

# О двух концепциях в теории диагностики электрических цепей

КИНШТ Н.В., ПЕТРУНЬКО Н.Н.

*Рассматриваются две модели диагностируемой электрической цепи: модель в виде пассивного многополюсника, тестовое диагностирование которых проводится со стороны доступных зажимов, и (базисная) модель однократного диагностического эксперимента, не накладывающая ограничений на количество одновременно действующих источников и измеряемых параметров. Показано, что для некоторых электротехнических задач возможно применение любого из подходов.*

**Ключевые слова:** электрическая цепь, диагностика, математическая модель

При развитии теории диагностики электрических цепей (ДЭЦ) как симбиоза классической теории электрических цепей и процедур формализации подходов, присущих теории технической диагностики, было сформулировано и решено множество теоретических и прикладных задач диагностики. Ретроспективным взглядом можно выделить две точки развития теории ДЭЦ, две различающиеся концепции, которые до настоящего времени существуют как бы по отдельности. Одна из них [1 – 3] – концепция диагностики многополюсника (диагностики «черного ящика»), другая [4, 5] – концепция диагностики электрической цепи (ЭЦ) с известной топологией, названная «базисной задачей» ДЭЦ. Естественно, что многообразие постановок задач диагностики систем и цепей и подходов к их решению описано в специальных обзорах [6], однако эту тему здесь оставим в стороне. Попытаемся провести сравнительный анализ этих двух концепций, близких по изначальной теории, но не слившихся в некую обобщенную модель, и проиллюстрируем его на едином тестовом примере.

Одним из самых естественных первоначальных подходов к диагностике ЭЦ, базирующихся на достижениях классической теории ЭЦ, явилось представление диагностируемой ЭЦ в виде пассивного многополюсника, параметры которого подлежат определению. Пионерами в постановке и систематическом изучении такой задачи являются Р.С. Берковиц (R.S. Berkowitz) и его коллеги [1, 2], где рассматривается возможность диагностики пассивного многополюсника, некоторые из выводов которого считаются доступными как для подачи входных сигналов, так и для измерения реакций, а другие – частично доступными, на которых допускаются только измерения реакций. Его работы нашли целый ряд

*Two models of a diagnosed electric circuit are considered: the model in the form of a passive multipole test diagnostics of which is carried out on the side of accessible terminals, and the model (used as the basic one) implying a single diagnostic experiment, which imposes no limitations on the number of simultaneously acting sources or measured parameters. It is shown that for some problems of electrical engineering, any of the approaches can be used.*

**Key words:** electric circuit, diagnostics, mathematical model

последователей и реализованы в значительном количестве патентов США ([7] и др.).

В продолжение идей Берковица некоторые вопросы разрешимости рассматриваемой задачи проанализированы в [5, 8]. Значительный интерес к диагностике пассивного многополюсника при различных предположениях проявили авторы ([3, 9] и др.). Основное предположение заключается в доступности всех точек ЭЦ. В этих случаях диагностической моделью служат матрицы функций ЭЦ. Так, если в качестве тестовых воздействий рассматриваются источники ЭДС, а в качестве измеренных параметров – токи в ветвях, используются матрицы входных и взаимных проводимостей ЭЦ. Либо же, если в качестве тестовых воздействий рассматриваются источники тока, а в качестве измеренных параметров – узловые потенциалы, то используются матрицы входных и передаточных сопротивлений; наконец, могут применяться различные гибридные матрицы. Важными методическими результатами этих работ можно назвать удачное матричное представление совокупности диагностических экспериментов, а также доведение результатов расчетов до матриц узловых проводимостей или матриц контурных сопротивлений, дающих возможность легко интерпретировать их в матрицы параметров ветвей. Впрочем, что касается последнего, такая возможность подмечена еще в работе [10].

