

Параметры и характеристики модифицированного эквивалентного генератора активного многополюсника

ПЕНИН А. А.

Для интерпретации взаимовлияния нагрузок активного многополюсника используются методы проективной геометрии. Применение проективных координат позволяет получить уравнение цепи в нормированном виде, определить масштабы для токов, напряжений и проводимостей нагрузок. Масштабные значения параметров режима соответствуют параметрам выявленных характерных режимов. Предложен модифицированный эквивалентный генератор активного многополюсника в виде пассивного многополюсника и набора масштабных источников тока и напряжения с весовыми коэффициентами на зажимах нагрузок. Параметры этих источников не зависят от ряда проводимостей в составе пассивного многополюсника, что позволяет упростить расчеты токов нагрузок.

К л ю ч е в ы е с л о в а: эквивалентный генератор, нагрузочная характеристика, проективная геометрия, активный многополюсник

В теории электрических цепей уделяется определенное внимание цепям с изменяемыми параметрами элементов. На практике это могут быть системы электропитания, например, постоянного тока, содержащие первичный источник питания конечной мощности и некоторое число (пусть две, три и более) взаимовлияющих резистивных нагрузок. Одной из задач анализа является установление зависимости характеристик или параметров режима цепи от соответствующего изменения параметров нагрузок. Известен ряд теорем и методов, использование которых упрощает решение задач такого типа. Но известные подходы еще не полностью раскрывают свойства подобных цепей, что снижает эффективность анализа.

Например, метод эквивалентного генератора (теоремы Кирхгофа–Тевенина и Нортона) представляет активный двухполюсник как источник напряжения с внутренним сопротивлением. Также для анализа эффективности режима и возможности сравнения режимов разных цепей удобно выразить нагрузочную характеристику активного двухполюсника нормированным выражением. Масштабами для соответствующих параметров цепи являются напряжение $x.x.$ и ток КЗ. Но если в активном двухполюснике изменяется какое-либо сопротив-

Methods of projective geometry are used for interpreting the mutual influence of loads connected to an active multiport network. The use of projective coordinates makes it possible to obtain the equation of a circuit in normalized form, to determine scales for currents, voltages, and conductivities of loads. The scale values of operating parameters correspond to the parameters of revealed characteristic modes. A modified equivalent generator of an active multiport network is proposed in the form of a passive multiport network and a set of scale sources of current and voltage with weighting coefficients at the terminals of loads. The parameters of these sources do not depend on a number of conductivities contained in the composition of a passive multiport, which makes it possible to simplify calculation of load currents.

Key words: equivalent generator, load characteristic, projective geometry, active multiport

ление, то изменяются и эти масштабы, что усложняет анализ.

Аналогично метод эквивалентного генератора позволяет активный четырехполюсник представить как пассивный четырехполюсник и выделенные источники напряжения или тока на зажимах двух нагрузок. Параметры этих источников напряжения или тока соответствуют значениям напряжения $x.x.$ или КЗ сразу по обоим нагрузкам. Но эти величины не позволяют непосредственно представить в нормированном виде систему уравнений, описывающую активный четырехполюсник. Кроме того, если меняется также какое-либо сопротивление пассивного четырехполюсника, то необходим перерасчет значений этих источников напряжения или тока.

Таким образом, приведенные примеры усложнения цепей выявляют зависимость обычно используемых масштабных или характерных значений от всех сопротивлений многополюсника и сложности составления самих нормированных выражений.

В ряде публикаций автора развивается подход на основе проективной геометрии для интерпретации изменений или «кинематики» режимов цепи [1–3]. Сформулированная теорема об обобщенном или модифицированном эквивалентном генераторе

развивает известные теоремы Кирхгофа–Тевенина и Нортон. Оказывается, нагрузочная прямая линия переходит в пучок прямых линий, если изменяется какое-либо сопротивление активного двухполюсника. Так как координаты центра пучка не зависят от этого изменяемого элемента, то их удобно принять за параметры уже обобщенного эквивалентного генератора. Полученные результаты позволяют предложить и исследовать модифицированный эквивалентный генератор активного многополюсника.

Выражение нагрузочных характеристик активного четырехполюсника с использованием проективных координат. Рассмотрим сначала активный четырехполюсник с изменяемыми проводимостями нагрузок Y_{H1}, Y_{H2} на рис. 1.

