

## Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора.

### Ч. 7. Дисковые обмотки

ШАКИРОВ М.А.

*Предлагается новая теория двухобмоточного трансформатора с дисковыми обмотками. Излагается принцип его действия на основе анализа особенности распределения вектора Пойнтинга между дисковыми обмотками. Введено понятие об эквивалентности трансформаторов, позволившее избежать громоздких математических сложностей при выводе схемы замещения с отображением на ней всех основных магнитных потоков в стали и окне дискового трансформатора. Полученные на основе этого понятия семейства кривых распределения векторного потенциала и функции потока привели к доказательству существования инвариантной поверхности в пределах первичной дисковой обмотки, т.е. такой поверхности, на которой значения указанных величин не зависят от нагрузки. С учетом этих кривых показано, что в отличие от цилиндрического в дисковом трансформаторе сверхпоток (относительно потока холостого хода) при коротком замыкании возникает не в стержне, а в ближайшем к первичной обмотке стыковом ярме. При этом антипоток (противоположно направленный потоку холостого хода) в этом режиме протекает в стыковом ярме, ближайшем к короткозамкнутой вторичной обмотке. Полученные результаты следует рассматривать в качестве важного этапа на пути построения корректной теории трансформаторов с чередующимися дисковыми обмотками.*

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** трансформатор, дисковая обмотка, магнитный поток, векторная диаграмма, схема замещения, короткое замыкание, напряженность магнитного поля, напряженность электрического поля, вектор Пойнтинга, векторный потенциал

Дисковые обмотки применяются в преобразовательных силовых трансформаторах, сварочных трансформаторах, трансформаторах специального назначения, а также для изготовления трансформаторов небольшой мощности [1–3]. Их работу обычно увязывают с теорией трансформаторов с цилиндрическими обмотками. Поэтому критические замечания в адрес этой теории, высказываемые в продолжение многих лет [4–15], в том числе относительно принципа действия, излагаемого в учебниках, и несостоятельности схем замещения [4, 7, 14–17], в полной мере относятся и к официальной теории трансформаторов с дисковыми обмотками.

Цель данной работы — ознакомление с новым пониманием работы дискового двухобмоточного трансформатора, согласующимся с представлением о передаче энергии посредством вектора Пойнтинга от обмотки к обмотке и соответствующей этому пониманию схемой замещения, позволяющей отображать магнитные потоки на всех участках окна и магнитопровода в любых условиях работы трансформатора. Достоверность модели подтверждается картинками распределения векторного потенциала и функции потока, наглядно объясняющими возникновение сверх- и антипотоков (относительно потока холостого хода) в стыковых ярмах при короткозамкнутой одной из дисковых обмоток. Тем самым реализуется еще одна задача — показать бессмысленность попыток увязать вектор Пойнтинга в промежуток между дисковыми обмотками с «перено-

сом энергии основным магнитным потоком», включая версию о якобы заходе этого «потока в зазор между обмотками», который «далее пронизывает обе обмотки ...» [19, с. 182]. Аналогичный сумбур высказан также в [20, с. 91]: «... the main flux responsible for E-field. Leakage flux is necessary for setting up the main core flux, and to be a direct consequence of the H-field necessary for power flow. The results have been seen to produce results which agree with standard circuit theory». В аналогичном контексте, т.е. согласования «with standard circuit theory», отписываются и авторы [21, с. 136]: «The authors do not advocate the use of Pointing Vector to directly measure power», а также [22].

**Идеализированный плоский дисковой трансформатор.** Убедительно достоверное достижение цели должно базироваться на строгих математических соотношениях, что возможно только при строгом математическом описании геометрии трансформатора. Поэтому изложение начинается с рассмотрения идеализированного броневого трансформатора (рис. 1), т.е. при допущении:

активные сопротивления как первичной  $a$ -обмотки с числом витков  $w_a$ , так и вторичной  $b$ -обмотки с числом витков  $w_b$  равны нулю, т.е.  $R_a = R_b = 0$ ;

трансформатор является плоским длиной  $l_0$  в направлении, перпендикулярном чертежу на рис. 1,

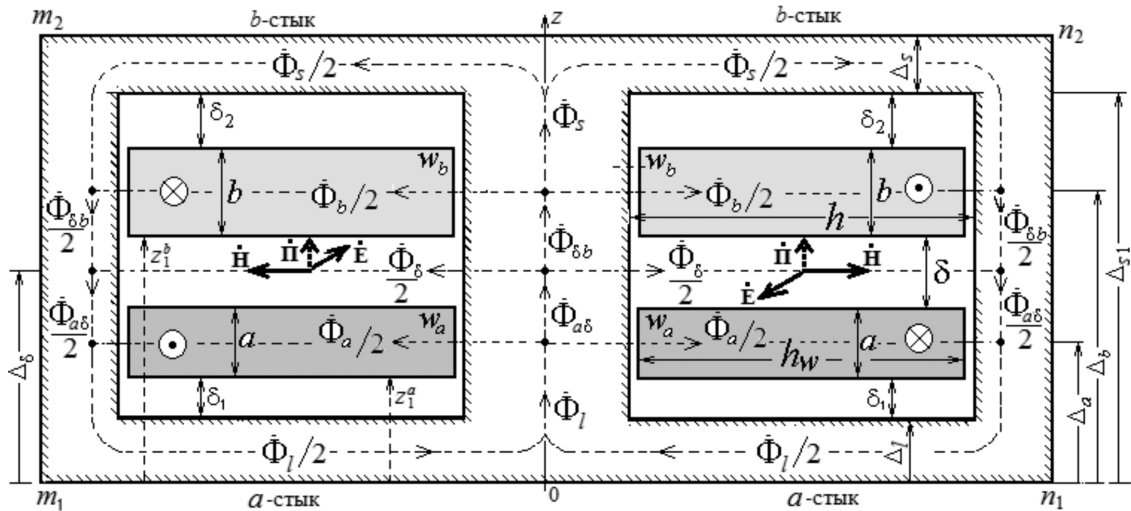


Рис. 1. Магнитные потоки в идеализированном трансформаторе с дисковыми обмотками

на котором представлено разбиение потоков  $\dot{\Phi}_l$ ,  $\dot{\Phi}_a$  и др. на  $\dot{\Phi}_l/2$ ,  $\dot{\Phi}_a/2$  и т.д.;

сталь магнитопровода идеальна,  $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ ;

поперечный размер обмоток  $h_w = h$ , где  $h$  – ширина окна;

магнитное поле является плоскопараллельным, причем в окне – поперечным, т.е. все его силовые линии как внутри обмоток, так и между ними перпендикулярны оси стержня; индукция на любой линии этого поля неизменна;

ток холостого хода (х.х.) в идеализированном трансформаторе равен нулю, токи обмоток в любом режиме связаны соотношением

$$w_a \dot{I}_a = w_b \dot{I}_b \rightarrow \dot{U}^M, \quad (1)$$

где  $\dot{U}^M$  – обозначение магнитного напряжения между стержнем и боковыми ярмами в межобмоточном промежутке  $\delta$ ; из (1) следует, что приведенное значение вторичного тока

$$\dot{I}'_b = \dot{I}_b / (w_a / w_b) = \dot{I}_a. \quad (2)$$

Для выбранных условных положительных направлений потоков (рис. 1) имеют место связи между ними:

$$\dot{\Phi}_l = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_{a\delta}; \quad (3)$$

$$\dot{\Phi}_\delta = \dot{\Phi}_{a\delta} - \dot{\Phi}_{\delta b}; \quad (4)$$

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_{\delta b} - \dot{\Phi}_b. \quad (5)$$

Магнитный поток  $\dot{\Phi}_\delta/2$  преодолевает магнитное сопротивление коридора между обмотками

$$R_\delta^M = \frac{h}{\mu_0 s'_\delta}, \quad (6)$$

где  $s'_\delta = \delta l_0$ .

