

Топологические модели трансформатора

ЗИРКА С.Е., МОРОЗ Ю.И., МОРОЗ Е.Ю., ТАРЧУТКИН А.Л.

Проводится сравнение топологических моделей однофазного трансформатора с различной детализацией магнитной системы и обмоток. Рассмотрен режим короткого замыкания (КЗ) наружной обмотки при номинальном напряжении на внутренней обмотке. Показано, что характер процесса при таком КЗ зависит от начального состояния магнитной системы. Насыщение стержня ведет к возрастанию тока КЗ и увеличению радиальных сил в слоях внутренней обмотки. Изменение направления сил во внутренних слоях этой обмотки ведет к снижению средней силы, действующей на обмотку.

Ключевые слова: трансформатор, обмотки, режимы, топологические модели, токи

Совершенствование динамических моделей энергосистем требует уточненного представления всех элементов этих моделей. Считается, что после линии электропередачи вторым по сложности моделирования элементом системы является трансформатор [1]. Описание переходных процессов в трансформаторе как элементе энергосистемы предполагает использование моделей, адекватно воспроизводящих его работу во всем диапазоне режимов, находящихся между холостым ходом (х.х.) и коротким замыканием (КЗ) каждой из обмоток.

При моделировании трансформатора со сложной конфигурацией магнитной системы (МС) и обмоток построение универсальных и полностью «электрических» схем замещения затруднительно [2]. Например, 2Т-образные схемы замещения, предложенные в [3], фактически бесполезны, поскольку их структура и параметры зависят от состояния МС трансформатора (в [3] различают режимы с «ненасыщенной», «полунасыщенной» и «сверхнасыщенной» МС). С другой стороны, возможности универсальных программных комплексов типа ANSYS и INFOLYTICA ограничены представлением элементов МС в виде нешихтованных металлических массивов и безгистерезисным описанием кривых намагничивания. Применению этих комплексов не способствует также трудоемкость создания расчетных моделей и необходимость использования дорогостоящих расчетных серверов. В связи с этим совершенствование методов анализа переходных режимов трансформатора как элемента энергосистемы идет по «промежуточному» пути создания моделей, которые, с одной стороны, яв-

The topological models of a single-phase transformer representing the magnetic system and windings with different degrees of detail are compared. The short-circuited mode of the external winding at the nominal voltage applied to the inner winding is considered. It is shown that the process occurring under such short-circuit conditions depends on the initial state of the magnetic system. As the magnetic core becomes saturated, the short-circuit current increases and so are the radial forces arising in the layers of the inner winding. When the forces arising in the inner layers of this winding change their direction, the average force acting on the winding decreases.

Key words: transformer, windings, operating modes, topological models, currents

ляются относительно простыми, а с другой, отражают топологию его конструкции и свойства трансформаторной стали (обзоры таких моделей можно найти, например, в [1 и 4]). Примерами топологических моделей являются также модели, описанные в [5–8]. При этом модели [7 и 8] воспроизводят статические (гистерезисные) и динамические (макро- и микровихревые) свойства трансформаторной стали и ход кривой намагничивания в области больших индукций. Это позволяет использовать такие модели при анализе сложных переходных процессов, возникающих, например, при повторных включениях трансформатора, его работе с подмагничиванием сердечника или перевозбуждении элементов МС. В то время как в работах [7, 8] основное внимание уделялось режиму х.х. и броскам тока включения, в статье анализируются возможности топологических моделей воспроизводить процессы, протекающие в режиме КЗ.

В процессе совершенствования и неизбежного усложнения моделей важно не утратить физический смысл решаемой задачи и сопоставлять получаемые результаты с положениями теории [9, 10] и решениями, полученными на проверенных аналитических методиках [11]. Примерами работ, где такое сопоставление не было выполнено в достаточном объеме, являются публикации [3, 12 и 13], посвященные аналитическому и модельному исследованию процессов при КЗ однофазных трансформаторов. Это привело их авторов к безоговорочному и поэтому сомнительному заключению [12] о значительном возрастании радиальных электродинамических сил в обмотках (недооценке этих сил в

[14]), запоздалой на десятки лет критике (в [3]) Т-образной схемы замещения трансформатора и недооценке возможностей П-образной схемы замещения.

Поскольку выводы, сделанные в [3, 12 и 13], были получены при учете радиальных размеров обмоток, эти размеры прямо или косвенно учитываются и в моделях, рассматриваемых в статье. Ее целью является оценка влияния толщины обмоток на процессы в режиме КЗ, рассчитанные с использованием топологических моделей трансформатора, и обсуждение некоторых моментов теории, затронутых в [3, 12 и 13]. К ним относятся перевозбуждение стержня («сверхпоток» [3]) при КЗ наружной обмотки, а также сравнение токов и радиальных сил во внутренней обмотке в режимах с насыщением и без насыщения МС трансформатора при таком КЗ.

Для проведения численных экспериментов и оценки их результатов в свете выводов, сделанных в [3], в данной статье используются параметры однофазного трансформатора, описанного в Примере 1 из [3]: $U_{НН} = 6,35$ кВ, $U_{ВН} = 66,4$ кВ, $S = 3,33$ МВА. Масштабный эскиз этого трансформатора показан на рис. 1. Ограничиваясь анализом радиальных сил в обмотках, принимаем упрощающее допущение [2, 3] об обмотках, доходящих до торцевых ярм МС, т.е. магнитное поле в окне считается плоскопараллельным.

В статье рассматриваются три модели трансформатора, воспроизводящие геометрию МС и обмоток. Модели отличаются разной степенью детализации этих элементов.