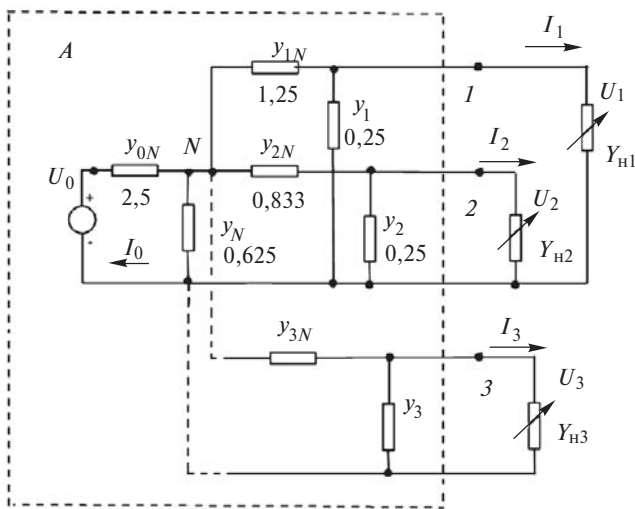


Рис. 1. Активный четырехполюсник с изменяемыми проводимостями нагрузок Y_{H1}, Y_{H2} и многополюсник с изменяемыми проводимостями нагрузок Y_{H1}, Y_{H2}, Y_{H3}

Приведем необходимые соотношения, полученные в [3]. При учете указанных направлений токов цепь описывается системой уравнений

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ U_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_1^{SC} \\ I_2^{SC} \end{pmatrix} \quad (1)$$

где Y -параметры определяются как

$$Y_{11} = y_1 + y_{1N} - \frac{y_{1N}^2}{y_S}, \quad y_S = y_{0N} + y_3 + y_{1N} + y_{2N};$$

$$Y_{12} = y_N \frac{y_{1N}}{y_S}; \quad Y_{22} = y_2 + y_{2N} - \frac{y_{2N}^2}{y_S}.$$

Токи КЗ нагрузок:

$$I_1^{SC} = Y_{10} U_0 = y_{0N} \frac{y_{1N}}{y_S} U_0;$$

$$I_2^{SC} = Y_{20} U_0 = y_{0N} \frac{y_{2N}}{y_S} U_0.$$

С учетом $U_1 = I_1 / Y_{H1}, U_2 = I_2 / Y_{H2}$ из системы уравнений (1) получаются уравнения двух пучков нагрузочных прямых линий с параметрами Y_{H1}, Y_{H2} :

$$(I_1, I_2, Y_{H1}) = 0, \quad (I_1, I_2, Y_{H2}) = 0.$$

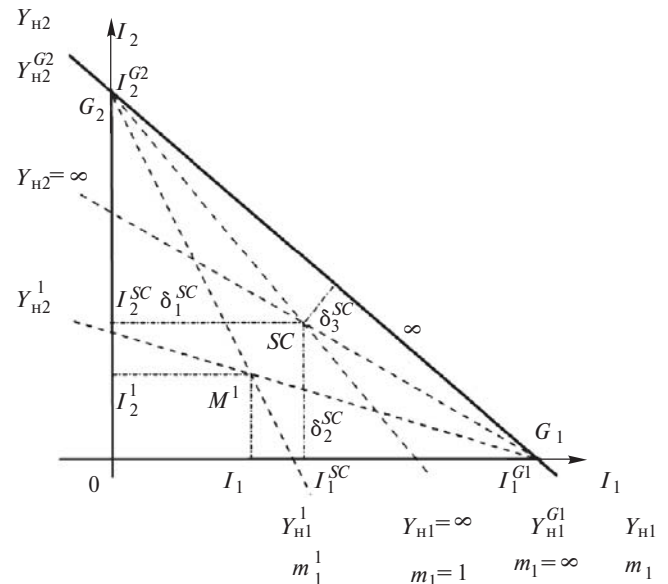


Рис. 2. Пучки нагрузочных прямых линий с параметрами Y_{H1}, Y_{H2}

Пучки этих прямых с центрами пучков в точках G_1 и G_2 представлены на рис. 2.

Физически центр пучка G_2 соответствует такому характерному режиму нагрузки Y_{H1} , который не зависит от значений проводимости этой нагрузки. Это выполняется при $I_1 = 0, U_1 = 0$ путем выбора параметров режима второй нагрузки Y_{H2} :

$$\begin{aligned} I_2^{G2} &= U_0 y_{0N} \frac{y_{1N}}{y_S} + \frac{y_{2N}}{y_{2N}} U_0 \\ U_2^{G2} &= - U_0 \frac{Y_{10}}{Y_{12}} = - U_0 \frac{y_{0N}}{y_{2N}}; \\ Y_{H2}^{G2} &= - (y_2 + y_{2N}). \end{aligned} \quad (2)$$

Аналогично определяются параметры центра G_1 пучка Y_{H2} .

