

# Математическая модель системы приводных асинхронных двигателей ведущих колёс транспортного средства

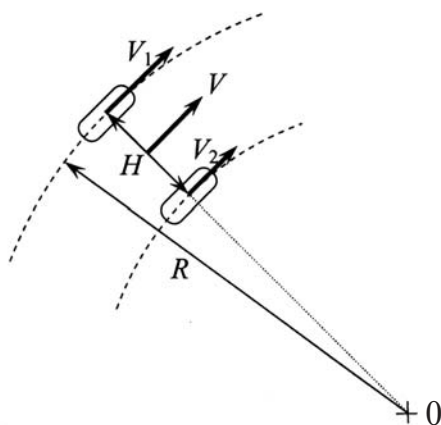
ГЕЧА В.Я., ЗАХАРЕНКО А.Б., ТАРАСЕНКО Д.А.

*Для улучшения управления и устойчивой работы электроприводного транспортного средства, а также с целью его экономичности проведено математическое моделирование «электронного дифференциала» ведущих колёс, разработано программное обеспечение.*

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель, электронный дифференциал, транспортное средство

Обострившаяся проблема загрязнения окружающей среды, особенно в больших городах, определила возрастающую потребность в электроприводных транспортных средствах (ТС). Простая замена двигателя внутреннего сгорания электродвигателем не позволяет увеличить энергоэффективность ТС, улучшить характеристики его управления и устойчивости, повысить маневренность и активную безопасность.

Прежде всего электрическая машина имеет намного лучшие пусковые и регулировочные свойства, что дает возможность отказаться от механической коробки передач. При движении по криволинейной траектории или неровной дороге ведущие колёса ТС проходят разный путь и вращаются с разной скоростью (рисунок), в результате возникает дополнительная нагрузка на детали трансмиссии и шины, ухудшается управляемость транспортного средства.



Скорости движения ведущих колёс  $V_1$  и  $V_2$  и транспортного средства  $V$  при повороте с радиусом  $R$

*The «electronic differential» of an electrically driven vehicle's driving wheels is mathematically simulated for achieving better control and stable operation of the vehicle and for improving its economic efficiency, and appropriate software is developed.*

**Key words:** induction motor, electronic differential, vehicle

Механические устройства распределения моментов и мощностей между ведущими колёсами («дифференциалы») достаточно сложны и не позволяют эффективно распределять нагрузку. Кроме того, у классических «дифференциалов» есть существенный недостаток: при попадании одного из ведущих колёс на скользкое покрытие оно начинает вращаться с увеличенной скоростью, в то время как второе колесо, находящееся на участке дороги с хорошим покрытием, наоборот, полностью останавливается.

Современные тенденции развития ТС определяют необходимость создания «электронного дифференциала». Он управляет электроприводом ведущих колёс и позволяет им в необходимых случаях вращаться с различной скоростью при различном вращающем моменте на каждом из них. При торможении электродвигателей возможен их перевод в режим рекуперации энергии, в накопительный элемент [1, 2]. Таким образом, внедрение «электронного дифференциала» приведет к значительному улучшению характеристик ТС.

**Система электропривода.** Наилучшие качества ТС могут быть достигнуты при приводе каждого ведущего колеса от отдельного электродвигателя. В статье рассмотрено транспортное средство с двумя передними ведущими колёсами. В качестве приводных использованы технологичные и достаточно надежные асинхронные двигатели, питаемые от преобразователей напряжения и частоты.

Существует два варианта размещения приводного двигателя относительно ведущего колеса: встраивание его в колесо, а также размещение в корпусе автомобиля и осуществление привода колеса через карданную муфту [3]. При встраивании двигателя в колесо (мотор-колесо) неподдресорен-

ная масса колеса существенно возрастает, что приводит к увеличенным динамическим нагрузкам на подвеску и её преждевременному разрушению. Второй вариант усложняет конструкцию автомобиля. Предлагаемый в статье алгоритм расчета распределения моментов и мощностей применим для обоих вышеперечисленных вариантов.

