

Анализ и моделирование импульсных преобразователей с упрощенным токовым контуром

БЕЛОВ Г.А.

Получены формулы для расчета переходной и частотных характеристик замкнутого упрощенного токового контура импульсного преобразователя с двухконтурной системой управления. На основе анализа этих характеристик показана возможность замены замкнутого токового контура эквивалентным непрерывным колебательным звеном. Обоснованы соотношения для расчета параметров этого звена.

К л ю ч е в ы е с л о в а: импульсный преобразователь, токовый контур, математическая модель, характеристики, колебательное звено

Двухконтурные системы управления широко применяются при практической реализации импульсных преобразователей всех трех возможных типов (понижающего, повышающего и инвертирующего) [1–5]. Введение в схему преобразователя контура регулирования тока силового дросселя существенно улучшает динамические свойства преобразователя, однако в то же время усложняет схему управления. В связи с этим широкое распространение получили импульсные преобразователи с упрощенным токовым контуром управления, в которых отрицательная обратная связь по току дросселя осуществляется (без дополнительного регулятора тока) подачей токового сигнала с датчика тока непосредственно на один из входов ШИМ-компаратора, на другой вход которого подается задающий сигнал токового контура [1, 2]. Одной из первых микросхем, реализующих подобную схему управления, являлся микроконтроллер типа UC3842, выпускаемый компанией Texas Instruments. Затем появились усовершенствованные (с повышенной частотой переключений) и более экономичные микросхемы, реализующие этот принцип управления, например микросхема LM3478 компании National Semiconductor [6]. Микросхема IR1150 компании International Rectifier позволяет реализовать систему управления с упрощенным токовым контуром в корректорах коэффициента мощности [7].

Результаты исследования токового контура импульсного преобразователя с ПИ-регулятором тока дросселя, используемого, например, в корректоре коэффициента мощности [3], показывают, что недопустимо использовать усредненную модель токового контура для расчета процессов вблизи грани-

Formulas for calculating the transient and frequency responses of a closed simplified current loop in a pulse converter with a double-loop control system are obtained. An analysis of these characteristics was carried out, and it is shown from this analysis that the closed current loop can be replaced by an equivalent continuous oscillatory section. The relations for calculating the parameters of this section are substantiated.

Key words: pulse converter, current loop, mathematical model, characteristics, oscillatory section

цы устойчивости контура, но возможно на достаточном удалении от границы устойчивости [8]. В отличие от этого процессы в упрощенном токовом контуре, инерционность которого определяется только силовым дросселем импульсного преобразователя, вообще не могут рассчитываться методом усреднения (при усреднении дифференциальных уравнений для тока дросселя за период переключений). Это порождает принципиальные трудности при анализе и расчете контура напряжения методом усреднения, поскольку для этого требуется усредненная модель замкнутого токового контура, являющегося составной частью контура напряжения. Для преодоления этой трудности предложено заменять упрощенный токовый контур эквивалентным непрерывным колебательным звеном [5]. Однако определение параметров эквивалентного колебательного звена до сих пор в достаточной мере не обосновано. Предлагаемая статья посвящена решению этой задачи.

Анализ токового контура. На рис. 1,а показана основная часть схемы токового контура импульсного преобразователя, состоящая из ШИМ-компаратора DA2 и RS-триггера. На инвертирующий вход компаратора DA2 подается разность выходного напряжения $u_{y.o}$ усилителя ошибки DA1 и корректирующего пилообразного напряжения $u_{п}$, а на неинвертирующий вход — сигнал обратной связи по току силового дросселя $R_{д.т}i_L$, $R_{д.т}$ — сопротивление передачи датчика тока дросселя. Триггер устанавливается в состояние 1 тактовыми импульсами u_T , поступающими, как и пилообразное напряжение $u_{п}$, от задающего генератора микросхемы управления. При этом на выходе ШИМ начинает формироваться положительный импульс $u_{шим}$, ко-