На рис. 1 часть магнитопровода, примыкающая к  $a$ -обмотке, названа  $a$ -стыком (шириной  $\Delta_l$ ), а примыкающая к  $b$ -обмотке –  $b$ -стыком (шириной  $\Delta_s$ ); обычно  $\Delta_l = \Delta_s$ .

**Принцип действия трансформатора.** Здесь вопреки заблуждению, что якобы «нельзя использовать понятие  $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ , особенно если речь идет о физическом понимании работы трансформатора» [18], принимается, что в действительности, наоборот, именно при  $\mu_{\text{сталь}} = \infty$  достигается полная ясность в описании принципа действия трансформатора, позволяющая к тому же на основе строгих физико-математических соотношений демаскировать ошибки традиционной теории трансформаторов с ее измышлениями об «общем магнитном потоке» в магнитопроводе. Применительно к дисковому трансформатору изложение физического смысла его работы проще всего показать, полагая вначале, что его обмотки являются бесконечно тонкими, т.е.  $a=b=0$  (рис. 1). В этом случае  $\dot{\Phi}_a = \dot{\Phi}_b = 0$ , система (3)–(5) упрощается:

$$\dot{\Phi}_l = \dot{\Phi}_{a\delta}; \quad (36)$$

$$\dot{\Phi}_\delta = \dot{\Phi}_{a\delta} - \dot{\Phi}_{\delta b}; \quad (46)$$

$$\dot{\Phi}_s = \dot{\Phi}_{\delta b}, \quad (56)$$

после чего работу трансформатора можно представить, используя следующие понятия и положения и полагая для определенности, что первичной является  $a$ -обмотка.

1. **Принцип равнозначности обмоток (для потоков в окне).** Пара обмоток с токами равнозначны как совместно создающие в коридоре между обмотками магнитное напряжение намагничивания  $\dot{U}^M$ , благодаря которому имеет место неделимый между обмотками рабочий магнитный поток коридора

$\dot{\Phi}_\delta$ . Это проявляется в том, что поток  $\dot{\Phi}_\delta/2$  можно выразить как через ток первичной обмотки:

$$\frac{\dot{\Phi}_\delta}{2} = \frac{\dot{U}^M}{R_\delta^M} = \frac{w_a \dot{I}_a}{R_\delta^M} = \frac{(L_\delta/2) \dot{I}_a}{w_a}, \quad (7)$$

так и с учетом (1), (2) через ток вторичной обмотки:

$$\frac{\dot{\Phi}_\delta}{2} = \frac{w_b \dot{I}_b}{R_\delta^M} = \frac{(L_\delta/2) \dot{I}'_b}{w_a}, \quad (8)$$

где  $L_\delta$  – внутренняя индуктивность трансформатора:

$$L_\delta = \frac{2w_a^2}{R_\delta^M} = w_a^2 \frac{\mu_0 s_\delta}{h}; \quad s_\delta = 2s'_\delta = 2l_0 \delta. \quad (9)$$

Принцип подтверждается и равноценностью выражений для напряженности магнитного поля в коридоре – как в зависимости от тока  $\dot{I}_a$ , так и от тока  $\dot{I}_b$ :

$$\dot{H}_\delta = \frac{\dot{U}^M}{h} = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \quad \text{или} \quad \dot{H}_\delta = \frac{w_b \dot{I}_b}{h}. \quad (10)$$

2. *Электрическое напряжение намагничивания (для потоков в стали)*. Потоки в стали определяются не током намагничивания, а электрическими напряжениями намагничивания  $\dot{U}_a$  и  $\dot{U}_b$ . Действительно, при вполне приемлемом допущении  $R_a=0$  уравнение для первичной  $a$ -обмотки принимает вид:

$$\dot{U}_1 \equiv \dot{U}_a = R_a \dot{I}_a + j\omega w_a \dot{\Phi}_l = j\omega w_a \dot{\Phi}_l, \quad (11)$$

что с учетом (3б) позволяет записать:

$$\dot{\Phi}_{a\delta} = \dot{\Phi}_l = \frac{\dot{U}_1}{j\omega w_a}. \quad (12)$$

Аналогично из уравнения для напряжения на вторичной  $b$ -обмотке при  $R_b=0$

$$\dot{U}_2 \equiv \dot{U}_b = R_b \dot{I}_b + j\omega w_b \dot{\Phi}_s = j\omega w_b \dot{\Phi}_s \quad (13)$$

получаем с учетом (5б):

$$\dot{\Phi}_{\delta b} = \dot{\Phi}_s = \frac{\dot{U}_2}{j\omega w_b}. \quad (14)$$

Как видно из (12) и (14), «явной причиной» намагничивания стали (самого существования потоков  $\dot{\Phi}_l$ ,  $\dot{\Phi}_s$  в стали) являются величины  $U_1$  и  $U_2$ , т.е. играют роль электрических напряжений намагничивания.

3. *Электромагнитная сущность процессов*. Кроме магнитного поля (10), в окне возникает электрическое поле напряженностью  $\dot{E}(z)$ . В частности, около первичной  $a$ -обмотки

$$\dot{E}_a = \frac{j\omega \dot{\Phi}_{a\delta}}{2l_0} = \frac{j\omega \dot{\Phi}_l}{2l_0} = \frac{\dot{U}_1 / w_a}{2l_0} \quad (15a)$$

или с учетом (4б), (7) и (14)

$$\begin{aligned} \dot{E}_a &= \frac{j\omega(\dot{\Phi}_\delta + \dot{\Phi}_{\delta b})}{2l_0} = \frac{j\omega \left( \frac{L_\delta \dot{I}_a}{w_a} + \frac{\dot{U}_2}{j\omega w_b} \right)}{2l_0} = \\ &= \frac{j\omega \frac{L_\delta \dot{I}_a}{w_a} + \frac{\dot{U}_2}{w_b}}{2l_0}. \end{aligned} \quad (15b)$$