Характерным режимом является режим КЗ нагрузок ($Y_{H1} = \infty, Y_{H2} = \infty$) и соответствует точке SC . Режим х.х. нагрузок ($Y_{H1} = 0, Y_{H2} = 0$) также является характерным и соответствует началу координат (точке 0).

Пусть текущий или исходный режим соответствует точке M^1 , которая задается значениями нагрузок Y_{H1}^1, Y_{H2}^1 и токов I_1^1, I_2^1 . Эта точка также опре-

деляется проективными неоднородными m_1^1, m_2^1 и однородными координатами x_1^1, x_2^1, x_3^1 , которые задаются координатным треугольником $G_1 0 G_2$ и единичной точкой SC [4]. Точка 0 является началом координат, а прямая $G_1 G_2$ – бесконечно удаленной прямой.

Неоднородная проективная координата m_1^1 задаётся сложным отношением четырех точек, три из которых соответствуют точкам характерных режимов, а четвертая – точке текущего режима:

$$m_1^1 = (0Y_{H1}^1 \neq Y_{H1}^{G1}) = \frac{Y_{H1}^1}{Y_{H1}^1 - Y_{H1}^{G1}}, \frac{\neq - 0}{\neq - Y_{H1}^{G1}} = \frac{Y_{H1}^1}{Y_{H1}^1 - Y_{H1}^{G1}}. \tag{3}$$

Крайним или базовым значениям соответствуют $Y_{H1} = 0, Y_{H1}^1 = Y_{H1}^{G1}$. Точка $Y_{H1} = \neq$ является единичной. Значения m_1 указаны на рис. 2. Для точки $Y_{H1}^1 = Y_{H1}^{G1}$ проективная координата $m_1 = \neq$, что определяет смысл бесконечно удаленной прямой $G_1 G_2$.

Проективная координата m_2^1 задается аналогично. Однородные проективные координаты x_1, x_2, x_3 задают неоднородные координаты:

$$m_1 = \frac{x_1}{x_3} = \frac{r x_1}{r x_3}; m_2 = \frac{x_2}{x_3} = \frac{r x_2}{r x_3}, \tag{4}$$

где r - коэффициент пропорциональности.

Однородные координаты определяются через отношение расстояний точек M^1, SC до сторон координатного треугольника (рис. 2):

$$r x_1^1 = \frac{d_1^1}{d_1^{SC}} = \frac{I_1^1}{I_1^{SC}}; r x_2^1 = \frac{d_2^1}{d_2^{SC}} = \frac{I_2^1}{I_2^{SC}}; r x_3^1 = \frac{d_3^1}{d_3^{SC}}.$$

Для нахождения расстояний d_3^1, d_3^{SC} до прямой $G_1 G_2$ используется её уравнение.

Тогда

$$\frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} + \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} - \frac{\ddot{0}}{\emptyset} = m_3 d_3^{SC}; \frac{I_1^1}{I_1^{G1}} + \frac{I_2^1}{I_2^{G2}} - \frac{\ddot{0}}{\emptyset} = m_3 d_3^1,$$

где $m_3 = \sqrt{\frac{1}{(I_1^{G1})^2} + \frac{1}{(I_2^{G2})^2}}$ – нормирующий множитель.

Однородные координаты:

$$r x_1^1 = \frac{I_1^1}{I_1^{SC}}; r x_2^1 = \frac{I_2^1}{I_2^{SC}};$$

$$r x_3^1 = \frac{I_1^1}{I_1^{G1} m_3 d_3^{SC}} + \frac{I_2^1}{I_2^{G2} m_3 d_3^{SC}} - \frac{1}{m_3 d_3^{SC}},$$

или в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r x_1^1 \\ r x_2^1 \\ r x_3^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{I_1^{SC}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_2^{SC}} & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{I_1^{G1} m_3 d_3^{SC}} & \frac{1}{I_2^{G2} m_3 d_3^{SC}} & -\frac{1}{m_3 d_3^{SC}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \end{pmatrix} = [C][I]. \tag{5}$$

В данном случае величины $(I_1, I_2, 1)$ являются однородными декартовыми координатами. Обратное преобразование:

$$\begin{pmatrix} \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^{SC} & 0 & 0 \\ 0 & I_2^{SC} & 0 \\ I_1^{SC} & I_2^{SC} & \emptyset \\ \frac{I_1^{G1}}{I_2^{G2}} & \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} & -m_3 d_3^{SC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \\ \ddot{0} \end{pmatrix} = [C]^{-1}[x]. \tag{6}$$

