиве соответственно.

Число проволочек внешнего повива получаем из (3):

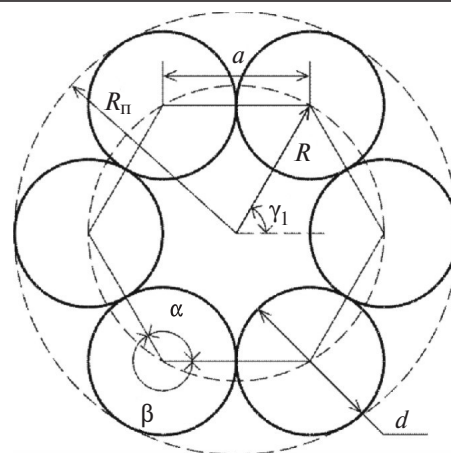


Рис. 1. К определению размеров внешнего повива провода

$$n_k = \frac{S}{k} + 3(k-1). \quad (4)$$

Так как проволоки в повиве лежат на окружности, то центры проволочек расположены в вершинах многоугольника и соприкасаются на линиях его сторон (рис. 1). Тогда согласно [13] диаметр проволоки связан с радиусом окружности формулой:

$$R = d / 2 \sin \frac{\pi}{n_k}, \quad (5)$$

где  $d$  – диаметр проволоки;  $R$  – радиус центра внешнего повива;  $n_k$  – число проволочек внешнего повива.

Тогда в декартовой системе координат центры проволочек внешнего повива можно записать:

$$x = R \cos \gamma_i; \quad y = R \sin \gamma_i, \quad (6)$$

где  $\gamma_i = 2\pi \frac{i}{n_k}$  – угол поворота  $i$ -й проволоки;  $i$  – номер проволоки в повиве.

Отсюда следует, что задачу можно рассматривать только в угле  $2\pi/n_k$ , как это сделано в [11]. Однако для целей МКЭ, а также в качестве задела на будущее удобнее будет рассматривать задачу на всей плоскости.

Проволока внешнего повива представляет собой дугу окружности, угол которой можно вычислить при условии, что проволоки соприкасаются на стороне многоугольника, а значит угол дуги окружности равен внешнему углу многоугольника  $\beta$  (см. рис. 1). Зная, что сумма внутренних углов многоугольника равна  $\pi(n_k - 2)$ , можно записать формулу для внутреннего угла:

$$\alpha = \frac{\pi(n_k - 2)}{n_k}, \quad (7)$$

тогда внешний угол многоугольника

$$\beta = 2\pi - \alpha = \pi + \frac{2\pi}{n_k} \quad (8)$$

Учитывая формулы (6) и (8), в декартовой системе координат  $i$ -ю проволоку в повиве можно описать:

$$\begin{aligned} x &= R \cos \gamma_i + r \cos(t + \gamma_i); \\ y &= R \sin \gamma_i + r \sin(t + \gamma_i), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $r = \frac{d}{2}$  – радиус проволоки;  $t$  – угол, меняющийся от  $-\frac{\beta}{2}$  до  $+\frac{\beta}{2}$ .

Отсюда можно вывести параметрическое описание поверхности внешнего повива, если ввести новый параметр  $tt$ , который будет связан с номером проволоки  $i$  и углом  $t$  выражением:

$$i = \left[ \frac{tt}{\beta} + 0,5 \right], \quad t = tt - \beta i, \quad (10)$$

где  $[x]$  – округление вниз (отбрасывание дробной части) числа  $x$ .

Таким образом, при изменении параметра  $tt$  от 0 до  $\beta n_k$  будет построена полная кривая поверхности внешнего повива.

**Конечно-элементная модель провода.** В [11] расчётная область представляет собой неправильный четырёхугольник, состоящий из дуги проволоки внешнего повива, двух сторон угла, в котором рассматривается задача, и дуги внешнего цилиндра. Так как модель провода в МКЭ будет рассматриваться на всей плоскости, а не в угле, то она имеет всего две границы: собственно границу поверхности внешнего повива провода и границу внешнего цилиндра. В данном случае граница внешнего цилиндра представляет собой окружность с центром в начале координат и радиусом

$$R' = g \left( R + \frac{d}{2} \right), \quad (11)$$

где  $R$  – радиус внешнего повива, определяемый по (5);  $d$  – диаметр проволоки;  $g$  – коэффициент удаления внешнего цилиндра.

Для решения этой задачи в [11] используется МКО, который используется для решения уравнения Лапласа; МКЭ также решает уравнение Лапласа. Поэтому граничные условия из [11] переносятся на соответствующие границы в модели по МКЭ за исключением напряжения на проводе, которое в МКЭ должно быть задано числом, а не переменной  $U$  как в [11]. Без потери общности это число можно принять равным единице из-за линейности уравнения Лапласа.