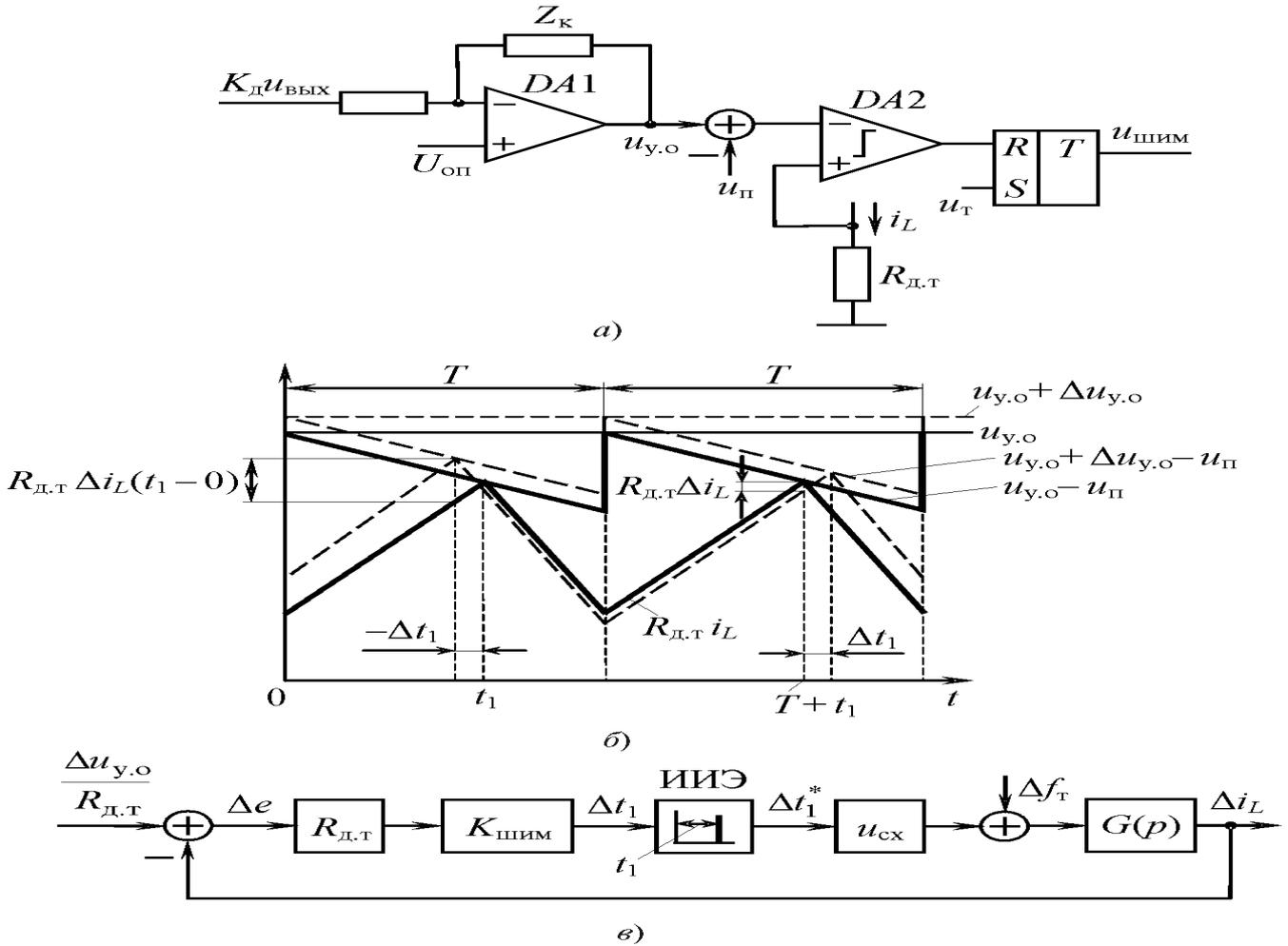


Рис. 1. Основная часть схемы токового контура: Z_k – корректирующий двухполюсник регулятора напряжения (а); временные диаграммы, поясняющие функционирование ШИМ: сплошные линии соответствуют процессам в стационарном режиме, штриховые – в возмущенном режиме (б); линейризованная импульсная модель токового контура, ИИЭ – идеальный импульсный элемент (в)

торый через драйвер, не показанный на рис. 1,а, поступает на затвор силового МДП-транзистора, вызывая его отпирание. В момент пересечения кривой напряжения $R_{д.т}i_L$ с графиком функции $u_{y.o}(t) - u_{п}(t)$ (рис. 1,б) на выходе ШИМ-компаратора DA2 формируется уровень логического нуля, поступающий на вход R триггера и вызывающий его сброс. Таким образом, на выходе ШИМ формируется прямоугольный импульс $u_{ШИМ}$ длительностью t_1 .

Рассмотрение временных диаграмм, представленных на рис. 1,б, позволяет по известной методике [9, 10] обосновать линейризованную импульсную модель упрощенного токового контура (рис. 1,в). Эта модель справедлива для всех трех схем импульсных преобразователей, если напряжение схемы $u_{сх}$, входящее в модель в качестве коэффициента передачи, для понижающего преобразователя полагать равным $u_{вх}$, для повышающего $u_{вых}$, для инвертирующего $u_{вх} + u_{ввых}$. Кроме того, модели для разных схем отличаются возмущающим

воздействием Df_T , подаваемым на вход звена $G(p)$ (рис. 1,в) [10].

Для линейризации ШИМ воспользуемся равенством

$$R_{д.т} Di_L(t_1 - 0) = Du_{y.o}(t_1 - 0) + R_{д.т} \frac{di_L}{dt} \Big|_{t_1-0} (-Dt_1) + \frac{du_{п}}{dt} \Big|_{t_1} (-Dt_1),$$

которое следует из рис. 1,б при малых отклонениях $Di_L(t)$ и $Du_{y.o}(t)$ кривых возмущенного режима (штриховые линии) от соответствующих кривых стационарного режима $i_L(t)$ и $u_{y.o}(t)$ (сплошные линии). Значения отклонений (приращений) длительности t_1 открытого состояния силового транзистора образуют дискретную последовательность. Как видно, в первом периоде показанного на рис. 1,б процесса значение Dt_1 отрицательно, а во втором периоде положительно.

Из последнего равенства следует линеаризованное уравнение ШИМ:

$$Dt_1 = K_{\text{шим}} [Du_{y.o}(t_1 - 0) - R_{д.т} Di_L(t_1 - 0)], \quad (1)$$

где коэффициент передачи ШИМ

$$K_{\text{шим}} = \frac{1}{R_{д.т} \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_1-0} + \left. \frac{du_{\Pi}}{dt} \right|_{t_1}}. \quad (2)$$

Уравнение (1) позволяет при малых глубинах модуляции заменить ШИМ-2 амплитудно-импульсной модуляцией последовательности дельта-импульсов. Как известно из [9, 10] и видно из рис. 1, в, площадь очередного дельта-импульса, формируемого в момент t_1 , составляет $u_{сх} Dt_1$.

Согласно рис. 1 в передаточная функция непрерывной части токового контура

$$W_T(p) = R_{д.т} K_{\text{шим}} u_{сх} G(p),$$

где $G(p) = 1/(Lp + r)$; L – индуктивность силового дросселя; r – активное сопротивление цепи дросселя.

С учетом выражения для операторной передаточной проводимости $G(p)$ приведем выражение для $W_T(p)$ к стандартной форме:

$$W_T(p) = \frac{K_T}{T_L p + 1}, \quad (3)$$

где $K_T = R_{д.т} K_{\text{шим}} u_{сх} / r$ – коэффициент усиления разомкнутого токового контура; $T_L = L/r$ – постоянная времени цепи силового дросселя.