**Уравнения движения.** Наибольший интерес представляет случай криволинейного движения ТС, при котором каждое ведущее колесо движется по своему радиусу со своей скоростью (см. рисунок). Необходимо создать алгоритм и рассчитать момент, действующий на каждое ведущее колесо, так чтобы обеспечить наилучшие характеристики ТС. Кроме того, желательно, чтобы в режиме движения КПД приводных двигателей был максимален.

Следует отметить, что при равенстве скоростей ведущих колёс вышеупомянутый случай движения можно свести к прямолинейному.

Уравнения криволинейного движения колесной пары ТС определяются его линейным и угловым ускорениями:

$$\ddot{V} m_{\text{ТС}} = \dot{a} F; \quad (1)$$

$$\ddot{W} J_{\text{ТС}} = \dot{a} M,$$

где  $\dot{V}$ ,  $\dot{W}$  – линейное и угловое ускорения ТС;  $m_{\text{ТС}}$ ,  $J_{\text{ТС}}$  – его масса и момент инерции относительно вертикальной оси;  $\dot{a} F$ ,  $\dot{a} M$  – сумма моментов сопротивления, приведенных к транспортному средству.

Выражая линейную и угловую скорости ТС  $V$  и  $W$  через линейные скорости внешнего и внутреннего ведущих колёс  $V_1$  и  $V_2$ , движущихся без проскальзывания, получаем:

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}; \quad (2)$$

$$W = \frac{V_1 - V_2}{2H}, \quad (3)$$

где  $H$  – расстояние между осями ведущих колёс (ширина колеи, см. рисунок). Линейные скорости колёс  $V_1$  и  $V_2$  связаны с соответствующими угловыми скоростями через радиус качения  $R_k$ , а с угловой скоростью электродвигателя – через передаточное отношение редуктора  $I_{\text{ред}}$ :

$$V = WR_k / I_{\text{ред}}. \quad (4)$$

При движении ТС по криволинейной траектории с радиусом  $R$  внутреннее колесо движется со скоростью

$$V_2 = V_1 \frac{R - H}{R}. \quad (5)$$

Суммарная сила  $\dot{a} F$ , действующая на колесную пару ТС, определяется разницей между суммой сил  $(F_1 + F_2)$  в колесных парах и силами сопротивления, определяемыми трением, а также проекцией силы тяжести ТС на трассу движения. Суммарный момент  $M$ , действующий на колесную пару ТС, определяется разницей между вращающимися моментами  $\frac{M_1 - M_2}{R_k} H$  в колесных парах с радиусом качения  $R_k$  и соответствующими моментами сил сопротивления. С учетом вышесказанного уравнения движения могут быть представлены в виде:

$$\frac{\dot{V}_1 + \dot{V}_2}{2} m_{\text{ТС}} = \frac{M_1 + M_2}{R_k} \dot{a} F_c; \quad (6)$$

$$\frac{\dot{V}_1 - \dot{V}_2}{H} J_{\text{ТС}} = \frac{M_1 - M_2}{R_k} H, \quad (7)$$

где  $R_k$  – радиус качения колеса ТС;  $M_1$ ,  $M_2$  – моменты наружного и внутреннего ведущих колёс;  $\dot{V}_1$ ,  $\dot{V}_2$  – их линейные ускорения;  $\dot{a} F_c$  – суммарная сила сопротивления.

При практических расчетах формула (7) дает лишь небольшое уточнение при определении ускорений и моментов. Для обеспечения соотношения моментов, определяемого (6) и (7), при криволинейном движении можно допустить небольшое отклонение от закона регулирования напряжения и частоты, например  $U / f_1 = \text{const}$ , не приводящее к насыщению магнитной системы приводных двигателей.

