

# Оптимизация электромагнитных процессов в синхронной машине

ФИЛЮШОВ Ю.П., ФИЛЮШОВ В.Ю.

*Предложен оптимальный по быстрдействию метод формирования электромагнитного момента, представлены основные условия оптимального управления машиной переменного тока.*

Ключевые слова: электропривод переменного тока, оптимальное управление

*A method for producing electromagnetic torque optimal in terms of its response speed is proposed, and main conditions for optimal control of an AC machine are presented.*

Key words: AC electric drive, optimal control

Основная задача управления электрической машиной — формирование электромагнитного момента для движения исполнительного механизма по желаемой траектории.

При достаточной эффективности управляющих органов и необходимой степени управляемости почти любая цель управления может быть достигнута за счет «навязывания» управляемому объекту новой «искусственной» динамики. Это относится к системам управления с обратными связями и большими коэффициентами усиления, некоторым релейным системам, системам с переменной структурой, некоторым системам автоматического управления, синтезированным посредством функции Ляпунова.

Несмотря на простоту соответствующих алгоритмов и их достаточно высокую эффективность в некоторых приложениях, популярность указанных систем управления падает [1]. Объясняется это следующим. Во-первых, низкой энергетической эффективностью управляющих воздействий, поскольку вследствие использования всех факторов в таких процессах и объектах не остается возможности увеличивать энергию или мощность, затрачиваемую на регулирование. Во-вторых, ограниченностью ресурсов для управления: такие энергетически напряженные режимы, как скользкий, становятся недопустимой роскошью. Поэтому задача поиска наилучшего управления должна решаться в условиях максимального использования естественных, собственных движений объекта.

Известные методы оптимального управления машиной переменного тока [2] из-за сложности математического описания и неоднозначности формальной части задачи управления не нашли широкого применения. Трудность выбора критерия оптимальности объясняется тем, что требования, предъявляемые к работе электропривода, противоречивы, а результативность решения задачи управления зависит от сложности функционала. Если функционал отвечает большому числу требований к электроприводу, то аналитический синтез управ-

ляющих воздействий практически невозможен [3]. Поэтому в явном виде оптимальное управление следует искать в условиях наиболее полного использования физических свойств объекта управления, применяя простые функционалы качества.

Для этой цели с применением принципа максимума разработан метод синтеза управляющих воздействий для машины переменного тока, основанный не на разделении во времени процессов формирования задаваемых переменных, а на их одно-темповом регулировании. Использование этого метода для оптимизации электромагнитных процессов в асинхронной машине с короткозамкнутым ротором представлено в [4]. Рассмотрим применение этого метода для оптимизации работы синхронной машины с электромагнитным возбуждением.

Задача управления — определение воздействий, обеспечивающих регулирование электромагнитного момента в условиях энергетически желаемых режимов работы неявнополюсной синхронной машины с электромагнитным возбуждением. Критерием оптимальности является время. В качестве желаемых рассматриваются предельные режимы работы электрической машины, обеспечивающие минимум мощности, подводимой к обмоткам двигателя для изменения электромагнитного момента, или максимум  $\cos \varphi$ , или минимум мощности тепловых потерь.

Для решения поставленной задачи управления нужно проанализировать электромагнитные процессы формирования электромагнитного момента. Полагая, что динамика этих процессов зависит от изменения энергии магнитного поля и в явном виде не зависит от изменения угловой скорости вращения ротора  $\omega$ , примем значение  $\omega$  постоянным. Это допущение, не нарушая целостности подхода, позволяет уменьшить порядок дифференциальных уравнений. Выбор неявнополюсной синхронной машины, пренебрежение нелинейностью характеристики намагничивания и инерционностью силовых элементов преобразователя частоты,

принятие условий точного измерения потокосцеплений идентификатором состояния позволяют достаточно просто изложить идею метода синтеза управляющих воздействий для инженерного применения.