На основании теории импульсных систем [11] получаем выражения для z -изображения выходной переменной замкнутого линеаризованного токового контура (см. рис. 1, в):

$$Di_L(z, \theta) = \begin{cases} \frac{z^{-1} W_T(z, 1 + e^{-\theta_1})}{1 + z^{-1} W_T(z, 1)} \frac{Du_{y.o}(z, \theta_1)}{R_{д.т}} - Z_{e=\theta_1} [G(p) Df_T(p)] + Z_e [G(p) Df_T(p)] & \text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_1; \\ \frac{W_T(z, e^{-\theta_1})}{1 + z^{-1} W_T(z, 1)} \frac{Du_{y.o}(z, \theta_1)}{R_{д.т}} - Z_{e=\theta_1} [G(p) Df_T(p)] + Z_e [G(p) Df_T(p)] & \text{при } \theta_1 \leq \theta \leq 1, \end{cases} \quad (4)$$

где $Df_T(p)$ – изображение по Лапласу возмущающего воздействия токового контура; $0 \leq \theta \leq 1$ – относи-

тельное смещение момента наблюдения $t = nT + \theta T$; T – период переключений; $\theta_1 = t_1 / T$; $W_T(z, \theta)$ – дискретная передаточная функция разомкнутого токового контура, определяемая выражением

$$W_T(z, \theta) = \frac{K_T}{T_L} \frac{z d^\theta}{z - d}, \quad d = e^{-T/T_L}. \quad (5)$$

Соотношения (4) позволяют рассчитывать переходные процессы, вызванные задающим воздействием $Du_{y.o}(t) / R_{д.т}$ и возмущением $Df_T(p)$ в замкнутом токовом контуре (см. рис. 1, в). Правильность учета действия возмущения в (4) легко проверить, если перенести точку суммирования возмущения вперед через звено $G(p)$. Это действие сводится к тому, что, во-первых, возмущение $Df_T(p)$, передаваясь через звено $G(p)$, присутствует в сигнале $Di_L(t)$ (это учитывается последними слагаемыми в правых частях соотношений (4)). Во-вторых, возмущение, поступая через звено $G(p)$ на задающий вход замкнутого контура, вычитается из задающего сигнала $Du_{y.o}(t) / R_{д.т}$, что учитывается вторым слагаемым в фигурных скобках соотношений (4).

Сделав эти замечания, далее будем рассматривать переходные процессы без учета возмущения. Для этого сначала найдем корень характеристического уравнения $1 + z^{-1} W_T(z, 1) = 0$ замкнутого токового контура:

$$z_1 = -\frac{\partial K_T}{\partial T_L} \frac{\partial}{\partial d}. \quad (6)$$

Тогда при ступенчатом задающем воздействии из (4) с учетом (5) получаем:

$$Di_L(z, \theta) = \begin{cases} \frac{K_T}{T_L} \frac{z d^{1+\theta} e_1}{(z-1)(z-z_1)} \frac{Du_{y.o}}{R_{д.т}} & \text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_1; \\ \frac{K_T}{T_L} \frac{z^2 d^\theta e_1}{(z-1)(z-z_1)} \frac{Du_{y.o}}{R_{д.т}} & \text{при } \theta_1 \leq \theta \leq 1. \end{cases} \quad (7)$$

Определяя обратные z -преобразования, соответствующие z -изображениям (7), получаем:

$$Di_L(n, \theta) = \begin{cases} \frac{Du_{y.o}}{R_{д.т}} \frac{K_T}{T_L} d^{1+\theta} e_1 \frac{1-z_1^n}{1-z_1} & \text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_1; \\ \frac{Du_{y.o}}{R_{д.т}} \frac{K_T}{T_L} d^\theta e_1 \frac{1-z_1^{n+1}}{1-z_1} & \text{при } \theta_1 \leq \theta \leq 1. \end{cases} \quad (8)$$

Результаты расчетов по формулам (8) представлены на рис. 2, где $K_T / T_L = 1$ соответствует процессу конечной длительности. Как видно, кривая тока силового дросселя $Di_L(t)$ представляет собой последовательность импульсов различной высоты длительностью T . Вершина импульса, начинающе-

гося на n -м периоде и оканчивающегося на $(n+1)$ -м периоде (n -м периодом называется интервал времени $(nT, nT+T)$), при отсчете переменной ωt от момента начала импульса описывается следующим выражением, вытекающим из (8),

$$Di_L(n, \omega t + e_1) = \frac{Du_{y.o} K_T}{R_{д.т} T_L} d e^{\omega t} \frac{1 - z_1^{n+1}}{1 - z_1}, \quad (9)$$

где $0 \leq \omega t \leq 1$.

Оценим возможные значения коэффициента K_T / T_L , входящего в формулы (6)–(9). Поскольку $d < 1$, то при $K_T / T_L < 1$ условие устойчивости токового контура $|z_1| < 1$ всегда выполняется. В случае, когда $K_T / T_L > 1$, условие устойчивости с учетом (6) имеет вид

$$\frac{K_T}{T_L} < 1 + \frac{1}{d}. \quad (10)$$

На практике реальные значения d будут близки к единице, но $d < 1$, поэтому из условия (10) следует неравенство $K_T / T_L < 2$, ограничивающее допустимое значение K_T / T_L .