Поскольку рабочий режим приводных асинхронных двигателей выбирается исходя из максимума КПД, скольжение ротора достаточно мало. Поэтому при криволинейном движении относительная скорость внешнего и внутреннего ведущего колёс равна относительной частоте напряжения:

$$q_k = \frac{V_k}{V} \gg \frac{f_{1k}}{f_1}, \quad (8)$$

где  $k = 1, 2$ ;  $V$  – скорость ТС;  $f_{1k}$  – частота напряжения статора приводного двигателя;  $f_1$  – частота, усредненная для двух приводных двигателей.

Момент каждого ведущего колеса в (6) определяется как электромагнитный момент приводного электродвигателя [4, 5]:

$$M_k = \frac{pm_2}{\sqrt{2}} Y_2 I_2 \sin b, \quad (9)$$

где  $m_2$  – число фаз ротора;  $Y_2$  – амплитуда полного потокосцепления с фазой обмотки ротора;  $I_2$  –

ток ротора;  $\mathbf{b}$  – угол между током ротора и потоком сцеплением.

С учетом передаточного отношения редуктора для асинхронного приводного двигателя (9) преобразуется к виду:

$$M_k = \frac{m_1 p U_k^2 \frac{r_{\Sigma}}{s_k} I_{ред}}{2 p f_{1k} \frac{e}{e} r_1 + c_1 \frac{r_{\Sigma} \ddot{\phi}^2}{s_k} + (x_1 q_k + c_1 x_{\Sigma} q_k)^2 \dot{\phi}} \quad (10)$$

где  $p$  – число пар полюсов приводного электродвигателя;  $m_1$  – число фаз;  $r_1, r_{\Sigma}, x_1, x_{\Sigma}, x_m$  – параметры схемы замещения;  $c_1$  – коэффициент преобразования параметров схемы замещения;  $I_{ред}$  – передаточное отношение редуктора.

Из (6) следует, что вращающий момент каждого ведущего колеса  $M_k$  должен быть равен моменту сопротивления, приведённому к ведущему колесу, и определяется моментом, зависящим от ускорения ТС:

$$M_{ck} = g \frac{m_{TC}}{2} R_k \sin a + \frac{m_{TC}}{2} V_k R_k + M_T, \quad (11)$$

где  $M_T$  – момент трения, зависящий от трения в опорах и сопротивления воздуха движению ТС;  $g$  – ускорение свободного падения.

При скорости изменения частоты вращения ротора, на порядок меньшей скорости электромагнитных процессов при широтно-импульсном регулировании напряжения, рабочий режим асинхронной машины рассмотрен как квазистатический. Предлагается использовать способ регулирования частоты вращения асинхронной машины по закону  $U_1 / f_1 = \text{const}$ . Зная заданный закон изменения скорости ТС от времени  $V_3 = f(t)$  и решая совместно уравнения (2)–(8), (10), (11), можно определить параметры управления скоростью и моментом каждого двигателя: напряжение  $U_1$  и частоту  $f_1$ .

**Алгоритм и пример расчета характеристик режима движения ТС при наличии поворота.** Исходными данными для расчета являются: длина и угол наклона  $a$  трассы; параметры транспортного средства:  $m_{TC}, J_{TC}, H, R_k, I_{ред}$ ; время начала  $t_{нач}$  и радиус  $R$  поворота; закон изменения заданной скорости от времени  $V_3 = f(t)$ ; число пар полюсов приводного асинхронного электродвигателя  $p$ , число фаз  $m_1$ ; параметры:  $r_1, r_{\Sigma}, x_1, x_{\Sigma}, x_m$ ; коэффициент преобразования параметров схемы замещения  $c_1$ ; суммарный момент инерции колеса, редуктора, ротора двигателя и карданной муфты  $J$ ; момент трения  $M_T$ , приведённый к ведущему колесу; прочие параметры: шаг по времени  $Dt$ , первые приближения

скольжения  $s_{кнач}$  и частоты  $f_{нач}$ , погрешность достижения заданной скорости  $\epsilon$ , емкость накопительной батареи, закон изменения напряжения от частоты, например,  $U_1 / f_1 = \text{const}$ .