Отсюда переходим к неоднородным декартовым координатам или токам:

$$I_1 = \frac{r I_1}{r I} = \frac{I_1^{SC} m_1}{\frac{I_1^{G1}}{I_1} m_1 + \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} m_2 - m_3 d_3^{SC}} = \frac{I_1^{SC} m_1}{(m_1 m_2)}; \tag{7}$$

$$I_2 = \frac{r I_2}{r I} = \frac{I_2^{SC} m_2}{(m_1 m_2)}.$$

Таким образом, для заданных значений Y_{H1}, Y_{H2} находим координаты m_1, m_2 , а преобразование (6) позволяет найти токи I_1, I_2 . Также соотношения (3)–(5) позволяют рассчитать проводимости нагрузок только по измеренным значениям токов.

Систему уравнений (7) можно представить в нормированном виде:

$$\frac{I_1}{I_1^{G1}} = \frac{\frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} m_1}{\frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} (m_1 - 1) + \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} (m_2 - 1) + 1}; \tag{8}$$

$$\frac{I_2}{I_2^{G2}} = \frac{\frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} m_2}{\frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} (m_1 - 1) + \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} (m_2 - 1) + 1}.$$

Системы уравнений (7), (8) позволяют выразить уравнения системы (1) через параметры характерных режимов. Для этого неоднородные координаты m_1, m_2 выразим через токи и напряжения:

$$m_1 = \frac{Y_{H1}}{Y_{H1} - Y_{H1}^{G1}} = \frac{I_1 / U_1}{(I_1 / U_1) - I_1^{G1} / U_1^{G1}} = \frac{I_1 / I_1^{G1}}{(I_1 / I_1^{G1}) - U_1 / U_1^{G1}};$$

$$m_2 = \frac{I_2 / I_2^{G2}}{(I_2 / I_2^{G2}) - U_2 / U_2^{G2}}.$$

Подставив эти величины в систему (8), получим искомые уравнения $I_1(U_1, U_2), I_2(U_1, U_2)$, соответственно исключив токи I_1, I_2 :

$$I_1 = \frac{I_1^{G1}}{U_1^{G1}} - \frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} U_1 - \frac{I_1^{SC}}{U_2^{G2}} U_2 + I_1^{SC};$$

$$I_2 = - \frac{I_2^{SC}}{U_1^{G1}} U_1 - \frac{I_2^{G2}}{U_2^{G2}} U_2 + I_2^{SC}.$$

Из уравнений (9) следует, что Y -параметры выражаются через параметры характерных режимов:

$$- Y_{11} = \frac{I_1^{G1}}{U_1^{G1}} - \frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}};$$

$$- Y_{22} = \frac{I_2^{G2} - I_2^{SC}}{U_2^{G2}};$$

$$Y_{12} = - \frac{I_1^{SC}}{U_2^{G2}} = - \frac{I_2^{SC}}{U_1^{G1}}.$$

Представим систему (9) в нормированном виде:

$$\frac{I_1}{I_1^{G1}} = \frac{U_1}{U_1^{G1}} - \frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} \frac{U_1}{U_1^{G1}} - \frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}} \frac{U_2}{U_2^{G2}} + \frac{I_1^{SC}}{I_1^{G1}};$$

$$\frac{I_2}{I_2^{G2}} = - \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} \frac{U_1}{U_1^{G1}} + \frac{U_2}{U_2^{G2}} - \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}} \frac{U_2}{U_2^{G2}} + \frac{I_2^{SC}}{I_2^{G2}}.$$

Тогда токи I_1^{G1}, I_2^{G2} представляют масштабы. В этом смысле исходная система уравнений (1), содержащая фактические или абсолютные значения Y -параметров, токов и напряжений, малоинформативна, так как не даёт непосредственного представления о качественных характеристиках режимов цепи. Также можно отметить, что непосредственно из системы уравнений (1) сложно получить отно-

сительные выражения типа (11), в то время как геометрическая интерпретация легко и формализованно решает такую задачу.

Пример 1. С учетом указанных значений элементов на рис. 1 активный четырехполюсник описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} I_1 = 1,2 U_1 - 0,2 U_2 \\ I_2 = -0,95 U_1 + 0,2 U_2 \end{cases}$$

Здесь и далее размерности величин опущены для упрощения записи.