Полагая изменение тока силового дросселя i_L на интервале открытого состояния силового транзистора линейным и пренебрегая влиянием активного сопротивления цепи дросселя r на выходное напряжение преобразователя $u_{\text{вых}}$, на основании соотношений (2) и

$$\frac{K_T}{T_L} = \frac{R_{д.т} K_{\text{шим}} u_{\text{сх}}}{L} \quad (11)$$

получаем выражения, приведенные в таблице; здесь $U_{\text{п}}$ – амплитуда пилообразного напряжения. В последней колонке приведены выражения, полученные с использованием приближенных равенств $u_{\text{вых}} = g u_{\text{вх}}$, $u_{\text{вых}} = u_{\text{вх}} / (1 - g)$ и $u_{\text{вых}} = u_{\text{вх}} / (1 - g)$ соответственно для понижающей, повышающей и инвертирующей схем.

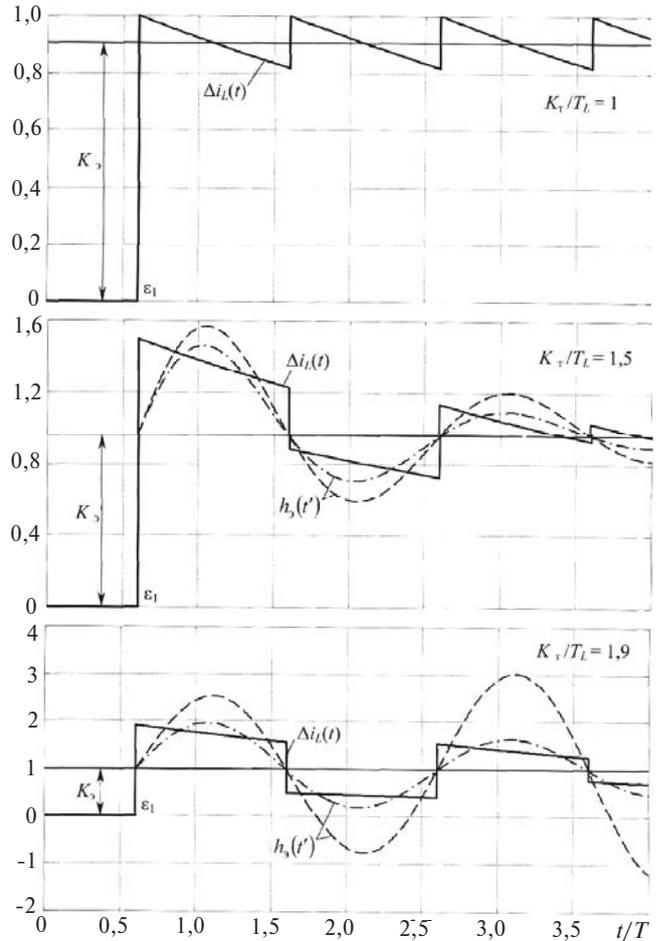


Рис. 2. Кривые тока силового дросселя $Di_L(t)$ (сплошные линии) и переходные характеристики эквивалентного колебательного звена $h_3(t)$ при определении a_3 первым (---) и вторым (- · - · -) способами; $T / T_L = 0,2$

С учетом выражений в последней колонке таблицы при $d \gg 1$ условие устойчивости (10) принимает вид

$$U_{\text{п}} > \frac{R_{д.т} T u_{\text{сх}}}{2L} (2g - 1), \quad (12)$$

Схема	Напряжение $u_{\text{сх}}$	Приближенные выражения для определения параметров импульсных моделей упрощенного токового контура		
		$K_{\text{шим}}$	K_T / T_L	K_T / T_L
Понижающая	$u_{\text{вх}}$	$\frac{L}{R_{д.т} \frac{\omega}{\omega_0} u_{\text{вх}} - u_{\text{вых}} + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T} \frac{\omega}{\omega_0}}$	$\frac{u_{\text{вх}}}{u_{\text{вх}} - u_{\text{вых}} + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T}}$	$\frac{1}{1 - g + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T u_{\text{сх}}}}$
		$\frac{L}{R_{д.т} \frac{\omega}{\omega_0} u_{\text{вх}} + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T} \frac{\omega}{\omega_0}}$	$\frac{u_{\text{вх}}}{u_{\text{вх}} + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T}}$	$\frac{1}{1 - g + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T u_{\text{сх}}}}$
Повышающая	$u_{\text{вых}}$	$\frac{L}{R_{д.т} \frac{\omega}{\omega_0} u_{\text{вх}} + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T} \frac{\omega}{\omega_0}}$	$\frac{u_{\text{вх}}}{u_{\text{вх}} + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T}}$	$\frac{1}{1 - g + \frac{LU_{\text{п}}}{R_{д.т} T u_{\text{сх}}}}$

откуда следует, что во всех трех схемах при $g < 0,5$ упрощенный токовый контур всегда устойчив и без введения пилообразного напряжения в ШИМ. Пилообразное напряжение необходимо для обеспечения устойчивости только при $g > 0,5$.

Обоснование линеаризованной непрерывной модели замкнутого токового контура. Для анализа и синтеза всего импульсного преобразователя может быть использована импульсная модель, которая получается, если импульсную модель токового контура (рис. 1,б) дополнить элементами контура напряжения [10]. Однако такая модель сложна для практического использования из-за высокого порядка непрерывной части. Поскольку процессы в замкнутом токовом контуре $Di_L(t)$ при отрицательном корне z_1 имеют колебательный характер (рис. 2), будем искать параметры колебательного звена с передаточной функцией

$$W_3(p) = \frac{K_3}{T_3^2 p^2 + 2z_3 T_3 p + 1} = \frac{K_3}{T_3^2 [(p + a_3)^2 + b_3^2]}, \quad (13)$$

действие которого на контур напряжения было бы эквивалентно действию на него замкнутого токового контура, когда токовый контур является более быстродействующим, чем контур напряжения. Здесь K_3 , T_3 и z_3 – коэффициент усиления, постоянная времени и коэффициент демпфирования эквивалентного колебательного звена; справедливы соотношения:

$$a_3 = \frac{z_3}{T_3}; \quad b_3 = \frac{\sqrt{1 - z_3^2}}{T_3}; \quad a_3^2 + b_3^2 = \frac{1}{T_3^2}. \quad (14)$$