4. *Передача энергии через коридор между обмотками*. Пространственно векторы  $\dot{H}_\delta$  и  $\dot{E}_a$  сдвинуты на  $90^\circ$ , и для вектора Пойнтинга у поверхности  $a$ -обмотки  $\dot{\Pi} = \dot{\Pi}_a$  (рис. 1) можем написать два выражения. Одно с учетом (15a) и первой формулы из (10):

$$\dot{\Pi}_a = \dot{E}_a \dot{H}_\delta^* \rightarrow \frac{\dot{U}_1 / w_a}{2l_0} \frac{w_a \dot{I}_a^*}{h} = \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_a^*}{2l_0 h} = \frac{\dot{S}_1}{2l_0 h}, \quad (16a)$$

другое с учетом (15б), второй формулы из (10) и связи (2):

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_a &= \dot{E}_a \dot{H}_\delta^* \rightarrow \frac{j\omega L_\delta \frac{\dot{I}_a}{w_a} + \frac{\dot{U}_2}{w_b}}{2l_0} \frac{w_b \dot{I}_b^*}{h} = \\ &= \frac{j\omega L_\delta \dot{I}_a \dot{I}_b^* + \dot{U}_2 \dot{I}_b^*}{2l_0 h} = \frac{j\omega L_\delta \dot{I}_a^2 + \dot{S}_2}{2l_0 h}. \end{aligned} \quad (16b)$$

Полная мощность с поверхности первичной обмотки – в коридор между обмотками согласно (16a)

$$\dot{S}_a = \dot{\Pi}_a 2l_0 h = \dot{U}_1 \dot{I}_a^* \equiv \dot{S}_1, \quad (17a)$$

согласно (16б)

$$\dot{S}_a = \dot{\Pi}_a 2l_0 h = j\omega L_\delta \dot{I}_a^2 + \dot{S}_2. \quad (17b)$$

Приравняв правые части (17a) и (17b), получаем важный результат

$$\dot{S}_1 = j\omega L_\delta \dot{I}_a^2 + \dot{S}_2, \quad (18)$$

показывающий, что за транспортировку мощности  $\dot{S}_2$  по коридору между обмотками придется затратить (израсходовать) часть реактивной мощности

$$Q_\delta = \omega L_\delta I_a^2 \tag{19}$$

от поступающей в трансформатор полной входной мощности  $\dot{S}_1$ . Затрата реактивной мощности  $Q_\delta$  идет на намагничивание коридора с целью образования в нем напряженности  $\dot{H}_\delta$ , необходимой для проведения мощности  $\dot{S}_2$ . Это определяет индуктивность  $L_\delta$  не как элемент рассеяния, а как средство отображения в схеме замещения затраты реактивной мощности  $Q_\delta$  на продвижение вектора Пойнтинга в коридоре между обмотками. И этот процесс реализуется не через противоборство токов обмоток, а наоборот, их совместным действием как единой системы.

5. Электромагнитная схема замещения с тремя магнитными потоками. Подстановка правых частей (7), (12), (14) в (46) дает:

$$j\omega L_\delta \dot{I}_a = \dot{U}_1 - \frac{w_a}{w_b} \dot{U}_2$$

или

$$j\omega L_\delta \dot{I}_a = \dot{U}_1 - \dot{U}'_2, \tag{20}$$

где

$$\dot{U}'_2 = \frac{w_a}{w_b} \dot{U}_2 \tag{21}$$

представляет собой приведенное напряжение вторичной  $b$ -обмотки. Выражениям (20) и (46) соответствует электромагнитная схема замещения (рис. 2,а) как отображающая одновременно электрические, магнитные и энергетические связи в идеализированном трансформаторе с тонкими обмотками, вытекающие из характера распределения вектора Пойнтинга в коридоре между обмотками.

б. Угловой фактор. Диаграмму с магнитными потоками (рис. 2,б), где  $x_\delta = \omega L_\delta$ , можно назвать векторной диаграммой трех потоков, что принципиально отличает ее от традиционных «однопоточных» диаграмм, т.е. от сомнительных векторных диаграмм с одним «общим потоком сердечника  $\dot{\Phi}_0$ », не имеющим физического содержания. Из нее нетрудно получить следующее выражение для активной мощности, проходящей через трансформатор:

$$P = U_2 I_b \cos \varphi_H \equiv (U'_2 I'_b \cos \varphi_H) = 2\omega R_\delta^M \Phi_l \Phi_s \sin \theta. \tag{22}$$

Как видно, условием передачи активной мощности в трансформаторе является угловой фактор, т.е. наличие угла  $\theta$  между потоками  $\dot{\Phi}_l$  и  $\dot{\Phi}_s$ , что исключает представление о существовании общего

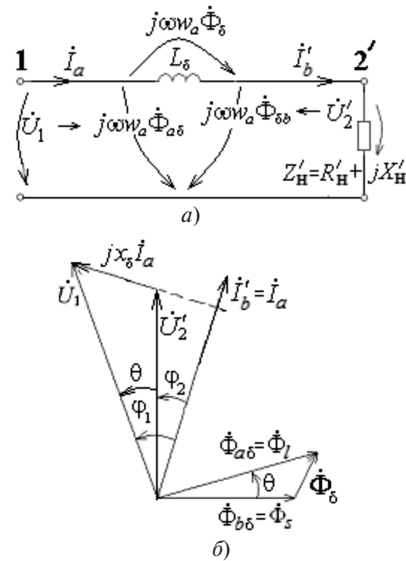


Рис. 2. Электромагнитная схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) с треугольниками магнитных потоков для идеализированного трансформатора с тонкими обмотками

потока сердечника  $\dot{\Phi}_0$  для этой цели. Зависимость угла  $\theta$  от нагрузки:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega L_\delta R'_H}{R_H^2 + X_H' (\omega L_\delta + X_H')} \tag{23}$$

Примечание 1. Учет толщины обмоток в идеализированном трансформаторе (рис.1) приводит к представлению первичной обмотки как зоны наращивания вектора Пойнтинга, тогда как вторичная обмотка представляется зоной отдачи проникающей через ее внутреннюю поверхность мощности в нагрузку, в результате чего вектор Пойнтинга на ее противоположной стороне уменьшается до нуля.

Примечание 2. Ток х.х.  $\dot{I}_0$  в трансформаторе является следствием некачественности стали, что приводит к возникновению дополнительных векторов Пойнтинга, направленных от обмоток в участки магнитопровода и характеризующих утечку мощности в сталь магнитопровода. Чем качественнее сталь, тем меньше мощности утекает в магнитопровод. Отсюда следует, что роль хорошего магнитопровода сводится к минимизации потока мощности в сталь и усилению его в коридоре между обмотками. Потери мощности в стали должны рассматриваться на заключительном этапе построения схемы замещения, в которой ток х.х.  $\dot{I}_0$  принимает смысл тока утечки, а вовсе не движущей силы, якобы создающей мифический «общий поток».

**Эквивалентные трансформаторы.** Простейший путь к построению схемы замещения дискового трансформатора лежит через понятие об эквивалентных трансформаторах.