В качестве математического описания рассматриваются уравнения Кирхгофа, описывающие вектор состояния в системе координат  $dq$ , вращающейся со скоростью ротора  $\omega$  в синхронной машине, ориентированной по току ротора  $i_{rq} = 0, i_{rd} = i_r$ :

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{dY_d}{dt} + Ri_d - \omega Y_q; \\ U_q &= \frac{dY_q}{dt} + Ri_q + \omega Y_d; \\ U_{rd} &= \frac{dY_{rd}}{dt} + R_r i_{rd}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U_d, U_q, U_{rd}$  – напряжения статора и ротора, подводимые к обмоткам двигателя;  $i_d, i_q, i_{rd}, Y_d, Y_q, Y_{rd}$  – токи и потокосцепления статора и ротора в системе рассматриваемых координат;  $R, R_r$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора.

Взаимосвязь токов и потокосцеплений определена в векторной форме:

$$\mathbf{L}\mathbf{I} = \mathbf{Y},$$

где

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} L & 0 & L_m \\ 0 & L & 0 \\ L_m & 0 & L_r \end{vmatrix}; \quad \mathbf{I} = \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_r \end{vmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{vmatrix} Y_d \\ Y_q \\ Y_{rd} \end{vmatrix};$$

$\mathbf{L}, \mathbf{I}, \mathbf{Y}$  – матрицы индуктивностей, тока и потокосцепления;  $L, L_r$  – индуктивности обмоток статора и ротора;  $L_m$  – взаимная индуктивность статора и ротора.

Падение напряжения на активном сопротивлении обмоток статора и ротора (1) определено вектором:

$$\mathbf{R}\mathbf{I} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{Y},$$

где

$$\mathbf{R}\mathbf{I} = \begin{vmatrix} Ri_d \\ Ri_q \\ R_r i_r \end{vmatrix}; \quad \mathbf{T} = \begin{vmatrix} LR^{-1} & 0 & L_m R^{-1} \\ 0 & LR^{-1} & 0 \\ L_m R^{-1} & 0 & L_r R_r^{-1} \end{vmatrix}; \quad (2)$$

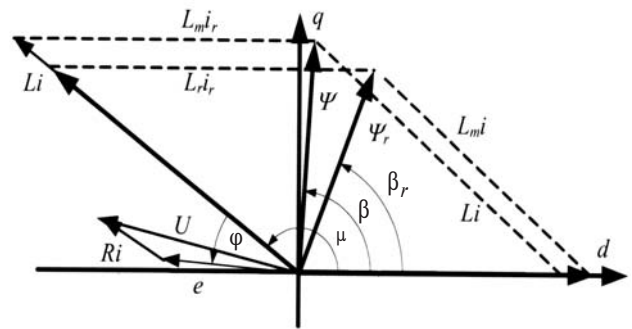
$\mathbf{R}\mathbf{I}$  – вектор падений напряжений на активных сопротивлениях обмоток двигателя;  $\mathbf{T}$  – матрица параметров времени, характеризующих инерционность электромагнитных процессов.

На рисунке представлена векторная диаграмма работы электрической машины. Выходной величиной системы управления является электромагнитный момент  $m$ , значение которого зависит от век-

торного произведения переменных состояния статора или ротора:

$$m = y \cos j = y_r i_r \sin b_r, \quad (3)$$

где  $y, y_r, i, i_r$  – модули потокосцеплений и токов вектора состояний электрической машины;  $b, b_r$  – углы, определяющие положение потокосцепления статора и ротора относительно тока ротора;  $\mu$  – угол, определяющий положение вектора тока статора относительно тока ротора;  $j$  – угол, определяющий положение вектора ЭДС  $e$  от потокосцепления статора относительно тока статора;  $\cos j$  является одной из основных энергетических характеристик работы электрической машины.



Из уравнения баланса мощностей следует, что состояние электрической машины зависит от четырех независимых переменных. Ими могут быть выбраны электромагнитный момент  $m$ , угловая скорость вращения ротора  $\omega$  и два аргумента  $b, j$ , которых достаточно для определения положения всех изображающих векторов. Из числа выбранных переменных  $m$  и  $\omega$  заданы условиями технологической задачи. Варьируемыми величинами являются аргументы  $b$  и  $j$ , посредством которых осуществляется поиск энергетически желаемых режимов работы электрической машины.