Тогда с учетом известной модели силовой части [10] линеаризованная усредненная структурная модель понижающего преобразователя может быть представлена как показано на рис. 3. На этой схеме учтено эквивалентное последовательное сопротивление (ЭПС) r_C выходного конденсатора. В этом случае справедливы уравнения для выходной цепи понижающего импульсного преобразователя:

$$C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{R} = i_L = i_{\text{н.д}}; \quad u_{\text{ВЫХ}} = u_C + r_C C \frac{du_C}{dt},$$

откуда следуют операторные уравнения:

$$u_C = Z(p)(i_L - i_{\text{н.д}}); \quad u_{\text{ВЫХ}} = (1 + \tau_C p)u_C, \quad (15)$$

где $\tau_C = r_C C$ – постоянная времени выходного конденсатора; R – сопротивление нагрузки; $i_{\text{н.д}}$ – дополнительный ток нагрузки, не учитываемый сопротивлением R ;

$$Z(p) = \frac{R}{(R + r_C)Cp + 1}.$$

Для отклонений Di_L , $Di_{\text{н.д}}$, Du_C и $Du_{\text{ВЫХ}}$ от кривых стационарного режима преобразователя справедливы уравнения, аналогичные (15), в связи с линейностью этих уравнений.

Для определения параметров колебательного звена, эквивалентного замкнутому упрощенному токовому контуру, учтем, что период собственных колебаний этого звена $2\pi / b_3$ должен быть равен удвоенному периоду переключений преобразователя $2T$. Следовательно, необходимо, чтобы

$$b_3 = \pi / T = \pi f. \quad (16)$$

Если $a_3 \ll b_3$, то согласно соотношениям (14) $b_3 \gg 1/T_3$ и $T_3 \gg T/\pi$.

Остается определить коэффициенты усиления K_3 и демпфирования z_3 или a_3 . Для этого воспользуемся переходной характеристикой колебательного звена [11]:

$$h_3(t) = K_3 \frac{e^{-a_3 t}}{e} \left(1 - \frac{a_3}{b_3} \cos b_3 t + \frac{a_3}{b_3} \sin b_3 t \right) \frac{\ddot{u}}{\dot{u}}$$

которая при отсчете времени t от момента нарастания характеристики t_H до значения K_3 принимает вид

$$h_3(t) = K_3 \frac{e^{-a_3(t-t_H)}}{e} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 - z_3^2}} \sin b_3(t-t_H) \right) \frac{\dot{u}}{\dot{u}} \quad (17)$$

где $t = t - t_H$;

$$t_H = \frac{1}{b_3} \arctg \frac{b_3}{a_3}$$

Поскольку контур напряжения является более инерционным, чем контур тока, параметры эквива-

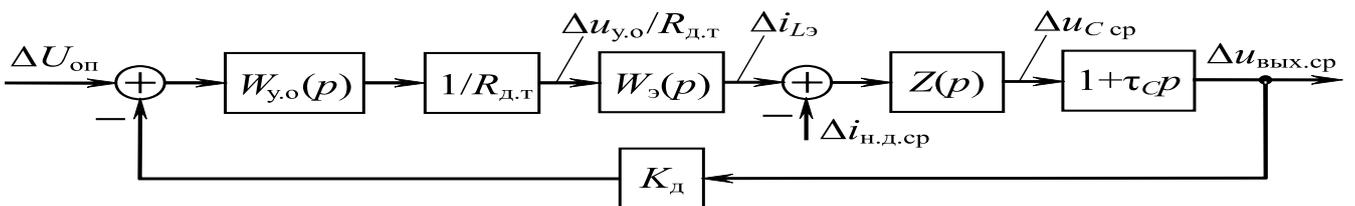


Рис. 3. Линеаризованная усредненная модель контура напряжения понижающего импульсного преобразователя

лентного колебательного звена целесообразно определять из условия

$$Di_{Lcp}(n) = Di_{L\Delta cp}(n), \quad (18)$$

где $Di_{Lcp}(n)$ – среднее значение n -го импульса тока $Di_L(t)$, начинающегося на n -м периоде дискретизации и оканчивающегося на $(n+1)$ -м периоде дискретизации; $Di_{L\Delta}(n)$ – среднее значение тока на выходе эквивалентного колебательного звена за период T , когда начало отсчета времени $t\phi$ в равенстве (17) совмещается с моментом начала нулевого импульса (для $n=0$) $Di_L(t)$ (см. рис. 2).

Интегрируя выражение (9) при изменении ϕ в пределах от 0 до 1, находим:

$$Di_{Lcp}(n) = \frac{Du_{y.o} K_T}{R_{д.т} T_L} (1-d) \frac{1-z_1^{n+1}}{1-z_1}. \quad (19)$$

Интегрируя выражение

$$Di_{L\Delta}(t) = \frac{Du_{y.o}}{R_{д.т}} h_3(t\phi)$$

с учетом (17) за время $T = p/b_3$ между соседними моментами перехода характеристики $h_3(t\phi)$ через значение K_3 , находим:

$$Di_{L\Delta cp}(n) = \frac{Du_{y.o} K_3}{R_{д.т}} \left[\frac{1+(-1)^n \sqrt{1-z_3^2}}{p} e^{-a_3 t_H} e^{-\frac{na_3 p}{b_3} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}}} - \frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}} \right] \quad (20)$$

Коэффициент усиления K_3 определим из условия равенства установившихся значений при $|z_1| < 1$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Di_{Lcp}(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} Di_{L\Delta cp}(n),$$

откуда с учетом (19) следует

$$K_3 = \frac{K_T}{T} \frac{1-d}{1-z_1}. \quad (21)$$

Уравнение (18) с учетом равенств (19)–(21) и условия $z_1 < 0$ принимает вид

$$|z_1|^{n+1} = \frac{\sqrt{1-z_3^2}}{p} e^{-a_3 t_H} e^{-\frac{na_3 p}{b_3} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}}} - \frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}}. \quad (22)$$

Точное выполнение равенства (22) в переходном процессе при изменении дискретного времени n от 0 до ∞ и фиксированном значении a_3 невозможно. Можно определить только значение a_3 , при котором на заданном интервале времени обеспечивается максимальная близость левой и правой

частей равенства (22), т.е. процессов (19) и (20), вызванных ступенчатым воздействием $Du_{y.o}(t)$, в соответствии с выбранным критерием оптимальности. Рассмотрим два способа определения a_3 .