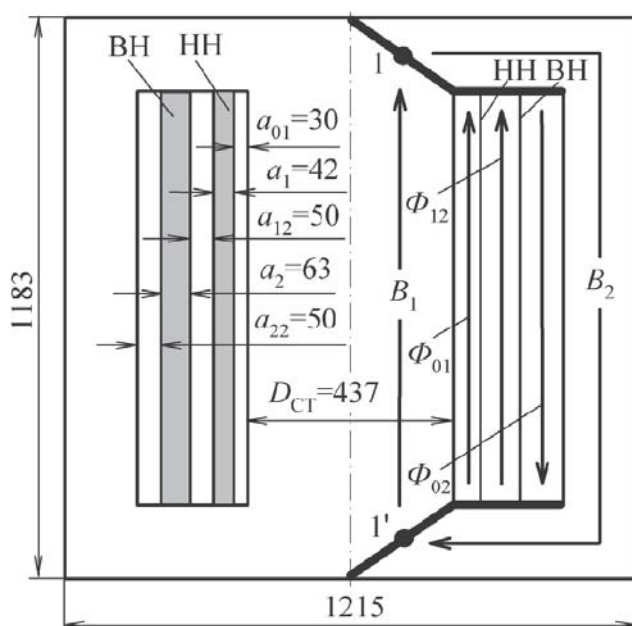


Рис. 1. Расчетная схема упрощенной модели и размеры трансформатора

Упрощенная модель (УМ) [7] предполагает разделение МС на два участка – стержень и ярмо (расчетное ярмо модели включает в себя реальные торцевые ярма и боковой стержень). В силу симметрии в дальнейшем рассматриваются процессы в правой части трансформатора, показанного на рис. 1, где сечения расчетного стержня с магнитной индукцией B_1 и расчетного ярма с индукцией B_2 учитывают наличие левой половины МС. Реальные обмотки (показанные в левом окне рис. 1) представляются в УМ эквивалентными обмотками *нулевой толщины*, показанными в правом окне. Магнитные потоки в «воздухе» (немагнитной среде) обозначены как Φ_{01} , Φ_{12} , Φ_{02} , где Φ_{01} – поток между тонкой обмоткой НН и стержнем, Φ_{12} – поток в канале рассеяния (между тонкими обмотками НН и ВН), а Φ_{02} – поток, замыкающийся вне обмоток (поток от ярма к ярму).

Схема замещения магнитной цепи, используемая в УМ, показана на рис. 2.

Учет потока Φ_{02} позволяет избежать завышенных бросков тока при моделировании процессов включения трансформатора на х.х. Диаметры тонких цилиндрических обмоток УМ и линейное магнитное сопротивление R_{02} , характеризующее путь потока Φ_{02} , рассчитываются так, чтобы обеспечить заданную индуктивность рассеяния трансформатора и обратимость модели [8]. Последнее свойство означает, что при глубоком насыщении МС и возбуждении трансформатора как со стороны НН, так и со стороны ВН (при разомкнутых обмотках ВН и НН соответственно) входная индуктивность модели равна индуктивности возбуждаемой обмотки на воздухе. При этом броски тока включения в обеих обмотках совпадают со значениями, рассчитанными по формуле Шварца [11].

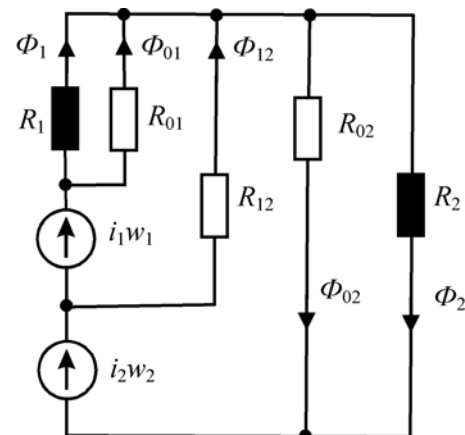


Рис. 2. Схема замещения магнитной цепи УМ: i_1w_1 и i_2w_2 – МДС обмоток НН и ВН; R_1 и R_2 – нелинейные магнитные сопротивления, представляют ферромагнитные участки (стержень и ярмо); R_{01} , R_{02} и R_{12} – линейные магнитные сопротивления, учитывающие одноименные потоки, показанные на рис. 1

Применяя принцип дуальности и известные правила перехода от схемы магнитной цепи к ее электрическому эквиваленту [2], трансформатор можно также представить П-образной схемой замещения, индуктивности которой соответствуют магнитным сопротивлениям на рис. 2. Следует, однако, учесть, что магнитные сопротивления R_1 и R_2 зависят от индукции в стержне B_1 и ярме B_2 , производных dB_1/dt и dB_2/dt и характеризуются гистерезисными свойствами. Учет этих особенностей проще провести на уровне исходной магнитной цепи, поэтому переход к ее электрическому эквиваленту в статье не рассматривается. В разработанной Фортран-программе и аналогичном блоке для пакета SimPowerSystem MatLab Simulink «магнитные» и «электрические» уравнения такой модели решаются совместно.

Описание процессов в участке МС сводится к анализу процессов в ферромагнитном листе. Как известно [15–17], измеренные потери в трансформаторной (высоко анизотропной) стали значительно превышают потери, рассчитанные посредством классических уравнений Максвелла [18]. Так, при толщине листа $d = 0,27$ мм и частоте $f = 50$ Гц превышение измеренных потерь над их расчетными значениями (так называемые аномальные или дополнительные потери) достигает 40–45% общих потерь [16, 19].

При отсутствии достоверной физической модели процесса намагничивания листовой анизотропной стали выходом из положения явилась разработка феноменологических моделей [16–20], в основе которых лежит разделение общих потерь энергии на три компоненты, называемые гистерезисной, классической и дополнительной составляющими. Можно показать [20], что такому разделению потерь соответствует представление магнитного поля $H(t)$ на поверхности листа в виде суммы одноименных составляющих: $H(t) = H_{\Gamma} + H_{\text{кл}} + H_{\text{д}}$. Одной из форм представления поля $H(t)$ при произвольном законе изменения средней индукции $B(t)$ является модель тонкого листа (МТЛ) [20]:

$$H(t) = H_{\Gamma}(B) + \frac{d^2}{12\rho} \frac{dB}{dt} + g(B)\delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1/2}, \quad (1)$$

где δ и ρ – толщина и удельное сопротивление стали, $\delta = +1$ при $dB/dt \geq 0$ и $\delta = -1$ при $dB/dt < 0$; кривая $H_{\Gamma}(B)$ строится с использованием статической модели гистерезиса (СМГ); в расчетах, приведенных далее, использовалась СМГ [21], реализующая в полном объеме правила Маделунга, т.е. сохраняющая историю процесса намагничивания.

Правильность модели при насыщении стержня и ярма во многом зависит от способа описания ма-

териала сердечника в области больших индукций. В масштабе рис. 3,а может показаться, что «колени» кривой намагничивания находятся ниже точки 1, которая является высшей точкой статической петли гистерезиса, достигнутой в эксперименте [20] (выше этой точки восходящая и нисходящая ветви экспериментальной петли сливались в единую кривую, что было ранее отмечено в [22]). В то же время, как видно из рис. 3,в, точка 1 находится у подножья «большого колена», которое заканчивается в точке 7. Поскольку статические петли, снятые в [20], практически совпадают с соответствующими петлями сталей 27Z130 и М-4 из каталога [23], то для экстраполяции статической кривой намагничивания в область больших индукций были использованы точки 2–5, взятые из этого каталога. Точка 6 (14209 А/м, 2,02 Тл) была недавно получена на аппарате Эпштейна при измерениях на стали М-4 [24]. Тангенс угла наклона *прямолинейного* участка между точкой 7 (20 кА/м, 2,02513 Тл) и точкой 8 (40 кА/м, 2,05026 Тл) равен магнитной постоянной μ_0 .