Задача оптимизации работы машины разбита на два этапа. На первом выявляются параметры установившегося режима, характеризующие положение изображающих векторов и соответствующие энергетически желаемым режимам работы. На втором определяется оптимальный вектор управления, под действием которого электромагнитный момент изменяется в условиях энергетически желаемых режимов. Критерием оптимальности является время.

Рассмотрим энергетически предельные режимы установившихся процессов, рассматриваемые в качестве желаемых при работе синхронной машины [5].

Одной из основных энергетических характеристик является КПД  $\eta$ , значение которого зависит от мощности потерь

$$DP = Ri^2 + R_r i_r^2;$$

$$h = \frac{wm}{wm + DP} = \frac{w}{w + F(b, j)},$$

где функция энергетического состояния

$$F(b, j) = \frac{DP}{m} = \frac{1}{[\cot(b) + \tan(j)]} \cdot \left( \frac{R}{L \cos(j)^2} + \frac{R_r L}{L_m^2 \sin(b)^2} \right) \quad (4)$$

Условия работы синхронной машины при абсолютном минимуме тепловых потерь достигаются при минимальном значении функции (4) энергетического состояния

$$F_{\min} = \frac{2\sqrt{R_r R}}{L_m}$$

и определенном положении изображающих векторов, которое можно характеризовать углами  $b$  и  $j$ .

При росте нагрузки режим работы в условиях минимума потерь мощности связан с существенным изменением потокоцеплений и значительным увеличением реактивной мощности. Поэтому такая энергетическая характеристика, как  $\cos j$ , играет важную роль при выборе желаемого режима работы электрической машины.

Положение изображающих векторов, при котором электрическая машина работает при минимуме энергии  $W_{\text{эм}}$ , накапливаемой в обмотках, имеет определенные достоинства и определено минимизацией функции энергетического состояния  $f(b, j)$ :

$$2W_{\text{эм}} = mf(j, b); \quad (5)$$

$$W_{\text{эм}} = \frac{1}{2}(Y_d i_d + Y_q i_q + Y_{rd} i_r),$$

где  $f(j, b) = \frac{2W_{\text{эм}}}{m} = \frac{1}{[\cot(b) + \tan(j)]}$

$$\frac{1}{\cos(j)^2} + L_r \frac{L}{L_m^2 \sin(b)^2} - 2 + 2 \tan(j) \cot(b) \quad (6)$$

Минимум функции энергетического состояния

$$f_{\min} = \frac{2\sqrt{L_r L - L_m^2}}{L_m}$$

достигается при другом положении изображающих векторов:

$$b = \frac{\rho}{2}; \quad j = \arcsin \sqrt{\frac{L_r L - L_m^2}{L_r L}} \quad (7)$$

Работа в таком режиме позволяет минимизировать мощность, подводимую к обмоткам для формирования электромагнитного момента машины в динамических процессах, но вместе с тем проходит при более значительных токах и, следовательно, более высоких потерях. Существующее противоречие эффективности работы электрической машины разрешается посредством взаимосвязи между КПД  $h$  и параметром времени  $T_{\text{эм}}$ , характеризующим интенсивность процессов электрохимического преобразования энергии [5] в области аргументов, где возможно сформировать электромагнитный момент:

$$T_{\text{эм}} = \frac{2W_{\text{эм}}}{mw + DP} = \frac{f(b, j)}{w + F(b, j)}; \quad (8)$$

$$T_{\text{эм}} = h \frac{2W_{\text{эм}}}{mw} = h \frac{f(b, j)}{w}.$$

Из (8) следует, что, задаваясь энергетически желаемым режимом работы, всегда возможно определить положение изображающих векторов, при котором этот режим осуществим.