1. Определение a_3 из условия равенства перерегулирования в процессах (19) и (20), т.е. равенства средних значений (19) и (20) при $n=0$. Тогда, полагая в равенстве (22) $n=0, t_H \gg p/(2b_3)$ и обозначая $x = e^{-\frac{a_3 p}{2b_3}}$, получаем кубическое уравнение

$$x^3 + x + a = 0,$$

где

$$a = -\frac{T}{T_3} |z_1| - p \frac{K_T}{T_L} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}}$$

По формулам Кардана находим действительный корень этого уравнения:

$$x_1 = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}, \quad (23)$$

где $q = a/2; p = 1/3$, и искомое значение

$$a_3 = -\frac{2b_3}{p} \ln x_1 = -\frac{2}{T} \ln x_1. \quad (24)$$

По формулам (23), (24) рассчитываем зависимости для определения a_3 , представленные на рис. 4, а по формуле (17) – переходные характеристики эквивалентного колебательного звена, показанные на рис. 2 штриховыми линиями. Как видно, при некоторых значениях параметров K_T/T_L и T/T_L значение a_3 переходит через нуль, что соответствует нарушению устойчивости эквивалентного колебательного звена. Желательно, чтобы эти значения параметров соответствовали границе устойчивости дискретной модели, т.е. $|z_1| = 1$. При рассматриваемом способе определения a_3 такое соответствие не обеспечивается, поскольку при подстановке $n=0, a_3=0$ из правой части равенства (22) следует $|z_1| = 2/p$, т.е. дискретная модель устойчива.

2. При втором способе определения a_3 близость левой и правой частей равенства (22) будем оценивать по их суммарному квадратичному отклонению [12]:

$$I_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}} |z_1|^{n+1} - A e^{-\frac{na_3 p}{b_3} \frac{\phi}} \right]^2, \quad (25)$$

где

$$A = \frac{\sqrt{1-z_3^2}}{p} e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}} - \frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}{1+e^{-\frac{a_3 p}{b_3} \frac{\phi}}}.$$

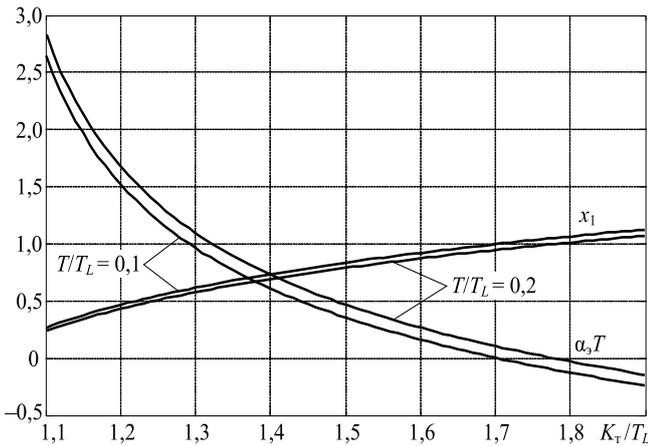


Рис. 4. Зависимости для определения \$x_1\$ и \$a_3T\$

Рассматривая сумму (25) как сумму членов двух геометрических прогрессий, получаем:

$$I_2 = \frac{|z_1|^2}{1 - |z_1|^2} - 2 \frac{\sqrt{1 - z^2}}{\rho} |z_1| \frac{x(1 + x^2)}{1 - |z_1|x^2} + \frac{\frac{\partial}{\partial \epsilon} \sqrt{1 - z^2} \frac{\partial^2}{\partial \epsilon^2}}{\frac{\partial}{\partial \epsilon} \rho \frac{\partial}{\partial \epsilon}} \frac{x^2(1 + x^2)}{1 - x^2}, \quad (26)$$

где \$x = e^{-a_3 \rho / 2b_3}\$.

Зависимости \$I_2\$ от \$x\$ (рис. 5) выявляют наличие оптимального значения \$x\$, соответствующего минимуму \$I_2\$, а следовательно, \$(a_3 T)_{\text{опт}} = -2 \ln x_{\text{опт}}\$. В частности, при \$T/T_L = 0,2\$, \$K_T/T_L = 1,5\$ имеем \$x_{\text{опт}} \approx 0,72\$, а при \$K_T/T_L = 1,9\$ \$x_{\text{опт}} \approx 0,9\$. Переходные характеристики эквивалентного колебательно-го звена при оптимальном значении \$a_3\$, соответствующем минимуму \$I_2\$, также представлены на рис. 2. Определение \$a_3\$ по условию минимума \$I_2\$, как видно из кривых для \$K_T/T_L = 1,9\$, правильнее отражает динамику упрощенного токового контура, чем определение \$a_3\$ по условию равенства перерегулирования в дискретной и непрерывной моделях токового контура.