Параметры центров пучков:

$$I_1^{G1} = 15; U_1^{G1} = -10; Y_{H1}^{G1} = -1,5; I_2^{G2} = 16,25; U_2^{G2} = -15; Y_{H2}^{G2} = -1,0833.$$

Пусть фактические параметры текущего режима равны следующим значениям: $Y_{H1}^1 = 0,5; Y_{H2}^2 = 0,5; I_1^1 = 0,979; I_2^1 = 0,8247$. Неоднородные проективные координаты: $m_1^1 = 0,25, m_2^1 = 0,3158$. Расстояния: $m_3^1 d_3^{SC} = -0,677; m_3^1 d_3^1 = -0,8839; m_3^1 = 0,0907$.

Однородные координаты:

$$r x_1^1 = 0,979 / 3 = 0,3264; r x_2^1 = 0,8247 / 2 = 0,4123;$$

$$r x_3^1 = 0,8839 / 0,677 = 1,3057.$$

Проверим значения неоднородных координат:

$$m_1^1 = 0,3264 / 1,3057 = 0,25;$$

$$m_2^1 = 0,4123 / 1,3057 = 0,3158.$$

Матрицы преобразований (5), (6):

$$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ \frac{3}{15} & \frac{2}{16,25} & 0,677 \end{bmatrix}$$

Проверим значения токов:

$$I_1^1 = \frac{3 \cdot 0,25}{15 \cdot 0,25 + \frac{2}{16,25} \cdot 0,3158 + 0,677} = \frac{0,75}{0,7658} = 0,979;$$

$$I_2^1 = \frac{2 \cdot 0,3158}{0,7658} = 0,825.$$

Проверим значения Y -параметров:

$$- Y_{11} = \frac{15 - 3}{10} = -1,2; - Y_{22} = \frac{16,25 - 2}{-15} = -0,95;$$

$$Y_{12} - \frac{3}{15} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

Модифицированный эквивалентный генератор активного четырехполюсника. Выражение (1) показывает, что активный четырехполюсник представляет собой четырехполюсник с параметрами проводимости Y_{ij} и два генератора тока I_1^{SC} , I_2^{SC} , соответственно подключенных параллельно каждой нагрузке [5]. Отметим, что токи I_1^{SC} , I_2^{SC} определяются параметрами Y_{10} , Y_{20} , которые зависят практически от всех элементов данного четырехполюсника за исключением проводимостей y_1 , y_2 . Поэтому при возможных изменениях проводимости y_N или y_{1N} необходимо проводить перерасчет значений тока этих генераторов тока. Проводимость y_N может входить в состав третьей нагрузки. В свою очередь, хотя проводимость y_{1N} в большей степени относится к каналу или цепи первой нагрузки, она влияет на ток КЗ второй нагрузки. Все в целом приводит к неудобствам оценки характеристик цепи, усложняет расчеты режимов. В этом смысле параметры модифицированного или обобщенного эквивалентного генератора активного двухполюсника не зависят от выбранного изменяемого сопротивления цепи [1, 2].

Введем аналогично обобщенный эквивалентный генератор уже для активного четырехполюсника [3] на основе координат центров пучков прямых как параметров характерных режимов – соотношение (2). Для этого рассмотрим выражение (10) для параметра Y_{11} :

$$Y_{11} = \frac{I_1^{G1} - I_1^{SC}}{U_1^{G1}} = \frac{J_1}{V_1}. \tag{12}$$

Это выражение определяет входную проводимость пассивного четырехполюсника при КЗ первой нагрузки и второй пары зажимов четырехполюсника на рис. 3,а.

Аналогичное соотношение получается для параметра Y_{22} . Объединение этих двух схем приводит к схеме на рис. 3,б. С учетом принципа наложения значения всех входящих источников тока и напряжения уменьшаются в 2 раза. Получим систему уравнений, которая описывает данную цепь. С учетом указанных обозначений:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{U_1^{G1}}{2} + U_1; \quad J_1 = \frac{I_1^{G1}}{2} - I_1; \\ V_2 &= \frac{U_2^{G2}}{2} + U_2; \quad J_2 = \frac{I_2^{G2}}{2} - I_2. \end{aligned} \tag{13}$$

Для пассивного четырехполюсника имеют место соотношения:

$$J_1 = Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2; \quad J_2 = -Y_{12}V_1 - Y_{22}V_2. \tag{14}$$