Концептуально модель пассивного многополюсника со всеми доступными узлами может представлять интерес для практики, например, при производстве интегральной микросхемы, когда на каждом этапе изготовления очередного слоя этой схемы имеется возможность с помощью микрозондов тестировать этот слой. Однако если рассматривать ситуацию, связанную с эксплуатацией реаль-

ной ЭЦ, то к модели должны предъявляться другие требования. Эксплуатационные свойства ЭЦ однозначно задаются ее топологией и совокупностью значений параметров элементов, а именно, эти категории определяют техническое состояние ЭЦ. Поскольку изменения топологии ЭЦ в процессе производства или эксплуатации могут интерпретироваться как экстремальные изменения параметров ее элементов, оказывается целесообразным при формулировке задачи ДЭЦ считать топологию известной и допускать возможным лишь изменение параметров ЭЦ. Как известно, техническое диагностирование – процесс определения технического состояния объекта диагностирования с заданной точностью. Применительно к ЭЦ для определения их технического состояния достаточно найти параметры всех элементов. Как правило, параметры не всех элементов ЭЦ подвержены изменению в процессе производства или эксплуатации; некоторые из них можно считать известными. Эта идея и положена в основу второй концепции – базисной задачи ДЭЦ.

В типичной задаче ДЭЦ в процессе эксплуатации, с точки зрения теории ЭЦ, заданы: топология ЭЦ, входные воздействия и некоторые параметры ЭЦ. Кроме того, известны реакции цепи на входные воздействия. Определению подлежат неизвестные параметры элементов. Простейшая по своей формулировке и вместе с тем обладающая достаточной общностью является задача, сформулированная в [4].

Базисная задача подразумевает, что топология ЭЦ задана максимально подробно: в каждой ветви имеются не более одного источника и одного полного сопротивления  $Z_k$ . Подразумевается, что неизвестными могут оказаться только параметры пассивных элементов. Соответствующие ветви образу-

ют подмножество  $N$ , принадлежащее множеству всех ветвей  $P: N \subset P$ . Значения известных пассивных параметров и источников заданы точно. Все неизвестные параметры друг от друга независимы. Диагностический эксперимент подразумевается однократным, т.е. входными воздействиями считаются источники, действующие в ЭЦ. Множество измеренных параметров состоит из двух подмножеств: на подмножестве ветвей  $M_I$  измеряются токи, на подмножестве ветвей  $M_U$  измеряются напряжения. Наконец, критерием решения задачи ДЭЦ считаем нахождение точных значений всех искомым параметров  $Z_k, k \in N$ , на основе имеющейся информации.

Отметим, что концепцию базисной задачи также удалось позже сформулировать за рубежом [11].

Как видно из таблицы, сравниваемые модели значительно отличаются. Вместе с тем на фундаментальном уровне (принципиально) они должны иметь точки соприкосновения, которые до сих пор не выявлены. Представляет интерес попытаться оценить их достоинства и недостатки на некоем общем примере и на этой основе наметить перспективы построения новой модели более высокого уровня обобщения. Формально опишем эти модели.

**Пассивный многополюсник с неизвестными параметрами.** Рассматривается пассивный многополюсник  $N$  с  $(n+1)$  узлами, внутренняя структура которого неизвестна. Первые  $n$  узлов считаются независимыми, последний узел – базисным, потенциал которого принят равным нулю. Обратимся к задаче определения его параметров. В качестве диагностической модели примем матрицу узловых проводимостей  $Y^n$  (здесь  $n$  – верхний индекс). В соответствии с методом узловых потенциалов основное

Модель ДЭЦ	Свойства моделей ДЭЦ							
	Топология	Параметры пассивных элементов	Источники	Входные воздействия на ЭЦ	Расположение источников	Диагностический эксперимент	Вариация входных воздействий	Множество измеренных величин
Базовая задача	Известна	Частично известны	Внутренние	Известные внутренние источники	Произвольное	Однократный	Не предусматривается, источники соответствуют естественному режиму эксплуатации	Произвольное множество токов и (или) напряжений
Модель пассивного многополюсника	Не задана	Все неизвестны	Внутренние отсутствуют	Векторы внешних источников токов (напряжений)	Подключаются к доступным зажимам	Многokратный	Произвольная вариация входных воздействий	Векторы напряжений (токов) на внешних источниках

уравнение для анализа электрического режима имеет вид

$$Y^n U = J,$$

где  $U = \text{col}[U_1, \dots, U_n]$ ,  $J = \text{col}[J_1, \dots, J_n]$  – векторы узловых напряжений и узловых источников токов соответственно;

$$Y^n = \begin{bmatrix} \hat{e} Y_{11} & \dots & Y_{1n} \\ \hat{e} & \dots & \dots \\ \hat{e} Y_{n1} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{bmatrix} - \text{квадратная матрица узловых проводимостей.}$$