Сравнение частотных характеристик линеаризованных дискретной и непрерывной моделей замкнутого токового контура. Согласно равенствам (4) дискретная передаточная функция замкнутого токового контура определяется следующим образом:

$$\Phi_T(z, \epsilon) = \frac{Di_L(z, \epsilon)}{Di_3(z, \epsilon_1)} \begin{cases} \frac{z^{-1} W_T(z, 1 + \epsilon - \epsilon_1)}{1 + z^{-1} W_T(z, 1)} & \text{при } 0 \le \epsilon \le \epsilon_1; \\ \frac{W_T(z, \epsilon - \epsilon_1)}{1 + z^{-1} W_T(z, 1)} & \text{при } \epsilon_1 \le \epsilon \le 1, \end{cases} \quad (27)$$

где \$Di_3(z, \epsilon_1)\$ – \$z\$-изображение дискретной последовательности задающего тока \$Di_3(n, \epsilon_1) = Du_{y,0}(n, \epsilon_1) / R_{д.т}\$.

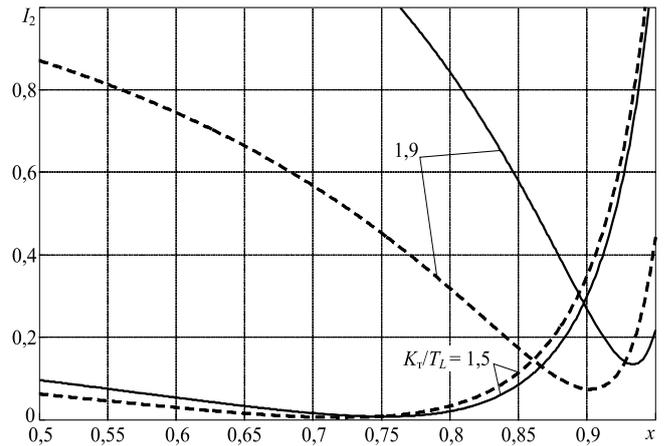


Рис. 5. Графики для определения оптимального значения \$a_3T\$ при \$T/T_L = 0,1\$ (—) и \$T/T_L = 0,2\$ (---)

Частотная передаточная функция \$\Phi_T(e^{j\omega T}, \epsilon)\$, получаемая подстановкой \$z = e^{j\omega T}\$ в выражение (27), зависит от смещения \$\epsilon\$. Как видно из рис. 2, в моменты генерации дельта-импульсов импульсным элементом (при \$\epsilon = \epsilon_1\$) (см. рис. 1, \$\epsilon\$) отмечаются скачки тока \$Di_L(n, \epsilon)\$, которые оказывают наиболее сильное воздействие на контур напряжения. Поэтому частотную характеристику дискретной модели замкнутого токового контура также будем определять при \$\epsilon = \epsilon_1 + 0\$. Тогда с учетом (27) и (5) получим

$$\Phi_T(e^{j\omega T}, \epsilon_1) = \frac{K_T}{T_L} \frac{e^{j\omega T}}{e^{j\omega T} - z_1} = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (28)$$

где

$$P(\omega) = \frac{K_T}{T_L} \frac{1 - z_1 \cos \omega T}{1 - 2z_1 \cos \omega T + z_1^2}; \quad (29)$$

$$Q(\omega) = \frac{K_T}{T_L} \frac{z_1 \sin \omega T}{1 - 2z_1 \cos \omega T + z_1^2}.$$

Выражая \$\cos \omega T\$ через \$P\$ из первого равенства (29), выражая \$\sin \omega T\$ через \$\cos \omega T\$ и подставляя во второе равенство (29), получаем уравнение окружности в координатах \$P, Q\$:

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\hat{\epsilon}} P - \frac{K_T}{T_L} \frac{\dot{\epsilon}^2}{\hat{\epsilon}^2} + Q^2 = \frac{\dot{\epsilon}}{\hat{\epsilon}} \frac{K_T z_1}{T_L} \frac{\dot{\epsilon}^2}{\hat{\epsilon}^2}, \quad (30)$$

которая показана на рис. 6, а при изменении частоты \$\omega\$ в диапазоне от 0 до \$\rho/T\$.

Определяя модуль и аргумент выражения (28), найдем АЧХ и ФЧХ замкнутого токового контура:

$$A_{Т.3}(\omega) = \frac{K_T/T_L}{\sqrt{1 - 2z_1 \cos \omega T + z_1^2}};$$

$$j_{т.з}(w) = - \operatorname{arctg} \frac{z_1 \sin wT}{1 - z_1 \cos wT}.$$

Кривые по этим формулам при изменении wT от 0 до ρ построены на рис. 6,б.

Для сравнения с учетом соотношения (13) на рис. 6,а и б построены АФЧХ эквивалентного колебательного звена $W_3(jw) = P_3(w) + jQ_3(w)$, где

$$P_3(w) = \frac{K_3[1 - (T_3 w)^2]}{[1 - (T_3 w)^2]^2 + 4(wz_3 T_3)^2};$$

$$Q_3(w) = - \frac{2K_3 w z_3 T_3}{[1 - (T_3 w)^2]^2 + 4(wz_3 T_3)^2},$$

а также АЧХ этого звена

$$A_3(w) = \sqrt{P_3^2(w) + Q_3^2(w)}$$

и ФЧХ при $wT_3 < 1$, т.е. $wT < \rho$,

$$j_3(w) = \operatorname{arctg} \frac{Q_3(w)}{P_3(w)}.$$

На рис. 6,б принято, что $T_3 = T/\rho$, $wT_3 = wT/\rho$ и учтено, что $z_3 = a_3 T_3$; $(a_3 T)_{\text{опт}} = -2 \ln x_{\text{опт}}$, где значение $x_{\text{опт}}$ соответствует минимуму показанных на рис. 5 зависимостей.