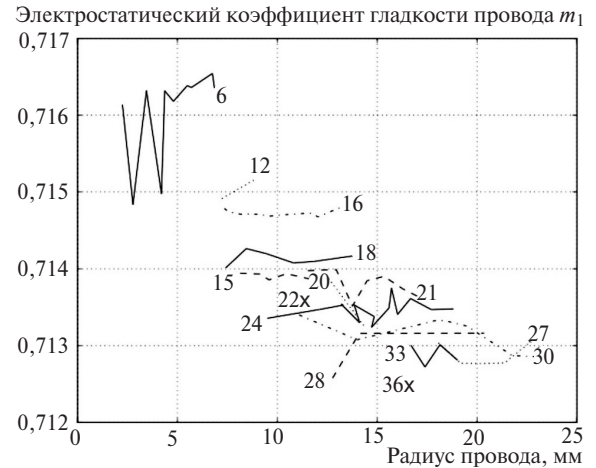


Рис. 2. Электростатический коэффициент гладкости провода для проводов по ГОСТ 839-80 [12] (линиями соединены провода с одинаковым числом проволок во внешнем повиве, число которых указано около линии)

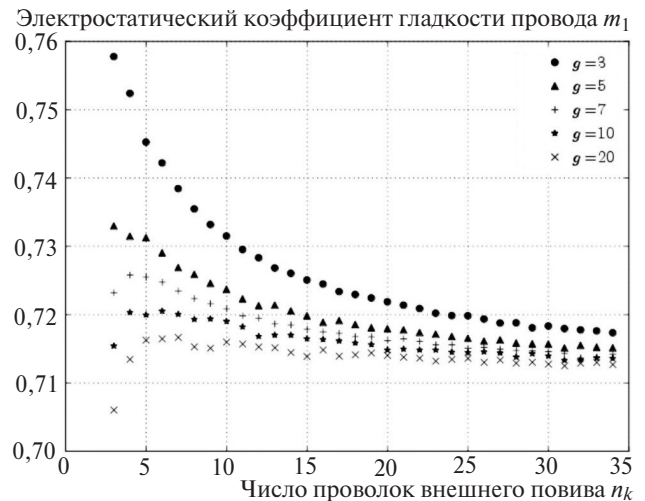


Рис. 3. Зависимость электростатического коэффициента гладкости провода  $m_1$  от числа проволок внешнего повива  $n_k$  для разных коэффициентов удаления внешнего цилиндра  $g$

Для получения максимально точных результатов сетка МКЭ строится в расчёте 50 точек на один элемент дуги, описывающей проволоку внешнего повива.

В отличие от МКО, позволяющего сразу получить напряжённость на поверхности провода, в МКЭ используется выражение

$$E = \sqrt{\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}, \quad (12)$$

где  $E$  – модуль напряжённости;  $u$  – напряжение. При этом частные производные получаются численным дифференцированием с использованием стандартных средств FreeFem++.

Различаются и методы определения наибольшей напряжённости: в [11] использовался поиск экстремума через дифференцирование, а в МКЭ просто вычисляется значение напряжённости поля в

50 точках на один элемент дуги проволоки, из которых определяется максимум.

В обоих случаях напряжённость на поверхности гладкого провода определяется одинаково по аналитической формуле:

$$E_{\text{гл}} = \frac{U}{R_{\text{п}} \ln \frac{R'}{R_{\text{п}}}}, \quad (13)$$

где  $U$  — напряжение на поверхности провода;  $R_{\text{п}} = R + \frac{d}{2}$  — радиус провода;  $R'$  — радиус внешнего цилиндра.

В обоих случаях ЭКГП вычислялся по формуле:

$$m_1 = E_{\text{гл}} / E. \quad (14)$$

**Моделирование.** Для проверки корректности и точности модели по МКЭ в представленной модели граница, описывающая поверхность внешнего повива, была заменена на окружность для соответствия известному аналитическому решению цилиндрического конденсатора. Погрешность решения по МКЭ составила менее 1%. Эта цифра в дальнейшем будет приниматься как оценка точности решения по МКЭ. Заметим, что такая большая погрешность обусловлена тем, что задачи на поиск экстремального значения являются для всех сеточных численных методов, в том числе МКЭ, неудобными, так как экстремум может находиться внутри ячейки сетки. В данном же случае ситуация усугубляется использованием численного дифференцирования для определения напряжённости на поверхности провода.

Расчётная область фактически описывается только четырьмя параметрами: радиусом провода  $R_{\text{п}}$ , числом проволок внешнего повива  $n_k$ ; коэффициентом удаления внешнего цилиндра  $g$  и разностью потенциалов провода и внешнего цилиндра. Из-за линейности уравнения Лапласа последний параметр не влияет на значение ЭКГП.

Для определения влияния остальных параметров первым этапом моделирования были исследованы все 80 сталеалюминиевых проводов марки АС, указанных в [12], при фиксированном коэффициенте удаления внешнего цилиндра  $g$ . Результат моделирования представлен на рис. 2. Разброс расчётных ЭКГП можно объяснить погрешностями расчёта из-за разной сетки, так как результаты лежат в узком диапазоне от 0,712 до 0,717.

Однако из рис. 2 хорошо видно, что зависимости от радиуса провода  $R_{\text{п}}$  не наблюдается, но существует некоторая зависимость от числа проволок во внешнем повиве  $n_k$ . Для более детального анализа зависимости от ЭКГП от  $n_k$  были построены

зависимости для разных значений  $g$ , которые представлены на рис. 3, из которого следует, что зависимость ЭКГП от  $n_k$  — падающая, что противоречит формуле Тиходеева [11]. Также имеется достаточно сильная и чётко выраженная зависимость ЭКГП от  $g$ , которая отсутствует в формуле Тиходеева.

Зависимость ЭКГП от  $n_k$  и  $g$  не просто падающая, но похоже стремится к значению в районе 0,71, но точно не 0,7178, как это следует из формулы Тиходеева.

Интересным результатом является также падение значений ЭКГП для малого числа (три–шесть) проволок внешнего повива, что скорее всего вызвано ошибкой численного дифференцирования из-за того, что при удалении внешнего цилиндра треугольники расчётной сетки строятся более вытянутыми. При большем числе проволок внешнего повива размеры элементов сетки уже определяются размерами проволоки, а не внешнего цилиндра.

С учётом этой особенности МКЭ можно считать, что при стремлении  $n_k$  к нулю ЭКГП стремится к единице, т.е. поле витого провода приближается к полю гладкого провода.

Таким образом, полученные результаты принципиально противоречат формуле Тиходеева, но в тоже время соответствуют предполагаемым зависимостям, выведенным из физической сущности явления и описанным ранее.

**Выводы.** Приведённая в [11] формула для расчёта электростатического коэффициента гладкости провода, используемого для определения напряжения начала коронного разряда на витых проводах, нуждается в проверке из-за различия даваемых формулой результатов и общих представлений о физике явления.

Для проверки правильности этой формулы была составлена аналогичная модель для расчёта по методу конечных элементов. В результате анализа решения были получены результаты, принципиально противоречащие формуле Н.Н. Тиходеева, но совпадающие с общими рассуждениями о физике явления, что позволяет сделать вывод об ошибочности этой формулы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Der Spiegel:** Китай строит всемирную электрическую сеть [Электронный ресурс] <https://regnum.ru/news/2428657.html> (дата обращения 18.06.2018).
2. **Александров Г.Н., Ершевич В.В., Крылов С.В.** Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения. Л.: Энергоатомиздат, 1983, 368 с.
3. **Левитов В.И.** Корона переменного тока. М.: Энергия, 1975, 280 с.
4. **РД 34.20.172.** Руководящие указания по учету потерь на корону и помех от короны при выборе проводов воздушных линий электропередачи, 1975, 74 с.

5. **Большакович А.Д.** Механический расчёт проводов и тросов линий электропередачи. М.: Госэнергоиздат, 1962, 254 с.
6. **Крюков К.П., Новгородцев Б.П.** Конструкция и механический расчёт линий электропередачи. Л.: Энергия, 1979, 312 с.
7. **Александров Г.Н.** Коронный разряд на линиях электропередачи. М.: Энергия, 1964, 228 с.
8. **Пик Ф.В.** Диэлектрические явления в технике высоких напряжений. Госэнергоиздат, 1934, 362 с.
9. **Залесский А.М.** Вывод провода высокого напряжения из здания без проходного изолятора. – Труды ЛПИ, 1948, № 3, с. 94–104.
10. **Богданова Н.Б.** Начальные напряжения короны на проводах. – Электроэнергетика, 1963, № 7, с. 3–15.
11. **Тиходеев Н.Н.** К расчёту начальных напряжений общей короны линий постоянного тока. – Электричество, 1957, № 10, с. 12–19.

12. **ГОСТ 839-80** Провода неизолированные для воздушных линий электропередачи. Технические условия (с Изменениями N 1, 2). М.: Изд-во стандартов, 2002, 23 с.

13. **Ляпин В.А., Людмирский И.М.** Расчет технологических размеров. К.: Техніка, 1984, 142 с.

[23.07.2018]

*А в т о р: Сухичев Михаил Иванович окончил Санкт-Петербургский государственный политехнический университет в 2007 г. Кандидатскую диссертацию «Анализ тепловых полей некоторых элементов электроустановок высокого напряжения применительно к задачам их диагностики» защитил в 2011 г. Доцент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.*

Elektrichestvo, 2019, No. 3, pp. 31–35

DOI:10.24160/0013-5380-2019-3-31-35

## Corona Discharge and the Conductor Surface Electrostatic Field Enhancement Factor

**SUKHICHEV Mikhail I.** (*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*) – Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

*The article considers part of the analytical technique for calculating the corona discharge initial voltage for stranded conductors in N.N. Tikhodeyev's formulation (the conductor surface electrostatic field enhancement factor). A discrepancy between N.N. Tikhodeyev's formula and the phenomenon's physical meaning is pointed out. To check N.N. Tikhodeyev's solution, a similar model for solving the problem using the finite element method in the FreeFem++ free computer program was developed. The model was verified against the widely known exact analytical solution for a cylindrical capacitor. A solution for all conductors manufactured according to GOST 839-80 has been obtained along with the one for determining the conductor surface electrostatic field enhancement factor as a function of the number of wires in the external layer and of the conductor to external cylinder radii ratio. The obtained results make it possible to state that there is an error in N.N. Tikhodeyev's solution.*

**Key words:** corona discharge, corona losses, finite element method, conductor surface electrostatic field enhancement factor, calculation

### REFERENCES

1. **Der Spiegel:** *Kitay stroit vseмирную elektricheskuyu set'* (China is building a worldwide electrical network) [Electron. resurs] <https://regnum.ru/news/2428657.html> (data obrashcheniya 18.06.2018).
2. **Aleksandrov G.N., Yershevich V.V., Krylov S.V.** *Proektirovaniye liniy elektroperedachi sverkhvysokogo napryazheniya* (Proyektirovaniye liniy elektroperedachi sverkhvysokogo napryazheniya). Leningrad, Energoatomizdat, 1983, 368 p.
3. **Levitov V.I.** *Korona peremennogo toka* (Crown AC). Moscow, Energiya, 1975, 280 p.
4. **RD 34.20.172.** *Rukovodyashchiye ukazaniya po uchetu poter' na koronu i pomekh ot korony pri vybore provodov vozduzhnykh liniy elektroperedachi* (Guidelines for accounting for corona losses and interference from the corona when selecting wires for overhead power lines), 1975, 74 p.
5. **Boshnyakovich A.D.** *Mekhanicheskiy raschet provodov i trosov liniy elektroperedachi* (Mechanical calculation of wires and cables of power lines). Moscow, Gosenergoizdat, 1962, 254 p.
6. **Kryukov K.P., Novgorodtsev B.P.** *Konstruktziya i mekhanicheskiy raschet liniy elektroperedachi* (Design and mechanical calculation of power lines). Leningrad, Energiya, 312 p.

7. **Aleksandrov G.N.** *Koronnyi razryad na liniyakh elektroperedachi* (Corona discharge on power lines). Moscow, Energiya, 1964, 228 p.

8. **Pik F.V.** *Dielektricheskiye yavleniya v tekhnike vysokikh napryazheniy* (Dielectric phenomena in high voltage technology). Moscow, Gosenergoizdat, 1934, 362 p.

9. **Zalesskiy A.M.** *Trudy LPI – in Russ. (Proc. of Leningrad Polytechnic Institute)*, 1948, No. 3, pp. 94–104.

10. **Bogdanova N.B.** *Elektroenergetika – in Russ. (Electric Power Engineering)*, 1963, No. 7, pp. 3–15.

11. **Tikhodeyev N.N.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1975, No. 10, pp. 12–19.

12. **ГОСТ 839-80.** *Provoda neizolirovannye dlya vozduzhnykh liniy elektroperedachi. Tekhnicheskiye usloviya (s Izmeneniyami No. 1, 2)* (Wires uninsulated for overhead power lines. Technical conditions (with Amendments No. 1, 2)). Moscow, Publ. of standartov, 2002, 23 p.

13. **Lyapin V.A., Lyudmirskiy I.M.** *Raschet tekhnologicheskikh razmerov* (Calculation of technological sizes). Kiyev, Tekhnika, 1984, 142 p.

[23.07.2018]