Матрица  $Y^n$  содержит прозрачную информацию о топологии ЭЦ, поскольку диагональные члены  $Y_{ii}$  являются суммами проводимостей ветвей, инцидентных  $i$ -му узлу, а члены  $Y_{ik} = Y_{ki}$  являются суммами проводимостей ветвей, одновременно инцидентных  $i$ -му и  $k$ -му узлам (со знаком минус); ясно, что если в цепи нет параллельных ветвей, то на основе матрицы  $Y^n$  легко восстановить структуру и численные значения проводимостей всех ветвей.

Проводятся  $n$  экспериментов, организовав тестовое воздействие на узлы источников тока (рис. 1,а); для  $k$ -го эксперимента  $J_k = [J_{1k}, \dots, J_{nk}]$ .

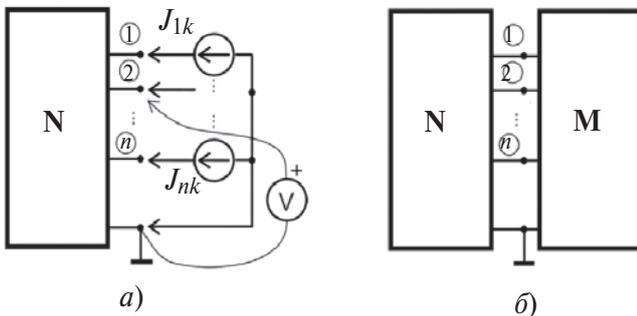


Рис. 1. К определению параметров узловых сопротивлений пассивного многополюсника

При этом в каждом эксперименте на  $n$  узлах наблюдаются векторы напряжений (относительно базисного узла):

$$U_k = (Y^n)^{-1} J_k, \quad k = 1, \dots, n.$$

Объединив векторы входных токов всех экспериментов в квадратную матрицу токов  $J_{\text{KB}} = [J_1, \dots, J_n]$ , составляем квадратную матрицу напряжений:

$$J_{\text{KB}} = \begin{bmatrix} \hat{e} U_{11} & \dots & U_{1k} & \dots & U_{1n} \\ \hat{e} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{e} U_{i1} & \dots & U_{ik} & \dots & U_{in} \\ \hat{e} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{e} U_{n1} & \dots & U_{nk} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix} = [U_1, \dots, U_n],$$

где  $J_k$ ,  $k = 1, \dots, n$  – вектор-столбец входного тока в  $k$ -м эксперименте;  $U_k$ ,  $k = 1, \dots, n$  – вектор-столбец измеренного в  $k$ -м эксперименте напряжения.

Тогда искомая матрица узловых проводимостей найдется как

$$Y^n = J_{\text{KB}} U_{\text{KB}}^{-1} = [J_1, \dots, J_n] [U_1, \dots, U_n]^{-1}.$$

**Пассивный многополюсник с частично известными параметрами.** Модель пассивного многополюсника может быть расширена. Можно представить, что в сложной ЭЦ множество ветвей с неизвестными параметрами может быть выделено в отдельный многополюсник со всеми доступными узлами (рис. 1,б). Тогда, если  $Y_0$  – матрица эквивалентных узловых проводимостей многополюсника с известными параметрами  $M$ , то в результате проведения диагностических экспериментов искомую матрицу узловых параметров многополюсника  $N$  получим в виде

$$Y^n = J_{\text{KB}} U_{\text{KB}}^{-1} = [J_1, \dots, J_n] [U_1, \dots, U_n]^{-1} - Y_0. \quad (1)$$

**Базисная задача.** Эта математическая модель ДЭЦ основывается на классификации ветвей множества  $P$  по их принадлежности подмножествам  $N$ ,  $M_U$ ,  $M_I$ . Априори на эти подмножества не накладываются никаких ограничений. На этой основе вводятся непересекающиеся множества:

$P_0 = \bar{N} \cap (M_U \dot{\cup} M_I)$  – известны, по крайней мере, две величины из трех (фактически все три):  $U_k, I_k, Z_k, k \in P_0$ ;

$P_1 = \bar{N} \setminus (M_U \dot{\cup} M_I)$  – известны лишь заданные пассивные параметры  $Z_k, k \in P_1$ ;

$P_2 = N \setminus (M_U \dot{\cup} M_I)$  – не известна ни одна из величин  $U_k, I_k, Z_k, k \in P_2$ , параметры  $Z_k$  подлежат определению;

$P_3 = N \cap M_I \setminus M_U$  – известны лишь  $I_k, k \in P_3$ ;

$P_4 = N \cap M_U \setminus M_I$  – известны лишь  $U_k, k \in P_4$ .