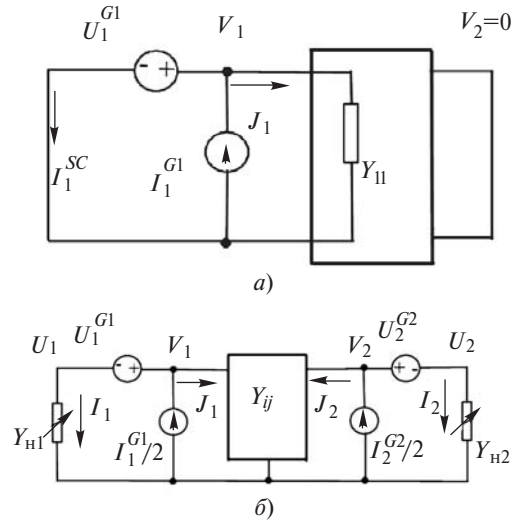


Рис. 3. Обобщенный эквивалентный генератор активного четырехполюсника: а – входная проводимость Y_{11} пассивного четырехполюсника при КЗ первой нагрузки и второй пары зажимов четырехполюсника; б – эквивалентный генератор как объединение двух схем для проводимости Y_{11} и Y_{22}

После преобразований получаем:

$$I_1 = -Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + \frac{\partial}{\partial U_1} Y_{11} \frac{U_1^{G1}}{2} + Y_{12} \frac{U_2^{G2}}{2} + \frac{I_1^{G1}}{2} \frac{\partial}{\partial U_1} \tag{15}$$

Сравним это соотношение с уравнением для тока I_1 , полученное согласно (1). Тогда выражение в скобках равно току КЗ I_1^{SC} и характеризует его составляющие. Компонента $Y_{11}U_1^{G1} / 2$ соответствует собственному току четырехполюсника и зависит от его параметров. Компонента $I_1^{G1} / 2$ определяется источником тока. Компонента $Y_{12}U_2^{G2} / 2$ соответствует взаимному току за счет источника напряжения на второй паре зажимов. Аналогично получается выражение для тока I_2 .

Ещё раз отметим, что обобщенный эквивалентный генератор активного четырехполюсника интересен тем, что параметры его источников напряжения и тока не зависят от проводимости y_N . Параметры центра пучка одной нагрузки также не зависят от сопротивлений, входящих в состав канала другой нагрузки. Например, центр G_1 определяется элементами y_1 , y_{1N} , а от элементов y_2 , y_{2N} не зависит. Поэтому такое свойство параметров эквивалентного генератора упрощает анализ цепи.

Пример 2. Используем данные примера 1. Для текущего режима соотношения (13) будут иметь вид:

$$V_1 = \frac{10}{2} + U_1 = 6,958; \quad J_1 = \frac{15}{2} - I_1 = 6,521;$$

$$V_2 = \frac{15}{2} + U_2 = 9,149; \quad J_2 = \frac{16,25}{2} - I_2 = 7,3.$$

Проверим соотношения (14) для пассивного четырехполюсника:

$$\begin{aligned} J_1 &= 1,2 \times 6,958 - 0,2 \times 9,149 = 6,52; \\ J_2 &= -Y_{12}V_1 + Y_{22}V_2 = -0,2 \times 6,958 + 0,95 \times 9,149 = 7,3. \end{aligned}$$

Значения тока КЗ согласно (15):

$$\begin{aligned} I_1^{SC} &= -1,2 \times 6 + 0,2 \times 7,5 + 7,5 = 3; \\ I_2^{SC} &= -0,95 \times 7,5 + 0,2 \times 6 + 8,125 = 2. \end{aligned}$$

Модифицированный эквивалентный генератор активного многополюсника. Рассмотрим теперь частный случай активного многополюсника с тремя нагрузками и общим узлом N (рис. 1). С учетом указанных направлений токов цепь описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + Y_{13}U_3 = I_1^{SC} \\ Y_{12}U_1 + Y_{22}U_2 + Y_{23}U_3 = I_2^{SC} \\ Y_{13}U_1 + Y_{23}U_2 + Y_{33}U_3 = I_3^{SC} \end{cases} \quad (16)$$

где $Y_{11} = y_1 + y_{1N} - \frac{y_{1N}^2}{y_S}$;

$$y_S = y_{0N} + y_{1N} + y_{2N} + y_{3N}; \quad Y_{12} = y_{2N} \frac{y_{1N}}{y_S};$$

$$Y_{13} = y_{3N} \frac{y_{1N}}{y_S}; \quad Y_{22} = y_2 + y_{2N} - \frac{y_{2N}^2}{y_S};$$

$$Y_{23} = y_{3N} \frac{y_{2N}}{y_S}; \quad Y_{33} = y_3 + y_{3N} - \frac{y_{3N}^2}{y_S}.$$