О п р е д е л е н и е. Трансформаторы эквивалентны друг другу, если их магнитные потоки в со-



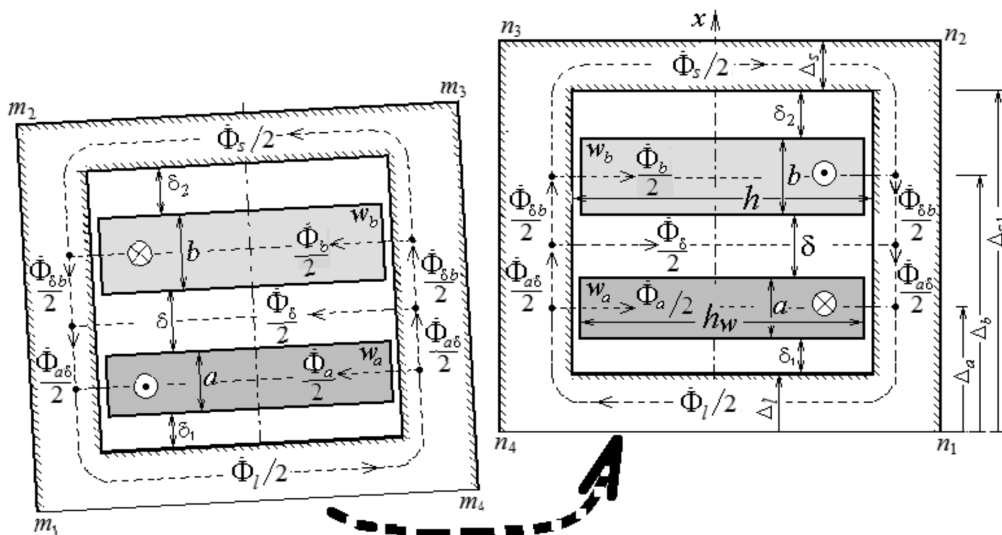


Рис. 3. Эквивалентный плоский дисковый трансформатор с расщепленным стержнем

ответственных участках магнитопровода толще обмоток и в промежутке (коридоре) между ними совпадают при одинаковых условиях на входных и выходных зажимах обмоток.

Допущение  $\mu_{сталь} = \infty$  создает благоприятные условия для генерирования эквивалентных трансформаторов различной конструкции. Так, очевидно, эквивалентным плоскому трансформатору (рис. 1) будет образованный из него также плоский трансформатор с расщепленным на две половины стержнем, которые к тому же могут быть повернуты относительно друг друга на произвольный угол (рис. 3). Если развернуть левую половину так, чтобы линия  $m_4 m_1$  оказалась параллельной линии  $n_4 n_1$  и совместить эти линии, как показано стрелкой, то после поворота образовавшейся двухэтажной конструкции на 90° градусов по часовой стрелке получим эквивалентный плоский броневой трансформатор длиной  $l_0$  с цилиндрической обмоткой, показанный на рис. 4. Его стержень образовался из

двух половин  $a$ -стыка дискового трансформатора, а боковые ярма ( $b$ -ярма) — из  $b$ -стыков дискового трансформатора. В эквивалентности идеализированных плоских трансформаторов на рис. 1 и 4 можно убедиться по совпадению их уравнений для магнитных потоков (3)–(5).

**4Т-образная схема замещения дискового трансформатора.** Очевидно, схемы замещения эквивалентных трансформаторов идентичны. Для идеализированного трансформатора с цилиндрическими обмотками (рис. 4) схема замещения приведена на рис. 5,а [16]. Она названа 4Т-образной как отображающая четыре основных магнитных потока ( $\Phi_l$ ,  $\Phi_{a\delta}$ ,  $\Phi_{b\delta}$ ,  $\Phi_s$ ) в стали трансформатора. Из сказанного следует, что она может рассматриваться и как схема замещения дискового трансформатора (рис. 1), в которой

$$L_a = w_a^2 \frac{\mu_0 S_a}{h} \frac{3}{3}; \tag{24}$$

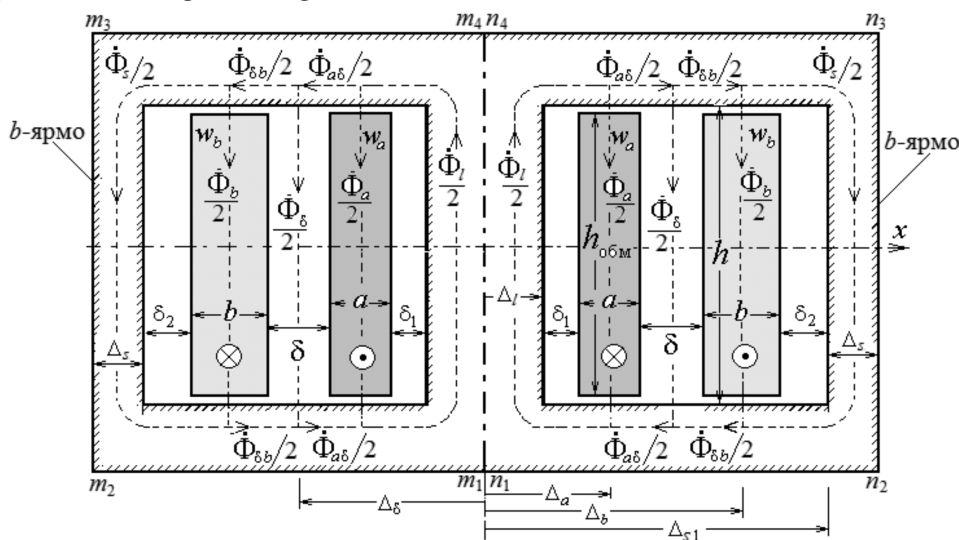


Рис. 4. Эквивалентный дисковому плоский цилиндрический трансформатор

$$L_\delta = w_a^2 \frac{\mu_0 S_\delta}{h}; \quad (25)$$

$$L'_b = w_a^2 \frac{\mu_0 S_b}{h \cdot 3}, \quad (26)$$

где

$$S_a = 2l_0 a; \quad S_\delta = 2l_0 \delta; \quad S_b = 2l_0 b. \quad (27)$$

Сопротивление короткого замыкания, приведенное к числу витков *a*-обмотки,

$$L_{sh} = L_a + L_\delta + L'_b = w_a^2 \frac{\mu_0}{h} \left( \frac{S_a}{3} + S_\delta + \frac{S_b}{3} \right). \quad (28)$$

**Примечание 3.** Переход к схеме замещения реального дискового трансформатора связан с наращиванием схемы замещения (рис. 5,а) активными сопротивлениями  $R_a, R'_b$  обмоток и поперечными ветвями для учета активных и реактивных потерь в стали, что показано штриховыми линиями на схеме (рис. 5,б). Элементами  $L_1, g_1$  учитываются магнитные и активные потери в стали *a*-стыка, индуктивностью  $L_{\delta 1}$  – наличие потока  $\Phi_{\delta 1}$  в зазоре  $\delta_1$  из-за конечного значения  $\mu_{сталь} \neq \infty$  (рис.1). Элементами  $L_{a\delta}, g_{a\delta}$  учитываются потери в участке стержня с потоком  $\Phi_{a\delta}$  и т.д.