В соответствии с такой классификацией векторы напряжений, токов ветвей, источников ЭДС и токов, а также матрица сопротивлений представляются в блочном виде:

$$U = \text{col}[U_0, U_1, U_2, U_3, U_4];$$

$$I = \text{col}[I_0, I_1, I_2, I_3, I_4];$$

$$E = \text{col}[E_0, E_1, E_2, E_3, E_4];$$

$$J = \text{col}[J_0, J_1, J_2, J_3, J_4];$$

$$Z = \text{diag}[Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4].$$

Используя закон Ома для активной ветви в виде

$$U + E = Z(I + J),$$

получаем полную систему уравнений ЭЦ:

$$DI=DJ, \quad BZI=BE,$$

где **D** и **B** – матрицы основных сечений и основных контуров ЭЦ соответственно.

Для построения матриц основных сечений и контуров специальным образом выбираются деревья  $T_1$  и  $T_2$ . Так, поскольку токи  $I_2$  и  $I_4$  могут быть найдены исключительно из первого закона Кирхгофа, при построении матрицы **D** ветви множества  $P_2$  и  $P_4$  должны быть включены в некоторое дерево  $T_1$ ; соответственно напряжения  $U_2$  и  $U_3$  могут быть найдены исключительно из второго закона Кирхгофа и при построении матрицы **B** ветви множества  $P_2$  должны оказаться хордами некоторого дерева  $T_2$ . При таком построении матрицы получаются в виде:

$$D = \begin{matrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{matrix} \begin{matrix} D_{10} & D_{11} & 0 & D_{13} & 0 \\ D_{20} & D_{21} & 1 & D_{23} & 0 \\ D_{40} & D_{41} & 0 & D_{43} & 1 \end{matrix} \begin{matrix} \dot{U} \\ \dot{U} \\ \dot{U} \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{matrix} \begin{matrix} B_{10} & B_{11} & 0 & 0 & B_{14} \\ B_{20} & B_{21} & 1 & 0 & B_{24} \\ B_{30} & B_{31} & 0 & 1 & B_{34} \end{matrix} \begin{matrix} \dot{U} \\ \dot{U} \\ \dot{U} \end{matrix}$$

В матрице **D** верхняя блочная строка соответствует ветвям из подмножеств  $(P_0, P_1)$ ,  $P_2$  и  $P_3$  соответственно. Аналогично строки матрицы контуров **B** порождены ветвями из подмножеств  $(P_0, P_1)$ ,  $P_2$  и  $P_3$  соответственно.

В конечном итоге анализ разрешимости и при положительном ответе решение задачи ДЭЦ сводится к анализу и решению уравнения

$$\begin{matrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{matrix} \begin{matrix} D_{11} & \dot{U} \\ B_{11} Z_1 & \dot{U} \end{matrix} = \begin{matrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{matrix} \begin{matrix} I_{0r} \\ U_{0r} \\ U_{0r} \end{matrix} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} I_{0r} &= D_{10}(J_0 - I_0) + D_{13}(J_0 - I_3) + D_{11}J_1; \\ U_{0r} &= B_{10}(E_0 - U_0) + B_{11}E_1 + B_{14}(E_4 - U_4). \end{aligned} \quad (3)$$

После расчета токов  $I_1$  находятся остальные токи и напряжения и окончательно – искомые пассивные параметры.