Токи КЗ всех нагрузок:

$$I_1^{SC} = Y_{10}U_0 = y_{0N} \frac{y_{1N}}{y_S} U_0;$$

$$I_2^{SC} = Y_{20}U_0 = y_{0N} \frac{y_{2N}}{y_S} U_0;$$

$$I_3^{SC} = Y_{30}U_0 = y_{0N} \frac{y_{3N}}{y_S} U_0.$$

Аналогично получаются уравнения уже трех пучков плоскостей, учитывая $U_1 = I_1 / Y_{H1}$, $U_2 = I_2 / Y_{H2}$, $U_3 = I_3 / Y_{H3}$. Пересечение плоскостей одного пучка между собой определяет ось пучка. Уравнение оси пучка Y_{H1} соответствует условию $I_1 = 0, U_1 = 0$. Поэтому эта ось расположена в плоскости I_2, I_3 , как показано на рис. 4. Точка пересечения с осью тока I_2 :

$$I_2^{G2} = U_0 y_{0N} \frac{y_2}{y_{2N}} \quad (17)$$

что соответствует напряжению и проводимости второй нагрузки:

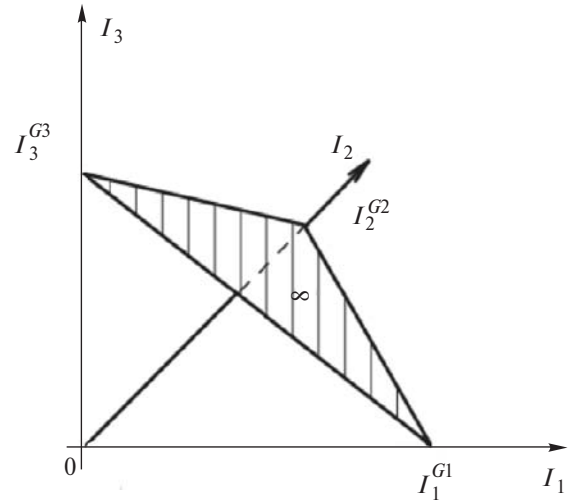


Рис. 4. Пример координатного тетраэдра

$$U_2^{G2} = -\frac{Y_{10}}{Y_{12}} U_0 = -\frac{y_{0N}}{y_{2N}} U_0; \quad Y_{H2}^{G2} = -(y_{2N} + y_2).$$

Точка пересечения с осью тока I_3 определяет

$$I_3^{G3} = U_0 y_{0N} \frac{y_3}{y_{3N}}; \quad U_3^{G3} = -\frac{y_{0N}}{y_{3N}} U_0;$$

$$Y_{H3}^{G3} = -(y_{3N} + y_3). \quad (18)$$

Аналогично ось пучка плоскостей Y_{H2} соответствует условию $I_2 = 0$ и расположена в плоскости I_1, I_3 . Точка пересечения с осью тока I_1 определяет величины:

$$I_1^{G1} = U_0 y_{0N} \frac{y_1}{y_{1N}}; \quad U_1^{G1} = -\frac{y_{0N}}{y_{1N}} U_0;$$

$$Y_{H1}^{G1} = -(y_{1N} + y_1). \quad (19)$$

Далее плоскость, проходящую через три точки $I_1^{G1}, I_2^{G2}, I_3^{G3}$ на осях координат, примем как бесконечно удаленную плоскость, обозначенную ∞ . Эта плоскость и три координатных плоскости $I_1 = 0, I_2 = 0, I_3 = 0$ образуют координатный тетраэдр.

Однородные координаты также определяются через отношение расстояний точек M^1, SC до плоскостей координатного тетраэдра:

$$\begin{aligned} r_{x_1^1} &= \frac{I_1^1}{I_{1SC}^1}; \quad r_{x_2^1} = \frac{I_2^1}{I_{2SC}^1}; \quad r_{x_3^1} = \frac{I_3^1}{I_{3SC}^1}; \\ r_{x_4^1} &= \frac{d_4^1}{d_{4SC}^1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда расстояния:

$$d_4^1 = \frac{1}{m_4} \frac{I_1^1}{I_1^{G1}} + \frac{I_2^1}{I_2^{G2}} + \frac{I_3^1}{I_3^{G3}} - \frac{1}{\infty}$$

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{U_1^{G1}}{3} + U_1; & J_1 &= \frac{I_1^{G1}}{3} - I_1; \\
 V_2 &= \frac{U_2^{G2}}{3} + U_2; & J_2 &= \frac{I_2^{G2}}{3} - I_2; \\
 V_3 &= \frac{U_3^{G3}}{3} + U_3; & J_3 &= \frac{I_3^{G3}}{3} - I_3.
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Для пассивного многополюсника справедливы соотношения:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 - Y_{13}V_3; \\
 J_2 &= -Y_{12}V_1 - Y_{22}V_2 - Y_{23}V_3; \\
 J_3 &= -Y_{13}V_1 - Y_{23}V_2 + Y_{33}V_3.
 \end{aligned}$$