Алгоритм расчета режима криволинейного движения проводится для  $i$ -го шага по времени с интервалом  $Dt$ ; индекс  $k$  определяет номер ведущего колеса ( $k=1$  для внешнего и  $k=2$  для внутреннего).

1. Промежуточная данная величина  $x = (R - H) / R$ ;

2. Задание скольжения:

в режиме двигателя  $s_k = s_{кна}$ ;

в режиме рекуперативного торможения

$s_k = -s_{кна}$ ;

3. Задание частоты напряжения статора  $f_1 = f_{нач}$ ;

4. Синхронная частота вращения  $W_1 = 2 p f_1 / p$ ;

5. Линейная скорость ТС  $V_i = (1 - s_k) W_1 R_k / I_{ред}$ ;

6. Линейные скорости:

внутреннего ведущего колеса  $V_{2i} = 2 V_i x / (1 + x)$ ;

внешнего ведущего колеса  $V_{1i} = 2 V_i (1 - x) / (1 + x)$ ;

скорость ТС  $V_i = (V_{1i} + V_{2i}) / 2$ ;

7. Линейные ускорения:

внешнего и внутреннего ведущих колёс

$\ddot{V}_{ki} = [V_{ki} - V_{k(i-1)}] / Dt$ ;

ускорение ТС  $\ddot{V}_i = (\ddot{V}_{1i} + \ddot{V}_{2i}) / 2$ ;

8. Относительные значения скорости ведущих колёс  $q_k = V_{ki} / V_k$ ;

9. Относительные значения частоты напряжения статора приводных двигателей  $f_{1k} = q_k f_1$ ;

10. Напряжение статора  $U_k = \text{const} f_{1k}$ ;

11. Скольжение: из равенства формул (10) и (11) найти  $s_k$ ;

12. Критическое скольжение

$$s_{kкр} = \pm \frac{c_1 r_{\Sigma}}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 q_k + c_1 x_{\Sigma} q_k)^2}};$$

13. Если любое из  $s_k > s_{kкр}$ , то увеличить частоту  $f_1$  и перейти к п. 4, иначе – продолжить;

14. Частота вращения ротора:

для режима двигателя  $W_k = 2 p f_{1k} (1 - s_k) / p$ ;

для режима рекуперативного торможения

$W_k = 2 p f_{1k} (1 + s_k) / p$ ;

15. Вращающий момент ведущих колёс по (10);

16. Окружная скорость ведущих колёс по (4);

17. Если  $(V_i - V_3) / V_3 < \epsilon$ , то продолжить расчет; если  $V_i < V_3$ , то увеличить частоту  $f_1$  и перейти к п. 4; если  $V_i > V_3$ , то уменьшить частоту  $f_1$  и перейти к п. 4.

Далее для каждого приводного двигателя необходимо рассчитать: эквивалентные сопротивления схемы замещения: активное  $r = r_1 + c_1 r_{\Sigma} / s$ , индук-

тивное  $x = x_1 q_k + c_1 x_2 q_k$ , полное  $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$ ; ток ротора  $I_{\phi} = U_1 / Z$ , активную составляющую тока статора  $I_{1a} = I_{\phi} / Z$ ; потребляемую из накопительной батареи активную мощность  $P_1 = 3U_1 I_{1a}$ ; мощность на валу  $P_2 = WM$  и КПД. Для того чтобы определить режим с оптимальным КПД, следует провести расчет для ряда  $s_{кнач}$  и  $f_{нач}$ .

По описанному алгоритму в среде LabVIEW разработано программное обеспечение (ПО) (рис. 2) для эмуляции характеристик системы приводных асинхронных двигателей.

Проведено математическое моделирование движения ТС типа «Газель» с двумя приводными трехфазными асинхронными двигателями, каждый из которых при  $U = 220$  В и  $f_1 = 50$  Гц развивает мощность на валу  $P_2 = 15$  кВт при скорости движения ТС  $V = 7,5$  км/ч (с учетом передаточного отношения редуктора). Параметры такого двигателя, рассчитанные в [4], приведены в таблице. Исходя из того, что автомобиль «Газель-Электро» оснащен одним электродвигателем, развивающим мощность 60 кВт при 80 км/ч, ожидаемая динамика моделируемого ТС вполне удовлетворительна.