**Формулировка численного примера.** В соответствии с поставленной задачей дальнейшие варианты постановки и решения задачи диагностики будем иллюстрировать на едином примере ЭЦ, схема и граф которого заданы на рис. 2, а и б соответственно. Положительные направления ветвей заданы случайным образом. Поскольку в рамках базисной задачи на величины и расположение источников нет никаких ограничений, разрешимость и решение такой задачи от источников не зависят, ограничимся минимумом источников – единственным

источником тока  $J$ , ассоциированным с ветвью 4. Для контроля процесса расчета и истинности решения априори примем, что сопротивления всех ветвей  $Z_k = 1$  (в безразмерных единицах) и, соответственно, матрицы сопротивлений ветвей фрагментов ЭЦ – диагональные единичные.

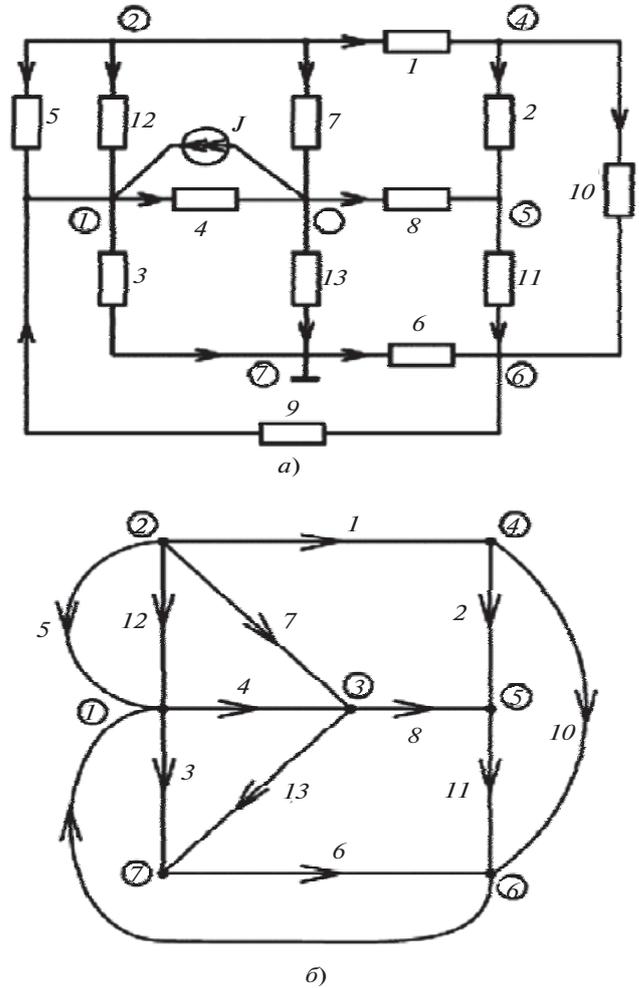


Рис. 2. Схема электрической цепи (а) и ее граф (б) к примеру

Контрольные значения вектора токов **I** к данному примеру для  $J=100$  (в безразмерных единицах) представлены ниже:

$$I_c = \text{col}[3,44 \quad 6,20 \quad 17,93 \quad 38,96 \quad -14,13 \quad -3,10 \quad 24,82 \quad -15,17 \quad -14,82 \quad -2,75 \quad -8,96 \quad -14,13 \quad -21,03].$$

**Вариант базисной задачи: 4 неизвестных параметра.** Пусть в задаче неизвестны параметры четырех ветвей, т.е. множество  $N = \{10, 11, 12, 13\}$  и для их определения измерены токи в ветвях с известными параметрами  $M_J = \{1, 2, 3, 4\}$ . При этом множество всех ветвей предстанет в виде суммы подмножеств:  $P_0 = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $P_1 = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $P_2 = \{10, 11, 12, 13\}$ . В соответствии с теорией базисной задачи ДЭЦ выберем деревья  $T_1$  и  $T_2$  так, чтобы  $P_2 \dot{\cap} \bar{T}_1$ ,  $P_2 \dot{\cap} T_2$  (рис. 3).