С учетом (26)

$$\begin{aligned}
 I_1 &= -Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + Y_{13}U_3 + \\
 &+ Y_{11} \frac{U_1^{G1}}{3} + Y_{12} \frac{U_2^{G2}}{3} + Y_{13} \frac{U_3^{G3}}{3} + \frac{I_1^{G1}}{3}
 \end{aligned}$$

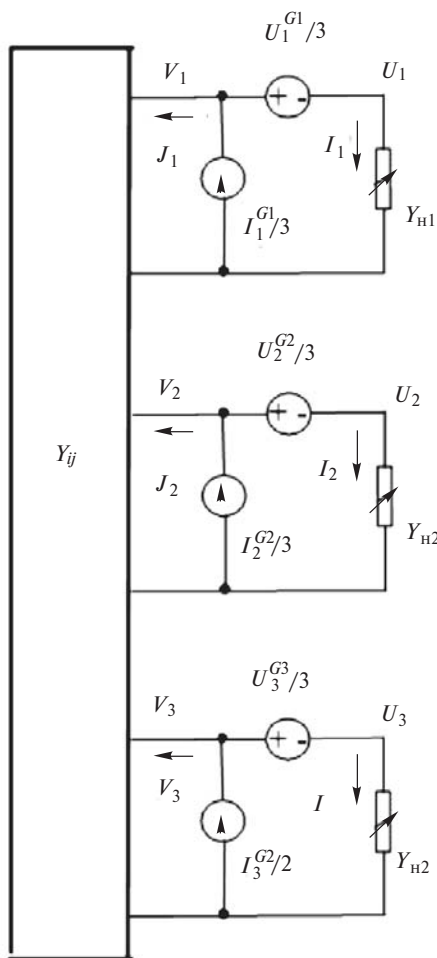


Рис. 5. Обобщенный эквивалентный генератор активного многополюсника

Сравним это соотношение с (16). Тогда выражение в скобках равно величине тока КЗ I_1^{SC} . Аналогично получаются выражения для токов I_1, I_2 . Также подчеркнем, что параметры центра пучка одной нагрузки не зависят от сопротивлений, входящих в состав канала других нагрузок. Например, центр G_1 определяется элементами y_1, y_{1N} , а от y_2, y_{2N}, y_3, y_{3N} не зависит.

Выводы. 1. Проективная геометрия адекватно интерпретирует «кинематику» цепи с изменяемыми параметрами элементов, позволяет провести более глубокий анализ и получить полезные для практики соотношения. Изложенный подход применим к анализу процессов «потокowego» характера различной физической природы.

2. Применение проективных координат позволяет получить уравнение активного многополюсника в нормированном виде, определить масштабы для токов и проводимостей нагрузок.

3. В предложенном эквивалентном генераторе активного многополюсника в виде пассивного многополюсника и набора источников тока и напряжения параметры этих источников не зависят от ряда проводимостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пенін А.А. Дробно-линейные соотношения в задачах анализа резистивных цепей с переменными параметрами. – Электричество, 1999, № 11.
2. Penin A.A. Determination of Regimes of the Equivalent Generator Based on Projective Geometry: The Generalized Equivalent Generator. – Intern. Journal of Electrical and Computer Engineering, 2008, vol.3, № 15: <http://www.waset.org/journals/ijece/v3/v3-15-146.pdf>(date of access:30.08.2011)
3. Penin A.A. About the Definition of Parameters and Regimes of Active Two-Port Networks with Variable Loads on the Basis of Projective Geometry. – WSEAS Transactions on Circuits and Systems, 2011, vol. 10, Issue 5:<http://www.worldses.org/journals/circuits/circuits-2011.htm> (date of access: 30.08.2011)
4. Глаголев Н.А. Проективная геометрия. – М.: Наука, 1963.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1996.

[05.10.2011]

Автор: **Пенін Александр Анатольевич** окончил радиотехнический факультет Одесского политехнического института в 1974 г. В 2011 г. защитил кандидатскую диссертацию «Моделирование электронных характеристик силовых транзисторов и фотоэлектрических преобразователей в линейно-гиперболической аппроксимации» в Институте электронной инженерии и нанотехнологий Академии наук Молдовы. Научный сотрудник этого института.