В качестве регулируемых переменных многоканальной динамической системы (1) выбраны потокоцепления статора и ротора (см. рисунок). В статических режимах зависимость вектора регулируемых переменных  $Y$  от модуля вектора потокоцепления статора  $y$  и положения изображающих векторов в пространстве состояний электрической машины представлена следующим образом:

$$Y = \begin{pmatrix} y_d \\ y_q \\ y_{rd} \end{pmatrix} = \mathbf{B}y; \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_d \\ B_q \\ B_r \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(b) \\ \sin(b) \\ \frac{\cos(b)[L_r L - L_m^2] \tan(b)^2 + L_m^2 \tan(b) \tan(j) + L_r L}{L L_m [\tan(b) \tan(j) + 1]} \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{B}$  – матрица взаимосвязанных коэффициентов, отражающих посредством аргументов  $b$  и  $j$  положение изображающих векторов в пространстве состояний электрической машины. На основании

рисунка и скалярной зависимости тока и потокосцепления

$$y = L \cos(j) [\cot(b) + \tan(j)]$$

преобразовано значение электромагнитного момента (3):

$$m = \frac{y^2}{L(\cot b + \tan j)}$$

Тогда на основании (9) вектор регулируемых переменных можно представить в зависимости не только от положения изображающих векторов, но и от нагрузки:

$$Y = B \frac{L[\cot(b) + \tan(j)]}{y} m, \quad (10)$$

где  $y = \sqrt{y_d^2 + y_q^2}$  – модуль вектора потокосцепления статора.

В соответствии с рассматриваемым методом синтеза оптимального управления воздействия на электрическую машину по каналам управления должны быть сформированы таким образом, чтобы регулируемые переменные изменялись одновременно и пропорционально. Рассмотрим это утверждение применительно к управляющим воздействиям синхронной машины. Для этой цели на основании (2) представим уравнение (1) в векторной форме:

$$\frac{dY}{dt} = VY + U, \quad (11)$$

где  $V = -T^{-1} + W$  – матрица, отражающая свойства объекта управления; матрица величин, характеризующих частоту вращения двигателя,

$$W = \begin{vmatrix} 0 & w & 0 \\ w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

вектор напряжения, подводимого к обмоткам двигателя,

$$U = \begin{vmatrix} U_d \\ U_q \\ U_{rd} \end{vmatrix}$$

Полагая, что идентификатором состояния посредством измерения токов, напряжений и угловой скорости вращения двигателя достаточно точно вычисляется вектор  $Y$ , примем условие полной наблюдаемости регулируемых переменных. С учетом принятых допущений формирование вектора управления должно быть таким, чтобы он мог отражать задание электромагнитного момента  $U_{ref}$ :

$$U = -KY + B \frac{L(\cot(b) + \tan(j))}{T_s y} U_{ref}, \quad (12)$$

где  $K$  – матрица коэффициентов обратной связи размерностью, соответствующей размерности матрицы  $V$ .

В результате на основании (11) при управлении (12) состояние электрической машины представлено в зависимости от желаемого положения изображающих векторов, заданного матрицей  $B$ , параметров обратных связей, заданных матрицей  $K$ , и сигнала задания  $U_{ref}$  электромагнитного момента:

$$\frac{dY}{dt} = f(y, U_{ref}), \quad (13)$$

где  $f(y, U_{ref}) = (V - K)Y + B \frac{(\cot(b) + \tan(j))}{T_s y} L U_{ref}$ .

Для определения элементов матриц  $K$  и  $B$ , с помощью которых формируется наилучшее управление (12), воспользуемся функциями энергетического состояния (4), (5) и принципом максимума [6]. Этот принцип устанавливает взаимосвязь между оптимальным управлением, регулируемые переменными и координатами сопряженной системы, состояние которой определяется Гамильтонианом. Гамильтониан быстрого действия  $H$  динамической системы (11) имеет вид:

$$H = S^T (V - K)Y + S^T B \frac{(\cot(b) + \tan(j))}{T_s y} L U_{ref}; \quad (14)$$

$$S = \begin{vmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{vmatrix}, \quad (15)$$

где  $S$  – координаты вектора сопряженной системы

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial Y^T} = - (V - K)S, \quad (16)$$

которые имеют сложную зависимость во времени:

$$S(t) = e^{-(V - K)t} S(0);$$

$S(0)$  – начальное значение координат вектора сопряженной системы.