Как видно из рис. 6,а, АФЧХ замкнутого упрощенного токового контура и эквивалентного колебательного звена близки в диапазоне частот $0 \leq wT \leq \rho/3$; их АЧХ (рис. 6,б) близки во всем диапазоне частот $0 \leq wT \leq \rho$, а ФЧХ при $wT > \rho/3$ начинают сильно различаться. Поскольку на практике контур напряжения является менее быстродействующим и имеет меньшую полосу пропускания, чем контур тока, можно утверждать, что в пределах полосы пропускания разомкнутого контура напряжения частотные характеристики замкнутого токового контура и эквивалентного колебательного звена совпадают (при правильном выборе параметров последнего).

Выводы. 1. На основе исследования переходной и частотных характеристик замкнутого упрощенного токового контура, содержащего широтно-импульсный модулятор и силовой дроссель импульсного преобразователя с двухконтурной системой управления, показано, что при анализе и синтезе контура регулирования напряжения замкнутый упрощенный токовый контур с непрерывной частью первого порядка можно заменить эквивалентным непрерывным колебательным звеном, частота собственных колебаний которого равна половине частоты переключений силовой части импульсного преобразователя.

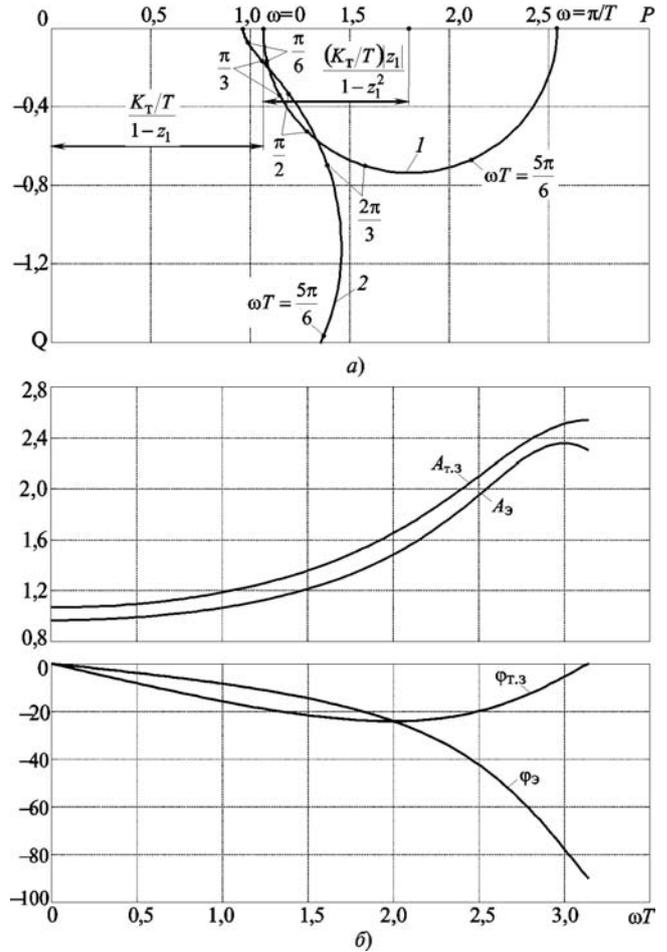


Рис. 6. Частотные характеристики замкнутого токового контура при $T/T_L = 0,2$; $K_T/T_L = 1,5$: АФЧХ дискретной модели (кривая 1) и эквивалентного колебательного звена (кривая 2) (а); АЧХ $A_{т.з}$, A_3 и ФЧХ $j_{т.з}$, j_3 (б)

2. Коэффициент усиления эквивалентного колебательного звена определяется из условия равенства средних значений переходных характеристик замкнутого токового контура и колебательного звена, а коэффициент затухания — из условия близости средних значений переходных характеристик, определяемых за интервалы между соседними моментами пересечений переходных характеристик уровней их установившихся средних значений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dixon L. Average current mode control of switching power supplies. Unitrode Application Note U-140. <http://www.ti.com/>
2. Modelling, analysis and compensation of current mode converters. Unitrode Application Note U-97. <http://www.ti.com/>
3. Todd P.C. UC3854 controlled power factor correction circuit design. — Product and applications Handbook 1995–96. Integrated circuits Unitrode, U-134. <http://www.ti.com/>
4. Wong L.K., Man T.K. Modelling and design of current mode control boost converters. — National Semiconductor Application Note 1994, March 3, 2010, 301034. <http://www.national.com/>
5. Dunlap C. Compensation for the LM3478 boost controller. — National Semiconductor Application Note 1286, May 19, 2009, 200728. <http://www.national.com/>

6. **LM3478/LM3478Q** High efficiency low-side N-channel controller for switching regulator. National Semiconductor Corporation. October 21, 2010, 101355. <http://www.national.com/>

7. **Белов Г.А., Серебрянников А.В.** Моделирование корректора коэффициента мощности с упрощенной двухконтурной системой управления. Практическая силовая электроника, 2010, № 39.

8. **Белов Г.А., Малинин Г.В.** Математическое моделирование и исследование динамики импульсных преобразователей. — Электричество, 2008, № 6.

9. **Белов Г.А.** Динамика импульсных преобразователей. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 2001.

10. **Иванов А.Г., Белов Г.А., Сергеев А.Г.** Системы управления полупроводниковыми преобразователями. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 2010.

11. **Белов Г.А.** Теория автоматического управления. Дискретные и нелинейные системы автоматического управления: Учебное пос. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 2009.

12. **Цыпкин Я.З.** Основы теории автоматических систем. — М.: Наука, 1977.

[12.04.11]

Автор: Белов Геннадий Александрович окончил факультет электронной техники Московского энергетического института (МЭИ) в 1961 г. Докторскую диссертацию «Развитие теории и разработка импульсных полупроводниковых преобразователей постоянного напряжения» защитил в МЭИ в 1991 г. Заведующий кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета.