

# Оптимизация конфигурации распределительных электрических сетей

БОРИСОВ Г.А., КУКИН В.Д.

*Для оптимизации конфигурации распределительных сетей с напряжением 10 кВ предлагается применять модель потоковой задачи Штейнера, дополненную ограничением на уровень падения напряжения у наиболее удаленного потребителя. Для решения задачи с разными критериями использовались оригинальные эволюционные алгоритмы. Показано, что критерий минимальных дисконтированных затрат обеспечивает выбор оптимальной конфигурации с меньшими суммарными затратами, меньшей стоимостью потерь энергии и незначительным ростом капитальных вложений.*

**Ключевые слова:** *распределительные сети, потери энергии, оптимизация, потоковая задача Штейнера*

В статье рассмотрены распределительные воздушные электрические сети с номинальным напряжением 10 кВ в сельской местности, где нагрузки потребителей сконцентрированы в населенных пунктах и минимальны территориальные ограничения на выбор местоположения элементов сети. В России электрические сети этого класса напряжений составляют около 45% общей протяженности линий электропередачи до 110 кВ. Среди них преобладают разомкнутые сети, имеющие вид «дерева с корнем», в котором расположен источник – главная понижающая подстанция.

Чтобы выбрать конфигурацию распределительной сети для заданного расположения потребителей и источника, на практике обычно рассматривается несколько ее вариантов. Из них выбирается лучший по технико-экономическим характеристикам. Полученное таким образом решение не оптимально из-за неполного перебора конфигураций и неоптимального расположения узлов сети на местности. Применение методов математического моделирования [1, 2] позволяет получать локально оптимальное решение за счет улучшения варианта проектировщика путем поиска наивыгоднейшего расположения узлов сети. Современные приближенные методы, в частности эволюционные и метаэвристические алгоритмы [3], ориентированы на поиск глобально оптимального решения. Для этого можно применять модель сетевой задачи Штейнера и ее обобщений. Несмотря на популярность, в литературе нет упоминаний об использовании этой модели для оптимизации электрических сетей.

*The model of the Shteyner tree problem supplemented with a constraint on the voltage drop level at the most distant consumer is proposed for optimizing the configuration of 10 kV distribution electric networks. Original evolutionary algorithms were used for solving the problem with different criteria. It is shown that using the criterion of minimal discounted costs makes it possible to select the optimal configuration with smaller total costs and smaller costs of energy losses, all at the expense of only slightly higher capital investments.*

**Key words:** *distribution networks, energy losses, optimization, Shteyner tree problem*

В статье рассмотрены использование модели потоковой задачи Штейнера для оптимизации конфигурации распределительных электрических сетей с напряжением 10 кВ и проблема выбора критерия оптимальности, наилучшим образом учитывающего их специфику.

**Задача Штейнера.** Существуют различные модификации задачи Штейнера на сетях, в частности классическая, не учитывающая потоки в сетях, и потоковая. Применительно к объекту исследования классическая задача Штейнера [4] формулируется следующим образом. задается расположение источника и потребителей электроэнергии в фиксированных точках. Требуется соединить источник с потребителями сетью таким образом, чтобы суммарная длина дуг сети была минимальной (под дугой здесь понимается ориентированный прямолинейный отрезок, соединяющий две точки). Для минимизации общей длины разрешается вводить свободно размещаемые узлы сети (точки Штейнера – ТШ). Целевая функция имеет вид

$$L = \sum_{i=1}^n l_i, \quad (1)$$

где  $L$  – сумма длины дуг сети;  $l_i$  – длина дуги  $i$ , выходящей из точки  $i$ ;  $n$  – число дуг.

В отличие от классической в потоковой задаче Штейнера задается весовая функция, зависящая от значения потоков на дугах. Каждой дуге  $i$  приписывается значение весовой функции  $q_i$ , относящееся к единице длины, которое принято называть

весом дуги. Необходимо найти сеть с минимальной суммой «взвешенных» длин дуг. Целевая функция потоковой задачи имеет вид

$$C = \sum_{i=1}^n q_i l_i. \quad (2)$$

Смысл понятия «поток» определяется тем, что заложено в критерий оптимальности. В свою очередь, от представления потоков зависит вид весовой функции. В общем случае она может быть произвольного вида, но должна быть неубывающей.

Допустимому решению задачи соответствует дерево Штейнера, которое описывают топология (порядок соединения всех точек) и оптимальные координаты ТШ. Для заданного набора фиксированных точек на множестве допустимых решений находится минимальное дерево Штейнера. Известно, что задача Штейнера относится к классу  $NP$ -трудных [5]. Для них число вариантов решений зависит от числа фиксированных точек и выражается формулой, которая дает оценку более сильную, чем факториал [4].

Математическая модель потоковой задачи предполагает два основных допущения. Во-первых, оптимальная конфигурация сети определяется в виде корневого ориентированного дерева. Это согласуется с практикой, когда большая часть распределительных воздушных сетей состоит из незамкнутых радиальных и магистральных линий и имеет такой вид. Во-вторых, расположение узлов сети в ТШ обеспечивает их оптимальное размещение на местности. В существующих сетях их положение привязано к трансформаторным подстанциям, что объясняется необходимостью концентрации распределительных, коммутативных и защитных функций. Сейчас появились устройства, предназначенные для установки на опорах воздушных линий в любых точках сети и позволяющие технически осуществлять «разузлование» до трехлучевой топологии: реклоузеры [6] и предохранители-разъединители выхлопного типа (ПРВТ-10) [7].

Для обеспечения качества электроэнергии у потребителей требуется, чтобы максимальное отклонение напряжения от номинального у каждого из них не превышало предельно допустимого уровня  $\Delta U$ , установленного для сети с заданным номинальным напряжением. Для решения проблемы достаточно проверять у наиболее удаленного потребителя  $d$  выполнение ограничения  $\Delta U_d \leq \Delta U$ .

**Критерии оптимальности.** Задача Штейнера решалась с разными критериями оптимальности. Рассматривались два технических и два экономических критерия.

*Сеть минимальной длины.* Целевая функция задается формулой (1). Это соответствует решению классической задачи Штейнера.

*Сеть с минимальными потерями мощности.* Целевая функция  $\Delta P$ , соответствующая потоковой задаче Штейнера, рассчитывается следующим образом.

Потери активной мощности в сети и на дуге  $i$ :

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \Delta P_i, \text{ кВт}, \quad (3)$$

$$\Delta P_i = \frac{\rho}{10^3 U_H^2} \frac{S_i^2}{s_i} l_i, \text{ кВт}, \quad (4)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление провода, Ом·мм<sup>2</sup>/км;  $U_H$  – номинальное напряжение сети, кВ;  $S_i$  – полная мощность на дуге  $i$ , кВА;  $s_i$  – сечение провода на дуге  $i$ , мм<sup>2</sup>;  $l_i$  – длина дуги  $i$ , км.

Выражение перед  $l_i$  есть «вес» дуги  $i$ . Весовая функция – квадратичная с разрывами, обусловленными дискретностью значений сечения провода.

Расчет полной мощности на дуге  $i$  выполняется при условии равенства коэффициентов мощности всех нагрузок:

$$S_i = k_i \sum_{j \in M_i} S_j, \text{ кВА}. \quad (5)$$

Полная мощность определяется как сумма мощностей множества потребителей  $M_i$ , получающих энергию через узел  $i$  с учетом понижающего коэффициента  $k_i$ , который зависит от числа потребителей  $m_i = |M_i|$ :  $k_i = 1$  для  $m_i = 1$ ; 0,9 для  $m_i = 2$ ; 0,85 для  $m_i = 3$ ; 0,8 для  $m_i = 4$  и 5; 0,75 для остальных.

Сечение провода на дуге  $i$  вычисляется по формуле

$$s_i = I_i / j, \quad (6)$$

где  $j$  – экономическая плотность тока [8] А/мм<sup>2</sup>;  $I_i$  – ток на дуге  $i$ , А:

$$I_i = S_i / \sqrt{3} U_H. \quad (7)$$

Полученное по (6) значение сечения  $s_i$  заменяется ближайшим целым из множества допустимых сечений.

*Сеть с минимальными капитальными вложениями.* Целевая функция  $C_K$  потоковой задачи представляет единовременные суммарные капитальные вложения на строительство сети и определяется по формуле

$$C_K = \sum_{i=1}^n K(s_i) l_i, \quad (8)$$

где  $K(s_i)$  – капитальные вложения на дуге  $i$ , зависящие от сечения провода  $s_i$ , тыс. руб./км.

Из-за дискретности значений  $s_i$  весовая функция  $K(s_i)$  – ступенчатая.

Сеть с минимальными дисконтированными затратами. Согласно методическим рекомендациям по оценке эффективности инвестиционных проектов [9] необходимо минимизировать затраты на строительство и эксплуатацию технических объектов. Учитывая, что в распределительных электрических сетях стоимость потерь энергии составляет большую часть эксплуатационных затрат, целевая функция потоковой задачи определяется следующим образом:

$$C = C_K + C_W, \quad (9)$$

где  $C_K$  – единовременные капитальные вложения, тыс. руб.;  $C_W$  – дисконтированные затраты на оплату потерь энергии в сети, тыс. руб.:

$$C_W = \frac{\tau t_n}{E} \sum_{i=1}^n \Delta P_i, \quad (10)$$

где  $\tau$  – тариф на электроэнергию, руб./кВт·ч;  $t_n$  – время наибольших потерь мощности, ч/год, которое согласно [10] рассчитывается по эмпирической формуле, включающей  $T_{\max}$  – время использования максимума нагрузки;  $E$  – коэффициент дисконтирования;  $\Delta P_i$  – потери активной мощности на дуге  $i$  при максимальной нагрузке, кВт.

Учитывая формулы (4), (8) и (10), преобразуем (9) к следующему виду:

$$C = \sum_{i=1}^n \left( K(s_i) + \frac{\tau t_n}{E} \frac{\rho}{10^3 U_H^2} \frac{S_i^2}{s_i} \right) i. \quad (11)$$

Здесь выражение в скобках перед  $i$  – «вес» дуги  $i$ . Весовая функция – квадратичная с разрывами функция от расчетной мощности.

**Метод решения и вычислительный эксперимент.** Благодаря инвариантности математической модели потоковой задачи Штейнера относительно направления потоков, ее можно применять для широкого класса коммуникационных сетей и адаптировать известные методы ее решения.

Ранее для оптимизации конфигурации транспортных сетей применялись методы эволюционного моделирования. Они позволяют решать задачи с произвольными целевыми функциями (в том числе многопараметрическими, многоэкстремальными, дискретными) и сохранять множество альтернативных решений, чтобы в конце выбрать лучшее из них. Были разработаны и протестированы оригинальная эволюционная модель, генетические операторы и композитный алгоритм. Так как для их описания

потребовалось бы введение целого ряда биологических терминов и аналогий, ограничимся кратким комментарием.

Эволюционная модель построена как аналог биологической эволюции популяции, содержащей случайные мутации и приспособительные рекомбинации [11]. Для неё были разработаны оригинальные генетические операторы, имеющие конкретную геометрическую интерпретацию, связанную со спецификой коммуникационных сетей [12]. На основе модели и операторов построен композитный алгоритм [11]. В нём реализованы два взаимосвязанных процесса: дискретная перестройка топологий [13, 14] и непрерывная оптимизация положения ТШ [15].

На основе этой разработки построены модификации композитного алгоритма, приспособленные для оптимизации распределительных электрических сетей по указанным выше критериям. В эти алгоритмы добавлен блок проверки и корректировки уровня падения напряжения у наиболее удаленного потребителя.

Для вычислительного эксперимента использован фрагмент существующей электрической сети в Олонецком районе Республики Карелия. Этот фрагмент – распределительная сеть с напряжением 10 кВ, состоящая из источника и девяти потребителей (рисунок, а). Данные для расчетов [9, 16, 17]:

Номинальное напряжение  $U = 10$  кВ

Экономическая плотность тока  $j = 1,3$  А/мм

Удельное сопротивление провода  $\rho = 31,50$  Ом·м/км

Тариф на электроэнергию  $\tau = 3,2$  руб./кВт·ч

Время наибольших потерь мощности  $t_n = 1128$  ч/год

Коэффициент дисконтирования  $E = 0,15$

Оптимальные конфигурации фрагмента сети, найденные по разным критериям, показаны на рисунках, б–г.

**Обсуждение результатов.** В таблице представлены характеристики фрагмента исходной сети и четырех оптимальных вариантов, найденных при решении задачи Штейнера с разными критериями. Для каждого из них указано падение напряжения  $\Delta U_d$  для наиболее удаленного потребителя в точке 10.

У потребителей рассматриваемого сельскохозяйственного района отклонение напряжения  $\Delta U$  не должно выходить за пределы  $\pm 7,5\%$  номинального напряжения 10 кВ [18]. На узловой подстанции данного фрагмента сети используется трансформатор с регулированием напряжения под нагрузкой в диапазоне  $\pm 9\%$  номинального, так что  $\Delta U = 2 \cdot 0,09 \cdot 10 = 1,8$  кВ. Значение  $\Delta U_d$ , рассчитанное при эконо-