Поскольку при выбранной ориентации изображающих векторов (10) и отсутствии ограничений на управление задающим воздействием является сигнал  $U_{ref}$  задания электромагнитного момента, условия максимума Гамильтониана запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial U_{ref}} &= 0; \\ \frac{\partial H}{\partial U_{ref}} &= S^T B \frac{(\cot(b) + \tan(j))}{T_s y} L. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) следует, что одним из обязательных требований достижения максимума Гамильтониана независимо от значения модуля вектора потокосцепления статора  $y$  является одинаковое изменение во времени координат вектора сопряженной системы (16). Выполнение этого требования позволяет сформировать матрицу  $\mathbf{B}$  таким образом, чтобы сумма ее коэффициентов равнялась нулю:

$$B_d + B_q + B_{rd} = 0.$$

Это решение для обобщенной электрической машины рассмотрено в [7]. При таком управлении максимальное значение Гамильтониана равняется нулю. Вместе с тем, значение Гамильтониана быстрогодействия может быть равно единице. Выясним, каковы при этом условия управления. Для этой цели в соответствии с (17) запишем желаемую зависимость от времени координат вектора сопряженной системы:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}(0)e^{\frac{2t}{T_s}}, \tag{18}$$

где  $\mathbf{S}(0)$  – вектор координат сопряженной системы в начальный момент времени;  $T_s$  – параметр времени, характеризующий желаемый темп изменения координат вектора сопряженной системы.

Выражение (18) может быть получено только в том случае, если сопряженная система (16) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{2}{T_s}\mathbf{S}.$$

Эти условия выполняются при соблюдении равенства

$$-(\mathbf{V} - \mathbf{K}) = \mathbf{E}T_s^{-1},$$

где единичная матрица

$$\mathbf{E} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

равенство достигается определенным выбором элементов матрицы обратных связей:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{V} + \mathbf{E}T_s^{-1}). \tag{19}$$

Такой выбор при управлении (12) обеспечивает желаемое решение сопряженной системы (18) и равное быстродействие контуров регулируемых переменных основной системы управления. При нулевых начальных условиях основной системы (13) регулируемые переменные изменяются одновременно и пропорционально. В этих условиях положения изображающих векторов как в статических,

так и в динамических режимах не изменятся, а будут соответствовать положениям (9), заданным матрицей  $\mathbf{B}$ .

Умножив левую и правую части уравнения (13) на модуль вектора потокосцепления и матрицу  $\mathbf{B}^T$ , преобразуем его к виду:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^T \mathbf{B} \frac{dy^2}{dt} &= -2\mathbf{B}^T \mathbf{B} \frac{y^2}{T_s} + \\ &+ 2\mathbf{B}^T \mathbf{B} \frac{(\cot(b) + \tan(j))}{T_s} LU_{ref}; \\ \frac{dy^2}{dt} &= -2\frac{y^2}{T_s} + 2\frac{(\cot(b) + \tan(j))}{T_s} LU_{ref}, \tag{20} \end{aligned}$$

отражающему зависимость регулируемых переменных от сигнала задания  $U_{ref}$  выходной величины системы (11). При равном быстродействии контуров регулируемых переменных (19) и нулевых начальных условиях решение основной системы уравнений приобретает вид:

$$y^2(t) = U_{ref} L (\cot(b) + \tan(j)) \left( 1 - e^{-\frac{2t}{T_s}} \right),$$

$$Y(t) = \mathbf{B}y(t) = \mathbf{B} U_{ref} L (\cot(b) + \tan(j)) \left( 1 - e^{-\frac{2t}{T_s}} \right).$$

Требования к управлению при Гамильтониане, равном единице, будут удовлетворены, если начальные значения координат сопряженной системы связаны с заданием регулируемых переменных и имеют определенное значение:

$$\mathbf{S}(0) = \mathbf{E} U_{ref} L \frac{\cot(b) + \tan(j)}{T_s} (\mathbf{B}_d + \mathbf{B}_q + \mathbf{B}_r) \dot{\mathbf{U}}^{-1}.$$

В этом случае решение сопряженной системы (18) можно записать в виде

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{E} U_{ref} L \frac{\cot(b) + \tan(j)}{T_s} (\mathbf{B}_d + \mathbf{B}_q + \mathbf{B}_r) \dot{\mathbf{U}}^{-1} e^{-\frac{2t}{T_s}}. \tag{21}$$