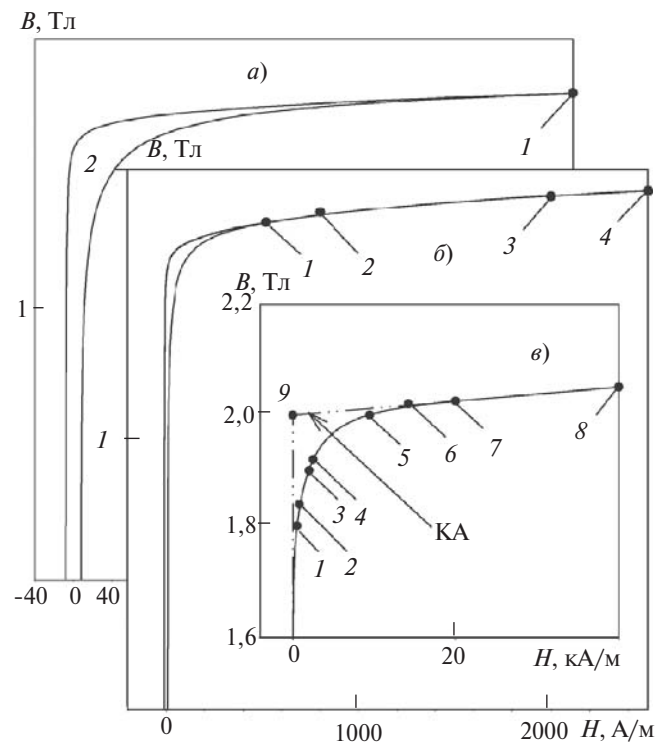


Рис. 3. Кривые намагничивания в области больших индукций: КА – кусочная аппроксимация

Таким образом, участок 7–8 кривой намагничивания на рис. 3 лежит на кусочно-ломаной кривой 0–9–7–8, которая обычно используется в аналитических расчетах [11] (точка излома 9 этой кривой находится на уровне 2 Тл и отделяет ее вертикальный участок 0–9 от пологого участка 9–8 с наклоном μ_0).

Многоэлементная модель (МЭМ) описывает схему рис. 4, где в силу симметрии показана (без соблюдения пропорций) только правая верхняя часть магнитной цепи. Подобно схеме, показанной в [2, рис. 3.10,а], такая модель рассматривается здесь как основа для последующих упрощений. При ее анализе принимаются предположения [2, с. 80] о разделении МС на участки с неизменными границами. В качестве примера обмотка НН (внутренняя обмотка с толщиной a_1 и числом витков w_1) и обмотка ВН (наружная обмотка с толщиной a_2 и числом витков w_2) представлены четырьмя ($n=4$) слоями нулевой толщины, разделенными межслоевыми изоляционными промежутками с радиальными размерами $l_{11} = a_1 / (n-1)$ и $l_{21} = a_2 / (n-1)$ соответственно. Как показывают контрольные расчеты, для относительно тонких обмоток реального трансформатора (рис. 1) такая их дискретизация ($n=4$) является достаточной как для катушечных, так и для цилиндрических обмоток (в последнем случае обмотка считается состоящей из четырех слоев). При таком представлении обмоток верхнее (и непоказанное на рис. 4 нижнее) ядро МС разделяется на восемь участков, отделяемых друг от друга Т-образными пространственными узлами 2–9, пересекающими ядро и перекрывающими межслоевые и межобмоточные изоляционные промежутки. Пространственные узлы 1 и 9 отделяют ядро от центрального и бокового стержней, характеризующихся магнитной индукцией B_1 и B_{10} . Обозначения индукции в участках верхнего яра ($B_2–B_9$) даны на рис. 4 (длина и сечение каждого из этих участков учитывают наличие нижнего яра и левой половины МС).

На рис. 4 показаны также девять «вертикальных» магнитных потоков в окне ($\Phi_{01}–\Phi_{09}$) и во-

семь «горизонтальных» потоков ($\Phi_{20}–\Phi_{90}$), протекающих параллельно яру. Следуя [3] и ставя своей целью сравнительные расчеты, считаем, что вертикальные воздушные каналы имеют высоту, равную высоте окна h . Первые восемь из них являются полыми цилиндрами, кольцевые сечения S_{0k} которых определяются размерами обмоток. Эти каналы характеризуются линейными магнитными сопротивлениями $R_{0k} = h / (\mu_0 S_{0k})$.

Области пространства, занимаемые потоками Φ_{09} и $\Phi_{20}–\Phi_{90}$, четко не определены, поэтому соответствующие им линейные магнитные сопротивления R_{09} и $R_{20}–R_{90}$ могут считаться варьируемыми параметрами, позволяющими обеспечить обратимость модели. Заметим, что при отсутствии этих сопротивлений броски тока включения рассматриваемого трансформатора в режиме х.х. значительно превышают броски, рассчитанные по формуле Шварца. Так, при отсутствии в МС остаточной индукции и включении трансформатора под синусоидальное напряжение с нулевой начальной фазой это превышение составляет 78% и 150% при возбуждении трансформатора со стороны НН и ВН соответственно.

В режиме глубокого насыщения МС, когда все участки имеют магнитную проницаемость μ_0 , схема на рис. 4 становится линейной и для нее могут быть определены входные магнитные сопротивления со стороны обмоток НН ($R_{НН}$) и ВН ($R_{ВН}$). В соответствии с подходом, предложенным в [8], значения R_{09} и $R_{20}–R_{90}$ вычисляются так, чтобы обеспечить равенства $R_{НН} = w_1^2 / L_{НН}$ и $R_{ВН} = w_2^2 / L_{ВН}$, где $L_{НН}$ и $L_{ВН}$ – индуктивности обмоток НН и ВН на воздухе.

Чтобы охватить работу трансформатора в произвольном режиме, уравнения модели составлены в

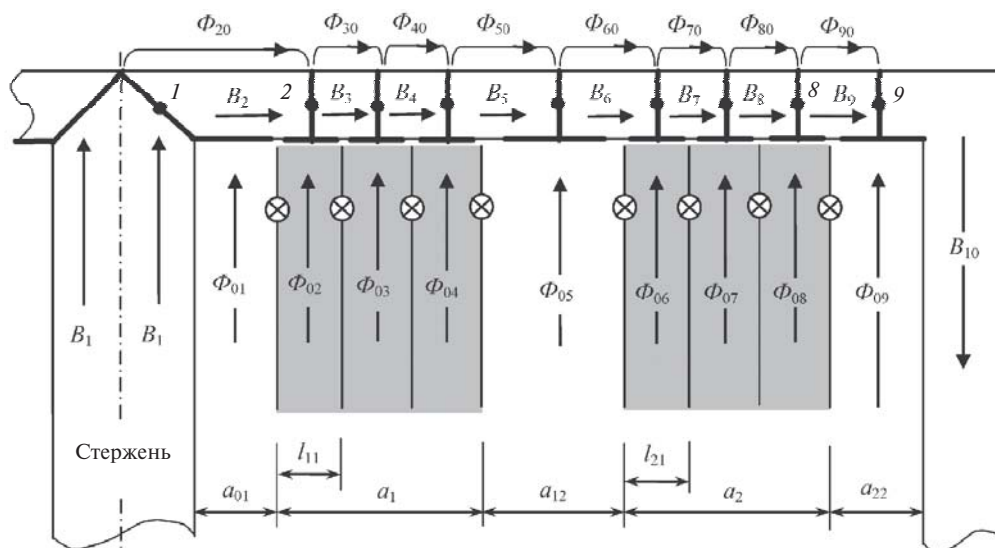


Рис. 4. Расчетная схема многоэлементной модели

предположении об одновременном питании обмоток НН и ВН от источников ЭДС $e_1(t)$ и $e_2(t)$ с внутренними (для простоты активными) сопротивлениями r_1 и r_2 . Тогда для моделирования режима х.х. на стороне ВН значение r_2 полагается бесконечно большим, а ток i_2 обмотки ВН обнуляется. Режим КЗ обмотки ВН воспроизводится обнулением e_2 и r_2 . Аналогично воспроизводятся режимы х.х. и КЗ на стороне НН. Анализ переходных процессов в трансформаторе сводится к интегрированию системы $2n+4$ обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), приведенных в приложении.

Многоэлементная модель с двумя узлами (МЭМ-2) является упрощением МЭМ, представленной на рис. 4. Упрощение проводится путем перемещения узлов 2–9 в общий пространственный узел 1, горизонтальная часть которого перекрывает торцы обмоток. Представление обмоток и обозначение потоков $\Phi_{01}–\Phi_{09}$ в МЭМ-2 остается таким же, как и в МЭМ. Состояние магнитопровода характеризуется индукцией стержня B_1 и индукцией ярма B_2 . Обратимость МЭМ-2 достигается варьированием магнитных сопротивлений с потоками Φ_{01} и Φ_{09} .

Нормирование результатов расчета. Сравнение токов и сил, рассчитанных с применением УМ, МЭМ и МЭМ-2, удобно выполнить с использованием их нормированных значений. В предварительных расчетах мощность сети считаем бесконечной, а напряжение возбуждаемой обмотки номинальным.

В соответствии с общепринятой практикой [25] максимальное значение ударного тока КЗ $I_{уд}$ характеризуем ударным коэффициентом тока КЗ $K_{уд} = I_{уд} / I_{кз}$, где $I_{кз}$ – амплитуда установившегося тока КЗ возбуждаемой обмотки (значение $I_{кз}$, рассчитанное для обмотки НН рассматриваемого трансформатора, равно 7,417 кА).

Радиальные силы в обмотках нормируем по отношению к их максимальным значениям в установившемся режиме КЗ. Исходим из того, что радиальная сила, действующая на обмотку с числом витков w и током $i(t)$, определяется [26]:

$$F(t) = B_{cp}(t)i(t)wl_B, \quad (2)$$

где B_{cp} – среднее значение продольной индукции в обмотке; l_B – средняя длина витка.

В случае эквивалентной тонкой обмотки УМ $B_{cp} = 0,5(B_B + B_H)$, где B_B и B_H – значения индукции внутри и снаружи обмотки.

В многоэлементных моделях МЭМ и МЭМ-2, где обмотки состоят из n расчетных слоев, сила,

действующая на обмотку в целом, находится как сумма сил, действующих на каждый k -й слой:

$$F(t) = \sum_{k=1}^n B_{cpk}(t)i(t)wl_{Bk}. \quad (3)$$

В винтовых и слоевых обмотках с одним центром происходит перераспределение (выравнивание) сил во внешних и внутренних витках [25], в связи с чем обычно рассчитывается средняя разрывающая (сжимающая) сила, действующая на один виток [26]:

$$F_{\sigma}(t) = F(t) / 2\pi w. \quad (4)$$

При необходимости (например в случае слоевой обмотки) может быть рассчитана сила, разрывающая (сжимающая) виток k -го слоя:

$$F_{\sigma k}(t) = F_k(t) / 2\pi w_k = B_{cpk}(t)i(t)wl_{Bk} / 2\pi. \quad (5)$$

Максимальные значения средних сил, рассчитанные по (2)–(4), действующие в поперечном сечении витка обмоток ВН и НН в установившемся режиме КЗ для каждой из рассматриваемых моделей, приведены в табл. 1, где положительные и отрицательные значения соответствуют разрывающим и сжимающим силам соответственно.

Таблица 1

Короткое замыкание со стороны	Значение максимальных средних сил, Н	
	$F_{\sigma нн}$	$F_{\sigma вн}$
Упрощенная модель		
ВН	-1260,37	166,038
НН	-1255,59	165,475
Многоэлементная модель		
ВН	-1288,33	160,76
НН	-1283,90	160,69
То же с двумя узлами		
ВН	-1286,37	160,521
НН	-1282,20	160,103

Как можно видеть из табл. 1, наибольшее отличие средних сил, рассчитанных на разных моделях, не превышает 2%.

Анализ и сравнение результатов моделирования. Прежде всего отметим одинаковое поведение всех трех моделей в режиме х.х. Например, при возбуждении размагниченного трансформатора со стороны НН ударный ток включения при наиболее благоприятном входном напряжении равен 5,584 кА, а при включении со стороны ВН – 0,309 кА. Обратимость моделей иллюстрируется тем обстоятельством

вом, что оба эти значения совпадают со значениями, рассчитанными по формуле Шварца [11], где в качестве индуктивности, характеризующей трансформатор с насыщенной МС, используется индуктивность соответствующей обмотки на воздухе ($L_{\text{НН}} = 3,948$ мГн или $L_{\text{ВН}} = 0,753$ Гн).

Цель статьи – сравнение моделей в режиме КЗ. Заметим, что при номинальном напряжении на обмотке НН и установившемся КЗ на стороне ВН амплитуды индукции в центральном и боковом стержнях равны 1,807 и 0,289 Тл, что совпадает со значениями, приведенными в [3], и указывает на превышение индукции в стержне при КЗ над ее значением (1,654 Тл) в режиме установившегося х.х.

Из-за ограниченного объема статьи рассмотрим КЗ обмотки ВН, т.е. единственный режим, при котором имеет место превышение ударного тока КЗ над его значением, рассчитанным традиционным методом [26, §5.8]. Это отличие обусловлено тем, что традиционный расчет (с использованием активного и индуктивного сопротивлений КЗ) проводится на основе известной Т-образной схемы замещения трансформатора, где при оценке тока КЗ (как установившегося, так и ударного) влиянием ветви намагничивания пренебрегают (МС считается ненасыщенной). В действительности процессы в МС при КЗ зависят от предшествующей работы трансформатора, что может повлечь ее насыщение. Например, трансформатор, работавший в режиме х.х., мог быть отключен при переходе тока намагничивания через нуль в сторону его увеличения или уменьшения. При этом остаточная индукция в МС сохраняет некоторое отрицательное или положительное значение $B_{\text{ост}}$ соответственно. Предполагая современный способ шихтовки МС («step-lar» в 6–8 положений), считаем $B_{\text{ост}} = \pm 1,5$ Тл. Третье начальное состояние, рассматриваемое в статье, характеризуем значением $B_{\text{ост}} = 0$.

Предположим, что при $t=0$ трансформатор с короткозамкнутой обмоткой ВН подключается к сети бесконечной мощности со стороны НН. Интересуясь максимальным током КЗ, считаем, что в момент коммутации номинальное напряжение сети представляет собой синусоиду с нулевой начальной фазой. Временные зависимости индукции B_1 в центральном стержне, рассчитанные с использованием МЭМ для трех значений $B_{\text{ост}}$, показаны сплошными кривыми на рис. 5. Штриховыми линиями, начинающимися из тех же точек, на рис. 5 показаны зависимости индукции B_{10} в боковом стержне. Заметим, что фазовый сдвиг между кривыми $B_{10}(t)$ и $B_1(t)$ близок к 180° , т.е. имеет место опрокидывание фазы в боковом стержне [3].

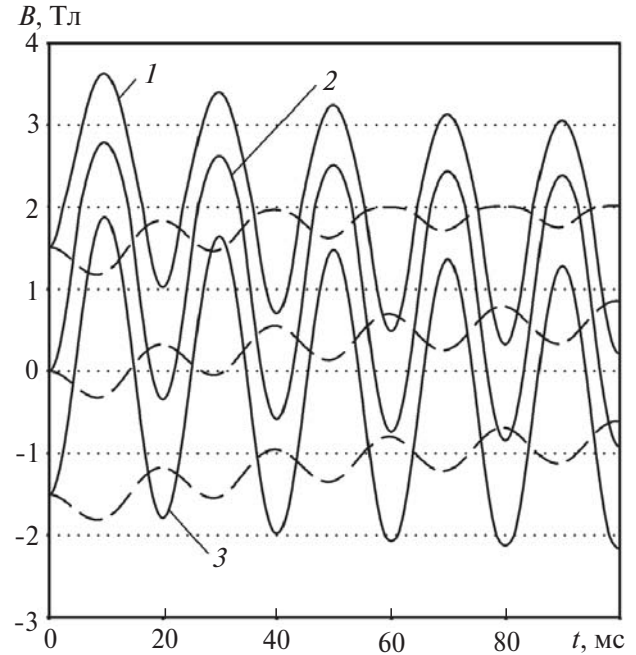


Рис. 5. Индукция в центральном и боковом стержнях: 1 – $B_{\text{ост}} = 1,5$ Тл; 2 – $B_{\text{ост}} = 0$; 3 – $B_{\text{ост}} = -1,5$ Тл

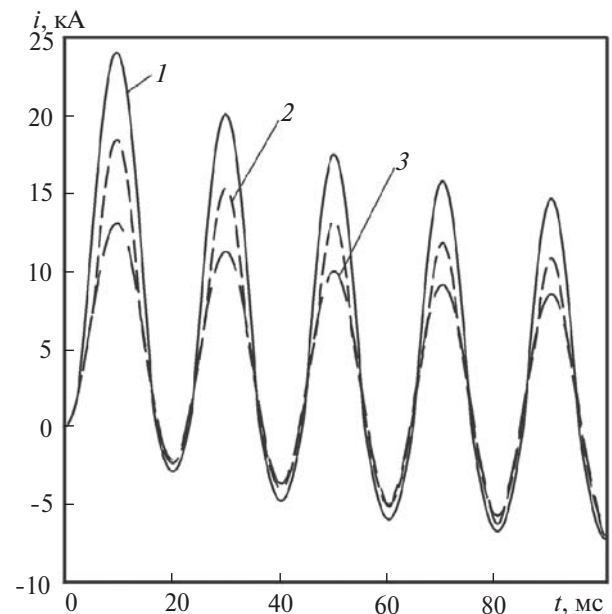


Рис. 6. Токи КЗ обмотки НН: 1 – 3 – см. рис. 5

Особенностью процессов, соответствующих $B_{\text{ост}} = 0$ и $B_{\text{ост}} = +1,5$ Тл, является глубокое насыщение стержня. Индукция $B_1(t)$ достигает при этом значений 2,784 и 3,624 Тл, т.е. значительно превышает уровень 2 Тл, который считается индукцией насыщения холоднокатаной стали [11]. Следствием насыщения стержня является значительное увеличение тока КЗ в обмотке НН (токи, рассчитанные для трех значений $B_{\text{ост}}$, показаны на рис. 6). Качественное объяснение этого явления можно дать даже с использованием Т-образной схемы замещения (несмотря на ее известное несовершенство), где насыщающаяся ветвь намагничивания оказыва-

ет шунтирующее действие, приводящее к снижению входного сопротивления схемы.

При $B_{ост} = -1,5$ Тл индукция в стержне и ярме (боковом стержне) не достигает насыщения, в связи с чем ток КЗ, рассчитанный с использованием МЭМ (кривая 3 на рис. 6), неотличим от тока, рассчитанного традиционным методом. Ударные коэффициенты тока КЗ обмотки НН для трех значений $B_{ост}$ приведены в табл. 2, где также даны коэффициенты $k_{снн}$ и $k_{свн}$, представляющие собой отношения максимальных значений средних сил в обмотках к соответствующим значениям при установившемся КЗ (табл. 1).

Таблица 2

Значение $B_{ост}$, Тл	Насыщение МС	Значение коэффициентов		
		$k_{уд}$	$k_{снн}$	$k_{свн}$
Упрощенная модель				
-1,5	Нет	1,763	-3,36	3,36
0	Есть	2,360	-2,91	3,31
1,5	Есть	3,094	-1,12	3,18
Многоэлементная модель				
-1,5	Нет	1,761	-3,36	3,36
0	Есть	2,486	-3,04	3,48
1,5	Есть	3,241	-1,57	3,51
То же с двумя узлами				
-1,5	Нет	1,760	-3,36	3,36
0	Есть	2,489	-3,06	3,47
1,5	Есть	3,246	-1,51	3,52

Как видно из табл. 2, результаты, полученные с использованием МЭМ и МЭМ-2, практически не отличаются, а отличие результатов, полученных на УМ, становится заметным только при глубоком насыщении всей МС, что имеет место при $B_{ост} = +1,5$ Тл.

Обращает на себя внимание тот факт, что при насыщении стержня, т.е. при *увеличении* ударного тока НН, средняя радиальная сила в обмотке НН ($k_{снн}$ в табл. 2) *уменьшается*. Как отмечалось в [14], насыщение стержня приводит к изменению

направления индукции во внутренних слоях обмотки НН, а следовательно, к изменению направления сил в этих слоях. Это явление иллюстрируется на рис. 7, где показаны временные зависимости индукции B_{01} в канале «обмотка НН–стержень» и в изоляционных слоях обмотки НН (B_{02}, B_{03}, B_{04}), рассчитанные для $B_{ост} = -1,5$ Тл (рис. 7,а) и $B_{ост} = 0$ (рис. 7,б).

В случае слоевой обмотки представляет интерес анализ сил, воздействующих на каждый слой. Нормированные значения этих сил, рассчитанные с помощью МЭМ при $B_{ост} = \pm 1,5$ Тл, представлены в табл. 3 (как и ранее, нормирование выполняется по отношению к значениям, приведенным в табл. 1). Заметим, что практически те же значения были получены с использованием МЭМ-2.

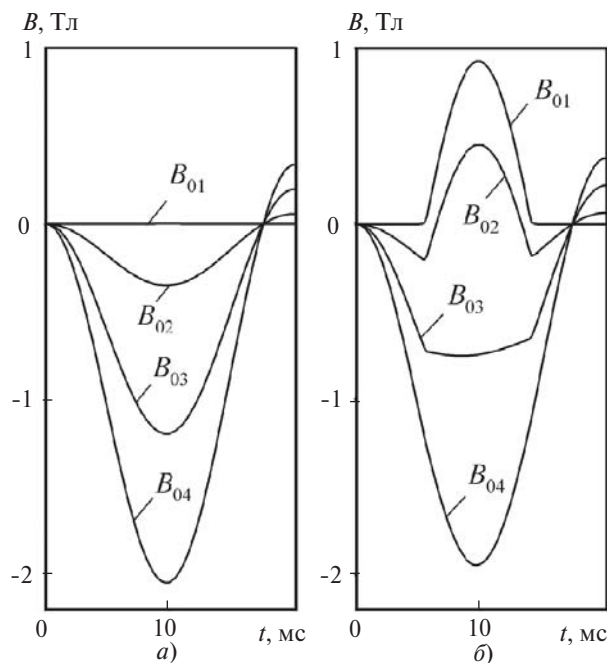


Рис. 7. Индукция в слоях обмотки НН: а – стержень не насыщается; б – насыщается

Как видно из табл. 3, силы в слоях отличаются. При насыщении МС (при $B_{ост} = +1,5$ Тл) силы в наружных слоях обмотки НН остаются сжимающими и резко возрастают. Силы же в ее внутренних слоях становятся при этом *растягивающими* и так-

Таблица 3

Значение $B_{ост}$, Тл	Насыщение МС	Обмотка	Значение $K_{уд}$	Значение нормированной силы при КЗ обмотки ВН				
				средней	в слоях обмотки			
					1	2	3	4
-1,5	Нет	НН	1,761	-3,36	-0,44	-2,06	-4,55	-6,55
		ВН	1,761	3,36	5,87	4,55	2,30	0,56
1,5	Есть	НН	3,241	-1,57	7,47	2,60	-5,32	-11,56
		ВН	1,799	3,51	6,13	4,75	2,40	0,57

же значительно возрастают. Это может быть опасным для слоевых и винтовых обмоток с несколькими концентриками, где для создания вертикального масляного канала слои обмотки разделяются рейками. В таких конструкциях усилия перераспределяются через рейки, а в проводах, непосредственно опирающихся на рейки, возникают изгибающие моменты, пропорциональные силам в слоях. Если действующие моменты превысят критические значения, то провода прилегающих слоев прогнутся в вертикальный масляный канал (навстречу друг другу), что повлечет нарушение межслоевой изоляции.

Вместе с ударными коэффициентами тока КЗ возбуждаемой обмотки НН в столбце $K_{уд}$ табл. 3 приведены также аналогичные отношения, характеризующие короткозамкнутую обмотку ВН (амплитуда установившегося тока КЗ в этой обмотке равна 0,707 кА). Обращает на себя внимание то, что при насыщении МС аномально большой (с точки зрения традиционной теории) ударный ток КЗ имеет место только в обмотке НН ($K_{уд} = 3,241$). Ударный же ток в обмотке ВН (с кратностью 1,799) остается при этом близким к значению, рассчитанному традиционным методом.

При оценке электродинамических сил и токов в обмотках реального трансформатора следует учитывать мощность сети (генератора) [11]. Для рассматриваемого относительно маломощного трансформатора типичное сопротивление КЗ сети на стороне НН примерно равно сопротивлению КЗ трансформатора. При этом в худшем случае (при $V_{ост} = +1,5$ Тл) индукция в насыщающемся стержне достигает 2,484 Тл (вместо 3,624 Тл при нулевом сопротивлении сети), а бросок тока КЗ снижается с 24,074 до 8,480 кА. Это приводит к значительному (примерно на порядок) уменьшению сил в обмотках и иллюстрирует тот факт, что процессы в трансформаторе должны моделироваться с учетом параметров внешних цепей.

Силы, действующие на витки обмоток при КЗ обмотки ВН, и токи, рассчитанные с использованием трех моделей при учете сопротивления сети на стороне НН, даны в табл. 4, из которой следует, что расчет по всем трем моделям дает близкие результаты. Как и в случае сети бесконечной мощности, насыщение стержня (увеличение ударного тока НН) ведет к уменьшению средней радиальной силы в обмотках.

При отсутствии насыщения силы и токи, рассчитанные с помощью УМ, отличаются от расчетов по многоэлементным моделям менее чем на 3%, а при насыщении стержня – менее чем на 11% (для сил) и 2% (для токов). Результаты же, найденные с использованием МЭМ и МЭМ-2 практически совпадают как для средних сил в обмотках, так и для

сил в слоях. Это позволяет использовать УМ при моделировании трансформатора как элемента сети, а силы в обмотках оценивать с использованием многоэлементной модели с двумя узлами (МЭМ-2). Разбиение ярм на участки (как это было сделано в МЭМ) не дает существенных уточнений и ведет к усложнению модели. Поэтому предварительную оценку радиальных сил в трансформаторах со сложной конфигурацией МС, например в пятистержневых трехфазных трансформаторах, целесообразно выполнять с использованием моделей типа МЭМ-2. Подробный алгоритм расчетов наибольшего установившегося тока КЗ, сопротивлений КЗ трансформатора и сети, установившегося тока в обмотке НН и ударных токов КЗ рассмотрен в [27]. Уточненный расчет этих сил, а также осевых сил в обмотках требует применения специализированных программ [28, 29].

Таблица 4

Значение $V_{ост}$, Тл	Насыщение МС	Ударный ток $I_{уд}$, кА	Максимальное значение средней силы, Н	
			$F_{стнн}$	$F_{ствн}$
Упрощенная модель				
-1,5	Нет	6,794	-1144,42	150,76
0	Нет	6,794	-1144,33	150,75
1,5	Есть	8,333	-445,65	89,76
Многоэлементная модель				
-1,5	Нет	6,785	-1171,17	146,18
0	Нет	6,787	-1170,71	146,09
1,5	Есть	8,480	-497,95	88,93
То же с двумя узлами				
-1,5	Нет	6,785	-1171,14	146,15
0	Нет	6,786	-1179,82	146,10
1,5	Есть	8,483	-489,09	88,91

Приложение. Расчет переходных процессов в магнитной цепи на рис. 4 сводится к интегрированию системы 12 (в общем случае $2n+4$) ОДУ. Переменными состояниями в этих ОДУ являются значения индукции во всех десяти ферромагнитных участках, а также потокоцепления Ψ_1 и Ψ_2 обмоток НН и ВН:

$$\Psi_1 = w_1(S_1 B_1 + \Phi_{01}) + (w_{12} + w_{13} + w_{14})\Phi_{02} + (w_{14} + w_{13})\Phi_{03} + w_{14}\Phi_{04}; \quad (\text{П-1})$$

$$\Psi_2 = w_2(S_1 B_1 + \Phi_{01} + \Phi_{02} + \Phi_{03} + \Phi_{04} + \Phi_{05}) + (w_{22} + w_{23} + w_{24})\Phi_{06} + (w_{24} + w_{23})\Phi_{07} + w_{24}\Phi_{08}. \quad (\text{П-2})$$

Здесь $w_{11}-w_{14}$ и $w_{21}-w_{24}$ – числа витков в слоях обмоток НН и ВН.

Для того чтобы воспользоваться стандартной программой интегрирования (в разработанной Фор-

тран-программе используется библиотечная процедура, реализующая метод Гира), требуется написать подпрограмму, входными переменными которой являются переменные состояния, а выходными – их производные.

Магнитные потоки в воздухе и токи обмоток НН (i_1) и ВН (i_2) являются вспомогательными переменными, которые находятся из уравнений магнитной цепи.

Уравнения для узлов 1–9 имеют вид:

$$\begin{aligned} B_1 S_1 + \Phi_{01} - B_2 S_2 - \Phi_{20} &= 0; \\ B_k S_2 + \Phi_{k,0} + \Phi_{0,k} - B_{k+1} S_2 - \Phi_{k+1,0} &= 0, \quad k=2, \dots, 8; \quad (\text{П-3}) \\ B_9 S_2 + \Phi_{90} + \Phi_{09} - B_{10} S_2 &= 0. \end{aligned}$$

Для упрощения алгоритма контуры выбираются так, чтобы каждая из десяти ферромагнитных ветвей входила только в один контур:

$$\begin{aligned} H_1 l_1 - R_{01} \Phi_{01} &= 0; \\ H_k l_k - R_{0,k} \Phi_{0,k} + R_{0,k-1} \Phi_{0,k-1} &= i_1 w_{1,k-1}, \quad k=2, K, 5; \\ H_k l_k - R_{0,k} \Phi_{0,k} + R_{0,k-1} \Phi_{0,k-1} &= i_2 w_{2,k-5}, \quad k=6, K, 9; \\ H_{10} l_{10} + R_{09} \Phi_{09} &= 0, \end{aligned} \quad (\text{П-4})$$

где H_k и l_k – напряженность поля и длина k -го участка МС.

Тогда остальные восемь контуров будут включать только воздушные ветви:

$$\begin{aligned} R_{k,0} \Phi_{k,0} - R_{0,k} \Phi_{0,k} + R_{0,k-1} \Phi_{0,k-1} &= i_1 w_{1,k-1}, \quad k=2, K, 5; \\ R_{k,0} \Phi_{k,0} - R_{0,k} \Phi_{0,k} + R_{0,k-1} \Phi_{0,k-1} &= i_2 w_{2,k-5}, \quad k=6, K, 9. \end{aligned} \quad (\text{П-5})$$

Уравнения (П-1)–(П-3) и (П-5) являются системой алгебраических уравнений, разрешаемых на каждом шаге интегрирования относительно токов i_1 , i_2 и потоков $\Phi_{01} - \Phi_{09}$ и $\Phi_{20} - \Phi_{90}$. Это позволяет записать уравнения системы (П-4) в виде

$$H_k = F_k, \quad k=1, \dots, 10, \quad (\text{П-6})$$

где, например, $F_1 = (R_{01} \Phi_{01}) / l_1$.

С другой стороны, в соответствии с (1) напряженность поля H_k на поверхности листа k -го участка МС определяется выражением

$$H_k = H_{\Gamma}(B_k) + \frac{d^2}{12\rho} \frac{dB_k}{dt} + g(B_k) \delta \left| \frac{dB_k}{dt} \right|^{1/2}. \quad (\text{П-7})$$

Приравнявая (П-6) и (П-7), приходим к квадратным уравнениям относительно $(dB_k/dt)^{1/2}$:

$$\frac{d^2}{12\rho} \frac{dB_k}{dt} + g(B_k) \delta \left| \frac{dB_k}{dt} \right|^{1/2} + H_{\Gamma}(B_k) - F_k = 0,$$

$$k=1, \dots, 10.$$

Производные потокосцеплений Ψ_1 и Ψ_2 находятся из уравнений, связывающих электрические и магнитные цепи трансформатора:

$$\frac{d\Psi_1}{dt} + (r_1 + r_{10}) i_1 = e_1(t), \quad \frac{d\Psi_2}{dt} + (r_2 + r_{20}) i_2 = e_2(t).$$

Здесь r_{10} и r_{20} – активные сопротивления обмоток.

Выводы. 1. Проведенное сравнение трех моделей однофазного трансформатора (упрощенной и двух многоэлементных), учитывающих топологию МС и обмоток (исследование выполнено для случая относительно тонких концентрических обмоток, характерных для высоковольтных трансформаторов) показало, что для трансформатора с такими обмотками ударные токи КЗ и *средние* радиальные силы в обмотках, рассчитанные с использованием этих трех моделей, практически совпадают, что делает применение многоэлементных моделей неоправданным.

2. Разбиение ярм на участки не является обязательным, и без потери точности следует ограничиться анализом магнитной цепи с двумя узлами и, соответственно, двумя ферромагнитными ветвями, представляющими стержень и боковые ярма [2].

3. Все рассмотренные модели подтверждают известное и отраженное в стандартах (например, в действующем ГОСТ 20243–74) положение о том, что токи КЗ и силы в обмотках зависят от состояния МС в момент возникновения КЗ. Если МС насыщается, то при КЗ наружной обмотки и номинальном напряжении на внутренней обмотке силы в слоях последней возрастают и могут изменить направление. Следствием этого является *уменьшение* средней силы, воздействующей на внутреннюю обмотку. В то же время возрастание сжимающей силы в наружных слоях внутренней обмотки может представлять опасность в случае слоевой конструкции этой обмотки.

4. Показано, что при подключении внутренней обмотки к сети бесконечной мощности и насыщении стержня рассмотренные модели (многоэлементные и упрощенная) одинаково воспроизводят значительное превышение ударного тока КЗ над его значением, рассчитанным традиционным методом. В то же время опасность этого явления, отмеченная в [12], является преувеличенной. Причиной является не влияние несуществующей «индуктивности рассеяния внутренней обмотки» (библиография с упоминанием такой индуктивности приводится в [13]), а индуктивность питающей сети [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. de Leyn F., Gyme P., Martinez-Velasco J.A. and Rioual M. Transformers. In: J.A. Martinez-Velasco (Ed.). Power system transients. Parameter determination. – London, New York: CRC Press, 2009.
2. Лейтес Л.В., Пинцов А.М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. – М.: Энергия, 1974.
3. Шакиров М.А. 2Т-образные схемы замещения трансформатора. – Электричество, 2010, № 5.
4. Theocharis A.D., Miliadis-Argitis J., Zacharias Th. Single-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents. – Electrical Engineering, 2008, № 3.

5. Евдокунин Г.А., Дмитриев М.В. Моделирование переходных процессов в электрической сети, содержащей трансформаторы при учете конфигурации их магнитной системы. — Изв. РАН. Энергетика, 2009, № 2.
6. Вороненко В.И. Разработка математической модели для моделирования переходных процессов в составе комплекса программ САПР ТОН. — Сб. докл. XII Междунар. науч.-техн. конф. «Трансформаторостроение — 2009». — Запорожье, 2009.
7. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Тарчуткин А.Л. Моделирование переходных процессов в трансформаторе с учетом гистерезисных свойств магнитопровода. — Техническая электродинамика, 2010, № 2.
8. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Тарчуткин А.Л. Моделирование переходных процессов в трехфазном трансформаторе с учетом топологии и гистерезисных свойств магнитопровода. — Техническая электродинамика, 2011, № 5.
9. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. — М.: Энергия, 1981.
10. Засыпкин А.С. Релейная защита трансформаторов. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
11. Лурье А.И. Процесс включения трансформатора на холостой ход и короткое замыкание. — Электротехника, 2008, № 2.
12. Александров Г.Н. К расчету токов короткого замыкания в электрических цепях. — Электричество, 2004, № 7.
13. Шакиров М.А., Андрушук В.В., Дуань Лиюн. Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании. — Электричество, 2010, № 3.
14. Конов Ю.С., Левченко В.Т. Режим короткого замыкания при испытаниях силовых трансформаторов на электродинамическую устойчивость. — Электричество, 1973, № 2.
15. Болдырев Е.А., Зихерман М.Х., Камнева Н.П. Переменное электромагнитное поле в проводящем листе с нелинейной магнитной проницаемостью. — Электричество, 1974, № 3.
16. Bertotti G. Hysteresis in magnetism. — San Diego: Academic Press, 1988.
17. Кадочников А.И. Динамические петли магнитного гистерезиса. — Екатеринбург: Изд-во УО РАН, 2007.
18. Нейман Р.Л., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. — Л.: Энергия, 1967.
19. Zirka S.E., Moroz Y.I., Moses A.J., Arturi C.M. Static and dynamic hysteresis models for studying transformer transients. — IEEE Trans. Power Delivery, 2011, № 4.
20. Zirka S.E., Moroz Y.I., Marketos P. et al. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels. — IEEE Trans. Magn., 2008, № 9.
21. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Алгоритмы моделирования гистерезиса в задачах магнетодинамики. — Техническая электродинамика, 2002, № 5.
22. Зихерман М.Х. Характеристики намагничивания мощных трансформаторов. — Электричество, 1972, № 3.
23. Grain-Oriented Electrical Sheet Steel Catalogue, Nippon Steel Corp., Japan, 1972.
24. Umenei A.E., Melikhov Y., Jiles D.C. Models for extrapolation of magnetization data on magnetic cores to high fields. — IEEE Trans. Magn., 2011, vol. 47, № 12.
25. Силовые трансформаторы: Справочник/Под ред. С.Д. Лизунова и А.К. Лоханина. — М.: Энергоиздат, 2004.
26. Сергеев Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А. Электрические машины. Трансформаторы: Учебное пос. для вузов/Под ред. И.П. Копылова. — М.: Высшая школа, 1989.
27. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях. — Сб. статей (Труды ВЭИ)/Под ред. А.И. Лурье. — М.: Знак, 2005.
28. Зенова В.П., Левицкая Е.И., Лурье А.И. и др. Система программ РЭСТ для расчета электродинамической стойкости, потерь и нагревов трансформаторов и реакторов. — Электротехника, 1996, № 8.
29. Паук Ю.И., Дорогокупля В.А., Желонин В.А. и др. Программное обеспечение проектирования трансформаторов и реакторов. — Электро, 2009, № 4.

[30.05.12]

Авторы: Зирка Сергей Евгеньевич окончил физико-технический факультет (ФТФ) Днепрпетровского национального университета (ДНУ) в 1972 г. В 1992 г. защитил докторскую диссертацию «Развитие теории и методов проектирования мощных импульсных трансформаторов». Профессор ДНУ.

Мороз Юрий Иванович окончил ФТФ ДНУ в 1984 г. В 1991 г. защитил кандидатскую диссертацию «Оптимизация параметров мощных импульсных генераторов на основе искусственных линий». Доцент ДНУ.

Мороз Елена Юрьевна окончила ФТФ ДНУ в 2008 г. Инженер ДНУ.

Тарчуткин Александр Леонидович окончил электротехнический факультет Запорожского национального технического университета в 1994 г. Начальник лаборатории электромагнитных исследований и моделирования Украинского НИИ трансформаторостроения (ВИТ).

* * *

Зарубежная подписка

на журнал «Электричество»
оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «МК-Периодика» или непосредственно
в ЗАО «МК-Периодика» по адресу:

Россия, 111524 Москва, Электродная ул., 10, стр. 3

ЗАО «МК-Периодика»;

тел. (495) 672-70-12; факс (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.ru>