**Магнитное поле в короткозамкнутом трансформаторе.** Официальная теория утверждает, что в режиме КЗ магнитопровод трансформатора размагничивается. В действительности при КЗ магнитопровод намагничивается неоднородно, причем в одной из его частей магнитный поток даже превосходит поток х.х.  $\Phi_0$ . Для акцентирования внимания на этом явлении такой поток назван в [16] сверхпотокom КЗ (по отношению к потоку х.х.). Его существование подтверждается получаемой с помощью программы ELCUT картины магнитных полей в короткозамкнутых трансформаторах. Одна из них для плоского цилиндрического трансформатора ( $a/\delta=b/\delta=5$  и  $\mu_{сталь}=500\mu_0$ ) в режиме КЗ *b*-обмотки, заимствованная из учебного пособия [23,

с. 183], приведена на рис. 6,а. Она демонстрирует еще одно anomальное явление в короткозамкнутом трансформаторе – возникновение в противоположной части магнитопровода магнитного потока, направленного навстречу сверхпотoku КЗ и названному в [23] в связи с этим антипотокom КЗ.

В программе ELCUT магнитное поле строится по заданным токам в обмотках КЗ трансформатора, которые определяются по известным значениям индуктивностей  $L_a, L_b$  обмоток и их взаимной индуктивности  $M$ , имеющими смысл при конечном значении  $\mu_{сталь} \neq \infty$  [24]. При больших значениях  $\mu_{сталь}$  значения  $L_a, L_b, M$ , получаемые с помощью программы ELCUT, становятся ненадежными, а их использование для построения картины поля бессмысленным. Вместе с тем поле на рис. 6,а, построенное при  $\mu_{сталь}=500\mu_0$ , остается практически неизменным при значениях  $\mu_{сталь}$ , варьируемых в пределах от 10 до  $(500 \div 700)\mu_0$ , что позволяет считать: таковым оно останется и при  $\mu_{сталь} = \infty$ .

Отсюда следует, что поле (рис. 6,а) автоматически переносится вместе с преобразованием плоского цилиндрического трансформатора в плоский дисковой трансформатор (рис. 6,б). Очевидно также, что формулы для расчета сверх- и антипотокom КЗ в обоих трансформаторах идентичны. Они приведены в таблице с учетом обозначений геометрических параметров и потоков в дисковом трансформаторе (рис. 1). Из таблицы следует, что соотношения между потоками в режиме КЗ не зависят от числа витков обмоток и коэффициента трансформации, а определяются исключительно в зависимости от ширины обмоток и зазора между ними, т.е. от значений  $a/\delta$  и  $b/\delta$ . По формуле для *a*-стыка (см. таблицу) при КЗ *b*-обмотки (рис. 6,б) получаем:

$$\frac{\Phi_l}{\Phi_0} = 1 + \frac{a/\delta}{2a/\delta + 6 + 2b/\delta} = 1 + \frac{5}{2 \cdot 5 + 6 + 2 \cdot 5} = 1,192;$$

по формуле для *b*-стыка в том же режиме КЗ

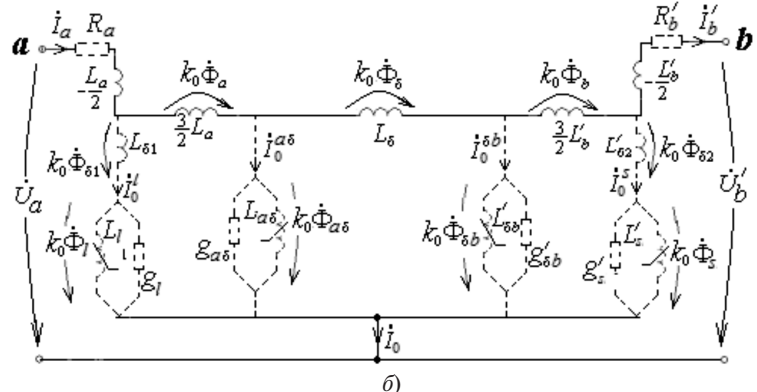
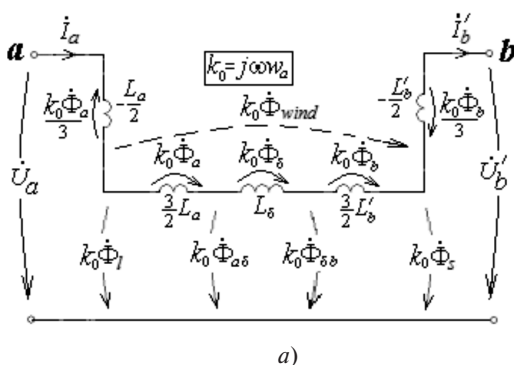


Рис. 5. 4Т-образная схема замещения идеализированного трансформатора (а) и реального с учетом потерь в меди и стали (б)

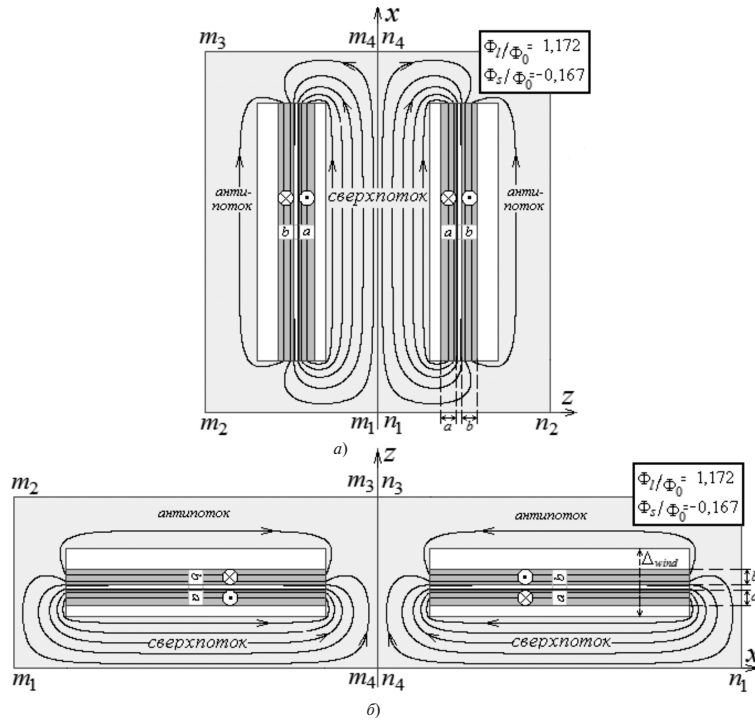


Рис. 6. Сверх- и антипотки при КЗ *b*-обмотки в цилиндрическом (а) и эквивалентном ему дисковом (б) плоских трансформаторах

$$\frac{\dot{\Phi}_s}{\Phi_0} = -\frac{a/\delta}{2a/\delta + 6 + 2b/\delta} = -\frac{5}{2 \cdot 5 + 6 + 2 \cdot 5} = -0,192,$$

что весьма близко к результатам, полученным экспериментально по программе ELCUT, представленным на рис. 6,б.

*Замечание.* Картина распределения поля при КЗ (рис. 6,б), как и разметка потоков на рис. 1, показывают бессмысленность постановки вопроса о потоке в стержне дискового трансформатора (якобы по аналогии с цилиндрическим трансформатором). В отличие от поля в цилиндрическом трансформаторе

**Магнитные потоки в плоском дисковом трансформаторе при короткозамкнутой *b*-обмотке (рис. 1)**

Область (участок) трансформатора	Выражения	
	через индуктивности	через геометрические параметры обмоток
<i>a</i> -стык	$\frac{\dot{\Phi}_I/2}{\Phi_0/2} = \frac{\dot{\Phi}_I}{\Phi_0} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}}$ (сверхпоток КЗ)	$1 + \frac{a}{2a + 6\delta + 2b}$
Нижний участок стержня	$\frac{\dot{\Phi}_{a\delta}}{\Phi_0} = 1 - \frac{L_a}{L_{sh}}$	$1 - \frac{a}{a + 3\delta + b}$
Верхний участок стержня	$\frac{\dot{\Phi}'_{a\delta}}{\Phi_0} = \frac{L'_b}{L_{sh}}$	$\frac{b}{a + 3\delta + b}$
<i>b</i> -стык	$\frac{\dot{\Phi}_s/2}{\Phi_0/2} = \frac{\dot{\Phi}_s}{\Phi_0} = 1 + \frac{L'_b}{2L_{sh}}$ (антипоток КЗ)	$-\frac{b}{2a + 6\delta + 2b}$
<i>a</i> -обмотка	$\frac{\dot{\Phi}_a}{\Phi_0} = \frac{3}{2} \frac{L_a}{L_{sh}}$	$\frac{3a}{2a + 6\delta + 2b}$
Коридор между обмотками	$\frac{\dot{\Phi}_\delta}{\Phi_0} = \frac{L_\delta}{L_{sh}}$	$\frac{3\delta}{a + 3\delta + b}$
<i>b</i> -обмотка	$\frac{\dot{\Phi}_b}{\Phi_0} = \frac{3}{2} \frac{L'_b}{L_{sh}}$	$\frac{3b}{2a + 6\delta + 2b}$
Окно	$\frac{\dot{\Phi}_{wind}}{\Phi_0} = \frac{L_\delta}{L_{sh}} + \frac{3}{2} \frac{L_a + L'_b}{L_{sh}}$	$\frac{3a + 6\delta + 3b}{2a + 6\delta + 2b}$

торе поле в стержне дискового трансформатора (как поле в его боковых ярмах) неоднородно. Для напряжения измерительной катушки  $\dot{U}_{изм}^{sh}$  (если бы она была намотана на стержень дискового трансформатора) в режиме КЗ можно согласно рис. 1 написать выражение

$$\dot{U}_{изм}^{sh} \approx j\omega \frac{w_0}{\Delta_{wind}} \left[ \left( \delta_1 + \frac{a}{2} \right) \dot{\Phi}_l + \frac{(a+\delta)}{2} \dot{\Phi}_{a\delta} + \frac{(\delta+b)}{2} \dot{\Phi}_{\delta b} + \left( \frac{b}{2} + \delta_2 \right) \dot{\Phi}_s \right] = j\omega w_0 \dot{\Phi}_0 \frac{1}{\Delta_{wind}} \left[ \left( \delta_1 + \frac{a}{2} \right) \frac{\dot{\Phi}_l}{\dot{\Phi}_0} + \frac{(a+\delta)}{2} \frac{\dot{\Phi}_{a\delta}}{\dot{\Phi}_0} + \frac{(\delta+b)}{2} \frac{\dot{\Phi}_{\delta b}}{\dot{\Phi}_0} + \left( \frac{b}{2} + \delta_2 \right) \frac{\dot{\Phi}_s}{\dot{\Phi}_0} \right],$$

где  $\Delta_{wind}$  – высота окна в направлении оси  $z$  (рис. 1);  $j\omega w_0 \dot{\Phi}_0 = \dot{U}_{изм}^{(0)}$  – напряжение на измерительном витке при х.х.

Используя соотношения таблицы, находим:

$$\frac{\dot{U}_{изм}^{sh}}{\dot{U}_{изм}^{(0)}} \approx \frac{1}{\Delta_{wind}} \left[ \left( \delta_1 + \frac{a}{2} \right) \left( 1 + \frac{a}{2a+6\delta+2b} \right) + \frac{a+\delta}{2} \left( 1 - \frac{a}{a+3\delta+b} \right) + \frac{\delta+b}{2} \left( \frac{b}{a+3\delta+b} \right) + \left( \frac{b}{2} + \delta_2 \right) \left( -\frac{b}{2a+6\delta+2b} \right) \right].$$

Принимая для приближенной оценки значения этой величины  $\delta=b=a$ ,  $\delta_2=\delta_1$  и, следовательно,  $\Delta_{wind} = \delta_1 + a + \delta + b + \delta_2 \approx 2\delta_1 + 3a$ , получаем

$$\frac{\dot{U}_{изм}^{sh}}{\dot{U}_{изм}^{(0)}} \approx \frac{0,9\delta_1 + 1,45a}{2\delta_1 + 3a},$$

из которого следует, что даже при  $\delta_1 \approx a$

$$\frac{\dot{U}_{изм}^{sh}}{\dot{U}_{изм}^{(0)}} \approx \frac{0,9\delta_1 + 1,45a}{2\delta_1 + 3a} < 0,5,$$

что, однако, не говорит о магнитной перегрузке нижней части стержня при КЗ  $b$ -обмотки (рис. 6,б).

**«Анатомия» трансформатора.** Как и в [17], термин «анатомия» подразумевает доскональное знание о распределении магнитного потока  $\dot{\Phi}(z)$ , а также векторного потенциала  $\dot{A}(z)$  и напряженности электрического поля  $\dot{E}(z)$  в пределах трансформатора (рис. 1). Поскольку в плоских цилиндрическом и дисковом трансформаторах

$$\dot{\Phi}(z) = \dot{A}(z) 2l_0; \quad \dot{E}(z) = j\omega \dot{A}(z),$$

то в обоих случаях выполняются соотношения

$$\frac{\dot{\Phi}(z)}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{A}(z)}{A_0} = \frac{\dot{E}(z)}{E_0}, \quad (29)$$

где  $\dot{\Phi}_0, A_0, E_0$  – соответствующие значения в режиме х.х. Исходя из принципа эквивалентности, от «анатомии» цилиндрического трансформатора [17] нетрудно перейти к «анатомии» дискового плоского трансформатора, отображенной на рис. 7 в виде типовых семейств кривых для двух частных случаев – чисто реактивной и чисто активной нагрузок. На оси  $z$  (рис. 1) значение  $\dot{\Phi}(0)=0$ . При чисто реактивной нагрузке потоки в различных частях трансформатора либо совпадают, либо противоположны по фазе, что позволяет увидеть сверх- и антипоток, отложив по оси ординат отношение комплексных величин (29) (рис. 7,а). В остальных случаях, в том числе при чисто активной нагрузке (рис. 7,б), кривые строятся для значения действующей величины  $\dot{\Phi}(z)/\dot{\Phi}_0$ .

Кривые (рис. 7) демонстрируют главное открытие – существование  $\Phi$ -инвариантной поверхности (она же  $A$ - и  $E$ -инвариантная) в толще первичной  $a$ -обмотки, на которой значение функции потока  $\dot{\Phi}(z_0^a)$  не зависит от нагрузки и, следовательно, равно  $\dot{\Phi}_0$ . Ее положение определяется координатой

$$z_0^a = z_1^a + \frac{a}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{z_1^a}{z_2^a}} \approx z_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad (30)$$

где  $z_1^a$  и  $z_2^a$ , равные  $(z_1^a + a)$ , – координаты поверхностей  $a$ -обмотки (рис. 1). В режиме КЗ  $b$ -обмотки имеет место разделительная нуль-поверхность, на которой значение функции потока обращается в нуль. Ее координата обозначена на рис. 7 через

$$z_0^b = z_2^b - \frac{b}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{z_2^b}{z_1^b}} \approx z_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}}, \quad (31)$$

где  $z_1^b$  и  $z_2^b$ , равные  $(z_1^b + b)$ , – координаты поверхностей  $b$ -обмотки (рис. 1). Эта поверхность находится внутри  $b$ -обмотки, а не в промежутке между обмотками, как утверждает в официальной теории. Эти и другие свойства однотипны со свойствами цилиндрического трансформатора [17], которые согласуются особенностями 4Т-образной схемы замещения (рис. 5) и могут быть выведены непосредственно из нее. Описанные явления имеют место и в реальных дисковых трансформаторах (при  $\mu_{сталь} \neq \infty$ ), что можно показать, заменив в схеме (рис. 5,б) параллельное соединение индук-



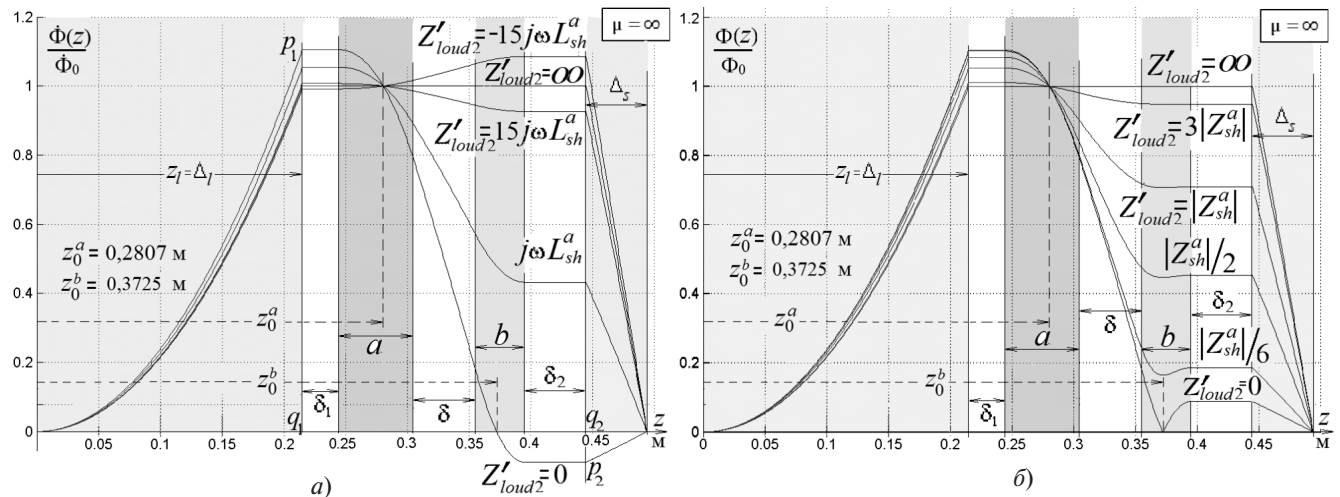


Рис. 7. Распределение магнитного потока в дисковом идеализированном трансформаторе при чисто реактивных (а) и чисто активных (б) нагрузках в случае  $a/\delta=1,2$ ;  $b/\delta=0,8$

тивности ( $-L_a/2$ ) и поперечной ветви  $L_l, g_l, L_{\delta l}$  одной эквивалентной ветвью. Для круговых дисковых трансформаторов вопрос о существовании инвариантных поверхностей требует отдельного исследования.

**Заключение.** Практичность представленной теории состоит в естественности внедрения понятия об эквивалентных трансформаторах, что позволило в обход математическим трудностям показать, что в отличие от цилиндрического в дисковом трансформаторе сверхпоток при КЗ возникает не в стержне, а в ближайшем к первичной обмотке стыковом ярме. При этом антипоток в этом режиме протекает в стыковом ярме, ближайшем к короткозамкнутой обмотке. Полученные результаты могут быть использованы для расчета трансформаторов с чередующимися дисковыми обмотками.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васютинский С.В. Вопросы теории и расчета трансформаторов. М.: Энергия, Ленинградское отделение, 1970, 432 с.
2. Сергеевков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А. Электрические машины. Трансформаторы/Под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1989, 352 с.
3. Рыськова З.А., Федоров П.Д., Жимерова В.И. Трансформаторы для электрической контактной сварки. Л.: Энергоаомиздат, 1990, 424 с.
4. Boyajian A. Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. — AIEE Trans., pp. 805–810, Jun 1925.
5. Марквардт Е.Г. Электромагнитные расчеты трансформаторов. М.: ОНТИ, Редакция энергетической литературы, 1938.
6. Cherry E.C. The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. — Proc. of the Physical Society, vol. (B) 62, pp. 101–111, Feb. 1949.
7. Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnes S. Montsinger M.V. Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951.
8. Вольдек А.И. Схемы замещения индуктивно связанных цепей и их параметры. Таллин: Эстонское государственное издательство, 1952, 36 с.
9. Slemmon G.R. Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. — Proc. Inst. Elect. Eng., IV, 1953, vol. 100, pp. 129–143.
10. Пенчев П.Р. Върху разсейването в трансформаторите. София: Техника, 1969.
11. Лейтес Л.В. Эквивалентная схема двухобмоточного трансформатора, опыты х.х. и к.з. М.: Труды ВЭИ, 1969, с. 277–297.
12. Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M. Transformers in Power System ransients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp.177–250.
13. Leon F., Farazmand A., Joseph. Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. — IEEE Trans. Power Delivery, vol.27, No. 4, pp. 2390–2397, October 2012.
14. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях/Под ред. А.И. Лурье. М.: Знак, 2005, 520 с.
15. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 1. — Электричество, 2014, № 9, с. 52–59.
16. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 2. — Электричество, 2014, № 10, с. 53–65.
17. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 4. «Анатомия» трансформатора. — Электричество, 2017, № 3, с. 37–49.
18. Малыгин В.М. Локализация потока энергии в трансформаторе (по поводу статьи М.А. Шакирова, Электричество, 2014, № 9 и 10). — Электричество, 2015, № 4, с. 60–65.
19. Брон О.Б. Электромагнитное поле как вид материи. М.: ГЭИ, 1962, 260 с.
20. Edwards J. and Saha T.K. Power flow in transformers via the Poynting vector. Proceedings of the Australasian Universities Power Engineering Conference: AUPEC 2000, pp. 86–91, 24–27 September 2000, Brisbane, Australia: Queensland University of Technology.
21. Todeschini G., Emanuel A.E. Poynting vector approach to the study of power flow through a transformer. — Power Quality and Utilization, Journal, 2007, vol. XIII, No.1, pp. 129–137.
22. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1974, 488 с.
23. Практикум по ТОЭ. Часть 3/Под ред. М.А. Шакирова. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2017, 300 с.
24. Шакиров М.А., Варламов Ю.В. Картины магнитных сверх- и антипотоков в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. Ч. 1. Броневой трансформатор. — Электричество, 2015, № 8, с. 9–19.