Расчет характеристик проведен на примере поворота ТС с радиусом 5 м при движении по горизонтальной поверхности со скоростью 3,9 м/с (см. таблицу). Исходные данные для расчета:  $p = 2$ ;  $m_1 = 3$ ;  $r_1 = 0,35$  Ом;  $r_2 = 0,19$  Ом;  $x_1 = 0,67$  Ом;  $x_2 = 0,91$  Ом;  $x_m = 27$  Ом;  $I_{ред} = 4$ ;  $R = 5$  м;  $U_1 = 111$  В;  $f_1 = 25,2$  Гц;  $V = 3,2$  и  $4,6$  м;  $V_{ср} = 3,9$  м.

Параметры	Расчет по алгоритму		Результат выполнения ПО
	$k = 1$	$k = 2$	
$V/V_{ср}$	1,179487	0,820513	—
$f_1$ , Гц	29,72	20,68	—
$\omega_1$ , рад/с	93,38	64,96	—
$\omega$ , рад/с	92,00	64,00	—
$s$	0,0148	0,0148	—
$M$ , Нж	25,5	25,3	25,52 и 25,26
$r$ , Ом	13,22	13,22	—
$x$ , Ом	1,86	1,30	—
$z$ , Ом	13,36	13,29	—
$I_{\phi}$ , А	9,80	6,85	—
$I_{1a}$ , А	9,71	6,82	—

$P_1$ , Вт	3812,61	1863,77	—
$P_2$ , Вт	2347,84	1616,64	2354,9 и 1631,4

Анализ характеристик показывает, что асинхронные двигатели работают с малым скольжением ( $s = 0,0148$ ) в режиме, близком к наиболее эффективному. Однако даже при достаточно большом радиусе поворота значение мощности приводных асинхронных двигателей существенно отличаются, например по потребляемой мощности — более чем в 2 раза. Улучшить характеристики ТС и уменьшить потери мощности в приводных двигателях позволит применение полного привода. При этом приводные двигатели должны оптимизироваться по критерию энергоэффективности ТС в заданном (например городском) цикле движения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Эйдинов А.А.** Электромобили: Учебное пос. для студентов вузов. — М.: Изд-во МГААТМ, 1997.
2. **Захаренко А.Б.** Исследование вентильной машины для привода электромобиля. — Электротехника, 2002, № 7.
3. **Геча В.Я., Аронзон А.Н., Смирнитский М.А.** Расчетные и экспериментальные исследования неравномерности движения моста машины перегрузочной. — М.: Труды ВНИИЭМ «Вопросы электромеханики», 2004, т. 101.
4. **Копылов И.П., Клоков Б.К., Морозкин В.П., Токарев Б.Ф.** Проектирование электрических машин: Учебник для вузов. 2 т. / Под ред. И.П. Копылова — М.: Высшая школа, 2002.
5. **Лопухина Е.М., Семенчуков Г.А.** Автоматизированное проектирование электрических машин малой мощности. — М.: Высшая школа, 2002.

[17.02.12]

*Авторы: Геча Владимир Яковлевич окончил энергомашиностроительный факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1976 г. В 1997 г. защитил докторскую диссертацию в области исследования магнитоупругих колебаний электрических машин. Заведующий кафедрой «Электромеханика» МЭИ.*

*Захаренко Андрей Борисович окончил электромеханический факультет МЭИ в 1995 г. В 2009 г. защитил докторскую диссертацию в области исследования магнитоэлектрических машин с дискретно распределёнными обмотками. Профессор кафедры «Электромеханика» МЭИ.*

---

*Тарасенко Дмитрий Александрович* окончил Институт электротехники МЭИ в 2010 г. Аспирант кафедры «Электромеханика» МЭИ.