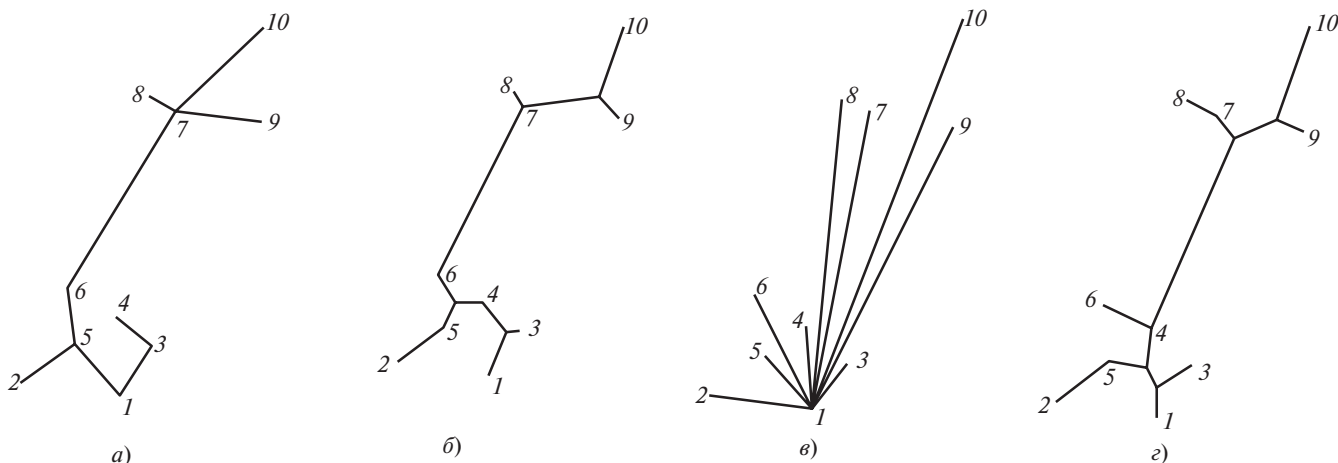


Схема сети: *a* – исходная; *б* – минимальной длины (та же – с минимальными капиталовложениями); *в* – с минимальными потерями мощности; *г* – с минимальными дисконтированными затратами

Критерии оптимальности	Характеристики сети					Падение напряжения в точке 10, кВ
	Длина, км	Потери мощности, кВт	Стоимость потерь энергии, тыс. руб.	Затраты, тыс. руб.		
				капитальные	суммарные	
Минимум длины	40,18	97,60	2348,70	5333,15	7681,85	1,75
Минимум потерь мощности	103,53	52,95	1274,27	13462,04	14736,31	0,91
Минимум капиталовложений	40,20	95,88	2307,35	5330,99	7638,34	1,72
Минимум дисконтированных затрат	41,33	79,85	1921,47	5438,76	7360,23	1,43
Исходная сеть	44,46	82,37	1982,18	5837,25	7819,43	1,46

мической плотности тока  $j = 1,30 \text{ А/мм}^2$ , не превышает предельно допустимый уровень 1,8 кВ.

Оптимальные варианты различаются своими характеристиками. Сеть с минимальными потерями мощности (максимальной энергетической эффективностью) сформировалась только из радиальных линий, что привело к значительному увеличению капитальных затрат. Несмотря на снижение потерь мощности почти в 2 раза и наименьшее падение напряжения, такой критерий не может служить альтернативой остальным из-за резкого увеличения длины сети и удорожания ее строительства.

Характеристики сети с минимальными капитальными вложениями выглядят более предпочтительными, чем у сети минимальной длины, и с ростом размерности задачи различия будут увеличиваться. При их сравнении с характеристиками исходной связывающей сети наблюдается однотипная картина: для строительства требуется меньше капитальных вложений, но при этом возрастают потери мощности и энергии, а падение напряжения у наиболее удаленного источника приближается к предельно допустимому значению. Это связа-

но с тем, что при оптимизации не учитывается распределение потерь в сети.

Критерий минимума дисконтированных затрат обеспечивает наименьшие суммарные затраты при существенно меньшей стоимости потерь энергии за счет незначительного роста капитальных вложений. Причем падение напряжения у наиболее удаленного потребителя не критично. Как показало тестирование на контрольных примерах, этот эффект сильнее проявляется на сетях большего размера.

**Закключение.** Математическая модель потоковой задачи Штейнера, дополненная ограничением на уровень падения напряжения у наиболее удаленного потребителя, дает логически непротиворечивую конфигурацию распределительной сети напряжением 10 кВ. В отличие от традиционных моделей, ориентированных на локальную оптимизацию, эта модель при равных с ними исходных условиях позволяет находить лучшие решения, в которых оптимальны и топология сети, и координаты ее узлов. Эту модель можно использовать с любыми критериями: благодаря применению эволюционных алгоритмов соответствующие критериям целе-

вые функции могут быть произвольного вида, в том числе многопараметрическими, дискретными, многоэкстремальными и т.д.