На этой основе составим матрицы основных сечений **D** и контуров **B**. Поскольку в рассматриваемой задаче реально имеются лишь три вида подмножеств ветвей – **P**<sub>0</sub>, **P**<sub>1</sub>, и **P**<sub>2</sub>, матрицы сечений и контуров естественным образом представляются в виде шести фрагментов каждая, а именно – верхние левые блочные матрицы размером 2'3:

$$D = \begin{pmatrix} \hat{D}_{10} & D_{11} & 0 \\ \hat{D}_{20} & D_{21} & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{U} \\ U \\ U \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{D}_{10} & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} & \hat{D}_{13} & \hat{D}_{14} & \hat{D}_{15} \\ \hat{D}_{20} & \hat{D}_{21} & \hat{D}_{22} & \hat{D}_{23} & \hat{D}_{24} & \hat{D}_{25} \\ \hat{D}_{30} & \hat{D}_{31} & \hat{D}_{32} & \hat{D}_{33} & \hat{D}_{34} & \hat{D}_{35} \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{U} \\ U \\ U \\ U \\ U \\ U \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{D}_{10} & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} & \hat{D}_{13} & \hat{D}_{14} & \hat{D}_{15} \\ \hat{D}_{20} & \hat{D}_{21} & \hat{D}_{22} & \hat{D}_{23} & \hat{D}_{24} & \hat{D}_{25} \\ \hat{D}_{30} & \hat{D}_{31} & \hat{D}_{32} & \hat{D}_{33} & \hat{D}_{34} & \hat{D}_{35} \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{U} \\ U \\ U \\ U \\ U \\ U \end{matrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \hat{B}_{10} & B_{11} & 0 \\ \hat{B}_{20} & B_{21} & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{U} \\ U \\ U \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{B}_{10} & \hat{B}_{11} & \hat{B}_{12} & \hat{B}_{13} & \hat{B}_{14} & \hat{B}_{15} \\ \hat{B}_{20} & \hat{B}_{21} & \hat{B}_{22} & \hat{B}_{23} & \hat{B}_{24} & \hat{B}_{25} \\ \hat{B}_{30} & \hat{B}_{31} & \hat{B}_{32} & \hat{B}_{33} & \hat{B}_{34} & \hat{B}_{35} \end{pmatrix} \begin{matrix} \hat{U} \\ U \\ U \\ U \\ U \\ U \end{matrix}$$

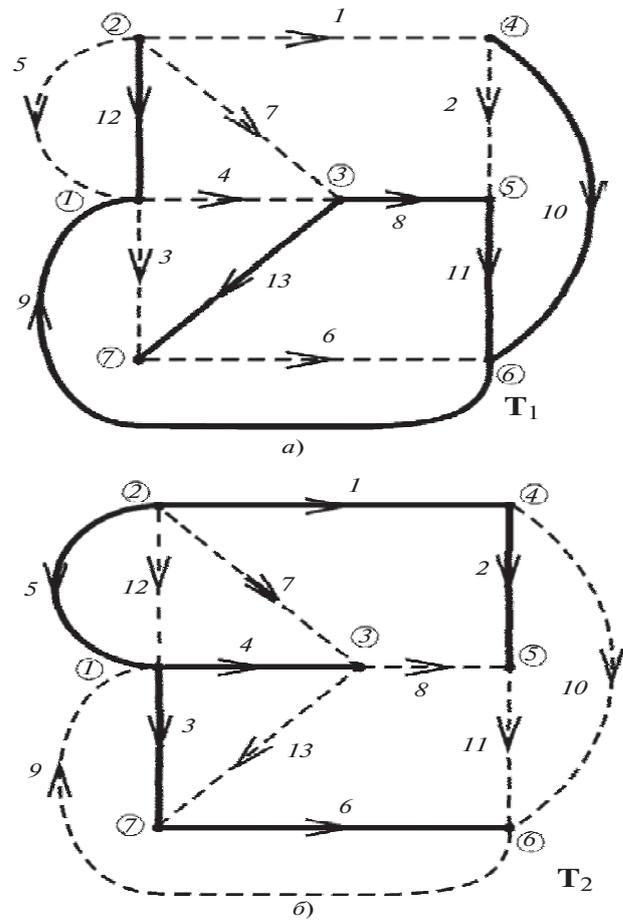


Рис. 3. Деревья T<sub>1</sub> и T<sub>2</sub>

$J_0 = \text{col}[0 \ 0 \ 0 \ 100]; J_1 = \text{col}[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0].$

В матрице **D** верхняя блочная строка соответствует ветвям из подмножеств в (**P**, **P**<sub>1</sub>), нижняя – ветвям из подмножеств **P**<sub>2</sub>, а строки матрицы **B** порождены ветвями из подмножеств (**P**<sub>0</sub>, **P**<sub>1</sub>), **P**<sub>2</sub> соответственно.

Имеем «измеренные» значения токов ветвей 1–4 и расчетные значения напряжений:

$$I_0 = \begin{pmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,45 \\ 6,21 \\ 17,93 \\ 38,97 \end{pmatrix} \quad U_0 = \begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \hat{U}_3 \\ \hat{U}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,45 \\ 6,21 \\ 17,93 \\ 38,97 \end{pmatrix}$$

(здесь индексы у переменных в скобках означают номера ветвей, а у переменных вне скобок – номера подмножеств).

Теперь по приведенным выше расчетным формулам (2) и (3) определяем токи, напряжения на ветвях множества **N** и окончательные ответы для параметров:

$$I_{0r} = - D_{10} I_0 + D_{10} J_0 = \begin{pmatrix} -41,1000 \\ -39,6500 \end{pmatrix}$$

$$U_{0r} = - B_{10} U_0 = \begin{pmatrix} -38,9700 \\ -9,6600 \\ -17,9300 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \begin{pmatrix} \hat{D}_{11} \\ \hat{B}_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,1067 \\ -24,8267 \\ 15,1667 \\ -14,8233 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} \hat{D}_{10} \\ \hat{D}_{11} \\ \hat{D}_{12} \\ \hat{D}_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,7600 \\ 8,9567 \\ 14,1333 \\ 21,0367 \end{pmatrix} \quad U_2 = \begin{pmatrix} \hat{U}_{10} \\ \hat{U}_{11} \\ \hat{U}_{12} \\ \hat{U}_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,7700 \\ 8,9800 \\ 14,1433 \\ 21,0400 \end{pmatrix}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \hat{R}_{10} \\ \hat{R}_{11} \\ \hat{R}_{12} \\ \hat{R}_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,0036 \\ 1,0026 \\ 1,0007 \\ 1,0002 \end{pmatrix}$$

**Диагностика пассивного многополюсника с четырьмя неизвестными параметрами.** Рассматривая множество ветвей **N** как многополюсник, обратим внимание, что ветви множества **N** в совокупности

инцидентны всем узлам ЭЦ. Кратко запишем результаты расчетов. Имея в виду множество ветвей  $N = \{10, 11, 12, 13\}$ , приходится считаться с тем, что это множество инцидентно всем узлам. Моделируя процесс диагностики многополюсника  $N$  относительно всех узлов  $\{1, \dots, 6\}$ , проведем шесть экспериментов, возбудив ЭЦ токами  $J_{\text{КВ}}$ .

$$J_{\text{КВ}} = \begin{pmatrix} \hat{e} & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{e} & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{e} & 100 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \hat{u}$$

При этом получим матрицу  $U_{\text{КВ}}$  реакций – узловых напряжений (с точностью до двух знаков после запятой):

$$U_{\text{КВ}} = \begin{pmatrix} \hat{e} & 17,93 & 37,59 & 27,93 & 30,69 & 28,28 & 26,21 \\ \hat{e} & 3,79 & 62,76 & 33,79 & 42,07 & 34,83 & 28,62 \\ \hat{e} & 21,03 & 33,79 & 48,97 & 30,34 & 34,14 & 23,10 \\ \hat{e} & 0,34 & 42,07 & 30,34 & 76,55 & 48,62 & 38,97 \\ \hat{e} & 5,86 & 34,83 & 34,14 & 48,62 & 73,45 & 37,59 \\ \hat{e} & 3,10 & 28,62 & 23,10 & 38,97 & 37,59 & 50,69 \end{pmatrix} \hat{u}$$

Для известного фрагмента ЭЦ имеем:

$$Y_0 = \begin{pmatrix} \hat{e} & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ \hat{e} & -1 & 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ \hat{e} & 1 & -1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ \hat{e} & 0 & -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ \hat{e} & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ \hat{e} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \hat{u}$$

В соответствии с выражением (1) получаем:

$$Y^n = J_{\text{КВ}} U_{\text{КВ}}^{-1} - Y_0 = \begin{pmatrix} \hat{e} & 1,0006 & -1,0008 & 0,0002 & 0,0004 & 0,0003 & -0,0008 \\ \hat{e} & 0,9992 & 0,9996 & 0,0004 & -0,0002 & -0,0008 & 0,0005 \\ \hat{e} & -0,0024 & 0,0016 & 0,9993 & 0,0001 & 0 & 0,0009 \\ \hat{e} & 0,0010 & -0,0006 & 0 & 1,0002 & 0,0004 & -1,0009 \\ \hat{e} & -0,0006 & 0,0001 & -0,0001 & 0,0002 & 1,0002 & -1,0002 \\ \hat{e} & 0,0006 & 0,0001 & 0,0002 & -1,0007 & -1,0003 & 2,0005 \end{pmatrix} \hat{u}$$

$$\gg \begin{pmatrix} \hat{e} & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{e} & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ \hat{e} & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \hat{u}$$

что вполне соответствует точности моделирования и постановке задачи.

**Заключение.** Рассмотрены модели диагностируемой электрической цепи – в виде пассивного многополюсника, подвергающегося тестовому диагностированию со стороны доступных зажимов и (базисная) модель однократного диагностического

эксперимента, не накладывающая ограничений на число одновременно действующих источников и измеряемых параметров. До последнего времени эти модели не имели общих теоретических точек соприкосновения. Впервые показано, что существуют постановки задач, для которых возможно применение как модели пассивного многополюсника, так и модели базисной задачи. На выбор между моделями влияют чисто практические ограничения, перечисленные в таблице. Существует перспектива построения некоторой обобщенной модели, в общем виде учитывающей существенные факторы обеих моделей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Berkowitz R.S.** Conditions for Network-Element-Value Solvability. - IRE Transactions on Circuit Theory, Mar. 1962.
2. **Bedrosian S.D., Berkowitz R.S.** Solution Procedure for Single-Element-Kind Networks. - IRE Int. Conv. Rec., part 2. Automatic Control, Circuit Theory, 1962.
3. **Демирчян К.С., Бутырин П.А.** Моделирование и машинный расчет электрических цепей: Учебное пос. для электротехнических и электроэнергетических специальных вузов. - М.: Высшая школа, 1988.
4. **Киншт Н.В., Киншт А.Н.** Формализация некоторых задач диагностики электрических цепей. - АиТ, 1973, № 2.
5. **Киншт Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А.** Диагностика электрических цепей. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. **Biernacki R.M., Bandler J.W.** Fault Location of Analog Circuits. - Proc. IEEE Intern. Symposium on Circuits & Systems. - NY, 1980.
7. **Patent 7103856 (USA).** Determining points of maximum deflection of a printed circuit board under test, 2005.05.05.
8. **Киншт Н.В.** Разрешимость задачи диагностики электрической цепи при вариации известных параметров. - Теоретическая электротехника, 1978, вып. 25.
9. **Демирчян К.С.** Проблемы диагностики электрических цепей. - Сборник научн. тр. «Диагностика и специальные методы анализа электрических цепей», т.105. - Владивосток: ДВПИ, 1975.
10. **Безруков В.К.** Применение методов линейного программирования к задаче определения параметров эквивалентного многополюсника. - В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей, вып. 5. - Киев: Наукова думка, 1967.
11. **Ozawa T., Kajitani Y.** Diagnosability of linear active networks. - IEEE Trans. Circuit and Syst., 1979, vol. 26, № 7.

[31.05.12]

*Авторы: Киншт Николай Владимирович окончил Новосибирский электротехнический институт (НЭТИ) в 1960 г. В 1986 г. в Московском энергетическом институте защитил докторскую диссертацию «Диагностика электрических цепей. Теория и методы». Главный научный сотрудник Института автоматики и процессов управления (ИАПУ) ДВО РАН, профессор Дальневосточного федерального университета.*

*Петрунько Наталья Николаевна окончила физический факультет Дальневосточного государственного университета в 1985 г. В 2002 г. в ИАПУ ДВО РАН защитила кандидатскую диссертацию «Анализ процессов образования и распространения электромагнитных излучений высоковольтного электроэнергетического оборудования». Старший научный сотрудник ИАПУ ДВО РАН.*