А в т о р: **Шакиров Мансур Акмелович** окончил Ленинградский политехнический институт (ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет – СПбГПУ) в 1967 г. В 1980 г.

защитил докторскую диссертацию. Профессор кафедры «Теоретическая электротехника и электро-механика» СПбГПУ Петра Великого.

*Elektrichestvo*, 2019, No. 3, pp. 36–45

DOI:10.24160/0013-5380-2019-3-36-45

## Poynting's Vector and the New Theory of a Transformer. Part 7: Disk Windings

**SHAKIROV Mansur A.** (*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

*A new theory of a two-winding transformer with disk windings is proposed. The principle of its operation is outlined based on analyzing the specifics of Poynting's vector distribution pattern between the disk windings. The transformers equivalence notion is introduced, the use of which made it possible to avoid cumbersome mathematical manipulations in deriving the equivalent circuit with indication of all key magnetic fluxes in the disk transformer iron and in the core aperture. The families of vector potential distribution and flux function curves obtained proceeding from this notion have made it possible to show that there exists an invariant surface within the primary disk winding boundaries, i.e., a surface on which the values of the above-mentioned quantities do not depend on the load. It is shown, with taking these curves into consideration, that unlike a cylindrical transformer, the overflux that takes place in a disk transformer (with respect to the no-load flux) in the case of a short-circuit fault occurs not in the leg but in the butt yoke closest to the primary winding. As regards the antflux (directed oppositely to the no-load flux) that takes place in this mode, it flows in the butt yoke closest to the short-circuited secondary winding. The obtained results should be regarded as an important stage of constructing a correct theory of transformers with alternating disk windings.*

**Key words:** transformer, disk winding, magnetic flux, vector diagram, equivalent circuit, short-circuit fault, magnetic field strength, electric field intensity, Poynting's vector, vector potential

### REFERENCES

1. **Vasyutinskij S.V.** *Voprosy teorii i rascheta transformatorov* (Questions of theory and calculation of transformers). Moscow, Energiya (Leningrad branch), 1970, 432 p.
2. **Sergeyenko B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A.** *Elektricheskiye mashiny. Transformatory/Pod red. I.P. Kopylova* (Electrical machines. Transformers/Edit. by I.P. Kopylov). Moscow, Vysshaya shkola, 1989, 352 p.
3. **Rys'kova Z.A., Fedorov P.D., Zhimerova V.I.** *Transformatory dlya elektricheskoi kontaktoi svarki* (Transformers for electrical contact welding). Leningrad, Energoatomizdat, 1990, 424 p.
4. **Boyajian A.** Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. – AIEE Trans., pp. 805–810, Jun 1925.
5. **Markvardt Ye.G.** *Elektromagnitnye raschety transformatorov* (Electromagnetic calculations of transformers). Moscow, ONTI, Editing of the energy literature, 1938.
6. **Cherry E.C.** The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. – Proc. of the Physical Society, vol. (B) 62, pp. 101–111, Feb. 1949.
7. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnec S. Montsinger M.V.** *Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer*. New York: Wiley, 1951.
8. **Vol'dek A.I.** *Skhemy zameshcheniya induktivno svyazannykh tsepei i ikh parametry* (Equivalent circuits of inductively coupled circuits and their parameters). Tallin, Estonskoe gos. izdatel'stvo, 1952, 36 p.
9. **Slemon G.R.** Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. – Proc. Inst. Elect. Eng., IV, 1953, vol. 100, pp. 129–143.
10. **Penchev P.R.** V'erkhу razseivaneto v transformatore. Sofiya, Tekhnika, 1969.
11. **Leites L.V.** *Trudy VEI – in Russ. (Proceedings of All-Russian Electrotechnical Institute)*. Moscow, Energiya, 1969, pp. 277–297.
12. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp.177–250.
13. **Leon F., Farazmand A., Joseph.** Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. – IEEE Trans. Power Delivery, vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397, October 2012.
14. **Elektrodinamicheskaya stoikost' transformatorov i reartorov pri korotkikh zamykaniyakh** (Electrodynamic withstand of transformers and reactors during short-circuit faults)/Edit. by A.I. Lur'ye. Moscow, Publ. «Znak», 2005, 520 p.
15. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 9, pp. 52–59.
16. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 53–65.
17. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 3, pp. 37–49.
18. **Malygin V.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 4, pp. 60–65.
19. **Bron O.B.** *Elektromagnitnoe pole kak vid materii* (Electromagnetic field as a kind of a matter). Moscow, Gos. Energet. Izdatel'stvo, 1962, 260 p.
20. **Edwards J. and Saha T.K.** Power flow in transformers via the Poynting vector. Proceedings of the Australasian Universities Power Engineering Conference: AUPEC 2000, pp. 86–91, 24–27 September 2000, Brisbane, Australia: Queensland University of Technology.
21. **Todeschini G., Emanuel A.E.** Poynting vector approach to the study of power flow through a transformer. – Power Quality and Utilization, Journal, 2007, vol. XIII, No.1, pp. 129–137.
22. **Turovskii Ya.** *Tekhnicheskaya elektrodinamika* (Technical electrodynamics). Moscow, Energiya, 1974, 488 p.
23. **Praktikum po teoreticheskim osnovam elektrotekhniki** (Practical course on theoretical principles of electrical engineering). Part 3/Edit by M.A. Shakirov. St. Petersburg, Publ. of Polytechnical University, 2017, 300 p.
24. **Shakirov M.A., Varlamov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 8, pp. 9–19.