Полученные решения основной и сопряженной (21) систем позволяют преобразовать Гамильтониан быстрогодействия (14):

$$H = -e^{-\frac{2t}{T_s}} \left( 1 - e^{-\frac{2t}{T_s}} \right) + e^{-\frac{2t}{T_s}} = 1.$$

Из полученного выражения следует, что при управлении (12) и выполнении условий (19) Гамильтониан быстрогодействия не зависит от сигнала управления и всегда равен единице.

Поэтому перевод вектора состояния электрической машины из начального положения в положение, соответствующее заданию электромагнитного момента, является оптимальным. С учетом (3) преобразуем (20):

$$\frac{T_s}{2L(\operatorname{ctg}(b) + \tan(j))} \frac{dy^2}{dt} = - \frac{y^2}{L(\cot(b) + \tan(j))} + U_{ref};$$

$$\frac{T_s}{2} \frac{dm}{dt} = m + U_{ref}.$$

Решение этого уравнения, не учитывая положение изображающих векторов, представляет зависимость электромагнитного момента от времени при оптимизации электромагнитных процессов:

$$m = U_{ref} \left( 1 - e^{-\frac{2t}{T_s}} \right) \quad (22)$$

Таким образом, задаваясь желаемым быстрым действием контуров регулируемых переменных, которое характеризуется параметром времени  $T_s$  и достигается определенным выбором коэффициентов матрицы обратных связей, зависимость электромагнитного момента от его задания описывается аperiодическим звеном первого порядка при оптимальной траектории перехода вектора состояния из одного положения в другое. Критерием оптимальности является время. Каждому положению изображающих векторов, заданному матрицей  $\mathbf{B}$ , соответствует своя экстремаль. Существование множества экстремалей позволяет ввести дополнительные ограничения на управление при оптимизации режимов работы электрической машины. Такими ограничениями могут быть режимы, не отвечающие энергетически желаемым. Энергетически желаемый режим может быть реализован путем за-

дания положения изображающих векторов – выбора коэффициентов матрицы  $\mathbf{B}$ . В [8] представлен частный случай способа оптимального управления синхронной машиной с электромагнитным возбуждением, обеспечивающего наиболее быстрое формирование электромагнитного момента при минимизации тепловых потерь, в условиях минимума реактивной мощности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления. – М.: Наука, 1987.
2. Востриков А.С., Французова Г.А. Теория автоматического регулирования: Учебное пос. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006.
3. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. – Киев: Выща школа, 1989.
4. Филошов Ю.П. Оптимизация электромагнитных процессов асинхронной машины с короткозамкнутым ротором. – Электричество, 2011, № 5.
5. Филошов Ю.П. Многокритериальная оптимизация работы электрической машины переменного тока: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – НГТУ, 2007.
6. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976.
7. Филошов Ю.П. Оптимизация работы обобщенной электрической машины. – Электричество, 2011, № 2.
8. Патент № 2092967 (РФ). Электропривод с синхронным двигателем/Ю.П. Филошов, 1997.

[09.02.11]

Авторы: **Филошов Юрий Петрович** окончил Новосибирский государственный технический университет (НГТУ) в 1985 г. В 2007 г. защитил кандидатскую диссертацию «Многокритериальная оптимизация работы машины переменного тока». Инженер Сибирского филиала ФГУП ВНИКТИ МПС РФ.

**Филошов В.Ю.** – студент факультета автоматики и вычислительной техники НГТУ.

\* \* \*

### Уважаемые авторы!

Редакция публикует при каждой статье краткие сведения об авторах. В связи с этим просим вас при направлении статьи в редакцию сообщать:

полные имена и отчества всех авторов;

какой факультет, какого вуза и когда закончил;

когда получил ученую степень, где и по какой тематике (теме) была защита;

место работы и должность.

Кроме того, напоминаем, что на каждую статью следует представлять краткий (4–5 предложений) реферат на русском и английском языках (включая название), а также ключевые слова.