Сравнительный анализ решений, найденных для фрагмента реальной сети по разным критериям, показал преимущество критерия дисконтированных затрат. Он представляет собой аддитивную свертку двух частных критериев: оценки капитальных вложений и оценки дисконтированной стоимости потерь энергии. Критерий обеспечивает выбор не только лучшей по суммарным затратам конфигурации распределительной сети, но подтверждает, что на стадии проектирования можно добиться снижения стоимости потерь энергии за счет улучшения топологии сети при незначительном росте капитальных вложений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Падалко Л.П. О методе построения оптимальной электрической сети с использованием ЭЦВМ. — Энергетика, 1965, № 12.
2. Моцкус И.Б. Многоэкстремальные задачи в проектировании. — М.: Наука, 1967.
3. Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы поиска глобального экстремума. — М.: МАИ-ПРИНТ, 2009.
4. Гилберт Э.Н., Поллак Г.О. Минимальные деревья Штейнера. — Кибернетич. сборник (новая серия).— М.: Мир, 1971, вып. 8.
5. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
6. Максимов Б.К., Воротницкий В.В. Оценка эффективности автоматического секционирования воздушных сетей 6—10 кВ с применением реклоузеров с целью повышения надежности электроснабжения потребителей. — Электротехника, 2005, №10.
7. Ковалев Г.Ф., Чернов Д.В. Методика комплексной оценки надежности электроснабжения и качества электроэнергии в сельских распределительных сетях. — Изв. РАН. Энергетика, 2009, №5.
8. Глазунов А.А., Глазунов А.А. Электрические сети и системы. — М.:Л.: ГЭИ, 1960.
9. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (офиц. изд)/В.В. Коссов, В.И. Лив-

шиц, А.Г. Шахназаров. — М.: ОАО «НПО Изд-во «Экономика», 2000.

10. Арутюнян А.А. Основы энергосбережения. — М.: Энергосервис, 2007.
11. Кукин В.Д. Эволюционная модель для задачи Штейнера с потоками и зависящими от них весами. — Изв. РАН. ТиСУ, 2008, №3.
12. Кукин В.Д. Генетические операторы эволюционной модели для потоковой задачи Штейнера. — Изв. РАН. ТиСУ, 2010, №2.
13. Кукин В.Д. Гибридная метаэвристика для потоковой задачи Штейнера. — Труды ИПМИ КарНЦ РАН «Методы математич. моделирования и информационные технологии» (Петрозаводск), 2008, вып. 9.
14. Кукин В.Д. О приложении методов эволюционного моделирования к потоковой задаче Штейнера. — Труды ИПМИ КарНЦ РАН «Методы математич. моделирования и информационные технологии» (Петрозаводск), 2008, вып. 8.
15. Растринин Л.А. Системы экстремального управления. — М.: Наука, 1974.
16. Борисов Г.А., Кукин В.Д. Об оптимизации электрических сетей с использованием эволюционного композитного алгоритма. — Труды ИПМИ КарНЦ РАН «Методы математич. моделирования и информационные технологии» (Петрозаводск), 2008, вып. 8.
17. Правила устройства электроустановок (ПУЭ), 7-е изд. — М.: ЭНАС, 2003.
18. Справочник по электроснабжению и электрооборудованию. Т. 2. Электрооборудование/Под общ. ред. А.А. Федорова.— М.: Энергоатомиздат, 1987.

[09.02.11]

*Авторы: Борисов Георгий Александрович окончил в 1958 г. электро-механический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ). В 1966 г. защитил кандидатскую диссертацию «Определение оптимальных характеристик электрических станций» в ЛПИ. Старший научный сотрудник лаборатории моделирования природно-технических систем Института прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН.*

*Кукин Валерий Дмитриевич окончил в 1966 г. механико-математический факультет Горьковского государственного университета. Научный сотрудник лаборатории моделирования природно-технических систем Института прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН.*

\* \* \*

### К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ И ЧИТАТЕЛЕЙ!

Каждый автор имеет право бесплатно получить 1 экз. журнала с его статьей.

Экземпляры номеров журнала «Электричество» за последние годы можно приобрести в редакции журнала:

111250 Москва, Красноказарменная ул., 14

(МЭИ, каф. ТОЭ, первый этаж, ком. 3-111, тел./факс 362-7485).